

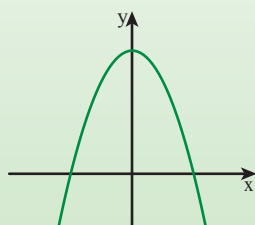
יחידה 8: שיקוף, הרחבה וכיווץ של פרבולות

שיעור 1. שיקוף בציר x

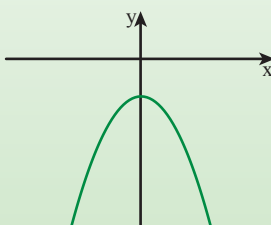


תלמידות התבקשו לשרטט פרבולה שכל הערכים שלה שליליים.

זהבה שרטטה כך:



יהודית שרטטה כך:



מי צודקת?

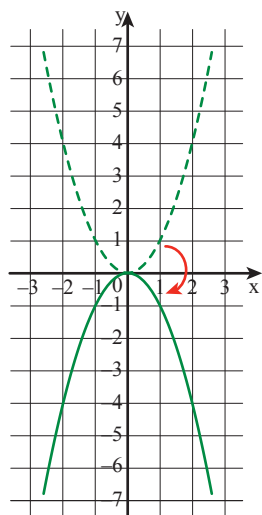
נשקף בציר x את הגרף של $y = x^2$, ונלמד את התכונות של הפונקציה המתקבלת.

שיקוף הפרבולה $y = x^2$ בציר x

1. הניחו את ה"פרבולה השקופה" על הפרבולה $y = x^2$ והפכו אותה. נחקור את הפרבולה ה"הפוכה".

א. השלימו טבלה לפונקציה שאחרי השיקוף (הפרבולה ה"הפוכה").

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



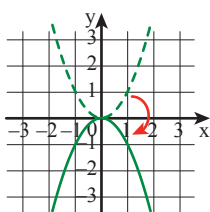
ב. מה שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה ה"הפוכה"?

ג. איזה מבין הייצוגים הבאים הוא הייצוג האלגברי של הפרבולה ה"הפוכה"? הסבירו.

$y = 1 - x^2$
 $y = x^2 - 1$
 $y = -x^2$
 $y = x^2$



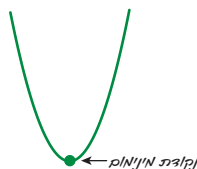
הפרבולה $y = -x^2$ מתקבלת על-ידי שיקוף בציר x של הפרבולה $y = x^2$.



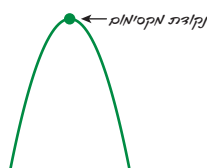


נקודת הקדקוד של פרבולה היא **נקודת קיצון**.

- אם נקודת הקדקוד היא הנקודה "הכי נמוכה" של הפרבולה, היא נקראת **נקודת מינימום**.



- אם נקודת הקדקוד היא הנקודה "הכי גבוהה" של הפרבולה, היא נקראת **נקודת מקסימום**.



זכור: קדקוד הפרבולה $y = x^2$ הוא **נקודת המינימום** של הפרבולה.
קדקוד הפרבולה $y = -x^2$ הוא **נקודת המקסימום** של הפרבולה.

2. השלימו **תעודת זהות** של הפונקציה $y = -x^2$.



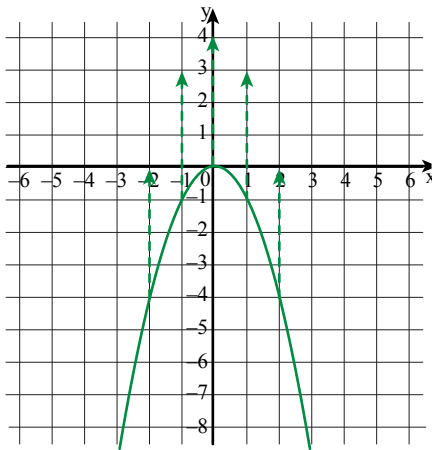
$y = -x^2$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	סקיצה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
	שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)

מזיזים למעלה ולמטה

3. א. הניחו את "הפרבולה השקופה" על מערכת הצירים, כך שתתאים לפונקציה $y = -x^2$.
הזיזו אותה 4 יחידות **למעלה**.

ב. השלימו טבלה לפונקציה לאחר ההזזה.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



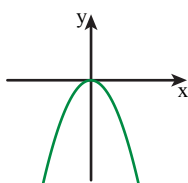
סמנו את הנקודות במערכת הצירים
וְחִבְרוּ לקבלת פרבולה.

ג. רשמו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה לאחר ההזזה.
בדקו תשובתכם.

ד. השלימו **תעודת זהות** לפונקציה שרשמתם בסעיף ג.



$y = -x^2 + 4$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	סקיצה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
	שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודות החיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



קדקוד הפרבולה $y = -x^2$ הוא $(0, 0)$.

נקודה זו היא **נקודת המקסימום** של הפרבולה.

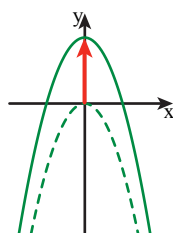
ציר הסימטריה הוא ציר y .

התחום שבו הפונקציה עולה: המספרים השליליים $(x < 0)$.

התחום שבו הפונקציה יורדת: המספרים החיוביים $(x > 0)$.

התחום שבו הפונקציה שלילית: כל המספרים פרט ל- 0 $(x \neq 0)$.

התחום שבו הפונקציה חיובית: אין מספרים.

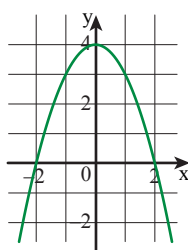


אם מזיזים את הפרבולה $y = -x^2$ c יחידות כלפי **מעלה**,

מתקבלת פרבולה שהייצוג האלגברי שלה הוא $y = -x^2 + c$.

הקדקוד שלה $(0, c)$, הוא **נקודת מקסימום**.

פרבולה זו חותכת את ציר x בשתי נקודות.



דוגמה: במשימה 3 הייצוג האלגברי של הפרבולה הוא $y = -x^2 + 4$.

הקדקוד הוא $(0, 4)$, והוא נקודת מקסימום.

התחום שבו הפונקציה עולה: המספרים השליליים $(x < 0)$.

התחום שבו הפונקציה יורדת: המספרים החיוביים $(x > 0)$.

התחום שבו הפונקציה חיובית: המספרים בין -2 ל- 2 $(-2 < x < 2)$.

התחום שבו הפונקציה שלילית: המספרים משמאל ל- -2 כלומר

$x < -2$, או המספרים מימין ל- 2 כלומר $x > 2$.



4. שולי אמרה: הפונקציה הריבועית $y = -x^2 - 1$ היא שלילית בכל התחום.

לפונקציה זו אין נקודות חיתוך עם ציר x , וכל הערכים שלה שליליים.

הסבירו איך **שולי** ידעה זאת.





אוסף משימות



1. השלימו.

