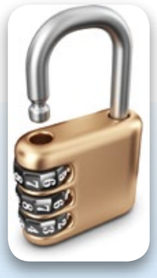
יחידה 25: מספרים אי-רציונאליים ושורש ריבועי

שיעור 1. קבוצות של מספרים



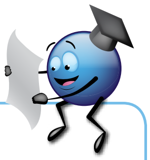
לפניכם משוואות ואי-שוויונות.

א. $x + 7 = 4$ ג. $4x > 8$ ה. $3x - 4 = 10$

ב. $x - 3 = 2$ ד. $2x - 5 = 0$ ו. $3x > 0$

בכל סעיף, פִּתרו ורִשמו אם הפתרונות הם מספרים שלמים חיוביים, מספרים שלמים שאינם חיוביים, או יש גם מספרים שאינם שלמים.

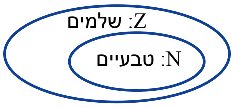
נכיר שמות של קבוצות מספרים.

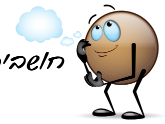


נוהגים לסמן את קבוצת **המספרים הטבעיים** באות N: $N = \{1, 2, 3, 4,...\}$

נוהגים לסמן קבוצת **המספרים השלמים** באות Z: $Z = \{...,-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,...\}$

קבוצת המספרים השלמים מכילה את קבוצת המספרים הטבעיים.





חושבים על...

1. א. הַעתיקו את התרשים שבמסגרת, ורִשמו כל מספר במקום המתאים בתרשים.
רִשמו בצד את המספרים שאין להם מקום בתרשים.

0 -5 $\frac{15}{3}$ $-\frac{14}{2}$ $-\frac{14}{3}$ 1.2 $\frac{1}{-2}$

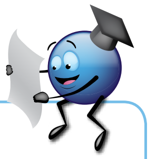
$\frac{-2}{1}$ $\frac{2}{1}$ 1000 -100 $\frac{100}{6}$ $\frac{100}{5}$ $2\frac{1}{4}$

ב. רִשמו שלושה מספרים נוספים שאין להם מקום בתרשים.

2. רִשמו כל מספר כמנה של שני מספרים שלמים.

לדוגמה: $5 = \frac{5}{1}$ $-2.3 = \frac{-23}{10}$ $-2.33 = \frac{-233}{100}$ $-2.333 = -\frac{2333}{1000}$ $3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$

$1\frac{2}{3}$ $3\frac{7}{20}$ 7 -1.5 0.25 -0.55 $-7\frac{3}{7}$ 0 -50 1.33

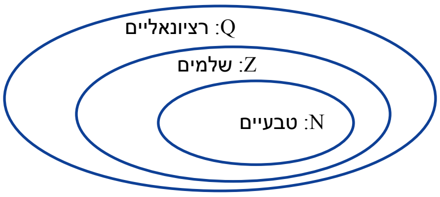


מספר שאפשר לרשום אותו כמנה של שני מספרים שלמים בצורה $\frac{k}{m}$ כאשר k ו- m מספרים שלמים, $m \neq 0$ נקרא **מספר רציונאלי**.

נוהגים לסמן את קבוצת **המספרים הרציונאליים** באות Q.

3. א. הַסבירו את הטענה: כל מספר שלם הוא מספר רציונאלי.

ב. הַעתיקו את התרשים, ושַבצו בתוכו את המספרים הנתונים במשימה 2.



מספר רציונאליים

משמעות המילה רציונלי בשפה המדוברת היא הגיוני, מבוסס על חשיבה לוגית, עקבי ומסודר. יחד עם זאת, השימוש בתואר זה בהקשר למספרים - כלומר, בכינוי מספרים רציונליים, אינו קשור להיותם ״הגיוניים״, אלא להגדרתם כמספרים הניתנים לכתיבה כיחס בין שני מספרים שלמים. למילה ratio בלטינית ובאנגלית גם משמעות של יחס בין שני מספרים או בין שני גדלים הנמדדים באותן יחידות.

4. הַעתיקו והַשלימו סימן =, < או >

א. $\frac{5}{7}$ ◯ $\frac{3}{7}$

ב. $\frac{2}{7}$ ◯ $\frac{3}{8}$

ג. $\frac{1}{2}$ ◯ $\frac{1}{4}$

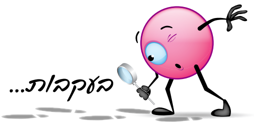
ד. $\frac{1}{3}$ ◯ $\frac{2}{5}$

ה. $\frac{1}{3}$ ◯ $\frac{1}{2}$

ו. $\frac{1}{3}$ ◯ $\frac{4}{12}$

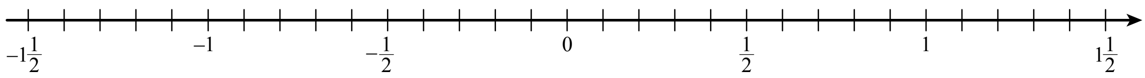
ז. $\frac{15}{7}$ ◯ $2\frac{1}{7}$

ח. $\frac{3}{8}$ ◯ $\frac{3}{7}$



5. א. הַעתיקו את ציר המספרים, וסַמנו עליו כל מספר במקום המתאים.

