# יחידה 24: מצמצמים

## שיעור 1. צמצום שברים אלגבריים

לפניכם ארבעה תרגילים $(a \neq 0)$.

א. $\frac{\cancel{a}}{4\cancel{a}}=4$ ב. $\frac{\cancel{a}}{4\cancel{a}}=\frac{1}{4}$ ג. $\frac{4+\cancel{a}}{\cancel{a}}=4$ ד. $\frac{4-\cancel{a}}{\cancel{a}}=4$

אילו פתרונות נכונים? אילו שגויים? הַסבירו.

**נצמצם שברים וביטויים אלגבריים.**

**1.** א. צַמצמו ב- 3 אם אפשר. הַשוו בין ערכי השבר לפני הצמצום ואחריו.

*דוגמה:* **עם** צמצום $\frac{7\cdot 3}{3}=\frac{7\cdot \cancel{3}}{\cancel{3}}=7$

**בלי** צמצום $\frac{7\cdot 3}{3}=\frac{21}{3}=7$

$\frac{5\cdot 3}{3}$ , $\frac{5+3}{3}$ , $\frac{5\cdot 3}{2\cdot 3}$ , $\frac{5+3}{2+3}$ , $\frac{3}{2+3}$ , $\frac{3}{2\cdot 3}$ , $\frac{3\cdot 4+1}{3}$

ב. צַמצמו ב- 5 אם אפשר. צַיינו בכל ביטוי אילו מספרים מותר להציב.

$\frac{5\cdot a}{5}$ , $\frac{5+a}{5}$ , $\frac{5\cdot a}{5\cdot b}$ , $\frac{5+a}{5+b}$ , $\frac{5}{a+5}$ , $\frac{5}{a\cdot 5}$ , $\frac{5a+1}{5a}$ , $\frac{5\cdot(a+1)}{5a}$

ג. צַמצמו אם אפשר. צַיינו בכל ביטוי אילו מספרים מותר להציב.

$\frac{a\cdot b}{a}$ , $\frac{a+b}{a}$ , $\frac{a\cdot b}{a\cdot c}$ , $\frac{a+b}{a+c}$ , $\frac{a}{a+c}$ , $\frac{a}{a\cdot c}$ , $\frac{5a+1}{a+1}$ , $\frac{5(a+1)}{a+1}$

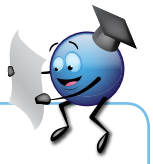
- ביטוי אלגברי שיש בו מכנה נקרא גם **שבר אלגברי**.
- **אפשר לצמצם** מספרים או ביטויים אלגבריים (שונים מ- 0) המופיעים כ**גורמים** בשבר אלגברי, אם הם מופיעים **במונה וגם במכנה**.

*דוגמאות:* $\frac{5}{4\cdot 5}=\frac{1}{4}$ אפשר לצמצם ב- 5 $\frac{7\cdot a}{5\cdot a}=\frac{7}{5}$ $(a \neq 0)$ אפשר לצמצם ב- a

$\frac{7(a+3)}{a+3}=7$ $(a \neq -3)$ אפשר לצמצם ב- $(a+3)$.

- **אי-אפשר לצמצם** מספרים או ביטויים המופיעים כ**מחוברים** או כ**מחוסרים** בשבר אלגברי.

*דוגמאות:* $\frac{5}{4-5}$ , $\frac{7+a}{5+a}$ $(a \neq -5)$ אי-אפשר לצמצם, $\frac{7a+3}{a+3}$ $(a \neq -3)$ אי-אפשר לצמצם.



אם בשבר אלגברי יש משתנה במכנה, בודקים תחילה הצבתם של אילו מספרים נותנת **ביטוי שאינו מוגדר**.
ב**תחום הצבה** נמצאים כל המספרים **שאפשר** להציב בביטוי אלגברי.

*דוגמאות:* **תחום ההצבה** של הביטוי $\frac{5}{2a}$ הוא כל המספרים חוץ מ- 0. אפשר לכתוב $a \neq 0$

**תחום ההצבה** של הביטוי $\frac{7a}{a+3}$ הוא כל המספרים חוץ מ- $(-3)$. אפשר לכתוב $a \neq -3$

**2.** בכל סעיף, מִצאו את תחום ההצבה.

א. $\frac{1}{a}$ ג. $\frac{7k}{2+k}$ ה. $\frac{5x}{2x-8}$

ב. $\frac{2}{m-3}$ ד. $\frac{t+3}{5-t}$ ו. $\frac{x}{x(x-4)}$

**3.** בכל סעיף, קִבעו נכון או לא נכון והַסבירו. צַיינו את תחום ההצבה (התייחסו לכל אחד מהמשתנים).

א. $\frac{\cancel{a}\cdot b}{\cancel{a}\cdot c}=\frac{b}{c}$ ג. $\frac{\cancel{a}(c-d)}{\cancel{a}}=c-d$ ה. $\frac{a\cancel{(c-d)}}{\cancel{c-d}}=a$