ייצוג אלגברי של הפונקציה	שיעורי נקודת הקדקוד	סוג הקדקוד מינימום/מקסימום	יש או אין נקודות חיתוך עם ציר x
$y = x^2 + 3$			
$y = x^2 - 3$			
$y = -x^2 + 3$			
$y = -x^2 - 3$			



2. בשרטוט סקיצה של גרף הפונקציה $y = -x^2$.

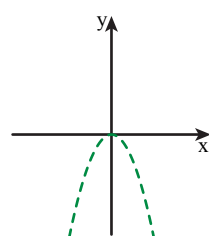
א. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $y = -x^2 + 9$.

ב. האם גרף הפונקציה חותך את ציר x?

אם כן, בכמה נקודות?

ג. בטבלה שלפניכם תעודת זהות של הפונקציה $y = -x^2$.

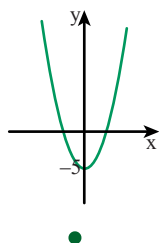
השלימו תעודת זהות לפונקציה $y = -x^2 + 9$.



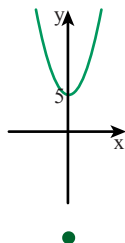
ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = -x^2$	$y = -x^2 + 9$
סקיצה		
ציר הסימטריה	$x = 0$	
שיעורי נקודת הקדקוד	$(0, 0)$	
סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)	מקסימום	
שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x ($y = 0$)	$(0, 0)$	
שיעורי נקודות החיתוך עם ציר y ($x = 0$)	$(0, 0)$	
התחום שבו הפונקציה עולה	מספרים שליליים ($x < 0$)	
התחום שבו הפונקציה יורדת	מספרים חיוביים ($x > 0$)	
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	אין מספרים	
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	$x \neq 0$	



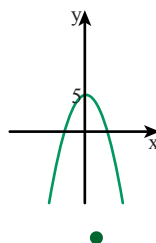
3. התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה.



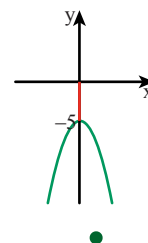
$y = x^2 + 5$



$y = -x^2 + 5$



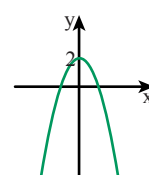
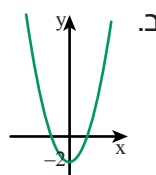
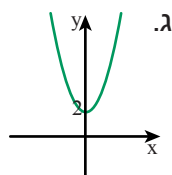
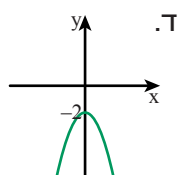
$y = -x^2 - 5$



$y = x^2 - 5$



4. רשמו ייצוג אלגברי מתאים לכל פרבולה.

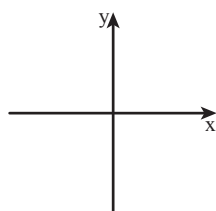


5. א. רשמו ייצוג אלגברי של פרבולה המקיימת:

- שיעורי נקודת הקדקוד $(0, 4)$,
- הפונקציה עולה בתחום המספרים השליליים $(x < 0)$,
- הפונקציה יורדת בתחום המספרים החיוביים $(x > 0)$.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה שרשמתם.

ג. האם הקדקוד הוא נקודת מקסימום או נקודת מינימום?

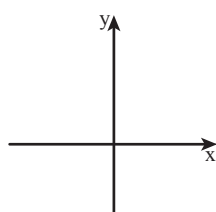


6. א. שרטטו באותה מערכת צירים גרפים של שתי פרבולות:

- פרבולה I: קדקוד $(0, 3)$, ויש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר x .
- פרבולה II: קדקוד $(0, -3)$, ויש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר x .

ב. רשמו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.

ג. קבעו אם הקדקוד של כל פרבולה הוא נקודת מקסימום או נקודת מינימום.





7. בכל סעיף הקיפו את האות בטור המתאים. מה קיבלתם?

לא נכון	נכון	
מ	כ	א. לפונקציה $y = -x^2 - 5$ יש נקודת מקסימום.
ל	צ	ב. לפונקציה $y = -x^2 + 5$ יש נקודת מינימום.
ה	פ	ג. לפונקציה $y = x^2 + 3$ יש נקודת מקסימום.
כ	ב	ד. לפונקציה $y = x^2 - 1$ יש נקודת מקסימום.
ב	ע	ה. לפונקציה $y = -x^2$ יש נקודת מינימום.
ו	נ	ו. לפונקציה $y = x^2 + 3$ יש מינימום ב- $(3, 0)$.
ל	ד	ז. לפונקציה $y = -x^2 - 1$ יש מקסימום ב- $(0, -1)$.



8. בכל סעיף שרטטו סקיצה מתאימה ורשמו דוגמה לייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.

- לפונקציה יש נקודת מינימום, והגרף שלה אינו חותך את ציר x .
- לפונקציה יש נקודת מקסימום, והגרף שלה חותך את ציר x בנקודה אחת בלבד.
- לפונקציה יש נקודת מקסימום, והגרף שלה חותך את ציר x בשתי נקודות.
- לפונקציה יש נקודת מקסימום, והגרף שלה אינו חותך את ציר x .
- נקודת המקסימום של הפונקציה היא $(0, 3)$.



9. א. הקדקוד של פרבולה נמצא על ציר y .

כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט? רשמו דוגמה לפונקציה כזו.

ב. הקדקוד של פרבולה נמצא בנקודה $(0, 2)$.

רשמו שתי דוגמאות לפונקציה כזו.

ג. הקדקוד של פרבולה הוא נקודת מינימום ב- $(0, 2)$.

האם לפונקציה יש נקודות אפס? הסבירו.



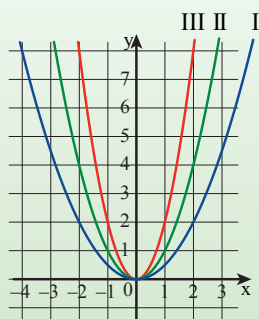
10. לכל סעיף רשמו דוגמה לפונקציה ריבועית.

א. פרבולה שאין לה נקודות אפס (אין נקודות חיתוך עם ציר x).

ב. פרבולה שיש לה נקודת אפס אחת (יש נקודת חיתוך אחת עם ציר x).

ג. פרבולה שיש לה שתי נקודות אפס (יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x).

שיעור 2. הרחבות וכיווצים של פרבולות



בשרטוט שלושה גרפים של פונקציות ריבועיות.

$$y = x^2$$

$$y = 2x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

איזה מבין הגרפים הוא גרף הפונקציה $y = x^2$? הסבירו.

איזה גרף מתאים ל- $y = 2x^2$?

איזה גרף מתאים ל- $y = \frac{1}{2}x^2$?

נלמד תכונות של פונקציות שהן הרחבה או כיווץ של $y = x^2$.



1. נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

א. השלימו טבלה לפונקציה $y = 2x^2$.

