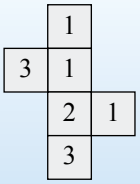


יחידה 21: חישוב הסתברויות

שיעור 1. אירגון תוצאות



לפניכם פריסה של קובייה מיוחדת.
נדב ו**עמי** רושמים את האפשרויות לקבלת כל אחד מהמספרים שעל הקובייה.
נדב רשם כך: 1 , 2 , 3
עמי רשם כך: 1 , 1 , 1 , 2 , 3 , 3

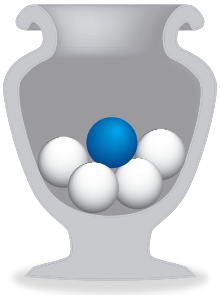
איזו צורת רישום נוחה יותר לצורך חישוב ההסתברות לקבלת כל אחד מהמספרים, של **נדב** או של **עמי**?

נלמד לרשום את האפשרויות בדרך נוחה לחישוב ההסתברות.

1. נתייחס לקובייה ממשימת הפתיחה.

א. מה ההסתברות שיתקבל המספר 1?
ב. מה ההסתברות שיתקבל המספר 3?
ג. מה ההסתברות שיתקבל מספר שונה מ- 1?

2. בכד 4 כדורים לבנים וכדור אחד כחול (כולם באותו גודל).
מוציאים כדור אחד בלי להסתכל.



א. רִשמו את התוצאות האפשריות בדרך נוחה לחישוב הסתברויות.
ב. מהי ההסתברות להוציא כדור לבן?
ג. מהי ההסתברות להוציא כדור כחול?
ד. מה ההסתברות להוציא כדור אדום?
ה. מה ההסתברות להוציא כדור כחול או לבן?



שימו לב, כדי לחשב הסתברות נוח לרשום כל תוצאה כמספר הפעמים שהיא מופיעה.

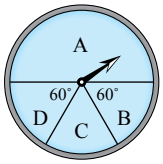
פתרון: במשימת הפתיחה, המספר 1 רשום על שלוש פאות, לכן כדאי לארגן את התוצאות בדרך של **עמי**.

במשימה 2, רושמים: **לבן, לבן, לבן, לבן, כחול**. או בטבלה:

לבן	כחול
4	1

כך נוח לחשב שההסתברות להוציא כדור לבן היא $\frac{4}{5}$

3. מסובבים את מחוג השעון שבשרטוט, עד שהוא נעצר.



א. חַשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים.

- המחוג ייעצר בשטח A
- המחוג ייעצר בשטח B
- המחוג ייעצר בשטח C
- המחוג ייעצר בשטח D

ב. מסובבים את המחוג 1,200 פעם.

כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח A?

כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח C? הַסבירו.

4. כל התלמידים בקבוצה רשמו על פתקים את האות הראשונה בשמם הפרטי.

התקבלו האותיות הבאות: ע, א, ש, ש, מ, ל, מ, ש, ע, ר, ר, ר, א, ר, מ, א.

הֵניחו את הפתקים בקופסה, והוציאו באקראי פתק אחד.

א. כמה תלמידים בקבוצה?

ב. אַרגנו את הנתונים בדרך יעילה.

ג. מה ההסתברות להוציא פתק שעליו רשומה האות **א**?

ד. מה ההסתברות להוציא פתק שעליו רשומה האות **ע**?

ה. לאיזו אות ההסתברות הגבוהה ביותר? מהי?

ו. לאילו אותיות אותה הסתברות? מהי?

5. בשקית 24 גולות: 8 ירוקות, 6 כחולות, ו- 10 צהובות.



מוציאים מתוך השקית גולה אחת, רושמים את הצבע שלה ומחזירים אותה לשקית.

א. הַתאימו לכל מאורע את ההסתברות שלו, מתוך המספרים שבמסגרת.

$$\frac{1}{3}\ ,\ \frac{2}{3}\ ,\ 0\ ,\ \frac{3}{4}\ ,\ 1\ ,\ \frac{7}{12}\ ,\ \frac{5}{12}\ ,\ \frac{1}{4}$$

- הוצאת גולה צהובה
- הוצאת גולה אדומה
- הוצאת גולה לא כחולה
- הוצאת גולה לא אדומה

ב. כִּתבו מאורע מתאים לשני מספרים נוספים שבמסגרת.



6. בכד גולות אדומות וגולות ירוקות.

היחס בין מספר הגולות האדומות למספר הגולות הירוקות בכד הוא 2:3

א. בוחרים באקראי גולה מהכד. מה ההסתברות שהיא בצבע:

אדום ירוק אדום או ירוק כחול

ב. האם אפשר לדעת כמה גולות בכד? תנו דוגמאות למספרים מתאימים.

7. א. תלמידים התבקשו לרשום את כל האפשרויות של הרכב בנים ובנות במשפחה בת שני ילדים.

נדב רשם: שני בנים, שתי בנות, בן ובת.

ניר רשם: (בת, בת), (בן, בן), (בן, בת), (בת, בן).

איזה רישום משקף טוב יותר את ההסתברות של המאורעות השונים?



ב. מִצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- במשפחה רק בנות
- הבכור הוא בן והצעירה בת
- הבכור הוא בן
- במשפחה יש גם בן וגם בת

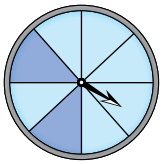
ג. לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר: "במשפחה יהיו שני בנים" או "במשפחה יהיו בן ובת"? נַמקו.



