



יחידה 21: חישוב הסתברויות

שיעור 1. אירגון תוצאות

	1	
3	1	
	2	1
	3	

לפניכם פריסה של קובייה מיוחדת.
נעמי ועדינה רושמות את האפשרויות לקבלת כל אחד מהמספרים שעל הקובייה.

נעמי רשמה כך: 1, 2, 3

עדינה רשמה כך: 1, 1, 1, 2, 3, 3

איזו צורת רישום נוחה יותר לצורך חישוב ההסתברות לקבלת כל אחד מהמספרים, של **נעמי** או של **עדינה**?

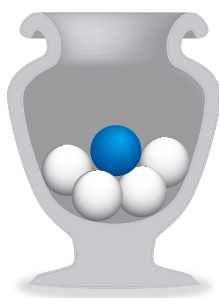
נלמד לרשום את האפשרויות בדרך נוחה לחישוב ההסתברות.

1. נתייחס לקובייה ממשימת הפתיחה.

א. מה ההסתברות שיתקבל המספר 1?

ב. מה ההסתברות שיתקבל המספר 3?

ג. מה ההסתברות שיתקבל מספר שונה מ-1?



2. בכד 4 כדורים לבנים וכדור אחד כחול (כולם באותו גודל).

מוציאים כדור אחד בלי להסתכל.

א. קשמו את התוצאות האפשריות בדרך נוחה לחישוב הסתברויות.

ב. מהי ההסתברות להוציא כדור לבן?

ג. מהי ההסתברות להוציא כדור כחול?

ד. מה ההסתברות להוציא כדור אדום?

ה. מה ההסתברות להוציא כדור כחול או לבן?



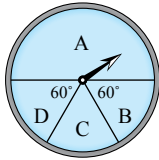
שימו לב, כדי לחשב הסתברות נוח לרשום כל תוצאה כמספר הפעמים שהיא מופיעה.

דוגמה: במשימת הפתיחה, המספר 1 רשום על שלוש פאות, לכן כדאי לארגן את התוצאות בדרך של **נעמי**.

לבן	כחול
4	1

במשימה 2, רושמים: **לבן, לבן, לבן, לבן, כחול**. או בטבלה:

כך נוח לחשב שההסתברות להוציא כדור לבן היא $\frac{4}{5}$



3. מסובבים את מחוג השעון שבשרטוט, עד שהוא נעצר.

א. חשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים.

- המחוג ייעצר בשטח A
- המחוג ייעצר בשטח D
- המחוג ייעצר בשטח B
- המחוג ייעצר בשטח C

ב. מסובבים את המחוג 1,200 פעם.

כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח A?

כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח C? הסבירו.

4. כל התלמידות בקבוצה רשמו על פתקים את האות הראשונה בשמם הפרטי.

התקבלו האותיות הבאות: ע, א, ש, ש, מ, ל, מ, ש, ע, ר, ר, ר, א, ר, מ, מ, א. הניחו את הפתקים בקופסה, והוציאו באקראי פתק אחד.

א. כמה תלמידות בקבוצה?

ב. אָרגנו את הנתונים בדרך יעילה.

ג. מה ההסתברות להוציא פתק שעליו רשומה האות א?

ד. מה ההסתברות להוציא פתק שעליו רשומה האות ע?

ה. לאיזו אות ההסתברות הגבוהה ביותר? מהי?

ו. לאילו אותיות אותה ההסתברות? מהי?

5. בשקית 24 גולות: 8 ירוקות, 6 כחולות, ו-10 צהובות.

מוציאים מתוך השקית גולה אחת, רושמים את הצבע שלה ומחזירים אותה לשקית.

א. התאימו לכל מאורע את ההסתברות שלו, מתוך המספרים שבמסגרת.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4}, 1, \frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{4}$$

- הוצאת גולה צהובה

- הוצאת גולה אדומה

- הוצאת גולה לא כחולה

- הוצאת גולה לא אדומה

ב. כתבו מאורע מתאים לשני מספרים נוספים שבמסגרת.



6. בכד גולות אדומות וגולות ירוקות.

היחס בין מספר הגולות האדומות למספר הגולות הירוקות בכד הוא 2:3

א. בוחרים באקראי גולה מהכד. מה ההסתברות שהיא בצבע:

אדום ירוק אדום או ירוק כחול

ב. האם אפשר לדעת כמה גולות בכד? תנו דוגמאות למספרים מתאימים.

7. א. תלמידים התבקשו לרשום את כל האפשרויות של הרכב בנים ובנות במשפחה בת שני ילדים.

יהודה רשם: שני בנים, שתי בנות, בן ובת.

נפתלי רשם: (בת, בת), (בן, בן), (בן, בת), (בת, בן).

איזה רישום משקף טוב יותר את ההסתברות של המאורעות השונים?

ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- במשפחה רק בנות - הבכור הוא בן והצעירה בת

- הבכור הוא בן - במשפחה יש גם בן וגם בת

ג. לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר: "במשפחה יהיו שני בנים" או "במשפחה יהיו בן ובת"? נמקן.



אוסף משימות



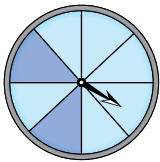
1. מסובבים את המחוג של השעון שבשרטוט.