$-1\frac{1}{2}$ $\quad 1.5 \quad$ $\frac{2}{5}$ $\quad -1.2 \quad$ $\frac{-7}{10}$



ב. על הציר שסרטטתם, סַמנו בקירוב גם את מקומם של המספרים הבאים:

$-1.3 \quad 1.25 \quad -1\frac{2}{3} \quad \frac{1}{3}$

ג. שַרטטו ציר מספרים, וחַלקו אותו כך שיהיה נוח לסמן את מקומו של המספר $\frac{5}{7}$

ד. הַסבירו מדוע לכל מספר רציונאלי יש מקום על ציר המספרים.

6. הַעתיקו והַשלימו מספר מתאים.

א. $\frac{1}{4} < \square < \frac{1}{3}$ ב. $\frac{20}{17} < \square < \frac{21}{17}$ ג. $\frac{1}{23} < \square < \frac{2}{23}$

אוסף משימות

1. רִשמו כל מספר כמנה של שני מספרים שלמים.

0.37 4.25 $-1\frac{4}{7}$ -5.125 $2\frac{21}{23}$

7.7 7.77 $7{,}777$ $2\frac{7}{13}$ -0.325

2. א. תְּנו דוגמה למספר טבעי. האם הוא מספר שלם?

ב. תְּנו דוגמה למספר שלם שאינו טבעי.

ג. תְּנו דוגמה למספר רציונאלי שלילי שהוא מספר שלם.

ד. תְּנו דוגמה למספר רציונאלי שאינו שלם.

3. א. הַעתיקו את הטבלה, ורִשמו כל מספר בכל מקום המתאים לו בטבלה. (רְאו דוגמה.)

-1 0 2.7 -4.5 $\frac{-10}{-2}$ 1 $1\frac{7}{8}$ 0.007 $6\frac{19}{20}$ $\frac{72}{12}$ $\frac{72}{-12}$

	טבעי	שלם	רציונאלי
חיובי			
שלילי		**−1**	**−1**

ב. האם יש משבצת שבה לא רשמתם מספר? הַסבירו.

4. הַעתיקו את הטבלה, ורִשמו מספר בכל משבצת. אם אין מספר מתאים, הַסבירו.

	טבעי	שלם	רציונאלי
חיובי			
שלילי			

5. בכל סעיף, סַדרו את המספרים לפי סדר גודל.

דוגמה: $\frac{1}{15} < \frac{1}{14} < \frac{1}{3} < \frac{2}{3} < \frac{4}{3}$

א. $\frac{2}{7}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{2}{9}$

ב. $\frac{10}{5}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{5}{6}$

6. בכל סעיף, הַעתיקו והַשלימו מספרים מתאימים.

א. $\frac{30}{70} < \square < \square < \square < \square < \frac{20}{70}$

ב. $\frac{3}{7} < \square < \square < \square < \square < \frac{2}{7}$

7. נתונים המספרים $\frac{3}{7}$ ו- $\frac{4}{7}$

א. כמה שברים בעלי מכנה 70 יש בין המספרים האלה?

ב. כמה שברים בעלי מכנה 700 יש בין המספרים האלה?

ג. כמה שברים בעלי מכנה 7000 יש בין המספרים האלה?

ד. כמה שברים יש בין המספרים האלה?

8. א. רִשמו **מספר רציונאלי** הנמצא בין $\frac{1}{2}$ ל- $\frac{2}{3}$

כמה מספרים רציונאליים יש בין $\frac{1}{2}$ ל- $\frac{2}{3}$? הַסבירו.

ב. רִשמו **מספר רציונאלי** הנמצא בין $\frac{1}{100}$ ל- $\frac{2}{100}$

כמה מספרים רציונאליים יש בין $\frac{1}{100}$ ל- $\frac{2}{100}$? הַסבירו.

9. בכל סעיף, קִבעו אם הטענה נכונה. אם כן, הַסבירו. אם לא, רִשמו דוגמה נגדית.

א. בין כל שני מספרים טבעיים, יש מספר טבעי.

ב. בין כל שני מספרים שלמים, יש מספר שלם.

ג. בין כל שני מספרים רציונאליים, יש מספר רציונאלי.

10. הכניסה למבוך היא דרך משבצת בשורה העליונה והיציאה דרך משבצת בשורה התחתונה.

הַניחו נייר שקוף, ועִברו רק דרך משבצות שבהן כתוב שוויון נכון.