אוסף משימות



1. מסובבים את המחוג של השעון שבשרטוט.



א. מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח הצבוע בכחול?

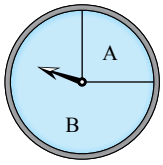
ב. מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח הצבוע בתכלת?

ג. מסובבים את המחוג 800 פעמים.

כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח הצבוע בתכלת?



2. בשעון שבשרטוט שטח B גדול פי 3 משטח A. מסובבים את מחוג השעון.



א. מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח A?

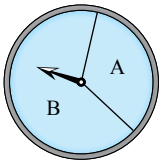
מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח B?

ב. מסובבים את המחוג 100 פעמים. כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח A ?

ג. המחוג עצר בשטח A 102 פעמים. כמה פעמים בערך, סביר להניח שהמחוג עצר בשטח B?



3. בשעון שבשרטוט שטח B גדול פי 2 משטח A. מסובבים את מחוג השעון.



א. מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח A?

מה ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח B?

ב. מסובבים את המחוג 120 פעמים.

כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח A?

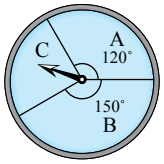
ג. המחוג עצר בשטח B 607 פעמים. כמה פעמים בערך, סביר להניח שהמחוג עצר בשטח A?

ד. אם המחוג עוצר בשטח A, מקבלים 10 נקדות.

אם המחוג עוצר בשטח B, מפסידים 3 נקודות.

כמה נקודות, בערך, אפשר לצבור בסיבוב המחוג 180 פעם?

4. מסובבים את מחוג השעון שבשרטוט. אם המחוג עוצר בשטח A, מפסידים נקודה.
אם המחוג עוצר בשטח B, מקבלים 10 נקודות. אם המחוג עוצר בשטח C, מפסידים 3 נקודות.



א. קבעו לכל אחד מהשטחים מהי ההסתברות שייעצר בו המחוג.

ב. מסובבים את המחוג 300 פעם.
כמה פעמים בערך, צפוי שהמחוג ייעצר בשטח B? כמה נקודות צוברים בסוף המשחק?

ג. **דן** סובב את המחוג וצבר 740 נקודות. כמה פעמים בערך, סובב דן את המחוג? הַסבירו.

5. היחס בין מספר העובדים הוותיקים למספר העובדים החדשים במפעל הוא 5:1
בוחרים עובד באקראי. מה ההסתברות שהוא עובד ותיק?

6. בכיתה 30 תלמידים. היחס בין מספר הבנים למספר הבנות בכיתה הוא 1:4

א. בוחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שנבחר בן? מה ההסתברות שנבחרה בת?

ב. האם התשובה תשתנה אם מספר התלמידים בכיתה הוא 35? הַסבירו.

7. בקופסה קוביות בשני צבעים, אדום ולבן. ההסתברות להוציא מהקופסה באקראי קובייה אדומה היא $\frac{2}{7}$

א. מהי ההסתברות להוציא באקראי קובייה לבנה?

ב. מה היחס בין מספר הקוביות הלבנות למספר הקוביות האדומות בקופסה?

ג. האם אפשר לקבוע כמה קוביות בקופסה? הַסבירו.



8. במשפחה שני ילדים.

א. הַעתיקו את הטבלה, והַשלימו את כל האפשרויות של הרכב בנים ובנות במשפחה.

בכור/ה	צעיר/ה
בן	בן

ב. מִצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות.

- במשפחה רק בנים - הבכורה בת והצעיר בן
- במשפחה יש גם בן וגם בת - במשפחה רק בנות

9. במשפחה שלושה ילדים.

א. רִשמו את כל האפשרויות של הרכב בנים ובנות במשפחה.

ב. מִצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- במשפחה יש רק בן אחד - במשפחה שלוש בנות
- רק הבכור במשפחה הוא בן - במשפחה יש בת ושני בנים

ג. לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר:

- "במשפחה 2 בנים" או "במשפחה 3 בנים"? נַמקו.
- "במשפחה 2 בנים" או "במשפחה בן אחד"? נַמקו.

שיעור 2. מחשבים הסתברויות



לכל אדם יש אחד מארבעה סוגי הדם A, B, AB, O

ל- 40% מהאוכלוסייה סוג דם A, ל- 20% סוג דם B, ול- 5% סוג דם AB.

לאיזה אחוז מהאוכלוסייה סוג דם O?

בעלי סוג דם A יכולים לקבל תרומת דם מבעלי סוג דם A או מבעלי סוג דם O.

מה ההסתברות שתורם מקרי יוכל לתרום דם לאדם בעל סוג דם A?

נחשב הסתברות.

צירוף תוצאות

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. ביישוב 10,000 תושבים.

כמה מבין תושבי היישוב בערך, צפוי שיהיו בעלי סוג דם A?

ב. מִצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- לתורם מסוים סוג דם A - לתורם מסוים סוג דם A או B
- לתורם מסוים סוג דם O - לתורם מסוים סוג דם A או O



ההסתברות לקבל תוצאה של מאורע המורכב משני מאורעות זרים (שאינם יכולים להתרחש בו-זמנית), היא **סכום ההסתברויות** של שני המאורעות.

דוגמה: הסתברות שלאדם הזקוק לתרומת דם, יש סוג דם A או סוג דם B, היא $\frac{2}{10}+\frac{4}{10}=\frac{6}{10}$



2. במכונת הגרלה 30% מהכדורים הם אדומים, 40% צהובים והיתר כחולים.

