



## الوحدة الثامنة: التخطيط الخطي

### 8.1 في المخبز

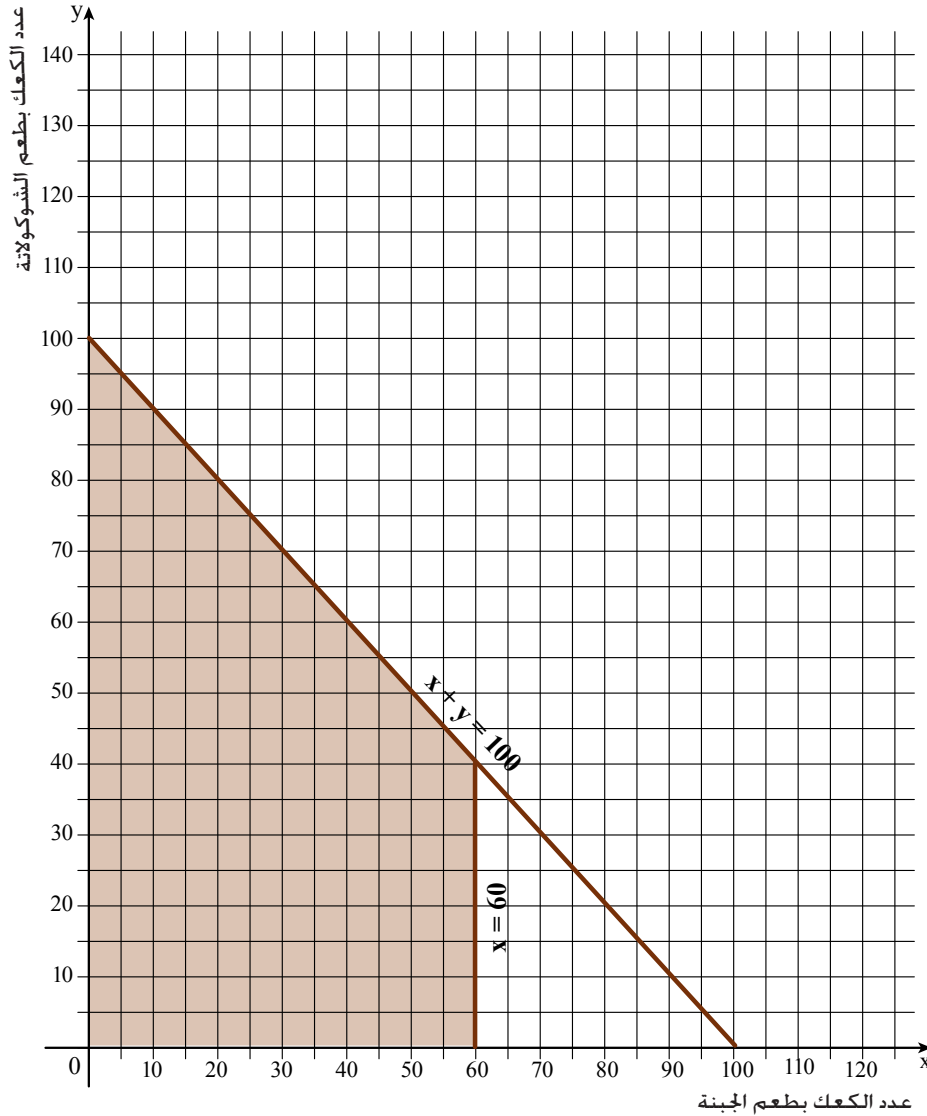
يُنتج مخبز البلدة القديمة نوعين من الكعك: كعكاً بطعم الشوكولاتة وكعكاً بطعم الجبنة. مجموع الكعك الذي يُنتجه المخبز، في اليوم الواحد، لا يزيد عن 100، منها 60 كعكة بطعم الجبنة على الأكثر. وزن الكعكة بطعم الجبنة هو 50 غم، ووزن الكعكة بطعم الشوكولاتة 75 غم. سعر الكعكة بطعم الجبنة هو 8 شواقل، وسعر الكعكة بطعم الشوكولاتة 4 شواقل. سجّلوا مثلاً لعدد الكعكات بطعم الجبنة ولعدد الكعكات بطعم الشوكولاتة التي ينتجها المخبز في اليوم الواحد. جدوا، في مثالكم، الوزن الكلي والسعر الكلي للكعك. نبحت إمكانيات مختلفة لبيع الكعك ضمن محدوديات مختلفة.