$\frac{2}{5} = 0.25$	$\frac{1}{4} = 0.25$	$0.2 = \frac{1}{2}$	$0.5 = \frac{1}{5}$
$\frac{1}{4} = 0.4$	$0.8 = \frac{4}{5}$	$0.2 = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4} = 0.25$
$0.3 = \frac{3}{5}$	$\frac{2}{5} = 0.2$	$0.8 = \frac{1}{8}$	$0.4 = \frac{2}{5}$
$0.25 = \frac{1}{25}$	$0.25 = \frac{1}{4}$	$0.5 = \frac{1}{2}$	$0.6 = \frac{3}{5}$
$0.75 = \frac{1}{75}$	$\frac{3}{4} = 0.75$	$0.6 = \frac{1}{5}$	$\frac{2}{5} = 0.2$

שיעור 2. מספרים רציונאליים בשמם העשרוני

האם לכל מספר רציונאלי יש שם עשרוני?

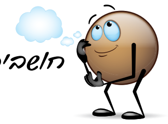
אם כן, מה השם העשרוני של $\frac{757}{77}$?

נכיר שמות עשרוניים של מספרים רציונאליים.

1. רַשמו את השם העשרוני של המספרים הבאים.

דוגמה: $\frac{7}{125} = \frac{56}{1000} = 0.056$

$\frac{7}{100}$ $\frac{9}{50}$ $\frac{19}{200}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{7}{8}$



חושבים על...

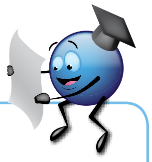
2. א. רִשמו שבר שאי-אפשר למצוא את שמו העשרוני על-ידי הרחבה (כלומר, אי-אפשר לכפול מונה ומכנה באותו מספר, כך שהמספר במכנה יהיה כפולה של 10).

ב. היעזרו במחשבון ומִצאו את השם העשרוני של המספרים הרציונאליים הבאים.

$1\frac{1}{3}$ $\frac{5}{11}$ $\frac{7}{15}$ $\frac{21}{22}$ $\frac{20}{13}$

ג. השם העשרוני של כל המספרים בסעיף ב הוא אינסופי מחזורי.

רִשמו תחת כל מספר כמה ספרות חוזרות על עצמן.



תזכורת

שבר עשרוני מחזורי רושמים בכתיב מקוצר באמצעות נקודות מעל הספרות החוזרות על עצמן.

לספרות החוזרות על עצמן קוראים **המחזור** של השבר העשרוני.

דוגמאות: $1\frac{1}{3} = 1.\dot{3}$ $\frac{5}{11} = 0.\dot{4}\dot{5}$ $\frac{421}{990} = 0.4\dot{2}\dot{5}$

3. רִשמו את המספרים הבאים בכתיב עשרוני מקוצר.

$0.5555...$ $0.282828...$ $5.3212121...$ $1.23412341234...$

4. א. מִצאו במחשבון שם עשרוני למספר $\frac{1}{7}$
שַׁערו אם השם העשרוני מחזורי.

ב. קו שבר הוא גם סימן חילוק. נבדוק באמצעות חילוק מהו השם העשרוני של $\frac{1}{7}$

1.000.. : 7 = 0.142
<u>0</u>
10
<u>07</u>
030
<u>028</u>
0020
<u>0014</u> הַמשיכו.

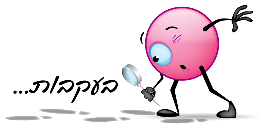
ג. כמה ספרות במחזור של שמו העשרוני של המספר $\frac{1}{7}$?

5. מִצאו באמצעות חילוק את השם העשרוני של המספרים הבאים.
$\frac{7}{15}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{5}{18}$

6. הַרחיבו כל שבר כך שהמכנה יהיה כפולה של 10, וּרשמו את שמו העשרוני.

דוגמה: $\frac{17}{125} = \frac{136}{1000} = 0.136$

$\frac{7}{20}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{9}{40}$



7. א. פַּרקו לגורמים ראשוניים את **המכנים** של השברים במשימה הקודמת.

ב. הַסבירו מדוע השברים האלה ניתנים להרחבה (באמצעות כפל של המונה ושל המכנה באותו מספר), כך שיתקבלו שברים שמכניהם כפולות של 10, ומדוע שמם העשרוני סופי.

8. מַיינו את המספרים הבאים לשתי קבוצות:
מספרים בעלי שם עשרוני סופי, ומספרים בעלי שם עשרוני אינסופי.

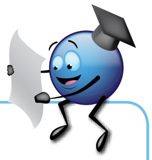
$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{15}{8}$ $\frac{14}{13}$ $\frac{1237}{1000}$ $2\frac{8}{25}$ $\frac{5}{6}$

9. א. רִשמו ארבעה שברים **הניתנים להרחבה** (כך שהמכנים יהיו כפולה של 10). רִשמו גם את שמם העשרוני.