א. מה אחוז הכדורים הכחולים במכונה?

ב. כמה כדורים מכל צבע יש אם מספר הכדורים במכונה הוא 100?

כמה כדורים מכל צבע יש אם מספר הכדורים במכונה הוא 240?

ג. המכונה מגרילה כדור אחד. מִצאו את ההסתברות שיוגרל:

כדור כחול כדור אדום כדור צהוב כדור אדום או צהוב כדור ירוק

3. בכד 8 כדורים בצבע אדום בהיר, 4 כדורים בצבע אדום כהה, 6 כדורים בצבע ירוק בהיר, ו- 6 כדורים בצבע ירוק כהה. מוציאים מן הכד כדור אחד, מבלי להסתכל.

מהי ההסתברות להוציא כדור:

א. בצבע אדום בהיר? ב. בצבע אדום? ג. בצבע בהיר?

מאורעות משלימים



4. חזאי מזג האוויר הודיע: ההסתברות שיירד מחר שלג בירושלים היא $\frac{1}{4}$
מהי ההסתברות **שלא** יירד שלג?



- **סכום ההסתברויות** לקבל את כל המאורעות האפשריים הוא 1.

דוגמה: במשימה 2, כאשר במכונה כדורים בצבעים כחול, אדום וצהוב מתקיים:
סכום ההסתברות להגדיל כדור כחול או כדור אדום או כדור צהוב הוא 1.
כי $\frac{3}{10}+\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=1$

- **מאורעות משלימים** הם מאורעות זרים, הממצים ביחד את כל המאורעות.

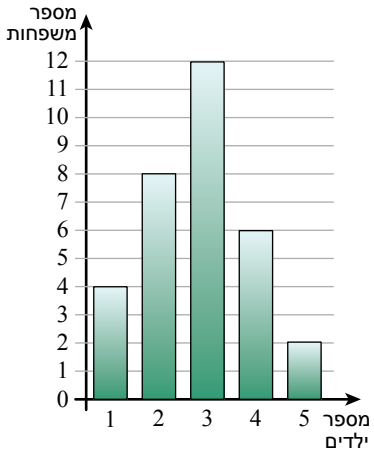
דוגמה: במשימה 4, המאורעות "יירד שלג" ו"לא יירד שלג" הם מאורעות זרים הממצים את כל האפשרויות, לכן הם מאורעות משלימים.

- סכום ההסתברויות של מאורעות **משלימים** הוא 1.

דוגמאות: סכום ההסתברות שיירד שלג וההסתברות שלא יירד שלג שווה ל- 1.
סכום ההסתברות להגריל כדור כחול וההסתברות להגריל כדור לא כחול שווה ל- 1.



5. דיאגרמת העמודות מתארת את מספרי הילדים במשפחות ביישוב.



א. הַשלימו טבלת שכיחויות מתאימה.

ב. כמה משפחות ביישוב?

ג. בוחרים באקראי משפחה ביישוב.

- מה ההסתברות שלמשפחה שנבחרה יהיו **לפחות** שלושה ילדים?
- מה ההסתברות שלמשפחה שנבחרה יהיו **לכל היותר** שני ילדים?

ד. האם המאורעות בסעיף ג משלימים זה את זה? הַסבירו.

ה. הַציעו דוגמה נוספת של מאורעות משלימים.



אוסף משימות

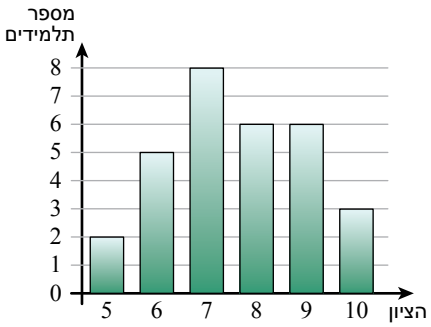


1. במשחק מזל ההסתברות לזכות בספר היא 65%, וההסתברות לזכות במחשב היא 15%.

א. מה ההסתברות לא לזכות כלל?

ב. האם המאורעות "זכה במחשב" ו"זכה בספר" הם מאורעות משלימים?

2. דיאגרמת העמודות מתארת את הציונים במבחן במדעים בכיתה ח1.



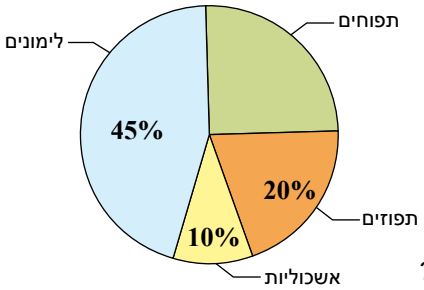
א. כמה תלמידים בכיתה?

ב. בוחרים באקראי נבחן. מה ההסתברות שהציון שלו גבוה מ- 7?

ג. קבעו לאיזה מאורע הסתברות גבוהה יותר, הַסבירו.

- הציון במבחן גבוה מ- 8.
- הציון במבחן נמוך מ- 7.

3. חברת משקאות ערכה סקר העדפה של 4 סוגי משקאות.



תוצאות הסקר מוצגות בדיאגרמת העוגה.

א. איזה אחוז מהנשאלים מעדיפים משקה תפוחים?

ב. בוחרים באקראי אחד מהנשאלים.

מה ההסתברות שהוא מעדיף משקה תפוזים?

מה ההסתברות שהוא אינו מעדיף משקה אשכוליות?