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$					

רשמו ליד הפרבולה המתאימה את הייצוג האלגברי שלה.

ב. השלימו טבלה לפונקציה $y = \frac{1}{2}x^2$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \frac{1}{2}x^2$							

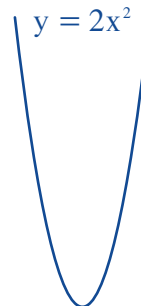
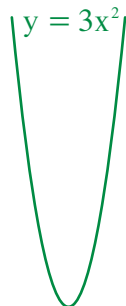
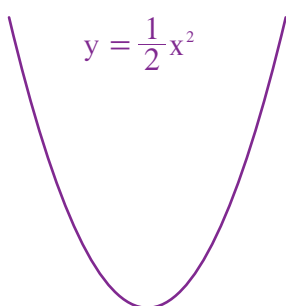
רשמו ליד הפרבולה המתאימה את הייצוג האלגברי שלה.

ג. השלימו **תכונות** לכל פרבולה.

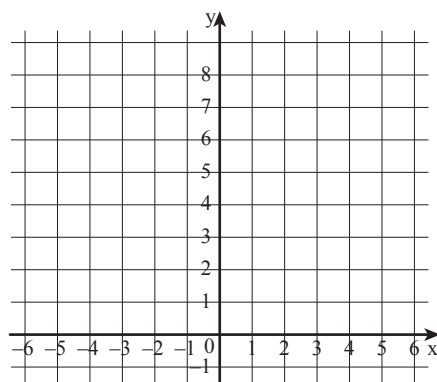
$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = x^2$	$y = 2x^2$	
	$x = 0$		ציר הסימטריה
	$(0, 0)$		שיעורי נקודת הקדקוד
	מספרים חיוביים ($x > 0$)		התחום שבו הפונקציה עולה
	מספרים שליליים ($x < 0$)		התחום שבו הפונקציה יורדת



2. א. בשרטוטים פרבולות של פונקציות ריבועיות: $y = 2x^2$ $y = 3x^2$ $y = \frac{1}{2}x^2$
העתיקו אותם על דף שקוף.



ב. היעזרו ב"פרבולה השקופה" של $y = x^2$ ובשלוש הפרבולות שבסעיף א.
הניחו במערכת הצירים את כל ארבע הפרבולות, זו על גבי זו (הקדקוד בראשית הצירים).

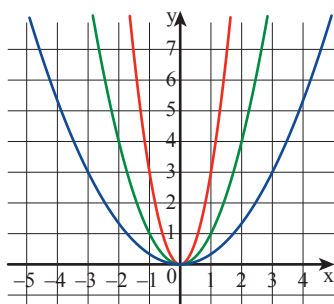


ג. מה התכונות המשותפות לארבע הפרבולות?
במה הן שונות זו מזו? ממה נובע השוני?



במשימות 1 ו-2 הכרנו פרבולות שהייצוג האלגברי שלהן הוא מהצורה $y = ax^2$ ($a \neq 0$).
אפשר לקבל את הפרבולות זו מזו על-ידי כיווץ או הרחבה.

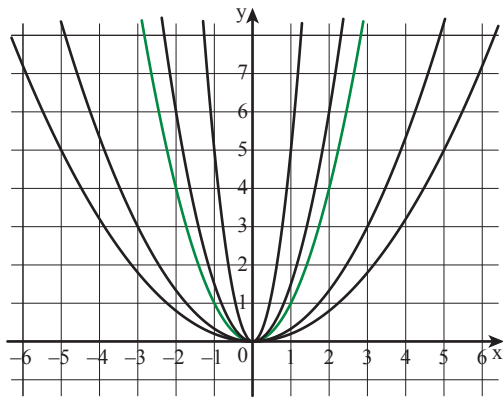
דוגמה: בשרטוט הגרפים של שלוש פונקציות כאלה.



הפרבולה **האדומה** היא הגרף של $y = 3x^2$ ($a > 1$).

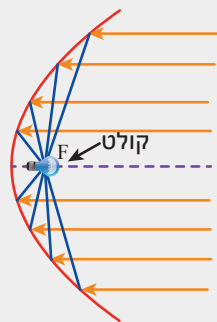
הפרבולה **הירוקה** היא הגרף של $y = x^2$ ($a = 1$).

הפרבולה **הכחולה** היא הגרף של $y = \frac{1}{2}x^2$ ($a < 1$).

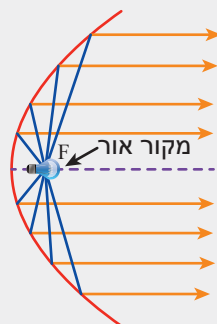


3. הגרף הירוק שבשרטוט הוא גרף הפונקציה $y = x^2$.
 הרחיבו (או כיווצו) את גרף הפונקציה $y = x^2$ כך
 שהתקבלו גרפים של הפונקציות מהמשפחה $y = ax^2$.
 א. צבעו באדום את הגרפים שבהם $a > 1$.
 ב. צבעו בכחול את הגרפים שבהם $0 < a < 1$.

משטח הנוצר על-ידי סיבוב של פרבולה סביב ציר y נקרא **משטח פרבולי**. למשטח פרבולי תכונות גאומטריות ופיזיקליות חשובות. לדוגמה, קרני אור או גלים המגיעים במקביל (כמו בשרטוט) ופוגעים בו, מוחזרים כולם אל אותה נקודה הנקראת **מוקד**. תכונה זו משמשת לריכוז קרני אור בטלסקופים ובאנטנות. קרני אור או גלים הפוגעים במראה או במשטח פרבולי, מוחזרים אל נקודת קליטה אחת הנמצאת במוקד הפרבולה. כך מתקבלת במוקד עוצמה גדולה יותר, ואיכות הקליטה משתפרת.

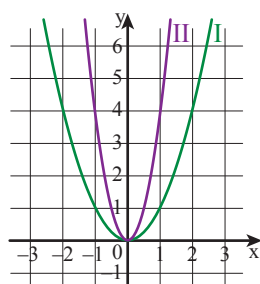


תכונה זו של הפרבולה מנוצלת גם לכיוון ההפוך: פנסים וזרקורים חזקים (למשל, פנסי מכוניות) מורכבים ממראה פרבולית, ובמוקד הפרבולה נמצאת נורה. קרני האור שמקורן בנורה מוחזרות על-ידי המראה בכיוון אחיד. כך נוצרת אלומת אור מקבילה בעלת עוצמה חזקה יותר.





אוסף משימות



1. במערכת הצירים משורטטים גרפים של שתי פונקציות ריבועיות:

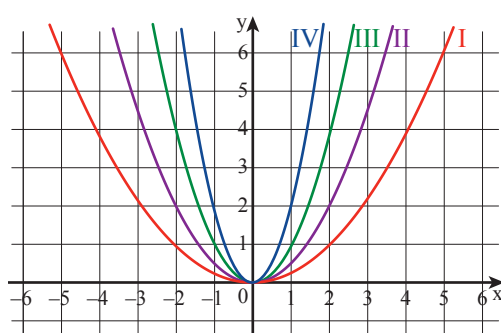
$$y = 4x^2 \quad y = x^2$$

התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה.