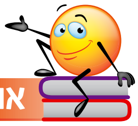
ב. רִשמו ארבעה מספרים **שאינם ניתנים להרחבה** (כלומר, אי-אפשר להרחיב אותם כך שהמכנה יהיה כפולה של 10). רִשמו גם את שמם העשרוני.

חושבים על...

10. כיצד אפשר לקבוע אם למספר רציונאלי, הרשום כמנה של שני שלמים, יש שם עשרוני סופי או מחזורי? הַסבירו.



מסקנה: אם אפשר להרחיב שבר (לכפול את המונה ואת המכנה באותו מספר) כך שהמכנה הוא כפולה של 10, אז יש לשבר שם עשרוני סופי. אפשרות כזו מתקיימת בתנאי שהגורמים הראשוניים של המכנה הם 2 ו- 5 בלבד.



אוסף משימות

1. בכל סעיף, הַרחיבו את השבר כך שהמכנה יהיה כפולה של 10, ורִשמו את השם העשרוני שלו.

א. $\frac{7}{8}$ ב. $\frac{9}{25}$ ג. $\frac{19}{40}$ ד. $\frac{1}{8}$ ה. $\frac{126}{125}$

2. מִצאו, באמצעות חילוק, את השם העשרוני של המספרים הבאים, ובִדקו במחשבון.

א. $\frac{5}{22}$ ב. $\frac{83}{15}$ ג. $\frac{7}{24}$ ד. $\frac{32}{25}$ ה. $\frac{5}{14}$

3. מַיינו את המספרים הבאים לשתי קבוצות:
מספרים בעלי שם עשרוני סופי, ומספרים בעלי שם עשרוני אינסופי. (בִּדקו במחשבון.)

$\frac{6}{11}$ $\frac{9}{25}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{27}{16}$ $\frac{50}{3}$ $\frac{9}{20}$ $\frac{88}{125}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{26}{27}$

4. א. רִשמו את המספרים הבאים בכתיב עשרוני מקוצר.

$1.4455555...$ $\quad$ $5.1234121212...$ $\quad$ $0.223232323...$ $\quad$ $0.381381381...$

ב. רִשמו את המספרים הבאים כמספר עשרוני אינסופי.

דוגמה: $0.3\dot{4}\dot{5} = 0.3454545...$

$0.012\dot{3}$ $\quad$ $0.01\dot{2}\dot{3}$ $\quad$ $0.0\dot{1}2\dot{3}$ $\quad$ $0.\dot{0}1\dot{2}\dot{3}$

5. בכל סעיף, קִבעו מהי הספרה ה- 12 (לאחר הנקודה העשרונית) של המספר.

א. $0.31\dot{2}$ $\quad$ ב. $0.3\dot{1}\dot{2}$ $\quad$ ג. $0.\dot{3}1\dot{2}$ $\quad$ ד. $5.55\dot{4}4\dot{6}$ $\quad$ ה. $5.5544\dot{6}$

6. הַעתיקו והַשלימו $>$, $<$ או $=$ (היעזרו במחשבון).

א. $0.\dot{5}$ ◯ 0.5 $\quad$ ג. $0.\dot{6}$ ◯ $\frac{2}{3}$ $\quad$ ה. $0.8\dot{7}$ ◯ $0.\dot{8}\dot{7}$ $\quad$ ז. $0.\dot{2}\dot{4}$ ◯ $\frac{8}{33}$

ב. $0.\dot{5}$ ◯ 0.54 $\quad$ ד. $0.\dot{1}\dot{0}\dot{1}$ ◯ $0.\dot{1}\dot{0}\dot{1}$ $\quad$ ו. $0.7\dot{8}$ ◯ $0.\dot{7}\dot{8}$ $\quad$ ח. $0.2\dot{4}$ ◯ $\frac{8}{33}$

7. הַעתיקו והַשלימו מספר מתאים.

א. $0.\dot{3}\dot{4} < \square < 0.3\dot{4}$ $\quad$ ג. $7.123 < \square < 7.\dot{1}2\dot{3}$ $\quad$ ה. $3.79 < \square < 3.\dot{7}\dot{9}$

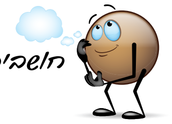
ב. $12.1 < \square < 12.\dot{1}$ $\quad$ ד. $3.4 < \square < 3.\dot{4}\dot{3}$ $\quad$ ו. $3.\dot{0}\dot{3} < \square < 3.0\dot{3}$

שיעור 3. מספרים רציונאליים ומספרים אי-רציונאליים

האם יש מספרים שאינם רציונאליים?
האם קיימים מספרים עשרוניים שאי-אפשר לרשום אותם כמנה של שני מספרים שלמים?

נבדוק אם קיימים מספרים שאינם רציונאליים.

1. מְצאו באמצעות חילוק את השם העשרוני של המספרים הבאים: $\frac{7}{12}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{5}{18}$



חושבים על...

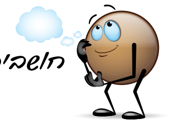
2. א. איך נדע מתי מתחיל מחזור?
רמז: הַדגישו את השאריות שקיבלתם במהלך החילוק.