מה ההסתברות שהוא מעדיף משקה תפוזים או משקה אשכוליות?

4. במפעל בָּדקו 100 קופסאות נעצים, ורָשמו את מספר הנעצים הפגומים בכל קופסה.

התוצאות מוצגות בטבלת השכיחויות.

מספר נעצים פגומים בקופסה	0	1	2	3
מספר קופסאות	40	30	25	5

א. בכמה קופסאות יש **לפחות** 2 נעצים פגומים בקופסה?

ב. בוחרים קופסה באקראי. מה ההסתברות שיהיו בה **לפחות** 2 נעצים פגומים?

ג. בכמה קופסאות יש **לכל היותר** נעץ פגום אחד?

ד. בוחרים קופסה באקראי. מה ההסתברות שיהיה בה **לכל היותר** נעץ אחד פגום?

5. בטבלה נתונים הציונים במבחן המיון באנגלית.

הציון	6	7	8	9	10
מספר מבחנים	65	65	200	100	70

א. כמה מבחנים נאספו?

ב. בוחרים מבחן באקראי. מה ההסתברות:

שהציון גבוה מ- 8? שהציון לפחות 8? שהציון נמוך מ- 8?

ג. אילו שני מאורעות מסעיף ב הם מאורעות משלימים?

ד. מְצאו מאורע שההסתברות שלו 0.14 ומאורע משלים לו.

ה. מה ההסתברות לבחור באקראי מבחן שציונו שווה לציון הממוצע של כל המבחנים?

6. על כל קנייה בפיצרייה מקבלים כרטיס גירוד (רְאו דוגמה).
הכרטיס מכוסה בציפוי, והקונים רשאים לגרד רק משבצת אחת.
אם במשבצת הגלויה כתוב **פ** – זוכים בפיצה.
אם במשבצת הגלויה כתוב **א** – אין זכייה.

א	פ	א	פ
א	א	א	פ
א	א	א	א
פ	א	פ	א

א. מה ההסתברות לזכות בפיצה חינם?

ב. מה ההסתברות **לא** לזכות בפיצה?

ג. האם המאורע "לזכות בפיצה" והמאורע "לא לזכות בפיצה" הם מאורעות משלימים?

7. על כל קנייה בפיצרייה מקבלים כרטיס גירוד (רְאו דוגמה).
הכרטיס מכוסה בציפוי, והקונים רשאים לגרד רק משבצת אחת.
אם במשבצת הגלויה כתוב **פ** – זוכים בפיצה.
אם במשבצת הגלויה כתוב **א** – אין זכייה.

א	א	א	פ
א	פ	א	א
א	פ	א	א

א. מה ההסתברות לזכות בפיצה חינם?

ב. רְשמו מאורע משלים למאורע "לזכות בפיצה". מה ההסתברות של המאורע שרשמתם?

ג. הַכינו כרטיס גירוד של פיצרייה בגודל 5 x 4 משבצות, שבו ההסתברות לזכות בפיצה היא $\frac{1}{5}$
באיזה משני הכרטיסים (הכרטיס הנתון והכרטיס שהכנתם) ההסתברות לזכות בפיצה גבוהה יותר? הַסבירו.

8. על כל קנייה בפיצרייה מקבלים כרטיס גירוד (רְאו דוגמה).
הכרטיס מכוסה בציפוי, והקונים רשאים לגרד רק משבצת אחת.
אם במשבצת הגלויה כתוב **פ**, זוכים בפיצה.
אם במשבצת הגלויה כתוב **מ**, זוכים במיץ.
אם במשבצת הגלויה כתוב **א**, אין זכייה.

א	פ	א	מ	א
א	א	א	א	א
א	א	מ	א	פ
א	פ	א	א	א

א. מְצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
- זכייה בפיצה - זכייה בכוס מיץ או בפיצה
- זכייה בכוס מיץ - אין זכייה

ב. מְצאו בסעיף א שני מאורעות משלימים.

ג. רְשמו שלושה מאורעות שסכום ההסתברויות שלהם הוא 1.

שיעור 3. מלוח הפעולה אל ההסתברות

שלומי ו**מאור** משחקים במשחק "זוג או פרט".
שניהם מראים בבת-אחת מספר אצבעות ביד ימין.
שלומי מנצח – אם סכום האצבעות ששניהם מראים הוא מספר זוגי.
מאור מנצח – אם סכום האצבעות הוא מספר אי-זוגי.
מי מנצח בתמונת האצבעות?
האם המשחק נראה לכם הוגן?
אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?



מחשבים הסתברויות מלוחות פעולה.

1. כדי לקבוע מי מנצח במשחק שבמשימת הפתיחה הוחלט לרשום את התוצאות בלוח החיבור.

א. הַעתיקו את לוח החיבור ורִשמו בו את כל האפשריות לקבלת סכום אצבעות.

ב. כמה תוצאות בלוח החיבור?
כמה מהן מספרים זוגיים?
כמה מהן מספרים אי-זוגיים?

ג. מהי ההסתברות לניצחון של **שלומי**?
מהי ההסתברות לניצחון של **מאור**?

מספר אצבעות שמראה מאור

מספר אצבעות שמראה שלומי

+	1	2	3	4	5
1					
2				6	
3		5			
4					
5					



2. **כרמל** אמרה: בלוח הפעולה שבמשימה 1 רשמנו 25 תוצאות, לכן ברור שהמשחק אינו הוגן.

א. האם **כרמל** צודקת? הַסבירו.