ב. $\frac{\cancel{a}+b}{\cancel{a}+c}=\frac{b}{c}$ ד. $\frac{\cancel{a}c-d}{\cancel{a}}=c-d$ ו. $\frac{a\cancel{c-d}}{\cancel{c-d}}=a$

**4.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה, וקִבעו אם שני הביטויים זהים. הַסבירו.

א. $x$ $\frac{2x\cdot 5}{10}$ ג. $\frac{10x}{10}$ $\frac{2x\cdot 5}{10}$

ב. $2x\cdot\frac{1}{2}$ $\frac{2x\cdot 5}{10}$ ד. $\frac{4x+x}{5}$ $\frac{2x\cdot 5}{10}$

**5.** א. כִּתבו שלושה ביטויים אלגבריים הזהים לביטוי $\frac{x}{2}$ $(x \neq 0)$.

ב. כִּתבו שלושה ביטויים אלגבריים הזהים לביטוי $\frac{2}{x}$ $(x \neq 0)$.

המילה העברית **אפס** מופיעה כבר בתנ"ך, במובן של אַיִן.

במקור נקרא האפס **סַבּוֹנִיאַ** – מילה הינדית שפירושה ריק.

קיימות מספר עדויות ארכיאולוגיות לכך שבתרבויות העתיקות של אמריקה השתמשו במושג האפס כבר במאה ה-5 לפני הספירה.

ההודים אימצו את האפס בתור "תופס מקום", והקצו לו סימון מיוחד כבר במאה ה- 6.

רעיון זה של האפס כשומר מקום היה הבסיס לשיטה העשרונית.

כך למשל, התאפשר להבדיל בין המספר 12 למספרים כמו 102, 1020, 1000002

כ- 200 שנים אחר-כך, סימנו הערבים את האפס באמצעות עיגול ריק וקראו לו **סִיפְּר** (מילה שפירושה ריק).

עם הזמן תורגם ה"סיפר" הערבי ל**זפירוס** ביוונית, ומשם ל-zero המערבי, וכך הוא נקרא עד היום.

עד המאה ה- 18 השתמשו במילה סיפרא לציון האפס.

מאוחר יותר הורחב השימוש במילה זו עבור כל סיפרה (למשל: בעברית **סיפרה**, וברוסית **ציפרה**).

## אוסף משימות

**1.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה, וקִבעו אם אפשר לצמצם. הַסבירו.

א. $\frac{a}{a+b}$ ב. $\frac{a-b}{a}$ ג. $\frac{a}{a\cdot b}$ ד. $\frac{a\cdot b}{a+b}$ ה. $6-\frac{a}{3}$ ו. $6\cdot\frac{a}{3}$

**2.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{6a}{9b}$ ב. $\frac{2\cdot a}{2}$ ג. $\frac{3}{a}\cdot\frac{a}{b}$ ד. $\frac{7}{2x}\cdot x$

**3.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{17(a+3)}{3(a+3)}$ ב. $\frac{a(b+c)}{3(b+c)}$ ג. $\frac{17(a+3)}{a\cdot 17}$ ד. $\frac{(a+b)(a-b)}{a-b}$

**4.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{6+a}{a}$ ג. $\frac{6a+8}{3}$ ה. $\frac{6a+b}{ab}$

ב. $\frac{6a+a}{a}$ ד. $\frac{6(a+8)}{3}$ ו. $\frac{6a+8}{6a+8}$

**5.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{3a}{6a}$ ב. $\frac{c}{d}+\frac{d}{c}$ ג. $\frac{6a}{2(a+1)}$

$\frac{3a+a}{6a}$ $\frac{c+d}{d+c}$ $\frac{6+a}{2(a+1)}$

$\frac{3a}{6+a}$ $\frac{c}{d}\cdot\frac{d}{c}$ $\frac{6a}{2+(a+1)}$

**6.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וקִבעו נכון או לא נכון. הַסבירו.

א. $\frac{a\cancel{(c-d)}}{b\cancel{(c-d)}}=\frac{a}{b}$ ג. $\frac{a\cancel{(c-d)}}{a+\cancel{c-d}}=1$

ב. $\frac{a\cancel{(c-d)}}{b\cancel{c-d}}=\frac{a}{b}$ ד. $\frac{a\cancel{(c-d)}}{\cancel{c-d}}=a$