ב. **יעל** אומרת: אני הפסקתי את פעולת החילוק הארוך כאשר קיבלתי בפעם השנייה אותה שארית, ואז קבעתי מהו המחזור.
בִּדקו את תרגילי החילוק שביצעתם במשימה 1, והַסבירו את טענתה של **יעל**.

דוגמה:

$7.000:12=0.58\dot{3}$

0
70
60
100
096
00**4**0
0036
000**4**



חושבים על...

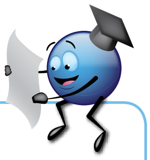
3. **רותי** אומרת: ניסיתי למצוא מהו השם העשרוני של $\frac{5}{17}$ וקיבלתי ...0.2941176471
נראה לי שלא מתקבל מחזור.
יעל אומרת: מוכרח להתקבל מחזור אחרי 16 שלבי חילוק לכל היותר.
מי צודקת? הַסבירו.

4. א. אילו שאריות עשויות להתקבל בחילוק של $\frac{3}{7}$? כמה ספרות לכל היותר במחזור אחד של השם העשרוני של $\frac{3}{7}$?
מְצאו באמצעות מחשבון את השם העשרוני של $\frac{3}{7}$, כמה ספרות במחזור?

ב. אילו שאריות עשויות להתקבל בחילוק של $\frac{5}{13}$? כמה ספרות לכל היותר במחזור אחד של השם העשרוני של $\frac{5}{13}$?
מְצאו באמצעות מחשבון את השם העשרוני של $\frac{5}{13}$, כמה ספרות במחזור של $\frac{5}{13}$?

ג. אילו שאריות עשויות להתקבל בחילוק של $\frac{1}{11}$? כמה ספרות לכל היותר במחזור אחד של השם העשרוני של $\frac{1}{11}$?
מְצאו באמצעות מחשבון את השם העשרוני של $\frac{1}{11}$, כמה ספרות במחזור של $\frac{1}{11}$?

ד. הַסבירו מדוע לכל מספר רציונאלי יש שם עשרוני סופי או מחזורי.



מסקנה: לכל מספר רציונאלי יש שם עשרוני סופי או אינסופי מחזורי.

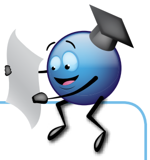
5. נַסו למצוא שבר עשרוני שאינו סופי ואינו מחזורי.

6. א. תלמידים הציעו הצעות למספרים עשרוניים אינסופיים שאינם מחזוריים. בִּדקו את ההצעות והַסבירו.

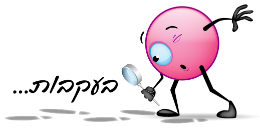
ההצעה של **ניר**: ...0.1234567891011 ההצעה של **יוני**: ...0.121212

ההצעה של **מירי**: ...0.34344344434444 ההצעה של **איתמר**: ...0.011012013014015

ב. רִשמו מספר עשרוני נוסף שאינו סופי ואינו מחזורי.



מספר אי-רציונאלי הוא מספר שאי-אפשר לרשום כמנה של שני מספרים שלמים.
הייצוג העשרוני של מספר אי-רציונאלי הוא שבר עשרוני אינסופי ולא מחזורי.



7. מדוע **אי-אפשר** לכתוב מספר אי-רציונאלי כמנה של שני מספרים שלמים?

איילת אמרה: אם אפשר היה לכתוב מספר אי-רציונאלי כשבר בצורה $\frac{k}{m}$, $m \neq 0$, אז כשהייתי מבצעת את פעולת החילוק $k:m$ והיה מתקבל מספר עשרוני.

הַמשיכו את ההסבר של **איילת**.

אוסף משימות

1. מַיינו את המספרים הבאים לרציונאליים ולאי-רציונאליים.

$21.212121...$ $2.1212222...$ $\frac{5}{123456}$ 2.1234 $5.1551555155551...$

2. לפניכם מספרים: $\frac{5}{6}$ $\frac{17}{11}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{7}{33}$

לכל מספר מִצאו:

- אילו שאריות עשויות להתקבל?
- כמה ספרות **לכל היותר** בשם העשרוני של המספר?
- מהו השם העשרוני של המספר?

3. א. האם אפשר לרשום שבר עשרוני מחזורי כמנה של שני שלמים?

ב. שַערו מה השם של המספרים הבאים כמנות של שני מספרים שלמים, ובִדקו במחשבון.

$0.\dot{3}$ $0.\dot{7}$ $0.\dot{8}$ $0.\dot{1}\dot{3}$ $0.0\dot{7}$

4. כִּפלו.