הסבירו כיצד התאמתם.



2. במערכת הצירים משורטטים גרפים של ארבע פונקציות ריבועיות:



$$y = x^2$$

$$y = 2x^2$$

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה.

הסבירו כיצד התאמתם.

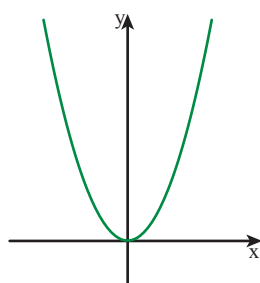


3. בשרטוט סקיצה של גרף הפונקציה $y = x^2$.

א. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $y = 3x^2$.

ב. מה שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה ששרטטתם?

ג. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה ששרטטתם?



4. נתונות חמש פונקציות ריבועיות:

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

$$y = 4x^2$$

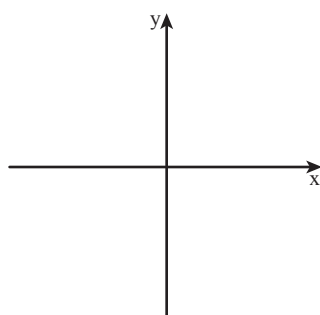
$$y = \frac{1}{2}x^2$$

$$y = x^2$$

$$y = 2x^2$$

א. איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"מכווצת" ביותר?

ב. איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"רחבה" ביותר?



5. א. שרטטו פרבולה המקיימת את התנאים האלה:

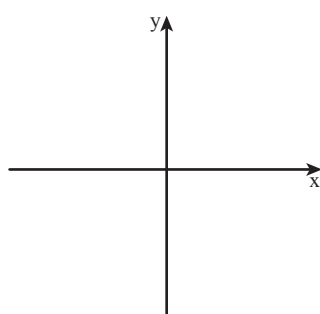
- ציר y הוא ציר הסימטריה שלה.

- יש לה נקודת אפס אחת.

ב. רשמו דוגמה לייצוג אלגברי של פונקציה כזו.

ג. רשמו דוגמה נוספת לפונקציה ריבועית כזו.

ד. כמה פרבולות כאלה יש?



6. א. שרטטו פרבולה המקיימת את התנאים האלה:

- ציר y הוא ציר הסימטריה שלה.

- יש לה שתי נקודות אפס.

ב. רשמו דוגמה לייצוג אלגברי של פונקציה כזו.

ג. רשמו דוגמה נוספת לפונקציה ריבועית כזו.

ד. כמה פרבולות כאלה יש?



7. בכל סעיף נתונים ייצוגים אלגבריים של פרבולה וישר.

קבעו אם הפרבולה והישר נחתכים.

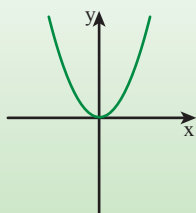
אם כן, מצאו את שיעורי נקודות החיתוך. אם לא, הסבירו.

א. $y = x^2$ $y = 4$ ג. $y = \frac{1}{4}x^2$ $y = 4$

ב. $y = 4x^2$ $y = 4$ ד. $y = 4x^2$ $y = -4$



שיעור 3. שיקוף בציר x (המשך)



בשרטוט סקיצה של גרף הפונקציה הריבועית $y = x^2$.

שערו: כיצד ייראה גרף הפונקציה $y = -3x^2$?

שרטטו סקיצה לפי השערתכם.

נחקור פרבולות נוספות מהמשפחה $y = ax^2$ ($a \neq 0$).



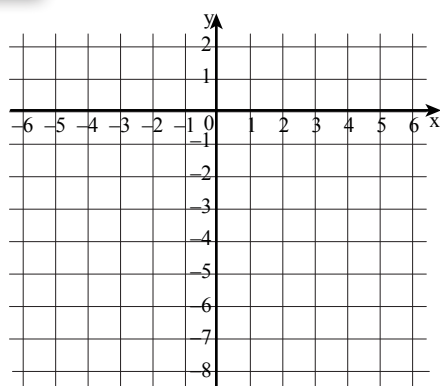
1. נתייחס לפונקציות במשימת הפתיחה.

א. השלימו טבלה לפונקציה $y = -3x^2$.

x	-2	-1	0	1	2
$y = -3x^2$					

ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים

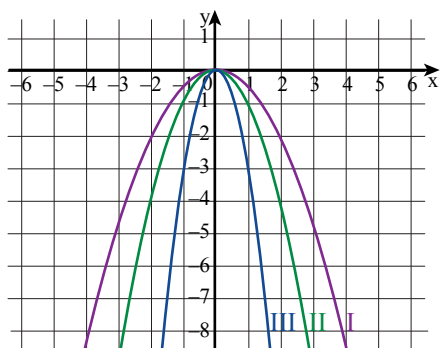
וחברו לקבלת פרבולה.



ג. השלימו **תעודת זהות** של הפונקציה ששרטטתם.



$y = -3x^2$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



2. בשרטוט שלוש פרבולות:

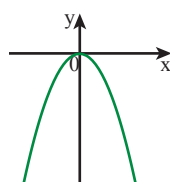
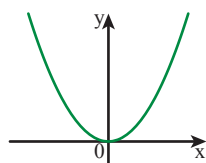
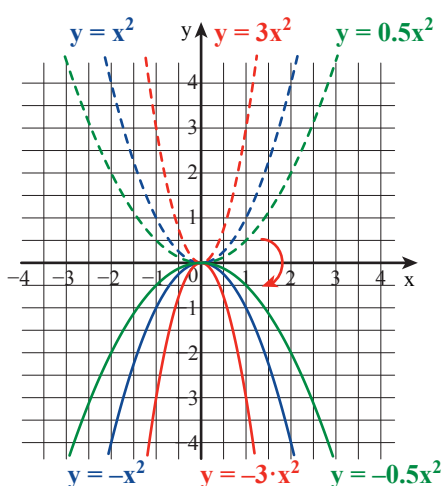
$$y = -x^2 \quad y = -\frac{1}{2}x^2 \quad y = -3x^2$$

- התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.
- איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"מכווצת" ביותר?
- איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"רחבה" ביותר?



3. נתייחס לפונקציות ממשימה 2.

- מהן התכונות המשותפות לכל הפונקציות האלה?
- במה שונות הפונקציות זו מזו? ממה נובע השוני?



הכרנו פרבולות מהמשפחה $y = ax^2$ ($a \neq 0$). אפשר לקבל פרבולות אלו על-ידי כיווץ או הרחבה של הפרבולות $y = x^2$ או $y = -x^2$.

לכל הפרבולות מהמשפחה

ציר הסימטריה הוא $x = 0$.

שיעורי כל נקודות הקדקוד הם $(0, 0)$.