**7.** הַעתיקו והַשלימו. צַיינו את תחום ההצבה.

א. $\frac{3x}{\square}=x$ ב. $\frac{3x}{\square}=1$ ג. $\frac{3x}{\square}=\frac{1}{2}$ ד. $\frac{3x}{\square}=\frac{1}{2}x$ ה. $\frac{3(x+1)}{\square}=\frac{3}{2}$

**8.** א. כִּתבו שלושה שברים אלגבריים ש**אי אפשר** לצמצם אותם. צַיינו תחום הצבה.

ב. כִּתבו שלושה שברים אלגבריים ש**מותר** לצמצם אותם. צַיינו תחום הצבה.

**9.** בכל סעיף, הַעתיקו את כל הביטויים הזהים לביטוי שבמסגרת. צַיינו את תחום ההצבה של הביטויים הזהים.

א. $\frac{8a}{2}$ $\quad \frac{20a}{5} \quad \frac{2a\cdot 4}{2} \quad 8a \quad \frac{4a}{a} \quad 4 \quad 4a$

ב. $\frac{8a}{a}$ $\quad \frac{32a}{4} \quad \frac{24a}{3a} \quad 8a \quad \frac{4a}{a} \quad 4 \quad \frac{8a}{8}$

ג. $\frac{8+a}{a}$ $\quad \frac{5(8+a)}{5a} \quad \frac{a+8}{a} \quad 8 \quad \frac{a}{8+a} \quad 8+1 \quad \frac{8a}{a}$

**10.** בכל סעיף, מְצאו את תחום ההצבה.

א. $\frac{ab-a}{2a}$ ב. $\frac{m-2}{m-5}$ ג. $\frac{m}{m+3}$ ד. $\frac{m-3}{(m+2)(m-1)}$

**11.** כִּתבו שבר אלגברי שתחום ההצבה שלו:

א. כל המספרים ב. כל המספרים פרט ל- $8$ ג. כל המספרים פרט ל- $(-8)$

**12.** בכל סעיף, כִּתבו מהו תחום ההצבה.

א. $\frac{10}{x^2+25}$ ג. $\frac{10}{|x|+25}$ ה. $\frac{m-4}{2m-8}$

ב. $\frac{10}{x^2-25}$ ד. $\frac{10}{|x|-25}$ ו. $\frac{m-4}{|2m-8|}$

**13.** בכל סעיף, כִּתבו מהו תחום ההצבה.

א. $\frac{x-8}{|x|-x}$ ב. $\frac{x-8}{|x|+x}$ ג. $\frac{1}{x-\frac{1}{x}}$

# שיעור 2. צמצום שברים אלגבריים עם חזקות

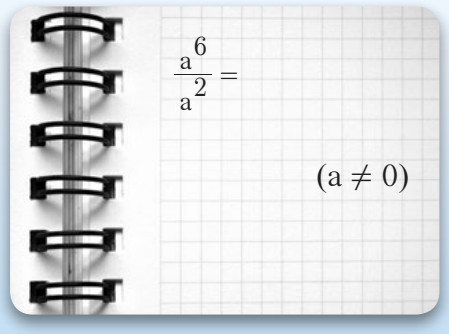
תלמידות פָּתרו את התרגיל: $\frac{a^6}{a^2}$ $(a \neq 0)$

**אריאל** פתרה: $\frac{a^6}{a^2} = \frac{a^{\cancel{6}}}{a^{\cancel{2}}} = \frac{a^3}{a}$

**ליאור** פתרה: $\frac{a^6}{a^2} = \frac{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{\cancel{a} \cdot \cancel{a}} = a^4$

**רומי** פתרה: $\frac{a^6}{a^2} = \frac{\cancel{a}^6}{\cancel{a}^2} = \frac{6}{2}$

מי פתרה נכון? הַסבירו.




**נצמצם שברים אלגבריים עם חזקות.**

**1.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{a^2}{a}$ ב. $\frac{4x}{x^2}$ ג. $\frac{xy}{x^3}$ ד. $\frac{ab^2}{a^2b}$

**תזכורת**

$a^2 = a \cdot a$ $a^3 = a \cdot a \cdot a$

*דוגמה:*

$\frac{ab^2}{a^2bc} = \frac{\cancel{a} \cdot b \cdot \cancel{b}}{\cancel{a} \cdot a \cdot \cancel{b} \cdot c} = \frac{b}{ac}$ $(a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0)$

**2.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{a^3 \cdot 10}{5a^2}$ ב. $\frac{25xy}{10x^2y}$ ג. $\frac{36p^2k}{48p}$ ד. $\frac{7a^3b}{a^2b^2}$