דוגמה: $0.3\dot{4}\dot{5}\cdot 1000 = 0.3454545...\cdot 1000 = 345.4545... = 345.\dot{4}\dot{5}$

$0.\dot{7}\cdot 10$ $0.\dot{7}\dot{2}\cdot 100$ $0.7\dot{2}\cdot 100$ $1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}\cdot 1000$ $0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{4}\cdot 10000$

5. רִשמו את המספרים הבאים כשבר פשוט, ובִדקו במחשבון.

דוגמה:

נסמן: $x = 0.\dot{7} = 0.777...$

נכפול ב- 10: $10x = 7.\dot{7} = 7.777...$

נחסיר את x מ- 10x: $9x = 7$

$x = \frac{7}{9}$

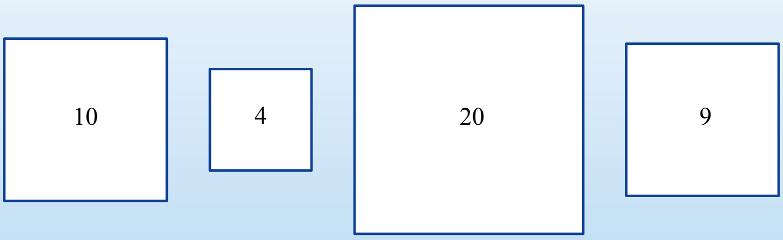
א. $x = 1.\dot{5}$ ב. $x = 0.\dot{8}\dot{5}$ ג. $x = 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

מסקנה:

כל מספר עשרוני, סופי או מחזורי, אפשר לרשום כמנה של שני מספרים שלמים (המכנה שונה מ- 0). הַסבירו.

שיעור 4. שורש ריבועי

בתוך כל ריבוע רשום שטח בסמ״ר (השרטוטים הם להדגמה).
מִצאו את אורך הצלע (בס״מ) של כל ריבוע.



נלמד למצוא שורש ריבועי שאינו בהכרח מספר שלם, ונבדוק אם השורש הריבועי הוא תמיד מספר רציונאלי.

1. בכל סעיף, רִשמו אם יש פתרונות למשוואה, ואם כן, כמה פתרונות.

א. $x^2 = 81$ ב. $x^2 = 121$ ג. $x^2 = -9$ ד. $x^2 = 0$ ה. $x^2 = 169$

תזכורת

- שורש ריבועי של מספר, הוא מספר **שהריבוע שלו** שווה למספר הנתון.
- לכל מספר **חיובי** יש שני שורשים ריבועיים, האחד חיובי והאחר **שלילי**.
- מסמנים **שורש ריבועי שהוא מספר חיובי** כך: $\sqrt{\ }$
- **שורש ריבועי** שהוא **מספר שלילי** מסמנים כך: $-\sqrt{\ }$

דוגמה: $\sqrt{9} = 3$ כי $3^2 = 9$ $-\sqrt{9} = -3$ כי $(-3)^2 = 9$

למספרים שליליים אין שורשים ריבועיים (בתחום המספרים שאנו מכירים).

2. הַסבירו מדוע לא מצאנו פתרון למשוואה $x^2 = -9$

3. א. חַשבו את השורשים הריבועיים של המספרים הבאים, והַסבירו באמצעות פעולת חזקה.

דוגמה: $\sqrt{100} = 10$ כי $10^2 = 100$

$\sqrt{81}$ $\sqrt{1}$ $\sqrt{64}$ $\sqrt{0}$ $\sqrt{25}$ $-\sqrt{25}$

ב. רִשמו שני מספרים שלמים שהריבוע שלהם הוא אותו מספר.

4. א. מִצאו בין אילו שני מספרים שלמים עוקבים נמצא כל אחד מהשורשים הריבועיים הבאים, ורִשמו כאי-שוויון.

דוגמה: $7 < \sqrt{50} < 8$

$\sqrt{15}$ $\sqrt{90}$ $\sqrt{\frac{1}{6}}$ $\sqrt{1.6}$ $-\sqrt{32}$ $-\sqrt{0.5}$

ב. מִצאו את השורשים באמצעות מחשבון, ובִדקו את תשובותיכם בסעיף א.

5. פִּתרו. בִּדקו אם קיימים פתרונות, ואם כן, כמה פתרונות.

א. $3x^2 = 27$

ב. $(x + 2)(x - 1) = x - 2$

ג. $(x - 3)(x + 1) = -2(5 + x)$

ד. $7 + (2x - 6) = (x - 2)(x - 4)$

ה. $2x(x - 6) - 4(8 - 3x) = 0$

ו. $\frac{6x-3}{2} = x(x+3)$

6. הַעתיקו והַשלימו = או ≠

א. $\sqrt{100} + \sqrt{25}$ ◯ $\sqrt{100+25}$

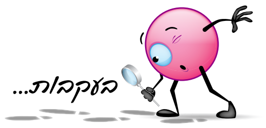
ב. $\sqrt{121} - \sqrt{81}$ ◯ $\sqrt{121-81}$

ג. $\sqrt{36} \cdot \sqrt{49}$ ◯ $\sqrt{36 \cdot 49}$

ד. $\sqrt{1.21} \cdot \sqrt{0.04}$ ◯ $\sqrt{1.21 \cdot 0.04}$

ה. $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}}$ ◯ $\sqrt{\frac{49}{25}}$

ו. $\frac{\sqrt{196}}{\sqrt{225}}$ ◯ $\sqrt{\frac{196}{225}}$



7. הַעתיקו והַשלימו = או ≠ $(b > 0\ ,\ a \geq 0,\ a \neq b)$.

א. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ◯ $\sqrt{a+b}$

ב. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ◯ $\sqrt{a \cdot b}$

ג. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ◯ $\sqrt{\frac{a}{b}}$ $b \neq 0$

אפשר להוכיח כי $\sqrt{2}$ הוא מספר אי-רציונאלי.

אילו $\sqrt{2}$ היה רציונאלי אז אפשר היה לרשום אותו כמנה של שני שלמים $\frac{a}{b}$, כאשר $\frac{a}{b}$ **שבר מצומצם** ו- $b \neq 0$.

$\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ הוא שבר מצומצם $\Leftarrow$ $\frac{a^2}{b^2} = 2$ $\Leftarrow$ $a^2 = 2b^2$ $\Leftarrow$ a^2 כפולה של 2 (זוגי).

$\Leftarrow$ a גם הוא זוגי (כי רק ריבוע של מספר זוגי הוא מספר זוגי) $\Leftarrow$ a^2 כפולה של 4

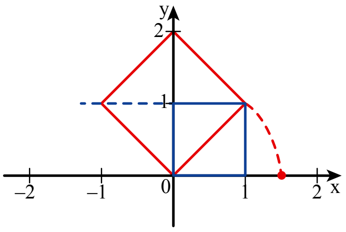
אבל $a^2 = 2b^2$ $\Leftarrow$ $2b^2$ גם הוא כפולה של 4 $\Leftarrow$ b^2 כפולה של 2 $\Leftarrow$ ואז גם b מספר זוגי, וזאת **בסתירה** להנחה ש- $\frac{a}{b}$ **שבר מצומצם**.

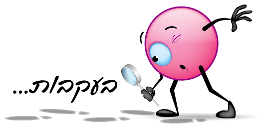
במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

8. א. מִצאו את שטח הריבוע הכחול ואת שטח הריבוע האדום.

ב. רִשמו את אורך צלע הריבוע האדום בעזרת סימן ה- $\sqrt{\ }$

ג. הַעתיקו את השרטוט ורִשמו על ציר המספרים (ציר x) את המספר המתאים לאורך הצלע של הריבוע האדום.

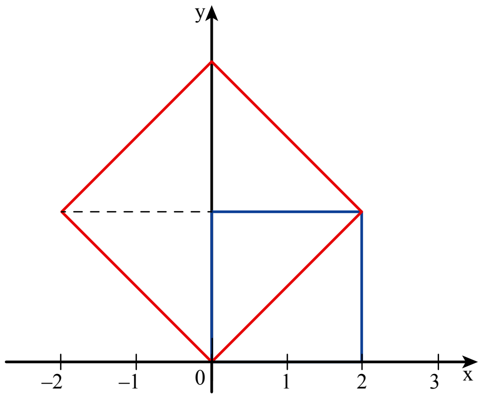


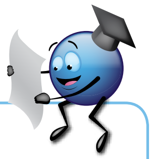


9. א. מִצאו את שטח הריבוע הכחול ואת שטח הריבוע האדום.

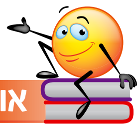
ב. רִשמו את אורך צלע הריבוע האדום בעזרת סימן ה- $\sqrt{\ }$

ג. הַעתיקו את השרטוט ורִשמו על ציר המספרים (ציר x) את הנקודה ואת המספר המתאים לאורך הצלע של הריבוע האדום.





במשימות 8 ו- 9 מצאנו את מקומם של המספרים $\sqrt{2}$ ו- $\sqrt{8}$ על ציר המספרים.
ראינו מתוך דוגמאות, כי גם למספר אי-רציונאלי מהצורה $\sqrt{a}$ (כשהשורש הריבועי הוא מספר עשרוני אינסופי ולא מחזורי) **יש מקום על ציר המספרים**.



אוסף משימות

1. פִּתרו. בִּדקו אם קיימים פתרונות, ואם כן, כמה.

א. $5x^2 = 125$

ב. $3x(x - 2) - 8 = x(x - 6)$

ג. $(x - 2)(x + 4) = 2x(x + 1)$

ד. $(2x + 2)(x - 3) = x(x - 4) - 6$

ה. $1 + 2x(x + 7) = 7(2x + 1)$

ו. $\frac{2x - 3}{2} = x(x + 1)$

2. הַעתיקו וּמִצאו בין אילו שני מספרים שלמים נמצא כל אחד מהמספרים הבאים.
בִּדקו באמצעות מחשבון.