### اعملوا بأزواج

1. اشترى السيد يعقوب كعكاً بمناسبة عيد ميلاد ابنته غزالة. معطى، في كل بند، محدودية (اضطرار) إضافية للمحدويات التي تظهر في الافتتاحية والبنود السابقة التي تؤثر على عدد الكعك، من كل نوع، الذي يستطيع شراءه السيد يعقوب. اقترحوا، في كل بند، للسيد يعقوب عدد الكعك بطعم الجبنة وعدد الكعك بطعم الشوكولاتة الذي من الأفضل أن يشتريه حسب المحدويات (لهذا البند والبنود السابقة). قارنوا اقتراحكم باقتراح زميلكم وتناقشوا حول الاقتراح الأفضل.
  - أ. يرغب السيد يعقوب في شراء 25 كعكة، على الأقل، بطعم الشوكولاتة.
  - ب. يرغب السيد يعقوب أن لا يكون عدد الكعك بطعم الشوكولاتة أكثر من عدد الكعك بطعم الجبنة.
  - ت. يرغب السيد يعقوب في شراء 70 كعكة على الأقل.
  - ث. يرغب السيد يعقوب أن يكون وزن الكعك 3.750 كغم على الأقل.
2. قرّر السيد يعقوب، في نهاية الأمر، أن يشتري كعكاً حسب جميع متطلباته (انظروا المهمة 1) بسعر 540 شاقلاً.
  - أ. يرغب السيد يعقوب أن يشتري بهذا السعر أكبر عدد ممكن من الكعك. كم كعكة اشترى، حسب رأيكم؟ اشرحوا.
  - ب. يرغب صاحب المخبز أن يبيع أكبر عدد ممكن من الكعك بطعم الجبنة، لأنها تتلف بسرعة. ماذا ستكون توصية صاحب المخبز، حسب رأيكم، للسيد يعقوب؟

3. ارمزوا بـ  $x$  إلى عدد الكعك بطعم الجبنة وبـ  $y$  إلى عدد الكعك بطعم الشوكولاتة. المجال المناسب لمضامين المسألة في الافتتاحية هو كل أزواج القيم  $(x, y)$  أعداد صحيحة غير سالبة تحقق الاضطرارات الموصوفة في مهمة الافتتاحية. سجّلوا بواسطة المتغيّرات الاضطرارات حسب الافتتاحية.

4. جميع النقاط، في هيئة المحاور التالية، التي إحداثياتها أعداد صحيحة داخل المجال الملون وعلى حدوده تشكّل المجال المناسب لمضمون المشكلة في الافتتاحية.



أ. هل تستطيعون أن تشرحوا لماذا؟

ب. جدوا المكان الذي خمنتوه للنقاط المناسبة لاقتراحكم من المهام السابقة. هل تقع جميعها داخل هذا المجال؟

نسَمي كل الحلول الممكنة للمسألة "المجال الممكن".



زاوية الحاسوب

5. ارسموا بواسطة الحاسوب الاضطرابات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة، هذا يعني المتباينات التي سجّلتموها في مهمّة 3 كي تحصلوا على المجال المناسب من المهمّة 4. اهتمّوا أن تشمل الرسمة حدود المجال أيضاً.

نغيّر في المهمّة التالية المجال الممكن بمراحل، بحيث يشمل جميع شروط السيد يعقوب من المهمّة 1. إذا لم يتوفّر لديكم حاسوب يمكنكم أن تصوّروا الورقة في نهاية الفعاليّة، والاستمرار بالفعاليّة بمساعدة الورقة المصورة.

6. يضيف السيد يعقوب، في كلّ بند، اضطراب إضافي آخر. غيّروا المجال الممكن، إذا احتجتم ذلك، إلى مجال الاضطراب الإضافي المسجّل في البند، وحسب جميع الاضطرابات السابقة.

أ. 25 كعكة، على الأقلّ، بطعم الشوكولاتة.

(انتبهوا، 25 كعكة بطعم الجبنة، على الأقلّ، معناه 25 كعكة بطعم الجبنة أو أكثر).

إرشاد: ترجموا إلى متباينة، ارسموا المستقيم المناسب، وقرّروا في أيّ طرف للمستقيم تقع النقاط التي تحقّق الشرط.

ب. عدد الكعك بطعم الشوكولاتة لا يتجاوز عدد الكعك بطعم الجبنة.

ت. 70 كعكة على الأقلّ.

ث. وزن الكعك 3.750 كغم على الأقلّ.

7. قرّر السيد يعقوب أن يشتري كعكاً بمبلغ 540 شاقلاً.

أ. عيّنوا، في هيئة المحاور، المستقيم الذي تقع عليه النقاط المناسبة لهذا المعطى.

ب. كم طلبية مختلفة يمكن أن تحقّق جميع الاضطرابات في المهمّة 5 والشرط الذي ورد في المهمّة 6؟

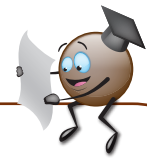
8. أ. يرغب السيد يعقوب في شراء عدد كبير من الكعك، قدر الإمكان، بمبلغ 540 شاقلاً.

ب. كم كعكة اشترى بطعم الجبنة، وكم كعكة اشترى بطعم الشوكولاتة؟

ج. اشرحوا كيف توصلتم للإجابة؟ قارنوا بإجاباتكم في المهمّة 2.