**3.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{(a+b)b}{(a+b)^2}$ ג. $\frac{7(a+3)^2}{(a+3)}$ ה. $\frac{a(a-b)^2}{-(b-a)}$ ז. $\frac{(a-b)^2}{(-b+a)^2}$

ב. $\frac{(b-a)^2}{(b-a)}$ ד. $\frac{b+a}{(a+b)^2}$ ו. $\frac{(a-5)^2}{5(a-5)}$ ח. $\frac{-12(a+3)^2}{-3(a+3)^2}$

**4.** תלמידים התבקשו לצמצם את השבר האלגברי: $\frac{(5a)^2}{15}$

**יוני** פתר כך: $\frac{\cancel{(5}^{1}a)^2}{\cancel{15}_{3}} = \frac{a^2}{3}$

**שי** פתר כך: $\frac{(5a)^2}{15} = \frac{\cancel{25}^{5}a^2}{\cancel{15}_{3}} = \frac{5a^2}{3}$

מי צודק? הסבירו.

**5.** הַעתיקו והַשלימו. צַיינו את תחום ההצבה.

א. $\frac{-21a^3b^2}{\square} = 7ab$

ב. $\frac{\square}{3a^2b} = -\frac{2}{a}$

ג. $\frac{(a+1)^3}{\square} = a+1$

## אוסף משימות

**1.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{4x^2}{x}$

ב. $\frac{a}{a^3}$

ג. $\frac{8x}{4x^2}$

ד. $\frac{24c^3}{9c^2}$

**2.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{-3ab^2}{bc}$

ב. $\frac{2a^3b}{3a^2}$

ג. $\frac{-12}{3a^2}$

ד. $\frac{-12}{(3a)^2}$

**3.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{25xy}{10x^3y}$

ב. $\frac{-16m^3p}{32m^2p^2}$

ג. $\frac{16p^2k^3}{48pk^4}$

ד. $\frac{-20a^3b^4}{8a^2b^4}$

**4.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה וצַמצמו.

א. $\frac{(a+3)\cdot(a-3)}{(a-1)\cdot(a+3)}$

ב. $\frac{(a+3)^3\cdot(a-3)}{(a-3)\cdot(a+3)}$

ג. $\frac{(b-c)^3}{b-c}$

ד. $\frac{a+3}{7\cdot(a+3)^2}$

**5.** הַעתיקו והַשלימו. צַיינו את תחום ההצבה.

א. $\frac{x^2}{\square}=x$ ב. $\frac{5b^2}{\square}=5b$ ג. $\frac{12c^2}{\square}=3c$ ד. $\frac{8x^3}{\square}=2x$

**6.** הַעתיקו והַשלימו. צַיינו את תחום ההצבה.

א. $\frac{7x^2}{\square}=7x$ ב. $\frac{\square}{11ab}=b$ ג. $\frac{-12c^2d}{\square}=3c$ ד. $\frac{8x^3y}{\square}=2xy$

**7.** הַעתיקו והַשלימו. צַיינו את תחום ההצבה.

א. $\frac{21x^2y}{\square}=7x$ ב. $\frac{11ab^3}{\square}=\frac{ab}{2}$ ג. $\frac{\square}{-4c^2d^2}=3c$ ד. $\frac{8xy}{\square}=\frac{1}{xy}$

**8.** בכל סעיף, הַעתיקו את כל הביטויים הזהים לביטוי שבמסגרת. צַיינו את תחום ההצבה של הביטויים הזהים.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| א. | $\frac{a^2b^2}{3ab}$ | $\frac{2a^2b^3}{6ab^2}$ | $\frac{3ab^2}{ab}$ | $\frac{4a^3b^2}{12a^2b}$ | $\frac{a^3b^3}{3ab}$ |
| ב. | $\frac{1}{a+5}$ | $\frac{(a+5)^3}{(a+5)^2}$ | $\frac{a+5}{(a+5)^2}$ | $\frac{(a+5)^2}{(5+a)^3}$ | $\frac{a+5}{5+a^2}$ |
| ג. | $\frac{2x^2}{y^2x}$ | $\frac{(2x)^2}{2y^2}$ | $\frac{6x^2y}{3xy^3}$ | $\frac{14xy}{7y^2}$ | $\frac{14x^3y^2}{7y^4x^2}$ |
| ד. | $\frac{(x-3)^2}{(x-3)^3}$ | $\frac{(3-x)^2}{(x-3)^3}$ | $\frac{(x-3)}{(x-3)^2}$ | $\frac{1}{x-3}$ | $\frac{(x-3)^2}{(3-x)^3}$ |
| ה. | $\frac{b-a}{a-b}$ | $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2}$ | $\frac{(b-a)^2}{(a-b)^2}$ | $\frac{b^2-a^2}{a^2-b^2}$ | $-\frac{a-b}{b-a}$ |