א. מהי ההסתברות שהמחוג יעצר בשטח הצבוע בכחול?

ב. מהי ההסתברות שהמחוג יעצר בשטח הצבוע בתכלת?

ג. מסובבים את המחוג 800 פעמים.

כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג יעצר בשטח הצבוע בתכלת?



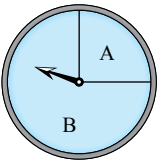
2. בשעון שבשרטוט שטח B גדול פי 3 משטח A. מסובבים את מחוג השעון.

א. מהי ההסתברות שהמחוג יעצר בשטח A?

מהי ההסתברות שהמחוג יעצר בשטח B?

ב. מסובבים את המחוג 100 פעמים. כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג יעצר בשטח A?

ג. המחוג עצר בשטח A 102 פעמים. כמה פעמים בערך, סביר להניח שהמחוג עצר בשטח B?



3. בשעון שבשרטוט שטח B גדול פי 2 משטח A. מסובבים את מחוג השעון.

א. מהי ההסתברות שהמחוג יעצר בשטח A?

מהי ההסתברות שהמחוג יעצר בשטח B?

ב. מסובבים את המחוג 120 פעמים.

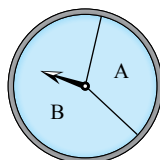
כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג יעצר בשטח A?

ג. המחוג עצר בשטח B 607 פעמים. כמה פעמים בערך, סביר להניח שהמחוג עצר בשטח A?

ד. אם המחוג עוצר בשטח A, מקבלים 10 נקודות.

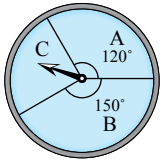
אם המחוג עוצר בשטח B, מפסידים 3 נקודות.

כמה נקודות, בערך, אפשר לצבור בסיבוב המחוג 180 פעם?





4. מסובבים את מחוג השעון שבשרטוט. אם המחוג עוצר בשטח A, מפסידים נקודה. אם המחוג עוצר בשטח B, מקבלים 10 נקודות. אם המחוג עוצר בשטח C, מפסידים 3 נקודות. א. קבעו לכל אחד מהשטחים מהי ההסתברות שייעצר בו המחוג.



- ב. מסובבים את המחוג 300 פעם. כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח B? כמה נקודות צוברים בסוף המשחק?
ג. $\frac{1}{4}$ סובב את המחוג וצבר 740 נקודות. כמה פעמים בערך, סובב $\frac{1}{4}$ את המחוג? הסבירו.



5. היחס בין מספר העובדים הוותיקים למספר העובדים החדשים במפעל הוא 5:1. בוחרים עובד באקראי. מה ההסתברות שהוא עובד ותיק?



6. על מדף בחנות 30 חולצות. היחס בין מספר החולצות הלבנות למספר החולצות הצבעוניות הוא 1:4. א. בוחרים באקראי חולצה. מה ההסתברות שנבחרה חולצה לבנה? מה ההסתברות שנבחרה חולצה צבעונית?
ב. האם התשובה תשתנה אם מספר החולצות בחנות הוא 35? הסבירו.



7. בקופסה קוביות בשני צבעים, אדום ולבן. ההסתברות להוציא מהקופסה באקראי קובייה אדומה היא $\frac{2}{7}$. א. מהי ההסתברות להוציא באקראי קובייה לבנה?
ב. מה היחס בין מספר הקוביות הלבנות למספר הקוביות האדומות בקופסה?
ג. האם אפשר לקבוע כמה קוביות בקופסה? הסבירו.



8. במשפחה שני ילדים. א. העתיקו את הטבלה, והשלימו את כל האפשרויות של הרכב בנים ובנות במשפחה.

בכורה	צעירה
בן	בן

נחלק:

- ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות.
- במשפחה רק בנים - הבכורה בת והצעיר בן
- במשפחה יש גם בן וגם בת - במשפחה רק בנות



9. במשפחה שלושה ילדים. א. רשמו את כל האפשרויות של הרכב בנים ובנות במשפחה.
ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
- במשפחה יש רק בן אחד - במשפחה שלוש בנות
- רק הבכור במשפחה הוא בן - במשפחה יש בת ושני בנים
ג. לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר:
- "במשפחה 2 בנים" או "במשפחה 3 בנים"? נמקו.
- "במשפחה 2 בנים" או "במשפחה בן אחד"? נמקו.

שיעור 2. מחשבים הסתברויות



לכל אדם יש אחד מארבעה סוגי הדם: A, B, AB, O.
 ל- 40% מהאוכלוסייה סוג דם A, ל- 20% סוג דם B, ול- 5% סוג דם AB.
 לאיזה אחוז מהאוכלוסייה סוג דם O?
 בעלי סוג דם A יכולים לקבל תרומת דם מבעלי סוג דם A או מבעלי סוג דם O.
 מה ההסתברות שתורם מקרי יוכל לתרום דם לאדם בעל סוג דם A?

נחשב הסתברות.

צירוף תוצאות

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. ביישוב 10,000 תושבים.

כמה מבין תושבי היישוב בערך, צפוי שיהיו בעלי סוג דם A?

ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- לתורם מסוים סוג דם A
- לתורם מסוים סוג דם B או A
- לתורם מסוים סוג דם O
- לתורם מסוים סוג דם A או O



ההסתברות לקבל תוצאה של מאורע המורכב משני מאורעות זרים (שאינם יכולים להתרחש בו-זמנית), היא **סכום ההסתברויות** של שני המאורעות.

דוגמה: הסתברות שלאדם הזקוק לתרומת דם, יש סוג דם A או סוג דם B, היא $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10}$



2. במכונת הגרלה 30% מהכדורים הם אדומים, 40% צהובים והיתר כחולים.

א. מה אחוז הכדורים הכחולים במכונה?

ב. כמה כדורים מכל צבע יש אם מספר הכדורים במכונה הוא 100?

כמה כדורים מכל צבע יש אם מספר הכדורים במכונה הוא 240?

ג. המכונה מגרילה כדור אחד. מצאו את ההסתברות שיוגרל:

כדור כחול כדור אדום כדור צהוב כדור אדום או צהוב כדור ירוק

3. בכד 8 כדורים בצבע אדום בהיר, 4 כדורים בצבע אדום כהה, 6 כדורים בצבע ירוק בהיר, ו- 6 כדורים בצבע ירוק כהה. מוציאים מן הכד כדור אחד, מבלי להסתכל.

מהי ההסתברות להוציא כדור:

- א. בצבע אדום בהיר?
- ב. בצבע אדום?
- ג. בצבע בהיר?

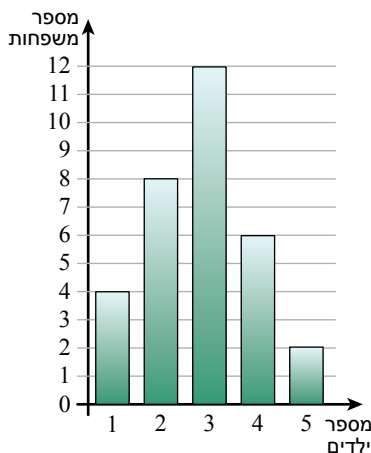


4. חזאי מזג האוויר הודיע: ההסתברות שיירד מחר שלג בירושלים היא $\frac{1}{4}$. מהי ההסתברות שלא יירד שלג?

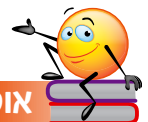


- **סכום ההסתברויות** לקבל את כל המאורעות האפשריים הוא 1.
 במשימה 2, כאשר במכונה כדורים בצבעים אדום וצהוב מתקיים:
 סכום ההסתברות להגריל כדור כחול או כדור אדום או כדור צהוב הוא 1.

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = 1$$
 כי
- **מאורעות משלימים** הם מאורעות זרים, הממציים ביחד את כל המאורעות.
 במשימה 4, המאורעות "יירד שלג" ו"לא יירד שלג" הם מאורעות זרים הממציים את כל האפשרויות, לכן הם מאורעות משלימים.
- סכום ההסתברויות של מאורעות **משלימים** הוא 1.
 סכום ההסתברות שיירד שלג וההסתברות שלא יירד שלג שווה ל-1.
 סכום ההסתברות להגריל כדור כחול וההסתברות להגריל כדור לא כחול שווה ל-1.



5. דיאגרמת העמודות מתארת את מספרי הילדים במשפחות ביישוב.
- השלימו טבלת שכיחויות מתאימה.
 - כמה משפחות ביישוב?
 - בוחרים באקראי משפחה ביישוב.
- מה ההסתברות שלמשפחה שנבחרה יהיו **לפחות** שלושה ילדים?
 - מה ההסתברות שלמשפחה שנבחרה יהיו **לכל היותר** שני ילדים?
 ד. האם המאורעות בסעיף ג משלימים זה את זה? הסבירו.
 ה. הציעו דוגמה נוספת של מאורעות משלימים.



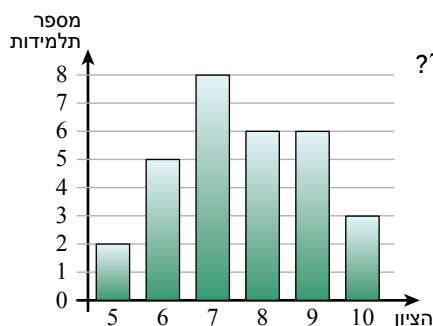
אוסף משימות



1. בהגרלה, ההסתברות לזכות בספר היא 65%, וההסתברות לזכות במשחק היא 15%.
- מה ההסתברות לא לזכות כלל?
 - האם המאורעות "זכה במשחק" ו"זכה בספר" הם מאורעות משלימים?



2. דיאגרמת העמודות מתארת את הציונים במבחן במדעים בכיתה ח.



א. כמה תלמידות בכיתה?

ב. בוחרים באקראי נבחנת. מה ההסתברות שהציון שלה גבוה מ-7?

ג. קבעו לאיזה מאורע הסתברות גבוהה יותר, הסבירו.

- הציון במבחן גבוה מ-8.

- הציון במבחן נמוך מ-7.



3. חברת משקאות ערכה סקר העדפה של 4 סוגי משקאות.

תוצאות הסקר מוצגות בדיאגרמת העוגה.