אם $a > 0$ חיובי

לפרבולה יש נקודת מינימום.

הפרבולה יורדת בתחום $x < 0$, ועולה בתחום $x > 0$.

הפונקציה חיובית בכל התחום פרט ל-0.

אם $a < 0$ שלילי

לפרבולה יש נקודת מקסימום.

הפרבולה עולה בתחום $x < 0$, ויורדת בתחום $x > 0$.

הפונקציה שלילית בכל התחום פרט ל-0.



4. השלימו **תעודות זהות** לפונקציות: $y = \frac{1}{2}x^2$ $y = -2x^2$

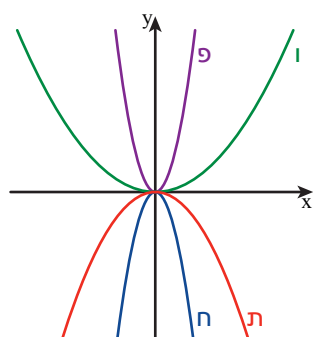
$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = -2x^2$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
		שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x ($y = 0$)
		שיעורי נקודות החיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		התחום שבו הפונקציה עולה
		התחום שבו הפונקציה יורדת
		התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



אוסף משימות



1. כתבו ליד כל ייצוג אלגברי של פונקציה את האות הרשומה על הגרף המתאים.
איזה פרי קיבלתם?



האות

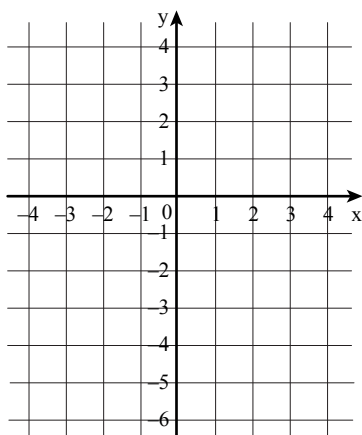
ייצוג אלגברי של הפונקציה

_____ $y = -\frac{1}{2}x^2$

_____ $y = 4x^2$

_____ $y = \frac{1}{2}x^2$

_____ $y = -4x^2$



2. א. שרטטו פרבולה המקיימת את התנאים הבאים:

- קדקוד הפרבולה $(0, -4)$.

- הפרבולה חותכת את ציר x בשתי נקודות:

$$(-2, 0) \quad (2, 0)$$

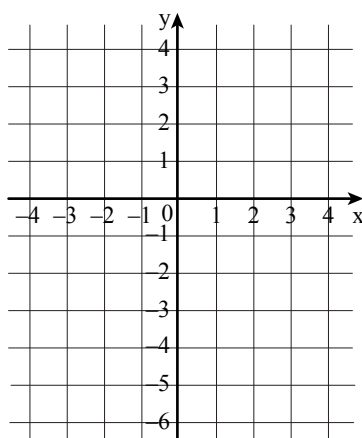
ב. האם קדקוד הפרבולה הוא מינימום או מקסימום?

ג. איזה מבין הייצוגים הבאים הוא הייצוג האלגברי

של הפונקציה? הסבירו.

$$y = -x^2 + 4 \quad y = x^2 + 4$$

$$y = -x^2 - 4 \quad y = x^2 - 4$$



3. א. שרטטו פרבולה המקיימת את התנאים הבאים:

- קדקוד הפרבולה $(0, 4)$.

- הפרבולה חותכת את ציר x בשתי נקודות:

$$(-2, 0) \quad (2, 0)$$

ב. האם קדקוד הפרבולה הוא מינימום או מקסימום?

ג. איזה מבין הייצוגים הבאים הוא הייצוג האלגברי

של הפונקציה? הסבירו.

$$y = -x^2 + 4 \quad y = x^2 + 4$$

$$y = -x^2 - 4 \quad y = x^2 - 4$$



4. בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה. אם כן, נמקו. אם לא, תנו דוגמה נגדית.

א. כל פרבולה שהקדקוד שלה הוא נקודת מינימום, חותכת את ציר x .

ב. כל פרבולה שהקדקוד שלה הוא נקודת מקסימום, חותכת את ציר x .

ג. כל פרבולה שהקדקוד שלה הוא מינימום בנקודה $(0, 2)$, היא חיובית בכל התחום.

ד. כל פרבולה שהקדקוד שלה הוא מקסימום בנקודה $(0, -2)$, היא שלילית בכל התחום.



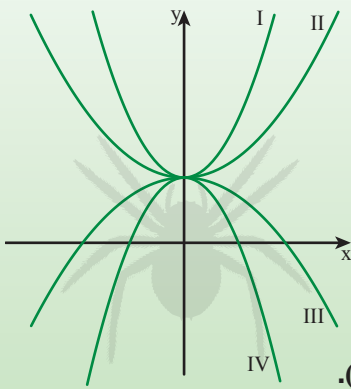
5. הקדקוד של פרבולה הוא בנקודה $(0, -8)$.

הפרבולה חותכת את ציר x בשתי נקודות: $(-4, 0)$ ו- $(4, 0)$.

איזה מבין הייצוגים הבאים הוא הייצוג האלגברי של הפונקציה? הסבירו.

$$y = 4x^2 - 8 \quad y = -\frac{1}{2}x^2 - 8 \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + 8 \quad y = 2x^2 - 8 \quad y = \frac{1}{2}x^2 - 8$$

שיעור 4. הזזה לאורך ציר y



ה"עכביש" שבשרטוט התחיל את טיולו בראשית הצירים ועלה לאורך ציר y.

"רגלי העכביש" מורכבות מהגרפים של הפונקציות:

$$y = 2x^2 + 3 \quad y = x^2 + 3$$

$$y = -2x^2 + 3 \quad y = -x^2 + 3$$

התאימו לכל פונקציה גרף.

נחקור פרבולות שהייצוג האלגברי שלהן הוא $y = ax^2 + k$ ($a \neq 0$).

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה. הסבירו.

ב. במה דומות ובמה שונות הפונקציות האלה?

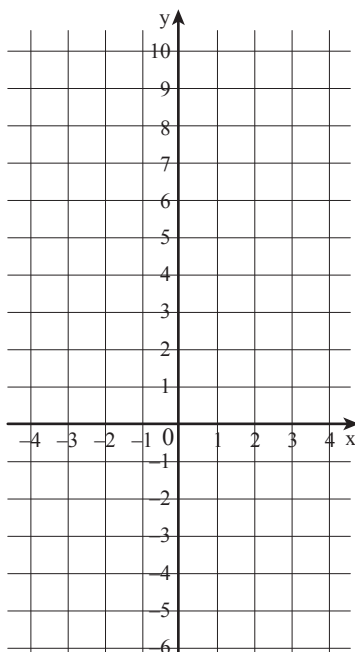
2. נתונה הפרבולה $y = 2x^2 - 8$.

א. השלימו טבלה לפונקציה.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x^2 - 8$							

ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו לקבלת פרבולה.