ב. הַציעו שינוי כך שהמשחק יהיה הוגן. בִּדקו בעזרת לוח פעולה.

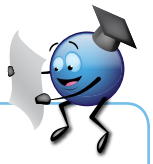
3. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, ומחברים את המספרים המתקבלים.
עודד מנצח - אם סכום המספרים שמראות שתי הקוביות הוא מספר זוגי.
דניאל מנצח - אם סכום המספרים שמראות שתי הקוביות הוא מספר אי-זוגי.

א. האם המשחק הוגן?
אם כן, הַסבירו.
אם לא, למי סיכוי טוב יותר לנצח?

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

ב. **יואב** הציע לסדר את התוצאות בדרך אחרת (רְאו לוח פעולה).
במה שונה הסידור של **יואב** מהסידור הקודם?
היכן מופיעים בלוח הסכומים הזוגיים?
האם יש יתרון לסידור של **יואב**? הַסבירו.

+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						

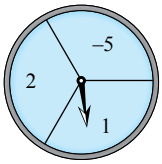


לפעמים, משינוי הסדר בלוח פעולה, מתקבל לוח שממנו קל לקרוא את ההסתברות של מאורעות מסוימים.

דוגמה: במשימה 3 ההצעה של **יואב** מאפשרת לקבל חלוקה של לוח הפעולה ל- 4 שטחים שווים. בשניים מהם המספרים זוגיים ובשניים אי-זוגיים.

+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						

4. השעון שבשרטוט מחולק לחלקים שווים.
מסובבים פעמיים את המחוג,
וכופלים את שני המספרים שבתחומם המחוג נעצר.



א. הַעתיקו את הלוח והַשלימו.
כמה מכפלות חיוביות וכמה מכפלות שליליות התקבלו?

·	2	-5	1
2			
-5			
1			

ב. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
- תתקבל מכפלה חיובית - תתקבל מכפלה הגדולה מ- 25
- תתקבל מכפלה שלילית - תתקבל מכפלה קטנה מ- 20
- תתקבל מכפלה שווה ל- 1

ג. **נועה** סידרה את לוח הפעולה כך:
לאילו מאורעות מסעיף ב, קל למצוא את ההסתברות בעזרת הלוח של **נועה**? הַסבירו.

·	1	2	-5
1			
2			
-5			

ד. **דריה** רוצה למצוא את ההסתברות לקבלת מספר זוגי.
סַדרו את לוח הפעולה כך שיהיה לה קל.



5. מסובבים מחוגים של שני שעונים. כל שעון מחולק לארבעה חלקים שווים.
על שעון I רשומים 3 מספרים חיוביים ומספר אחד שלילי.
על שעון II רשומים 2 מספרים חיוביים ו- 2 מספרים שליליים.
שחר מנצחת – אם מכפלת המספרים שמורים המחוגים היא חיובית.
שקד מנצחת – אם מכפלת המספרים שמורים המחוגים היא שלילית.

שעון II

שעון I	·				
	ח				
	ח				
	ח				
	ש				

א. האם המשחק הוגן? נַמקו.

ב. הַעתיקו את לוח הפעולה והַשלימו.
צִבעו את כל המשבצות שבהן רשומה תוצאה חיובית.
הַעבירו קווי חלוקה בלוח.
קִבעו מה ההסתברות של **שחר** לנצח, ומה ההסתברות של **שקד** לנצח.



אוסף משימות



1. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, ומחברים את המספרים שהן מראות.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

א. הַעתיקו את לוח החיבור והַשלימו. כמה תוצאות בלוח?

ב. מהי ההסתברות לקבל 7?

מהי ההסתברות לקבל 8?

ג. צְבעו את לוח התוצאות כך שיהיה קל לזהות מאורעות שההסתברות שלהן שווה.
מְצאו תוצאה, שההסתברות לקבל אותה שווה להסתברות לקבל 8.

ד. **רמי** מנצח אם הסכום גדול מ- 7, **דורון** מנצח אם הסכום הוא לכל היותר 6. האם המשחק הוגן? נַמקו.



2. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, ורושמים את מכפלת המספרים שהן מראות.

א. הַכינו לוח מתאים לרישום כל התוצאות האפשריות ומַלאו אותו.

ב. מְצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- המכפלה שווה ל- 6
- המכפלה גדולה מ- 36
- המכפלה שווה ל- 10
- המכפלה היא מספר חיובי



3. מטילים שתי קוביות משחק רגילות ורושמים את המספר הגדול מבין השניים.
אם שתי הקוביות מראות אותו מספר, רושמים אותו.

א. הַכינו לוח מתאים לרישום כל התוצאות האפשריות ומַלאו אותו.

ב. מְצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- יתקבל 6
- יתקבל מספר זוגי
- יתקבל מספר גדול מ- 3
- יתקבל 1
- יתקבל מספר אי-זוגי
- יתקבל מספר קטן מ- 5



4. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, האחת לבנה והאחרת שחורה.
מחסרים מהמספר שעל הקובייה השחורה את המספר שעל הקובייה הלבנה.

א. הַכינו לוח פעולה לרישום כל התוצאות האפשריות ומַלאו אותו.

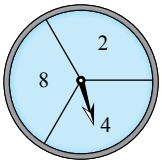
ב. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים וציינו אם הוא אפשרי, בלתי אפשרי או ודאי.