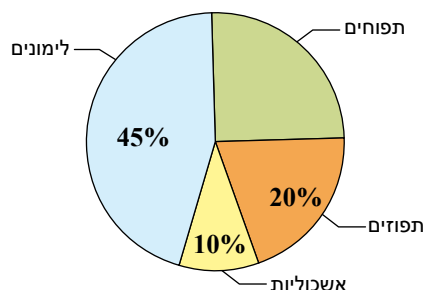
א. איזה אחוז מהנשאלים מעדיפים משקה תפוחים?

ב. בוחרים באקראי אחד מהנשאלים.

מה ההסתברות שהוא מעדיף משקה תפוזים?

מה ההסתברות שהוא אינו מעדיף משקה אשכוליות?

מה ההסתברות שהוא מעדיף משקה תפוזים או משקה אשכוליות?



4. במפעל בִּדְקוּ 100 קופסאות נעצים, ורשמו את מספר הנעצים הפגומים בכל קופסה.

מספר נעצים פגומים בקופסה	0	1	2	3
מספר קופסאות	40	30	25	5

התוצאות מוצגות בטבלת השכיחויות.

א. בכמה קופסאות יש **לפחות**

2 נעצים פגומים בקופסה?

ב. בוחרים קופסה באקראי. מה ההסתברות שיהיו בה **לפחות** 2 נעצים פגומים?

ג. בכמה קופסאות יש **לכל היותר** נעץ פגום אחד?

ד. בוחרים קופסה באקראי. מה ההסתברות שיהיה בה **לכל היותר** נעץ אחד פגום?



5. בטבלה נתונים הציונים במבחן המיון באנגלית.

א. כמה מבחנים נאספו?

ב. בוחרים מבחן באקראי. מה ההסתברות:

שהציון גבוה מ-8? שהציון לפחות 8? שהציון נמוך מ-8?

ג. אילו שני מאורעות מסעיף ב הם מאורעות משלימים?

ד. מצאו מאורע שההסתברות שלו 0.14 ומאורע משלים לו.

ה. מה ההסתברות לבחור באקראי מבחן שציונו שווה לציון הממוצע של כל המבחנים?

הציון	6	7	8	9	10
מספר מבחנים	65	65	200	100	70



פ	א	פ	א
פ	א	א	א
א	א	א	א
א	פ	א	פ

6. על כל קנייה ביריד פורים מקבלים כרטיס גירוד (ראו דוגמה).
 הכרטיס מכוסה בציפוי, והקונים רשאים לגרד רק משבצת אחת.
 אם במשבצת הגלויה כתוב פ - זוכים בפיצה.
 אם במשבצת הגלויה כתוב א - אין זכייה.
 א. מה ההסתברות לזכות בפיצה חינם?
 ב. מה ההסתברות לא לזכות בפיצה?
 ג. האם המאורע "לזכות בפיצה" והמאורע "לא לזכות בפיצה" הם מאורעות משלימים?



פ	א	א	א
א	א	פ	א
א	א	פ	א

7. על כל קנייה ביריד פורים מקבלים כרטיס גירוד (ראו דוגמה).
 הכרטיס מכוסה בציפוי, והקונים רשאים לגרד רק משבצת אחת.
 אם במשבצת הגלויה כתוב פ - זוכים בפיצה.
 אם במשבצת הגלויה כתוב א - אין זכייה.
 א. מה ההסתברות לזכות בפיצה חינם?
 ב. רשמו מאורע משלים למאורע "לזכות בפיצה". מה ההסתברות של המאורע שרשמתם?
 ג. הסיכוי כרטיס גירוד של פיצרייה בגודל 5×4 משבצות, שבו ההסתברות לזכות בפיצה היא $\frac{1}{5}$.
 באיזה משני הכרטיסים (הכרטיס הנתון והכרטיס שהכנתם) ההסתברות לזכות בפיצה גבוהה יותר? הסבירו.



א	מ	א	פ	א
א	א	א	א	א
פ	א	מ	א	א
א	א	א	פ	א

8. על כל קנייה ביריד פורים מקבלים כרטיס גירוד (ראו דוגמה).
 הכרטיס מכוסה בציפוי, והקונים רשאים לגרד רק משבצת אחת.
 אם במשבצת הגלויה כתוב פ, זוכים בפיצה.
 אם במשבצת הגלויה כתוב מ, זוכים במיץ.
 אם במשבצת הגלויה כתוב א, אין זכייה.
 א. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
 - זכייה בפיצה - זכייה בכוס מיץ או בפיצה
 - זכייה בכוס מיץ - אין זכייה
 ב. מצאו בסעיף א שני מאורעות משלימים.
 ג. רשמו שלושה מאורעות שסכום ההסתברויות שלהם הוא 1.

שיעור 3. מלוח הפעולה אל ההסתברות



שלמה ומאיר משחקים במשחק "זוג או פרט".
שניהם מראים בבת-אחת מספר אצבעות ביד ימין.

שלמה מנצח - אם סכום האצבעות ששניהם מראים הוא מספר זוגי.

מאיר מנצח - אם סכום האצבעות הוא מספר אי-זוגי.

מי מנצח בתמונת האצבעות?
האם המשחק נראה לכם הוגן?
אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?