ג. השלימו את תכונות הפונקציה.



ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = 2x^2 - 8$
ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקדקוד	
סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)	
שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x ($y = 0$)	
שיעורי נקודות החיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
התחום שבו הפונקציה עולה	
התחום שבו הפונקציה יורדת	
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	



אם מזיזים את הפרבולה $y = ax^2$ ($a \neq 0$) ב- k יחידות לאורך ציר y ,

מקבלים פרבולות מהמשפחה $y = ax^2 + k$.

דוגמה: בשרטוט הפרבולה $y = 2x^2 - 8$.

אם מזיזים את הפרבולה $y = 2x^2$,

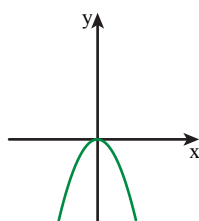
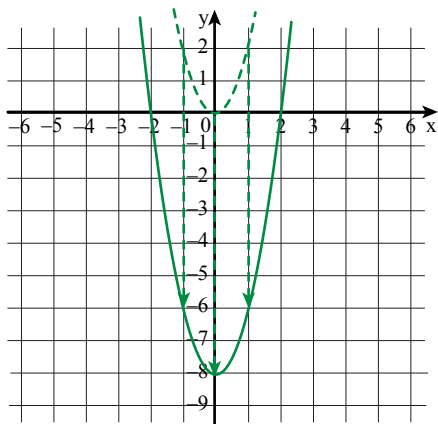
8 יחידות למטה לאורך ציר y ,

מקבלים את הפרבולה $y = 2x^2 - 8$.

ציר הסימטריה הוא $x = 0$.

קדקוד הפרבולה, נקודת מינימום, $(0, -8)$.

לפרבולה שתי נקודות אפס $(2, 0)$ ו- $(-2, 0)$.



3. בשרטוט סקיצה של גרף הפונקציה $y = -2x^2$.

א. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $y = -2x^2 + 4$.

ב. האם גרף הפונקציה ששרטטתם חותך את ציר x ?

אם כן, בכמה נקודות?



4. בשרטוט שתי פרבולות שהייצוג האלגברי שלהן מהצורה $y = \frac{1}{2}x^2 - \square$ או $y = -\frac{1}{2}x^2 + \square$.

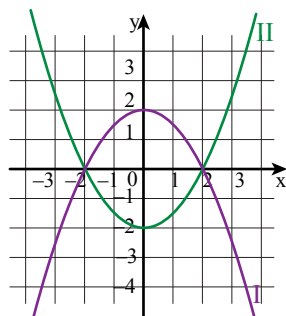
לכל פרבולה קשמו:

- שיעורי נקודת הקדקוד.

- ציר הסימטריה.

- שיעורי נקודות האפס.

- ייצוג אלגברי מתאים (הוסיפו מספר מתאים).



פותרים משוואות

5. בכל סעיף קבעו אם לפרבולה יש נקודות אפס.

אם כן, מצאו את שיעורי נקודות האפס. אם לא, הסבירו.

א. $y = 3x^2 - 12$ ב. $y = 3x^2 + 12$ ג. $y = -3x^2 + 12$ ד. $y = -3x^2 - 12$

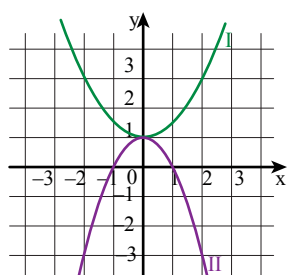
6. לפניכם ייצוגים אלגבריים של פרבולות ושל ישרים.
 בכל סעיף שרטטו סקיצה של שני הגרפים המתאימים.
 קבעו אם הפרבולה והישר נחתכים בנקודה אחת, בשתי נקודות או אינם נחתכים.

א. $y = 3x^2 - 2$ $y = 4$ ג. $y = -3x^2 + 4$ $y = 1$

ב. $y = 3x^2$ $y = -4$ ד. $y = -3x^2 + 4$ $y = 4$



אוסף משימות



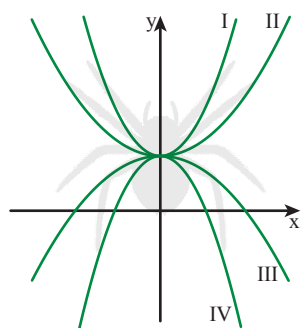
1. לפניכם גרפים של הפונקציות: $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ $y = -x^2 + 1$

- א. התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.
 ב. רשמו במה הפונקציות דומות זו לזו ובמה הן שונות.



2. השלימו.

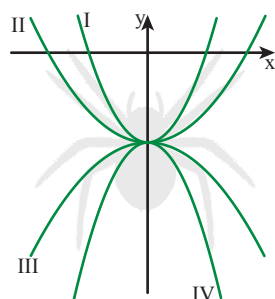
יש או אין נקודות אפס	סוג הקדקוד מינימום/מקסימום	שיעורי נקודת הקדקוד	ייצוג אלגברי של הפונקציה
			$y = 4x^2 + 1$
			$y = -4x^2 + 1$
			$y = 4x^2 - 1$
			$y = -4x^2 - 1$



3. לפניכם גרפים של הפונקציות:

$y = 2x^2 + 4$ $y = x^2 + 4$
 $y = -2x^2 + 4$ $y = -x^2 + 4$

- א. התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.
 ב. רשמו את שיעורי נקודת הקדקוד של כל פרבולה.



4. לפניכם גרפים של הפונקציות:

$$y = 2x^2 - 6$$

$$y = x^2 - 6$$

$$y = -2x^2 - 6$$

$$y = -x^2 - 6$$

א. התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.

ב. רשמו את שיעורי נקודת הקדקוד של כל פרבולה.



$$y = -2x^2 + 1$$

5. השלימו **תעודות זהות** של הפונקציות: $y = 2x^2 + 1$

$y = -2x^2 + 1$	$y = 2x^2 + 1$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
		שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x ($y = 0$)
		שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		התחום שבו הפונקציה עולה
		התחום שבו הפונקציה יורדת
		התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



6. בכל סעיף קבעו אם לפרבולה יש נקודות אפס.

אם כן, מצאו את שיעורי נקודות האפס. אם לא, הסבירו.

ד. $y = 3x^2 + 3$

ג. $y = -3x^2 + 27$

ב. $y = -x^2 + 4$

א. $y = 2x^2 - 8$



7. בכל סעיף קבעו אם לפרבולה יש נקודות אפס.

אם כן, מצאו את שיעורי נקודות האפס. אם לא, הסבירו.

א. $y = 6x^2 - 6$ ב. $y = -x^2 + 36$ ג. $y = -4x^2 + 100$ ד. $y = 4x^2 + 100$



8. לפניכם ייצוגים אלגבריים של פרבולות ושל ישרים.

בכל סעיף שרטטו סקיצה של שני הגרפים המתאימים.

קבעו אם הפרבולה והישר נחתכים בנקודה אחת, בשתי נקודות או אינם נחתכים.