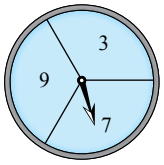
- לקבל הפרש חיובי
- לקבל הפרש קטן מ- 4
- לקבל הפרש שלילי
- לקבל הפרש גדול מ- 2
- לקבל הפרש 7
- לקבל הפרש קטן מ- 10
- לקבל הפרש זוגי
- לקבל הפרש שווה ל- 0
- לקבל הפרש שאינו 3

ג. רְשמו דוגמה לשני מאורעות שההסתברות שלהם שווה.

ד. צְבעו את לוח התוצאות כך שיהיה קל לזהות מאורעות שההסתברות שלהם שווה.

5. מסובבים את המחוגים של שני שעונים כמו בשרטוט,
ומחשבים את סכום המספרים שהם מראים.





+	3	7	9
2			
4			
8			

א. הַעתיקו והַשלימו את לוח החיבור.

ב. מהי ההסתברות לקבל את הסכום 5?

ג. מהי ההסתברות לקבל את הסכום 10?

ד. מהי ההסתברות לקבל סכום שהוא מספר זוגי?

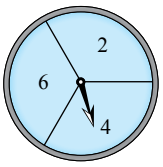
ה. מהי ההסתברות לקבל סכום שהוא מספר אי-זוגי?

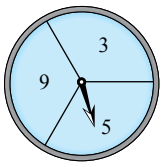
ו. מהי ההסתברות לקבל סכום קטן מ- 10?

ז. לאיזה סכום מספרים הסתברות $\frac{1}{3}$?

ח. רִשמו מאורע שההסתברות שלו היא 1.

6. מסובבים את המחוגים של שני שעונים כמו בשרטוט,
ומחשבים את הסכום ואת המכפלה של המספרים שהם מראים.





א. הַעתיקו את לוח החיבור ואת לוח הכפל, והַשלימו.

+	3	5	9
2			
4			
6			

·	3	5	9
2			
4			
6			

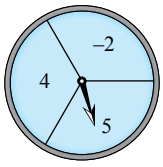
ב. חַשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים.

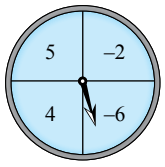
- **סכום** המספרים זוגי
- **סכום** המספרים אי-זוגי
- **מכפלת** המספרים זוגית
- **מכפלת** המספרים אי-זוגית
- **סכום** המספרים מתחלק ב- 5
- **מכפלת** המספרים 5
- **סכום** המספרים מתחלק ב- 3
- **מכפלת** המספרים מתחלקת ב- 3

ג. מִצאו **מאורע של סכום** שההסתברות לקבל אותו היא $\frac{2}{9}$

מִצאו **מאורע של מכפלה** שההסתברות לקבל אותו היא $\frac{2}{9}$

7. מסובבים את המחוגים של שני שעונים כמו בשרטוט,
ומחשבים את מכפלת המספרים שהם מראים.





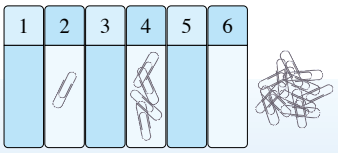
·	–6	–2	4	5
–2				
4				
5				

א. **יעל** מנצחת – אם מכפלת שני המספרים שמורים המחוגים היא חיובית, **ורד** מנצחת – אם המכפלה שלילית.
האם המשחק נראה לכם הוגן?

ב. הַעתיקו את לוח הכפל והַשלימו.
חַשבו את ההסתברות ש**יעל** תנצח, ואת ההסתברות ש**וורד** תנצח.

ג. משנים את כללי המשחק כך: **יעל** תנצח אם הסכום זוגי, **ורד** תנצח אם הסכום אי-זוגי.
מה ההסתברות של כל אחת מהן לנצח?
שַנו מספר אחד על השעון המחולק לארבעה חלקים, כך שהמשחק יהיה הוגן.

שיעור 4. ההסתברות בשירות המשחק*



שלוש תלמידות משחקות ב**אטבים**.
לכל אחת לוח משחק (כמו בשרטוט) ו- 12 אטבים.
כל משתתפת מניחה את האטבים בעמודות של לוח המשחק כרצונה.
בכל תור, מטילים קובייה רגילה וכל אחת מסירה אטב אחד הנמצא בעמודה של המספר שמתקבל (אם יש).
המשחק מסתיים כאשר על אחד הלוחות לא נשארים אטבים.
שָׂערו: כיצד כדאי לפזר את האטבים על הלוח כדי להגדיל את הסיכוי לנצח? נַמקו.

נשתמש בידע שלמדנו בהסתברות כדי לתכנן.

1. נתייחס למשחק שבמשימת הפתיחה.
יפעת לא הניחה אף אטב בעמודות של 6 ושל 1, ובכל אחת מהעמודות האחרות הניחה 3 אטבים.
עדה הניחה 2 אטבים בכל עמודה.
נסיה הניחה את כל האטבים בעמודה של המספר 6.
מה דעתכם על ההצעות של **יפעת**, של **עדה** ושל **נסיה**? הַסבירו.



2. **אטבים על סכומים** (משחק לשניים או לשלושה משתתפים)





המשחק מכיל:

- 18 אטבים קטנים לכל משתתף/ת
- שתי קוביות משחק רגילות
- לוח משחק לכל משתתף/ת

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

מטרת המשחק: להסיר ראשון/ה את כל האטבים מהלוח.