מחשבים הסתברויות מלוחות פעולה.

1. כדי לקבוע מי מנצח במשחק שבמשימת הפתיחה הוחלט לרשום את התוצאות בלוח החיבור.

א. העתיקו את לוח החיבור ורשמו בו את כל האפשרויות לקבלת סכום אצבעות.

מספר אצבעות שמראה מאיר

מספר אצבעות שמראה שלמה

+	1	2	3	4	5
1					
2				6	
3		5			
4					
5					

ב. כמה תוצאות בלוח החיבור?

כמה מהן מספרים זוגיים?

כמה מהן מספרים אי-זוגיים?

ג. מהי ההסתברות לניצחון של **שלמה**?

מהי ההסתברות לניצחון של **מאיר**?



2. **שפרה** אמרה: בלוח הפעולה שבמשימה 1 רשמנו 25 תוצאות, לכן ברור שהמשחק אינו הוגן.

א. האם **שפרה** צודקת? הסבירו.

ב. הציעו שינוי כך שהמשחק יהיה הוגן. בדקו בעזרת לוח פעולה.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

3. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, ומחברים את המספרים המתקבלים.

עדינה מנצחת - אם סכום המספרים שמראות שתי הקוביות הוא מספר זוגי.

רותי מנצחת - אם סכום המספרים שמראות שתי הקוביות הוא מספר אי-זוגי.

א. האם המשחק הוגן?

אם כן, הסבירו.

אם לא, למי סיכוי טוב יותר לנצח?

+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						

ב. **יהודית** הציעה לסדר את התוצאות בדרך אחרת (ראו לוח פעולה).

במה שונה הסידור של **יהודית** מהסידור הקודם?

היכן מופיעים בלוח הסכומים הזוגיים?

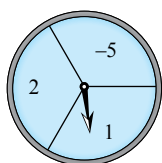
האם יש יתרון לסידור של **יהודית**? הסבירו.



+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						

לפעמים, משינוי הסדר בלוח פעולה, מתקבל לוח שממנו קל לקרוא את ההסתברות של מאורעות מסוימים.

מל/3: במשימה 3 ההצעה של **יהודית** מאפשרת לקבל חלוקה של לוח הפעולה ל- 4 שטחים שווים. בשניים מהם המספרים זוגיים ובשניים אי-זוגיים.



4. השעון שבשרטוט מחולק לחלקים שווים.

מסובבים פעמיים את המחוג,

וכופלים את שני המספרים שבתחומם המחוג נעצר.

·	2	-5	1
2			
-5			
1			

א. העתיקו את הלוח והשלימו.

כמה מכפלות חיוביות וכמה מכפלות שליליות התקבלו?

ב. חשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- תתקבל מכפלה חיובית - תתקבל מכפלה הגדולה מ- 25

- תתקבל מכפלה שלילית - תתקבל מכפלה קטנה מ- 20

- תתקבל מכפלה שווה ל- 1

ג. **נעמי** סידרה את לוח הפעולה כך:

לאילו מאורעות מסעיף ב, קל למצוא את ההסתברות בעזרת הלוח של **נעמי**? הסבירו.

·	1	2	-5
1			
2			
-5			

ד. **רינה** רוצה למצוא את ההסתברות לקבלת מספר זוגי.

סדרו את לוח הפעולה כך שיהיה לה קל.



שעון II

·				
ה				
ה				
ה				
ש				

שעון I

5. מסובבים מחוגים של שני שעונים. כל שעון מחולק לארבעה חלקים שווים.

על שעון I רשומים 3 מספרים חיוביים ומספר אחד שלילי.

על שעון II רשומים 2 מספרים חיוביים ו- 2 מספרים שליליים.

שולי מנצחת - אם מכפלת המספרים שמורים המחוגים היא חיובית.

חני מנצחת - אם מכפלת המספרים שמורים המחוגים היא שלילית.

א. האם המשחק הוגן? נמקו.

ב. העתיקו את לוח הפעולה והשלימו.

צבעו את כל המשבצות שבהן רשומה תוצאה חיובית.

העבירו קווי חלוקה בלוח.

קבעו מה ההסתברות של **שולי** לנצח, ומה ההסתברות של **חני** לנצח.



+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

1. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, ומחברים את המספרים שהן מראות.
 - א. העתיקו את לוח החיבור והשלימו. כמה תוצאות בלוח?
 - ב. מהי ההסתברות לקבל 7?
 - מהי ההסתברות לקבל 8?
 - ג. צבעו את לוח התוצאות כך שיהיה קל לזהות מאורעות שההסתברות שלהן שווה. מצאו תוצאה, שההסתברות לקבל אותה שווה להסתברות לקבל 8.
 - ד. **מירי** מנצחת אם הסכום גדול מ- 7, **ציפי** מנצחת אם הסכום הוא לכל היותר 6. האם המשחק הוגן? נמקו.



2. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, ורושמים את מכפלת המספרים שהן מראות.
 - א. הכינו לוח מתאים לרישום כל התוצאות האפשריות ומלאו אותו.
 - ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
 - המכפלה שווה ל- 6
 - המכפלה גדולה מ- 36
 - המכפלה שווה ל- 10
 - המכפלה היא מספר חיובי



3. מטילים שתי קוביות משחק רגילות ורושמים את המספר הגדול מבין השניים. אם שתי הקוביות מראות אותו מספר, רושמים אותו.
 - א. הכינו לוח מתאים לרישום כל התוצאות האפשריות ומלאו אותו.
 - ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
 - יתקבל מספר זוגי
 - יתקבל מספר גדול מ- 3
 - יתקבל מספר אי-זוגי
 - יתקבל מספר קטן מ- 5



4. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, האחת לבנה והאחרת שחורה. מחסרים מהמספר שעל הקובייה השחורה את המספר שעל הקובייה הלבנה.
 - א. הכינו לוח פעולה לרישום כל התוצאות האפשריות ומלאו אותו.
 - ב. חשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים וציינו אם הוא אפשרי, בלתי-אפשרי או ודאי.
 - לקבל הפרש חיובי
 - לקבל הפרש קטן מ- 4
 - לקבל הפרש שלילי
 - לקבל הפרש גדול מ- 2
 - לקבל הפרש 7
 - לקבל הפרש קטן מ- 10
 - לקבל הפרש זוגי
 - לקבל הפרש שווה ל- 0
 - לקבל הפרש שאינו 3
 - ג. רשמו דוגמה לשני מאורעות שההסתברות שלהם שווה.
 - ד. צבעו את לוח התוצאות כך שיהיה קל לזהות מאורעות שההסתברות שלהם שווה.



5. מסובבים את המחוגים של שני שעונים כמו בשרטוט,

ומחשבים את סכום המספרים שהם מראים.

א. העתיקו והשלימו את לוח החיבור.

ב. מהי ההסתברות לקבל את הסכום 5?

ג. מהי ההסתברות לקבל את הסכום 10?

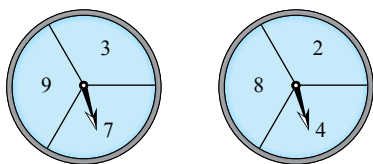
ד. מהי ההסתברות לקבל סכום שהוא מספר זוגי?

ה. מהי ההסתברות לקבל סכום שהוא מספר אי-זוגי?

ו. מהי ההסתברות לקבל סכום קטן מ-10?

ז. לאיזה סכום מספרים הסתברות $\frac{1}{3}$?

ח. קשמו מאורע שההסתברות שלו היא 1.



+	3	7	9
2			
4			
8			



6. מסובבים את המחוגים של שני שעונים כמו בשרטוט,

ומחשבים את הסכום ואת המכפלה של המספרים שהם מראים.

א. העתיקו את לוח החיבור ואת לוח הכפל, והשלימו.

ב. קשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים.

- סכום המספרים זוגי - סכום המספרים 5

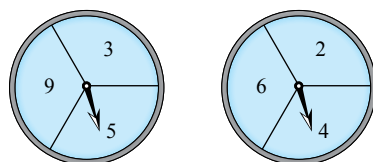
- סכום המספרים אי-זוגי - מכפלת המספרים 5

- מכפלת המספרים זוגית - סכום המספרים מתחלק ב-3

- מכפלת המספרים אי-זוגית - מכפלת המספרים מתחלקת ב-3

ג. מצאו מאורע של סכום שההסתברות לקבל אותו היא $\frac{2}{9}$

מצאו מאורע של מכפלה שההסתברות לקבל אותו היא $\frac{2}{9}$



·	3	5	9
2			
4			
6			

+	3	5	9
2			
4			
6			



7. מסובבים את המחוגים של שני שעונים כמו בשרטוט,

ומחשבים את מכפלת המספרים שהם מראים.

א. יעל מנצחת - אם מכפלת שני המספרים שמורים המחוגים

היא חיובית, בתיה מנצחת - אם המכפלה שלילית.

האם המשחק נראה לכם הוגן?

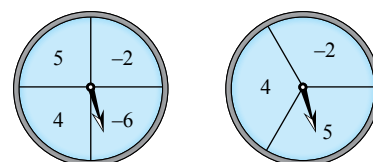
ב. העתיקו את לוח הכפל והשלימו.

קשבו את ההסתברות שיעל תנצח, ואת ההסתברות שבתיה תנצח.

ג. משנים את כללי המשחק כך: יעל תנצח אם הסכום זוגי, בתיה תנצח אם הסכום אי-זוגי.

מה ההסתברות של כל אחת מהן לנצח?

שנו מספר אחד על השעון המחולק לארבעה חלקים, כך שהמשחק יהיה הוגן.



·	-6	-2	4	5
-2				
4				
5				

שיעור 4. ההסתברות בשירות המשחק

שלוש תלמידות משחקות באטבים.

לכל אחת לוח משחק (כמו בשרטוט) ו-12 אטבים.

כל משתתפת מניחה את האטבים בעמודות של לוח המשחק כרצונה.

בכל תור, מטילים קובייה רגילה וכל אחת מסירה אטב אחד הנמצא בעמודה של המספר שמתקבל (אם יש).

המשחק מסתיים כאשר על אחד הלוחות לא נשארים אטבים.

שערו: כיצד כדאי לפזר את האטבים על הלוח כדי להגדיל את הסיכוי לנצח? נמקו.

נשתמש בידע שלמדנו בהסתברות כדי לתכנן.