א. $\square < \sqrt{19} < \square$ ב. $\square < -\sqrt{68} < \square$ ג. $\square < \sqrt{120} < \square$

3. הַעתיקו והַשלימו $>$, $<$ או $=$

א. $\sqrt{5} + \sqrt{7} \bigcirc \sqrt{5+7}$

ב. $\sqrt{9} \bigcirc 3 + \sqrt{3}$

ג. $-2 \bigcirc -\sqrt{4.5}$

ד. $-\sqrt{9} \bigcirc -3 + \sqrt{3}$

ה. $\frac{\sqrt{5}}{2} \bigcirc \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}$

ו. $\sqrt{5} \bigcirc \frac{5}{\sqrt{5}}$

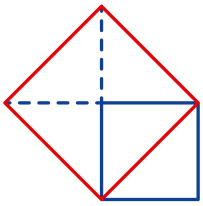
ז. $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{3}{\sqrt{5}}$

ח. $\frac{3}{\sqrt{0.25}} \bigcirc \frac{3}{0.25}$

4. שניים מהמספרים הבאים הם אי-רציונאליים. מִצאו אותם.

$\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $-\sqrt{361}$ $\sqrt{0.16}$ $-\sqrt{10}$

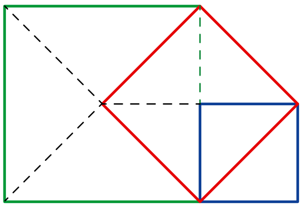
5. שטח הריבוע הכחול 8 סמ״ר (השרטוט הוא להדגמה).
חַשבו את שטח הריבוע האדום, ואת אורך צלע הריבוע האדום.



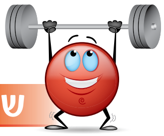
6. שטח הריבוע הכחול 9 סמ״ר (השרטוט הוא להדגמה).

א. חַשבו את שטח הריבוע האדום,
ואת אורך צלע הריבוע האדום.

ב. חַשבו את שטח הריבוע הירוק,
ואת אורך צלע הריבוע הירוק.



7. בשיעור מופיע קטע מידע שבו מובאת ההוכחה כי $\sqrt{2}$ הוא מספר אי-רציונאלי.
קִראו את ההוכחה, והוכיחו בדרך דומה כי $\sqrt{3}$ הוא מספר אי-רציונאלי.

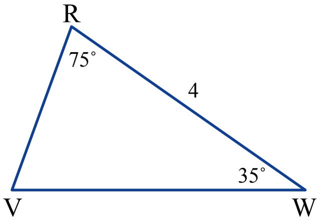


שומרים על כושר

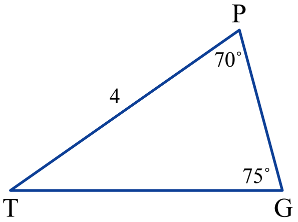
חפיפת משולשים

1. מְצאו בשרטוט זוג משולשים חופפים, ורִשמו לפי איזה משפט הם חופפים (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).

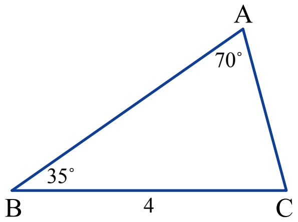
א.



ב.



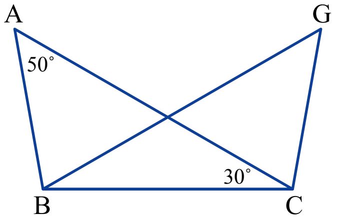
ג.



2. נתון $\Delta ABC \cong \Delta GCB$

חַשבו את הגדלים של הזוויות

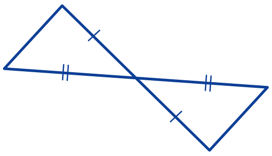
$\sphericalangle G,\ \sphericalangle ABC,\ \sphericalangle GBC,\ \sphericalangle GBA,\ \sphericalangle BCG$



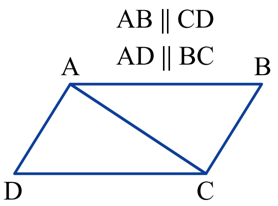
3. בכל סעיף, קִבעו על-סמך הנתונים המסומנים בשרטוט, אם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים.

אם כן, כִּתבו לפי איזה משפט.

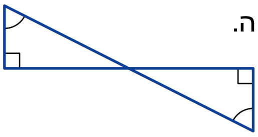
א.



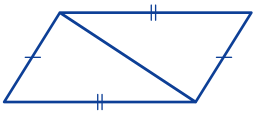
ג.



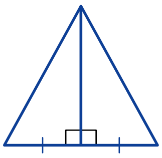
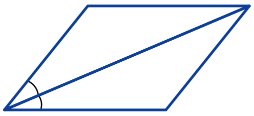
ה.



ב.



ד.



ו.