הוראות המשחק

כל משתתף/ת מניח/ה את כל 18 האטבים על העמודות בלוח כרצונו/ה.
(בכל עמודה מותר להניח אטב בודד, להניח מספר אטבים ביחד או לא להניח אטבים כלל.)
בכל תור מטילים את שתי הקוביות ומחשבים את הסכום.
מסירים אטב **אחד** הנמצא בעמודה של הסכום שהתקבל (אם יש).
המשחק מסתיים: כאשר הוסרו כל האטבים מאחד הלוחות.
מנצח/ת: המשתתף/ת שכל האטבים שלו/ה הוסרו.

* לוחות משחק מתאימים נמצאים באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "ספרי לימוד - דפי עזר לתלמידים ולמורים".



3. נתייחס למשחק במשימה 2.

א. תַּארו את השיקולים שלכם בפיזור האטבים על פני הלוח בתחילת המשחק.

ב. הַעתיקו והַשלימו את לוח החיבור.
האם אפשר ללמוד מלוח החיבור כמה אטבים כדאי להניח בכל עמודה?

ג. חַשבו את ההסתברות לקבלת כל אחד מהסכומים המתקבלים בהטלת שתי קוביות (בין 2 ל- 12).

ד. תַּארו את האופן שבו הייתם מפזרים את האטבים בין הסכומים מ- 2 עד 12, במשחק דמיוני שבו כל שחקן מקבל דסקיות.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						



- אי-אפשר לנבא תוצאות של מהלך אחד או של מספר קטן של מהלכים.
- באמצעות ניתוח של משחק אפשר לנבא בסבירות גבוהה תוצאות של מהלכים רבים.

עוד על לוח פעולה

4. משחקים בשתי קוביות משחק מיוחדות.
על פאות קובייה **א** רשומים 3 מספרים חיוביים ו- 3 מספרים שליליים.
על הפאות קובייה **ב** רשומים 2 מספרים חיוביים ו- 4 מספרים שליליים.
שחר מנצחת – אם מכפלת המספרים שעל הקוביות היא חיובית.
שקד מנצחת – אם מכפלת המספרים שעל הקוביות היא שלילית.

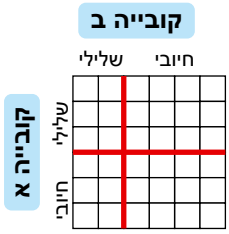
א. האם המשחק הוגן? נַמקו.

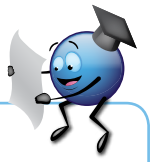
ב. בְּנו לוח פעולה מתאים עבור התוצאות, וקִבעו מה ההסתברות ש**שחר** תנצח, ומה ההסתברות ש**שקד** תנצח.

5. **אורן** התייחס לנתונים במשימה 4.

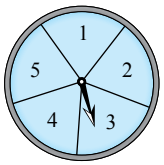
אורן אמר: בניתי לוח פעולה כמו בשרטוט. אם נצבע שטחים שבהם המכפלה חיובית קל יהיה לקבוע אם המשחק הוגן.

האם **אורן** צודק? הַסבירו.





אפשר לחשב הסתברויות גם אם התוצאות האפשריות אינן נתונות במפורש.
במקרים מסוימים, אפשר להשתמש ב**דיאגרמת שטח**.
בדיאגרמה כזאת כל סוג של תוצאה מופיע לפי החלק היחסי שלו בקבוצת הנתונים.
לשאלה: הלוח של **אורן** במשימה 5 הוא **דיאגרמת שטח**.



1. השעון שבשרטוט מחולק לחמישה חלקים שווים.
מסובבים את המחוג פעמיים.
מחסרים מהמספר שהתקבל בפעם הראשונה את המספר שהתקבל בפעם השנייה.

א. הַעתיקו את לוח החיסור והַשלימו. צִבעו בלוח את האלכסון שבו יש אפסים.

–	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

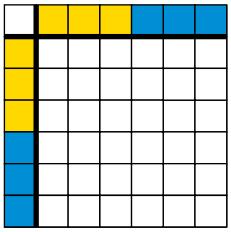
ב. משחקים בהפרשים. לכל משתתף/ת 50 אטבים.

−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4

הַעתיקו את הטבלה ורִשמו כמה אטבים כדאי להניח בעמודה של כל הפרש.

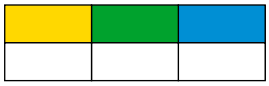
ג. צִבעו באותו צבע, כל שני אלכסונים בלוח הנמצאים במרחק שווה מאלכסון האפסים.
אם מקפלים את לוח ההפרשים לאורך אלכסון האפסים, אילו הפרשים יפלו זה על זה?

ד. מִצאו בטבלה בסעיף ב סימטרייה דומה לזו שמצאתם בלוח.

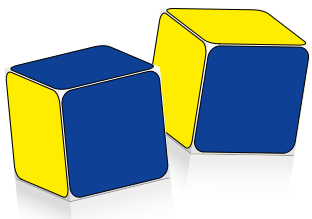


2. מטילים שתי קוביות מיוחדות.
על כל קובייה שלוש פאות כחולות ושלוש פאות צהובות.

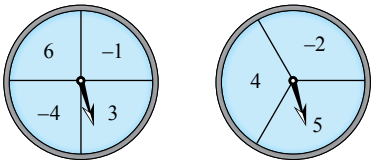
א. הַעתיקו לוח פעולה והַשלימו:
אם מתקבל צבע כחול בשתי הקוביות, צִבעו בכחול.
אם מתקבל צבע צהוב בשתי הקוביות, צִבעו בצהוב.
אם בכל קובייה מתקבל צבע שונה, צִבעו בירוק.