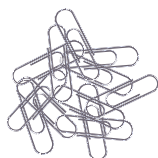
1. נתייחס למשחק שבמשימת הפתיחה.

יפי לא הניחה אף אטב בעמודות של 6 ושל 1, ובכל אחת מהעמודות האחרות הניחה 3 אטבים.

עדינה הניחה 2 אטבים בכל עמודה.

שולמית הניחה את כל האטבים בעמודה של המספר 6.

מה דעתכם על ההצעות של **יפי**, של **עדינה** ושל **שולמית**? הסבירו.



2. **אטבים על סכומים** (משחק לשתיים או לשלוש משתתפות)
המשחק מכיל:

• 18 אטבים קטנים לכל משתתפת

• שתי קוביות משחק רגילות

• לוח משחק לכל משתתפת/ת

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

מטרת המשחק: להסיר ראשונה את כל האטבים מהלוח.

הוראות המשחק

כל משתתפת מניחה את כל 18 האטבים על העמודות בלוח כרצונה.

(בכל עמודה מותר להניח אטב בודד, להניח מספר אטבים ביחד או לא להניח אטבים כלל).

בכל תור מטילים את שתי הקוביות ומחשבים את הסכום.

מסירים אטב אחד הנמצא בעמודה של הסכום שהתקבל (אם יש).

המשחק מסתיים: כאשר הוסרו כל האטבים מאחד הלוחות.

מנצחת: המשתתפת שכל האטבים שלה הוסרו.



3. נתייחס למשחק במשימה 2.

א. תארו את השיקולים שלכם בפיזור האטבים על פני הלוח בתחילת המשחק.

ב. העתיקו והשלימו את לוח החיבור.

האם אפשר ללמוד מלוח החיבור כמה אטבים כדאי להניח בכל עמודה?

ג. חשבו את ההסתברות לקבלת כל אחד מהסכומים המתקבלים בהטלת שתי קוביות (בין 2 ל-12).

ד. תארו את האופן שבו הייתם מפזרים את האטבים בין הסכומים מ-2 עד 12, במשחק דמיוני שבו כל שחקן מקבל דסקיות.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						



- אי-אפשר לנבא תוצאות של מהלך אחד או של מספר קטן של מהלכים.
- באמצעות ניתוח של משחק אפשר לנבא בסבירות גבוהה תוצאות של מהלכים רבים.

עוד על לוח פעולה

4. משחקים בשתי קוביות משחק מיוחדות.

על פאות קובייה א' רשומים 3 מספרים חיוביים ו-3 מספרים שליליים.

על הפאות קובייה ב' רשומים 2 מספרים חיוביים ו-4 מספרים שליליים.

שושי מנצחת - אם מכפלת המספרים שעל הקוביות היא חיובית.

שולי מנצחת - אם מכפלת המספרים שעל הקוביות היא שלילית.

א. האם המשחק הוגן? נמקו.

ב. בנו לוח פעולה מתאים עבור התוצאות, וקבעו מה ההסתברות **שושי** תנצח, ומה ההסתברות **ששולי** תנצח.

קובייה ב							
קובייה א	חיובי	שלילי					
	שלילי	חיובי					

5. **אסתי** התייחסה לנתונים במשימה 4.

אסתי אמרה: בניתי לוח פעולה כמו בשרטוט. אם נצבע שטחים שבהם המכפלה

חיובית קל יהיה לקבוע אם המשחק הוגן.

האם **אסתי** צודקת? הסבירו.



אפשר לחשב הסתברויות גם אם התוצאות האפשריות אינן נתונות במפורש.

במקרים מסוימים, אפשר להשתמש ב**דיאגרמת שטח**.

בדיאגרמה כזאת כל סוג של תוצאה מופיע לפי החלק היחסי שלו בקבוצת הנתונים.

מלכה: הלוח של **אסתי** במשימה 5 הוא **דיאגרמת שטח**.



מסובבים את המחוג פעמיים.

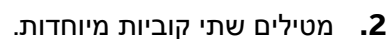
א. העתיקו את לוח החיסור והשלימו. צבעו בלוח את האלכסון שבו יש אפסים.

ב. משחקים בהפרשים. לכל משתתפת 50 אטבים.

העתיקו את הטבלה ורשמו כמה אטבים כדאי להניח בעמודה של כל הפרש.

אם מקפלים את לוח ההפרשים לאורך אלכסון האפסים, אילו הפרשים יפלו זה על זה?

ד. מצאו בטבלה בסעיף ב סימטרייה דומה לזו שמצאתם בלוח.



א. העתיקו לוח פעולה והשלימו:

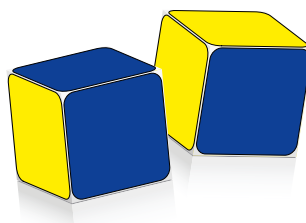
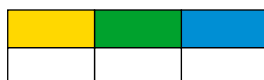
אם מתקבל צבע צהוב בשתי הקוביות, צבעו בצהוב.

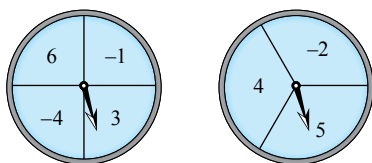
אם בכל קובייה מתקבל צבע שונה, צבעו בירוק.