د. اقترحت بائعة المخبز على السيد يعقوب أن يشتري بميزانيته عدداً كبيراً جداً، قدر الإمكان، من الكعك بطعم

الجبنة. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقطة المناسبة لهذا الاقتراح.



تنتهي المسألة التي تناولتموها إلى مجال الرياضيات الذي نسميه "تخطيط خطّي". في حالتنا، هذه المسألة هي تخطيط لشراء نوعين من الكعك. نسمي التخطيط خطّيّاً، لأنّ الاضطرابات ممثّلة بواسطة متباينات خطيّة.



**التخطيط الخطّي** هو مجال في الرياضيات التطبيقية، وقد نتج هذا المجال في الأصل لاحتياجات الجيش الأمريكي في الحرب العالمية الثانية. أنتج هذا المجال جورج دنتسيج (George Dantzig) الذي وُلد في الولايات المتحدة لعائلة فقيرة هاجرت من روسيا.

كان والد جورج رياضياً، وقد سار الابن في درب أبيه. في بداية تحضيره لرسالة الدكتوراة سنة 1939، حدث معه أمر غريب جداً. وصل جورج في أحد الأيام متأخراً للدرس، رأى على اللوح مسألتين، نسخهما في دفتره واعتقد أنّهما وظيفة بيتية. حلّ المسألتين وقدمهما متأخراً، وقد اعتذر أنّ المسائل كانت صعبة في هذه المرّة. بعد مرور ستة أسابيع، دخل مرشده إلى بيته وقال له بحماس: "كتب الآن مقدّمة لأحد مقالات الدكتوراة". "اقرأه كي أرسل المقال للنشر مباشرة". عندئذ اتضح للتلميذ المتأخر أنّ المعلم سجّل على اللوح، في ذلك الدرس، نظريتين في الإحصاء غير مبرهنتين، وقد كان جورج الأوّل الذي نجح في برهانهما.

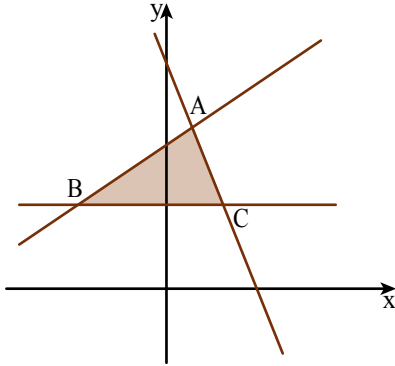


يمكنكم أن تجدوا بواسطة برمجية لرسم رسوم بيانية (مثلاً: جيوجبرا) أنّ حلّ المتباينة الخطيّة هو كلّ النقاط التي تقع في طرف واحد للمستقيم المناسب.

9. أ. ارسموا بواسطة الحاسوب معادلة مستقيم صورته  $ax + by = c$ . اختاروا البارمترات  $a$ ,  $b$  و  $c$  كما ترغبون.  
ب. امسكوا المستقيم، حرّكوه في اتجاه واحد وتمعّنوا في المعادلة. أزيحوا المستقيم بالاتّجاه العكسيّ وتمعّنوا في المعادلة.  
كيف تتغيّر البارمترات  $a$ ,  $b$  و  $c$  نتيجة لإزاحة المستقيم؟



## نحافظ على لياقة رياضية



1. أمامكم الخطوط البيانية للمعادلات التالية:

$$y + 2x = 8 \quad x - y = -5 \quad y = 3$$

أ. لأمّوا كلّ معادلة للخطّ البياني المناسب لها.

ب. جدوا إحداثيات النقاط A, B و C.

ت. اكتبوا هيئة متباينات خطّها البياني المثلث الذي يظهر في الرسم.

2. أمامكم هيئة معادلات:

$$\begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

حلّ سعيد، قاسم، ليلى وصفية هيئة المعادلات التالية، كلّ واحد بطريقة أخرى.

بدأ قاسم بالحلّ كالتالي:

$$\begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x &= 10 + 2y \\ 10 + 2y + y &= 1 \\ 10 + 3y &= 1 \end{aligned}$$

بدأ سعيد بالحلّ كالتالي:

$$\begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$3x = 6$$

بدأت صفية بالحلّ كالتالي:

$$\begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$-3y = 9$$

بدأت ليلى بالحلّ كالتالي:

$$\begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$y = 1 - 2x$$

أ. اشرحوا طريقة حلّ كلّ تلميذ.

ب. اختاروا إحدى طرق الحلّ، وأكملوا حلّ هيئة المعادلات.

ت. حلّوا بـ 4 طرق مختلفة هيئة المعادلات التالية:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ x - 4y = -9 \end{cases}$$


يوجد في جيبي 100 قطعة نقدية معدنية من ثلاث فئات: شافل، نصف شافل وعشر أغورات. يوجد في جيبي 16 شاقلاً. كم قطعة نقدية معدنية من كلّ نوع يوجد في جيبي؟