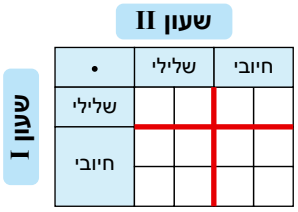


ב. משחקים **באטבים על צבע**. לכל משתתף/ת 12 אטבים.
בשרטוט דוגמה של טבלה לרישום התוצאות.
שַרטטו טבלה והַשלימו את מספר האטבים שכדאי להניח בכל עמודה.



3. בשרטוט שני שעונים. כל שעון מחולק לחלקים שווים.
טליה ו**רווית** מסובבות את המחוגים של שני השעונים, ומכפילות את שני המספרים שהם מראים.
טליה מנצחת – אם המכפלה חיובית.
רווית מנצחת – אם המכפלה שלילית.





א. האם המשחק נראה לכם הוגן?

ב. הַעתיקו את הלוח וצִבעו את השטחים המתאימים לניצחון של **טליה**.

ג. חַשבו את ההסתברות ש**טליה** תנצח.

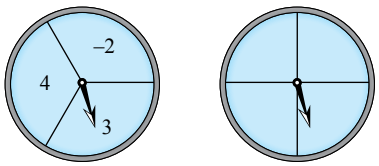
חַשבו את ההסתברות ש**רווית** תנצח.

4. **גיא** ו**ניר** מסובבים מחוגים של שני שעונים.
כל שעון מחולק לעשרה חלקים שווים.
בכל חלק רשום מספר אחד.
על שעון **א** – 5 מספרים חיוביים ו- 5 מספרים שליליים.
על שעון **ב** – 3 מספרים חיוביים ו- 7 מספרים שליליים.
מסובבים את שני המחוגים ומחשבים את מכפלת שני המספרים שמראים המחוגים.
גיא מנצח – אם מכפלת שני המספרים היא חיובית.
ניר מנצח – אם מכפלת שני המספרים היא שלילית.

א. בְּנו לוח פעולה מחולק למכפלה חיובית ולמכפלה שלילית. סַמנו את השטח המציין ניצחון של **גיא**.

ב. חַשבו את ההסתברות ש**גיא** ינצח, ואת ההסתברות ש**ניר** ינצח.

5. שני השעונים המשורטטים מחולקים לחלקים שווים.
יעל ו**ורד** מסובבות את המחוגים של שני השעונים,
ומחַשבות את מכפלת שני המספרים שמורים המחוגים.
יעל מנצחת – אם המכפלה חיובית.
ורד מנצחת – אם מכפלה שלילית.

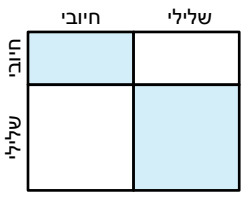


א. הַעתיקו את השעון הריק והַשלימו מספרים, כך שההסתברות ש**יעל** תנצח תהיה גדולה יותר.

ב. הַעתיקו את השעון הריק והַשלימו מספרים, כך שההסתברות ש**ורד** תנצח תהיה גדולה יותר.

ג. הַעתיקו את השעון הריק והַשלימו מספרים, כך שהמשחק יהיה הוגן.

ד. לאיזה מהסעיפים הקודמים מתאים הלוח שבשרטוט?





שומרים על כושר

ביטויים אלגבריים זהים

1. בכל סעיף רק ביטוי אלגברי אחד אינו זהה לאחרים. מי הוא?

א.	$-2x$	$x - 2$	$x \cdot (-2)$	$-1 \cdot 2x$
ב.	$5 + x$	$5 \cdot x$	$5x$	$x \cdot 5$
ג.	$-7x$	$-7 \cdot x$	$x - 7$	$x \cdot (-7)$
ד.	$5x \cdot x$	$6x$	$5x^2$	$x \cdot 5x$
ה.	$x + 1$	$x \cdot 1$	x	$1 \cdot x$

2. בכל סעיף רק ביטוי אלגברי אחד אינו זהה לאחרים. מי הוא?

א.	$x \cdot (-2x)$	$x - 2x$	$-2x^2$	$-x^2 \cdot 2$
ב.	$6x^2$	$2x \cdot 3x$	$6(2x)$	$2 \cdot 3x^2$
ג.	$8(a \cdot b)$	$8a \cdot 8b$	$2a \cdot 4b$	$4 \cdot 2ab$
ד.	$2x^2$	$x \cdot 2x$	$x^2 + x^2$	$x^2 \cdot x^2$
ה.	$2x$	$\frac{6x}{3}$	$5x \cdot \frac{2}{5}$	$\frac{2x}{x^2}$
ו.	$-x^2$	$x \cdot (-x)$	$(-x)^2$	$\frac{x^2}{-1}$

3. **עידו** התבקש לרשום לכל ביטוי שבמסגרת ארבעה ביטויים זהים.
בִּדקו את עבודתו. נַסו להסביר את שגיאותיו.

א.	$6a$	$2 + 4a$	$2a + 4a$	$a \cdot 6$	$2 \cdot 3a$
ב.	$5 \cdot (4 \cdot a)$	$20a$	$5 \cdot 4a$	$5 \cdot 4 + 5 \cdot a$	$20 + 5a$
ג.	$6a \cdot a$	$6 \cdot a \cdot a$	$7a$	$6a + a^2$	$6a^2$
ד.	$2 - 8a$	$-8a + 2$	$2(1 - 4a)$	$-6a$	$-8(a - 0.25)$