א. $y = x^2 - 9$ $y = 0$ ג. $y = -x^2 + 9$ $y = 5$

ב. $y = 3x^2 + 4$ $y = -1$ ד. $y = x^2 + 9$ $y = 9$



9. לפניכם ייצוגים אלגבריים של פרבולות ושל ישרים.

בכל סעיף שרטטו סקיצה של שני הגרפים המתאימים.

קבעו אם הפרבולה והישר נחתכים בנקודה אחת, בשתי נקודות או אינם נחתכים.

א. $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$ $y = 0$ ג. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4$ $y = -4$

ב. $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ $y = -1$ ד. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4$ $y = 9$



10. בכל סעיף הקיפו את האות בטור המתאים. מה קיבלתם?

לא נכון	נכון		
א	ק	יש נקודת מקסימום	א. לפונקציה $y = -2x^2 + 5$
ד	פ	יש נקודת מינימום	ב. לפונקציה $y = -x^2 + 1$
ר	ק	אין נקודות אפס	ג. לפונקציה $y = 3x^2 + 3$
ס	ו	יש שתי נקודות אפס	ד. לפונקציה $y = 3x^2 - 3$
ד	ק	אין נקודות משותפות	ה. לפונקציה $y = x^2 + 3$ ולישר $y = 4$



11. בכל סעיף קבעו אם הפרבולות נחתכות בנקודה אחת, בשתי נקודות או אין נחתכות.

א. $y = 2x^2$ $y = 5x^2$ ג. $y = -2x^2 + 3$ $y = 3x^2 + 2$

ב. $y = 3x^2 + 1$ $y = -3x^2 + 3$ ד. $y = 4x^2 + 4$ $y = -x^2 + 1$

שיעור 5. משימות נוספות

על הלוח רשומות חמש פונקציות ריבועיות.

$$y = (x + 1)^2 \quad y = 4x^2 + 1 \quad y = (x - 1)^2 \quad y = -x^2 + 1 \quad y = x^2 + 1$$

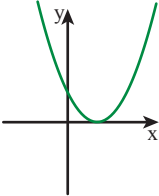
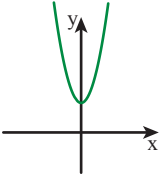
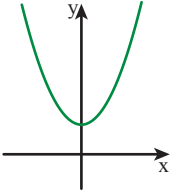
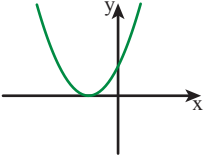
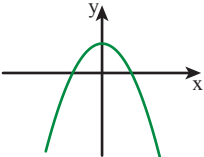
שושי אמרה: לכל הפונקציות קדקוד מינימום בנקודה $(0, 1)$.

האם **שושי** צודקת?

נפתור תרגילים עם הפרבולות שהכרנו ונזהה פרבולות לפי תכונות.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה.

	•	•	$y = x^2 + 1$
	•	•	$y = -x^2 + 1$
	•	•	$y = (x - 1)^2$
	•	•	$y = 4x^2 + 1$
	•	•	$y = (x + 1)^2$

ב. האם **שושי** צודקת? הסבירו.

ג. מהו ציר הסימטריה של כל פרבולה?

2. פשטו וקבעו אם מתקבלת פונקציה ריבועית.
אם כן, רשמו את שיעורי נקודת הקדקוד וקבעו אם הנקודה היא מינימום או מקסימום.

זוגות

$$y = (x + 3)(x - 1) - x^2 + 8$$

$$y = x^2 + 2x - 3 - x^2 + 8$$

$$y = 2x + 5$$

פונקציה קווית.

(אינה פונקציה ריבועית).

$$y = (x + 2)^2 - 4x$$

$$y = x^2 + 4x + 4 - 4x$$

$$y = x^2 + 4$$

פונקציה ריבועית.

הקדקוד מינימום בנקודה (0, 4).

$$y = x(x + 3) - x^2 + 5 \quad \text{ד.}$$

$$y = x(x + 8) - 2(4x + 1) \quad \text{א.}$$

$$y = (x + 1)(x + 2) - 2x^2 - 3x \quad \text{ה.}$$

$$y = (x + 3)^2 - 6x - 9 \quad \text{ב.}$$

$$y = (x + 2)^2 + (x + 3)^2 - 2x^2 \quad \text{ו.}$$

$$y = x(4 - 2x) - 4x + 1 \quad \text{ג.}$$

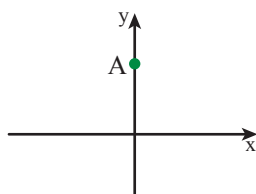
אם פתרם נכון, קיבלתם ארבע פונקציות ריבועיות מתאימות.
לשתיים מהפונקציות קדקוד מינימום, ולשתיים האחרות קדקוד מקסימום.



3. שרטטו סקיצה של פרבולה שהקדקוד שלה בנקודה A וחותכת את ציר x בשתי נקודות.

א. האם קדקוד הפרבולה הוא נקודת מינימום או נקודת מקסימום? הסבירו.

ב. בכמה פרבולות שונות הקדקוד עשוי להיות בנקודה A? הסבירו.



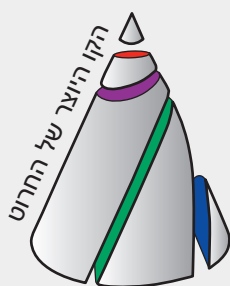
המתמטיקאי והאסטרונום היווני אפולוניוס מפרגה שחי בין 262 ל-190 לפנה"ס, חקר את התכונות של הצורות המתקבלות מחתכי חרוט. תוצאות חקירתו פורסמו בספר של שמונה חלקים ששמו "Conics" ("חתכי החרוט"). רק שבעה מתוך שמונת החלקים של



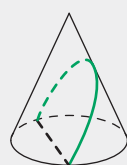
הספר נשתמרו עד היום.

אם חותכים חרוט, הצורה הגאומטרית של החתך תלויה בזווית שבה נעשה החיתוך.

באיור אפשר לראות כיצד מתקבלים: **המעגל**, **האליפסה**, **הפרבולה** ו**ההיפרבולה**.



היפרבולה
חיתוך בזווית גדולה מנטיית הקו היוצר



פרבולה
חיתוך מקביל לקו היוצר של החרוט



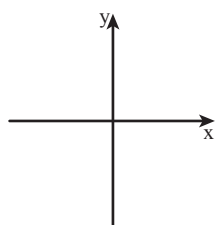
אליפסה
חיתוך לא מקביל לבסיס, בזווית קטנה מנטיית הקו היוצר של החרוט



מעגל
חיתוך מקביל למעגל הבסיס



1. פשוטו ושרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של הפרבולות.



א. $y = (x + 3)^2 - 6x - 5$

ב. $y = x(x - 6) + 6x + 2$

ג. $y = (x - 2)^2 + 4x - 6$



2. בכל משבצת בחרו ייצוג אלגברי של פונקציה ריבועית מתאימה. הקיפו את האות שלידה. רשמו את האותיות שהקפתם (לפי סדר המשבצות מא-ד). מה קיבלתם?