ב. משחקים באטבים על צבע. לכל משתתפת 12 אטבים.

בשרטוט דוגמה של טבלה לרישום התוצאות.

שרטטו טבלה והשלימו את מספר האטבים שכדאי להניח בכל עמודה.





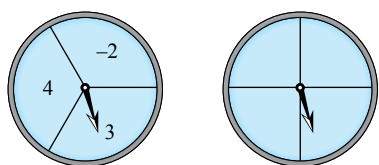
שעון II

שעון I	•	שלילי	חיובי
	שלילי		
חיובי			

3. בשרטוט שני שעונים. כל שעון מחולק לחלקים שווים.
טלי ורינה מסובבות את המחוגים של שני השעונים, ומכפילות את שני המספרים שהם מראים.
טלי מנצחת - אם המכפלה חיובית.
רינה מנצחת - אם המכפלה שלילית.
א. האם המשחק נראה לכם הוגן?
ב. העתיקו את הלוח וצבעו את השטחים המתאימים לניצחון של **טלי**.
ג. חשבו את ההסתברות ש**טלי** תנצח.
חשבו את ההסתברות ש**רינה** תנצח.



4. **גילה ונעמי** מסובבות מחוגים של שני שעונים.
כל שעון מחולק לעשרה חלקים שווים.
בכל חלק רשום מספר אחד.
על שעון **א** - 5 מספרים חיוביים ו- 5 מספרים שליליים.
על שעון **ב** - 3 מספרים חיוביים ו- 7 מספרים שליליים.
מסובבים את שני המחוגים ומחשבים את מכפלת שני המספרים שמראים המחוגים.
גילה מנצחת - אם מכפלת שני המספרים היא חיובית.
נעמי מנצחת - אם מכפלת שני המספרים היא שלילית.
א. בְּנו לוח פעולה מחולק למכפלה חיובית ולמכפלה שלילית. סמנו את השטח המציין ניצחון של **גילה**.
ב. חשבו את ההסתברות ש**גילה** תנצח, ואת ההסתברות ש**נעמי** תנצח.



5. שני השעונים המשורטטים מחולקים לחלקים שווים.
יעל וציפי מסובבות את המחוגים של שני השעונים, ומחשבות את מכפלת שני המספרים שמורים המחוגים.
יעל מנצחת - אם המכפלה חיובית.
ציפי מנצחת - אם מכפלה שלילית.

- א. העתיקו את השעון הריק והשלימו מספרים, כך שההסתברות ש**יעל** תנצח תהיה גדולה יותר.
ב. העתיקו את השעון הריק והשלימו מספרים, כך שההסתברות ש**ציפי** תנצח תהיה גדולה יותר.
ג. העתיקו את השעון הריק והשלימו מספרים, כך שהמשחק יהיה הוגן.
ד. לאיזה מהסעיפים הקודמים מתאים הלוח שבשרטוט?

	חיובי	שלילי
חיובי		
שלילי		



שומרים על כושר

ביטויים אלגבריים זהים

1. בכל סעיף רק ביטוי אלגברי אחד אינו זהה לאחרים. מי הוא?

א.	$-2x$	$x - 2$	$x \cdot (-2)$	$-1 \cdot 2x$
ב.	$5 + x$	$5 \cdot x$	$5x$	$x \cdot 5$
ג.	$-7x$	$-7 \cdot x$	$x - 7$	$x \cdot (-7)$
ד.	$5x \cdot x$	$6x$	$5x^2$	$x \cdot 5x$
ה.	$x + 1$	$x \cdot 1$	x	$1 \cdot x$

2. בכל סעיף רק ביטוי אלגברי אחד אינו זהה לאחרים. מי הוא?

א.	$x \cdot (-2x)$	$x - 2x$	$-2x^2$	$-x^2 \cdot 2$
ב.	$6x^2$	$2x \cdot 3x$	$6(2x)$	$2 \cdot 3x^2$
ג.	$8(a \cdot b)$	$8a \cdot 8b$	$2a \cdot 4b$	$4 \cdot 2ab$
ד.	$2x^2$	$x \cdot 2x$	$x^2 + x^2$	$x^2 \cdot x^2$
ה.	$2x$	$\frac{6x}{3}$	$5x \cdot \frac{2}{5}$	$\frac{2x}{x^2}$
ו.	$-x^2$	$x \cdot (-x)$	$(-x)^2$	$\frac{x^2}{-1}$

3. עדינה התבקשה לרשום לכל ביטוי שבמסגרת ארבעה ביטויים זהים.

בדקו את עבודתה. נסו להסביר את שגיאותיה.

א.	$6a$	$2 + 4a$	$2a + 4a$	$a \cdot 6$	$2 \cdot 3a$
ב.	$5 \cdot (4 \cdot a)$	$20a$	$5 \cdot 4a$	$5 \cdot 4 + 5 \cdot a$	$20 + 5a$
ג.	$6a \cdot a$	$6 \cdot a \cdot a$	$7a$	$6a + a^2$	$6a^2$
ד.	$2 - 8a$	$-8a + 2$	$2(1 - 4a)$	$-6a$	$-8(a - 0.25)$