# שיעור 3. פירוק לגורמים וצמצום

תלמידי כיתה ח התבקשו להציב זוגות של מספרים בביטוי $\frac{a-b}{2a-2b}$

זוגות המספרים להצבה: $a = 4\ ,\ b = 8$ | $a = 3\ ,\ b = 7$ | $a = 4\ ,\ b = 3$ | $a = -4\ ,\ b = 3$

הם הגיעו למסקנה מפתיעה.

הַציבו ובִדקו לאיזו מסקנה הגיעו התלמידים.

**נלמד לצמצם באמצעות פירוק לגורמים.**

**1.** התיחסו לנתונים במשימת הפתיחה.

א. הַציבו זוג מספרים משלכם, ופִתרו. מה קיבלתם?

ב. מִצאו את תחום ההצבה.

ג. **עומר** אמר: אין צורך להציב מספרים. אני רואה שהמכנה גדול פי 2 מהמונה, ולכן התוצאה תהיה $\frac{1}{2}$ עבור המספרים בתחום ההצבה.

האם **עומר** צודק? הַסבירו.

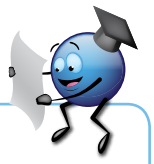
ד. הוציאו גורם משותף וצַמצמו.

**2.** לפניכם שבר אלגברי $\frac{7a+21}{a+3}$

א. מִצאו את תחום ההצבה.

ב. האם לשני המחוברים בביטוי שבמונה יש גורם משותף? מהו?

ג. צמצמו את השבר האלגברי, אם אפשר. היעזרו בהוצאת גורם משותף.



לפעמים אפשר לצמצם שבר אלגברי על-ידי הוצאת **גורם משותף**.
כך הופכים סכום (במונה או במכנה) למכפלה.

*דוגמה:* $\frac{4a+4b}{8c}$

תחום ההצבה:

עבור a - כל המספרים,

עבור b - כל המספרים,

עבור c - כל המספרים פרט ל- 0 רושמים: $c \neq 0$

מפרקים לגורמים ורושמים את המונה כמכפלה: $\frac{4a+4b}{8c} = \frac{4(a+b)}{8c}$

מצמצמים ומקבלים: $\frac{\cancel{4}^{1}(a+b)}{\cancel{8}_{2}c} = \frac{a+b}{2c}$

**3.** בכל סעיף, רִשמו את תחום ההצבה. הוציאו גורם משותף וצַמצמו.

א. $\frac{ab}{6a+6b}$ ד. $\frac{5ab+a}{5ab}$ ז. $\frac{ab-b^2}{a-b}$

ב. $\frac{ax-ay}{3a}$ ה. $\frac{6x-30}{12}$ ח. $\frac{x^2-5x}{2x-10}$

ג. $\frac{8a+8b}{4c}$ ו. $\frac{a^2+ab}{a+b}$ ט. $\frac{3a+6}{2a+4}$

**4.** בכל סעיף, קִבעו אם שני הביטויים זהים.

א. $\frac{x}{2}-10$ $\frac{5x-10}{10}$ ג. $x^2+5x-1$ $\frac{10x^2+5x-10}{10}$

ב. $\frac{5x}{10}-1$ $\frac{5x-10}{10}$ ד. $6x^2+2x+3$ $\frac{18x^2+6x+9}{3}$

**5.** לפניכם שני ביטויים אלגבריים $\frac{6x^2-12x}{x-2}$ $6x$

א. האם הביטויים זהים?

ב. **עידן** אמר: שני הביטויים אינם זהים, כי אם נציב בהם $x = 2$ נקבל באחד הביטויים תוצאה 12 והביטוי השני אינו מוגדר.

**אייל** אמר: שני הביטויים זהים, כי קובעים זהות של ביטויים על-סמך תחום ההצבה המשותף לשניהם, ו- $x = 2$ אינו בתחום זה.

מי צודק?

**6.** לפניכם ביטוי אלגברי $\frac{5x-10}{2-x}$

א. הַציבו את המספרים $-2$ , $0$ , $4$ , $1$

מה קיבלתם?

ב. הוציאו גורם משותף.

מה הקשר בין שני הביטויים שקיבלתם במונה ובמכנה?

האם אפשר לצמצם אותם זה בזה? הַסבירו.