א. קדקוד מינימום בנקודה $(0, -2)$ נ $y = x^2 - 2$ א $y = -x^2 - 2$ ש $y = -2x^2$	ג. קדקוד מינימום בנקודה $(0, 2)$ י $y = x^2 + 2$ י $y = 2x^2$ נ $y = -x^2 + 2$
ב. קדקוד מקסימום בנקודה $(0, -2)$ נ $y = -2x^2$ כ $y = -x^2 - 2$ ז $y = -x^2 + 2$	ד. קדקוד מקסימום בנקודה $(0, 2)$ פ $y = -2x^2$ ו $y = -x^2 - 2$ נ $y = -x^2 + 2$



3. פשוטו, רשמו את שיעורי נקודת הקדקוד וקבעו אם הקדקוד הוא מינימום או מקסימום.

א. $y = x(x + 3) + x(x - 3)$ ג. $y = x(x + 4) - x(2x + 4)$

ב. $y = x(5 - x) - 5x + 1$ ד. $y = (x + 2)(x + 3) - 5x$

אם פתרתם נכון, לשתיים מהפונקציות קדקוד מינימום ולשתיים האחרות קדקוד מקסימום. הקדקוד של שתיים מהפונקציות הוא $(0, 0)$.



4. בכל סעיף הקיפו ייצוג אלגברי של פונקציה ריבועית שמתאים לתכונה.

א.

עד 0 הפונקציה יורדת
ומ- 0 והלאה היא עולה

נ $y = x^2 + 5$ ק $y = -2x^2 + 1$ ה $y = -x^2 + 5$

ב.

עד 0 הפונקציה עולה
ומ- 0 והלאה היא יורדת

ו $y = 8x^2$ י $y = x^2 - 8$ י $y = -x^2 + 8$

ג.

הפונקציה חיובית
תמיד

מ $y = -x^2 + 10$ ר $y = x^2 - 5$ ו $y = x^2 + 5$

ד.

הפונקציה שלילית
תמיד

פ $y = -x^2$ צ $y = -x^2 - 5$ י $y = -x^2 + 10$

ה.

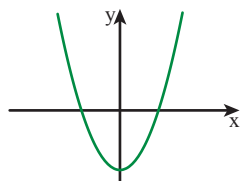
לפונקציה שתי נקודות
חיתוך עם ציר x

מ $y = x^2 - 6$ ר $y = 2x^2$ א $y = -x^2 - 4$

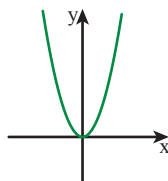
קראו מלמטה למעלה את האותיות שליד הפונקציות שהקפתם.
מה קיבלתם?



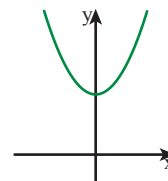
5. התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה.



$y = 2x^2$



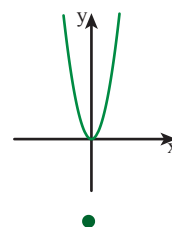
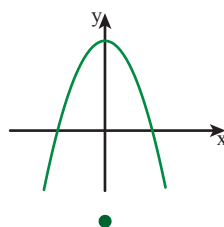
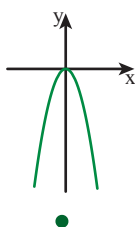
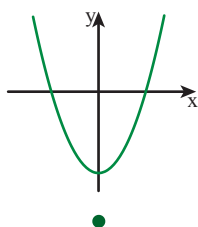
$y = x^2 + 2$



$y = x^2 - 2$



6. התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה.



$y = -3x^2$

$y = 3x^2$

$y = x^2 - 3$

$y = -x^2 + 3$



7. לכל סעיף קצו ייצוג אלגברי של פונקציה ריבועית מתאימה.

- קדקוד הפרבולה הוא מינימום בנקודה $(0, 1)$.
- קדקוד הפרבולה הוא מקסימום בנקודה $(0, 1)$.
- קדקוד הפרבולה הוא בנקודה $(0, -2)$, ולפרבולה יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x .
- קדקוד הפרבולה הוא בנקודה $(0, -2)$, ולפרבולה אין נקודות חיתוך עם ציר x .

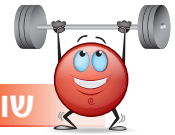


8. לפניכם שישה ייצוגים אלגבריים של פונקציות ריבועיות.

I. $y = x^2 - 1$ III. $y = -2x^2 + 1$ V. $y = -3x^2 - 1$

II. $y = -x^2 + 1$ IV. $y = 3x^2 - 1$ VI. $y = 2x^2 + 1$

- לאילו מהפונקציות יש אותה נקודת קדקוד? מה השיעורים שלה?
- באילו מהפונקציות הקדקוד הוא נקודת מינימום?
- באילו מהפונקציות הקדקוד הוא נקודת מקסימום?



שומרים על כושר

יחס

1. היחס בין מספר החולצות למספר החצאיות במחסן הוא 5:3 (על כל 5 חולצות יש 3 חצאיות).

א. האם ייתכן שיש במחסן 20 חולצות ו-12 חצאיות? הסבירו.

ב. האם ייתכן שיש במחסן 25 חולצות ו-30 חצאיות? הסבירו.

ג. אם מספר החולצות במחסן הוא 15, מהו מספר החצאיות?

ד. אם מספר החצאיות במחסן הוא 15, מהו מספר החולצות?

ה. אם יש במחסן 16 פריטים (חולצות וחצאיות), כמה חולצות וכמה חצאיות במחסן?

2. מצאו בין היחסים הבאים, זוגות שבהם היחס שווה ל- 3:4

א. 40:30 ג. 12:16 ה. 15:12

ב. 30:40 ד. 33:44 ו. 6:8

3. השלימו את הטבלאות לפי היחס, ובטאו בעזרת x.

ג. היחס 2:3

6	
30	
	60
	120
x	

ב. היחס 1:7

2	
	35
10	
	140
x	

א. היחס 4:3

8	
	21
36	
	300
x	

4. בכד 16 כדורים שחורים ו-12 כדורים לבנים.

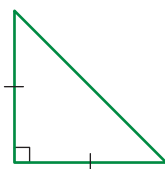
א. מה היחס בין מספר הכדורים השחורים למספר כדורים הלבנים בכד?

ב. בוחרים כדור בלי להסתכל.

מה ההסתברות שבוחרים כדור לבן?

מה ההסתברות שבוחרים כדור שחור?

5. היחס בין הגדלים של זוויות המשולש הוא 1:2:3. חשבו את הגודל של כל זווית במשולש.



6. נתון משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.

א. מה הגודל של זווית הראש? מה הגודל של זוויות הבסיס?

ב. מהו היחס בין הגודל של זווית הראש לגודל של זוויות הבסיס?