**7.** בכל סעיף, רִשמו את תחום ההצבה. הוציאו גורם משותף וצַמצמו.

א. $\frac{3x^2-6x^3}{x}$ ג. $\frac{3x^2-6x^3}{3x^2+6x^3}$ ה. $\frac{3x^2-6x^3}{3x^3-6x^2}$

ב. $\frac{x^2}{3x^2-6x^3}$ ד. $\frac{3x^2-6x^3}{6x^3-3x^2}$ ו. $\frac{3x^2-6x^3}{6x^2-3x}$

## אוסף משימות

**1.** בכל סעיף, רִשמו את תחום ההצבה. הוציאו גורם משותף וצַמצמו.

א. $\frac{4m+4p}{12}$ ב. $\frac{ab-a}{a}$ ג. $\frac{5m-5k}{3m-3k}$ ד. $\frac{4a-12}{3b-12}$

**2.** בכל סעיף, רִשמו את תחום ההצבה. הוציאו גורם משותף וצַמצמו.

א. $\frac{x+y}{3x+3y}$ ב. $\frac{9x+9y}{3x+3y}$ ג. $\frac{9x+9y}{x+9y}$ ד. $\frac{5m-5k}{(m-k)(m+k)}$

**3.** בכל סעיף, רִשמו את תחום ההצבה. הוציאו גורם משותף וצַמצמו.

א. $\frac{6x^3-12x^2}{6x}$ ב. $\frac{6x^3+x^4}{6}$ ג. $\frac{6x^3-x^4}{6-x}$ ד. $\frac{6x^3-x^4}{x^2-6x}$

**4.** בכל סעיף, צַיינו את תחום ההצבה, ובִדקו אם הביטויים זהים.

א. $\frac{x^2-x^3}{3x}$ $\frac{x-x^2}{3}$ ב. $\frac{2x^2-5}{x-5}$ $2x$ ג. $\frac{15a^2-5a}{5a}$ $3a-1$

**5.** הַעתיקו והַשלימו. צַיינו את תחום ההצבה.

א. $\frac{4a-12}{\square}=a-3$ ב. $\frac{4a-12}{\square}=4$ ג. $\frac{4a-12}{\square}=2a-6$

**6.** הַעתיקו והַשלימו. צַיינו את תחום ההצבה.

א. $\frac{5a-10}{\square}=5$ ב. $\frac{4a-12}{\square}=-1$ ג. $\frac{3a-18}{\square}=3$

$\frac{5a-10}{\square}=a-2$ $\frac{4a-12}{\square}=-4$ $\frac{3a-18}{\square}=a-6$

$\frac{\square}{-2}=a-2$ $\frac{\square}{4a-12}=-2$ $\frac{\square}{3a-18}=-1$

**7.** לפניכם ארבעה ביטויים $x^2 - 7x$ $\quad x^2 + 7x$ $\quad 7x$ $\quad x$

בכל סעיף, בְּנו מהביטויים הנתונים שבר אלגברי זהה. (כִּתבו את תחום ההצבה.)

א. $x + 7$ ב. $\frac{1}{7}$ ג. $\frac{x-7}{x+7}$ ד. $\frac{7}{x-7}$

**8.** בכל סעיף, כִּתבו את תחום ההצבה, וקִבעו נכון או לא נכון. אם לא נכון, תַּקנו.

א. $\frac{ac-dc}{c} = a - dc$ ג. $\frac{9x+27}{2x+6} = \frac{9}{2}$ ה. $\frac{ac+bc}{(a+b)^2} = c$

ב. $\frac{3ab \cdot 4a}{6ab} = 2a$ ד. $\frac{x^2-4x}{4-x} = x$ ו. $\frac{b^2-ab}{a^2-ab} = -\frac{b}{a}$

**9.** הַעתיקו את כל הביטויים הזהים לביטוי $-\frac{1-x}{x-1}$

צַיינו את תחום ההצבה.

א. $\frac{-(1-x)}{x-1}$ ב. $\frac{x-1}{1-x}$ ג. $\frac{1+x}{x-1}$ ד. $-1$ ה. $1$ ו. $\frac{1-x}{-(x-1)}$

**10.** בִּדקו את השוויונות הבאים. הַעתיקו את הנכונים, ותַקנו את השגויים.

א. $\frac{a+b}{b+a} = 1$ $\quad a \neq -b$ ב. $\frac{a-b}{b-a} = 1$ $\quad a \neq b$

$\frac{a+b}{-b-a} = 1$ $\quad a \neq -b$ $\quad \frac{a-b}{-b-a} = 1$ $\quad a \neq -b$

$\frac{a+b}{-(b+a)} = 1$ $\quad a \neq -b$ $\quad \frac{a-b}{-(b+a)} = 1$ $\quad a \neq -b$

$\frac{a+b}{-(-a-b)} = 1$ $\quad a \neq -b$ $\quad \frac{a-b}{-(b-a)} = 1$ $\quad a \neq b$

**11.** א. בִּדקו אם השוויונות הבאים נכונים.

$\frac{5^2-1}{5-1} - 1 = 5$ $\quad \frac{4^2-1}{4-1} - 1 = 4$ $\quad \frac{3^2-1}{3-1} - 1 = 3$

ב. מה התוצאה של $\frac{97^2-1}{97-1} - 1$?

ג. פַּשטו את הביטוי $\frac{a^2-1}{a-1} - 1$ $(a \neq 1)$.

מה קיבלתם?

# שיעור 4. פתרון משוואות בעזרת צמצום

לפניכם שתי משוואות.

$x^2 - 5x = 0$ $\qquad$ $\frac{x^2-5x}{x-5}=0$

האם לשתי המשוואות אותם פתרונות? הַסבירו.

**נפתור משוואות ואי-שוויונות עם משתנה במכנה.**

**1.** נתונה המשוואה $\frac{x^2-5x}{x-5}=0$

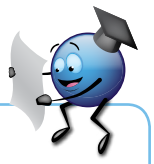
א. מהו תחום ההצבה של המשוואה?

ב. הוציאו גורם משותף, צַמצמו, ופִתרו את המשוואה.

ג. כמה פתרונות למשוואה? האם כל הפתרונות אפשריים? הַסבירו.

**2.** א. פִתרו את המשוואה $x^2 - 5x = 0$

ב. האם למשוואות ממשימות 1 ו- 2 אותם פתרונות? בִּדקו את השערתכם במשימת הפתיחה.



בפתרון משוואות עם משתנה במכנה:

- מוצאים תחילה את תחום ההצבה.

  **שימו לב**, אפשר לצמצם או לכפול בביטוי אלגברי רק אם הוא **שונה מאפס**.
- פותרים את המשוואה.
- בודקים אם כל הפתרונות אפשריים, כלומר, אם הם נמצאים בתחום ההצבה.

*דוגמה:* תחום ההצבה של המשוואה $\frac{x^2-7x}{x}=0$ הוא $x \neq 0$

אפשר לפתור את המשוואה $\frac{x^2-7x}{x}=0$ בדרכים שונות. למשל:

דרך א - בעזרת צמצום

$$\frac{\cancel{x}(x-7)}{\cancel{x}}=0$$

$$x-7=0$$

$$x=7$$

דרך ב - בעזרת כפל במכנה המשותף

$$\frac{x(x-7)}{x}=0 \quad / \cdot x$$

$$x(x-7)=0$$

$x=0$ או $x=7$

הפתרון $x=0$ אינו מתאים לתחום ההצבה, לכן הפתרון אינו אפשרי.

הפתרון היחיד הוא $x=7$

שימו לב, מותר לכפול או לצמצם ב- $x$ כיוון ש- $x \neq 0$.

כלומר, כפלנו או צמצמנו את אגפי המשוואה במספר שאינו אפס.

**3.** כִּתבו את תחום ההצבה ופִתרו.

א. $\frac{x^2-6x}{x}=0$ ב. $\frac{x^2+8x}{x+8}=0$ ג. $\frac{x^2+4x}{x+4}=2$ ד. $\frac{x^2-x}{x}=-2$ ה. $\frac{x^2-3x}{x-3}=-9$ ו. $\frac{x^3-3x^2}{x-3}=-9$

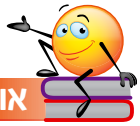
**4.** כִּתבו את תחום ההצבה ופִתרו.

א. $\frac{4x-4}{4}>1$ ב. $\frac{6x-18}{6}<-1$ ג. $\frac{2x^2}{2}<0$ ד. $\frac{20-5x}{5}>3$ ה. $\frac{5x^2}{5}>0$ ו. $\frac{7x-21}{7}>-3$

**5.** בכל סעיף, הַעתיקו את המשוואה $\frac{x^2+11x}{2x+22}=$ ☐

הַשלימו מספר באגף ימין, כך שתקבלו משוואה שהפתרון שלה הוא:

א. $x=0$ ב. $x=1$ ג. $x=3$



## אוסף משימות

**1.** כִּתבו את תחום ההצבה ופִתרו.

א. $\frac{7x+14}{7}=3$ ב. $\frac{2x+8}{4}=x$ ג. $\frac{x^2-7x}{x}=2$

**2.** כִּתבו את תחום ההצבה ופִתרו.

א. $\frac{x^2+3x}{x}=2x$ ב. $\frac{x^2+3x}{x}=-3$ ג. $\frac{x^2+3x}{x+3}=2x$

**3.** כִּתבו את תחום ההצבה ופִתרו.

א. $\frac{x^2+2x}{x+2}=\frac{9x-3}{3}$ ב. $\frac{5x^2-20}{3x^2-12}=x+\frac{2}{3}$ ג. $\frac{25-5x}{5}=\frac{3x-6}{3}$

**4.** מִצאו משוואות שפתרונן $x=-6$

א. $\frac{x^2+6x}{x}=0$ ג. $\frac{x^2-6x}{x-6}=6$ ה. $\frac{6x-x^2}{6-x}=6$

ב. $\frac{x^2-6x}{x}=0$ ד. $\frac{x^2-6x}{6-x}=6$ ו. $\frac{6x-x^2}{x-6}=6$

**5.** כִּתבו את תחום ההצבה ופִתרו.

א. $\frac{3x-6}{3}<0$ ב. $\frac{7x-49}{7}>4$ ג. $\frac{25x^2}{5}>0$

**6.** פִתרו.

א. $\frac{7-14x}{7}<3$ ב. $\frac{7-14x}{14}<-3$ ג. $\frac{7-14x}{1-2x}>7-x$

**7.** כִּתבו את תחום ההצבה, צַמצמו ופִתרו.

א. $\frac{8x^2+x^3}{2x+16}<-3$ ב. $\frac{9x-x^2}{x-9}>0$ ג. $\frac{2x^2+8}{2}<4$

**8.** ידוע כי $\frac{4a+10}{12a}=5$ $(a\neq 0)$

בכל סעיף, מִצאו את ערך הביטוי, בלי למצוא תחילה את ערכו של a.

א. $\frac{2a+5}{6a}=$ ג. $\frac{4a+10}{6a}=$

ב. $\frac{2a+5}{12a}=$ ד. $\frac{12a}{4a+10}=$

## שומרים על כושר

### יחס

**1.** היחס בין מספר הבנים למספר הבנות בין ילדי היישוב הצעיר "דניאל" הוא 4:5
(כלומר כנגד כל 4 בנים יש 5 בנות).

א. האם ייתכן שביישוב 20 בנים ו- 25 בנות? הַסבירו.

ב. האם ייתכן שביישוב 22 בנים ו- 27 בנות? הַסבירו.

ג. אם מספר הבנים ביישוב הוא 16, מהו מספר הבנות?

ד. אם מספר הבנות ביישוב הוא 15, מהו מספר הבנים?

ה. אם ביישוב 18 ילדים, כמה מהם בנים וכמה מהם בנות?

**2.** במשפחת ישראלי היחס בין ההכנסות להוצאות בחודש הוא 10:9
א. האם למשפחת ישראלי, יותר הכנסות או יותר הוצאות? הַסבירו.
ב. בחודש אוגוסט היו ההכנסות של משפחת ישראלי 12,000 שקלים. מה היו ההוצאות בחודש זה?

**3.** מִצאו בין היחסים הבאים, זוגות שבהם היחס שווה 5:7

א. 50:70 ב. $5x:7x$ $(x > 0)$ ג. 7:5 ד. 14:10 ה. 15:14 ו. 20:28

**4.** פִּתרו את המשוואות.

| | | |
|---|---|---|
| א. $\frac{x}{5}=\frac{4}{10}$ | ד. $\frac{x}{8}=\frac{1}{4}$ | ז. $\frac{x}{9}=\frac{1}{3}$ |
| ב. $\frac{x}{10}=\frac{4}{10}$ | ה. $\frac{x+1}{8}=\frac{1}{4}$ | ח. $\frac{x+1}{9}=\frac{1}{3}$ |
| ג. $\frac{x}{20}=\frac{4}{10}$ | ו. $\frac{x-4}{8}=\frac{1}{4}$ | ט. $\frac{x-4}{9}=\frac{1}{3}$ |

**5.** היחס בין הגילים של שני אחים הוא 2:7. סכום הגילים שלהם הוא 18
מִצאו את גילי האחים.

**6.** רוצים לחלק חבל שאורכו 28 מטר לשני חלקים ביחס של 2:5. מה יהיה אורך כל חלק?

**7.** כל תלמיד שרטט קטע שאורכו 24 ס"מ.
א. **יואב** חילק את הקטע ביחס של 1:2
מה אורכי החלקים?
ב. **חגי** חילק את הקטע ביחס 1:5
מה אורכי החלקים?
ג. **אסף** חילק את הקטע ביחס 5:7
מה אורכי החלקים?