



יחידה 5: טכניקה אלגברית

שיעור 1. נזכרים בחוק הפילוג המורחב

בשרטוט מלבן שאורכי צלעותיו: a ס"מ, b ס"מ.

(השרטוט הוא להדגמה, $b > 0$, $a > 0$)

האריכו את צלע a ב-2 ס"מ,

האריכו את צלע b ב-3 ס"מ,

התקבל מלבן גדול יותר.

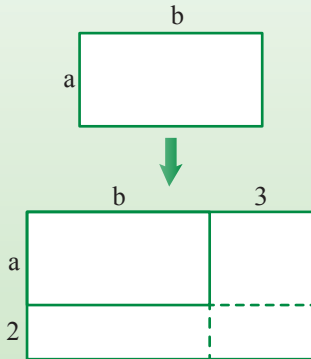
מה שטחו של מלבן זה בסמ"ר?

שירה אמרה: $(a + 2)(b + 3)$

תהילה אמרה: $ab + 2b + 3a + 6$

מה היו השיקולים של **שירה**?

מה היו השיקולים של **תהילה**?



ניזכר בחוק הפילוג המורחב, נכפול מספרים וביטויים ונפתור משוואות.

1. **הדסה** אמרה: אני נעזרת בחישובים של **שירה** ו**תהילה**.

בעזרת חוק הפילוג המורחב מקבלים: $(a + 2)(b + 3) = ab + 3a + 2b + 6$

השלימו את המכפלה הבאה בדרך של **הדסה**: $(a + 5)(b + 2) = \square + \square + \square + \square$



תזכורת

• חוק הפילוג המורחב: $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

דוגמה: $(a + 3)(b + 5) = ab + 5a + 3b + 15$

• חוק הפילוג המורחב מתקיים גם עבור פעולת החיסור.

$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$

$(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$

$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$

דוגמה: $(x + 3)(y - 5) = xy + 3y - 5x - 15$

$(x - 3)(y - 2) = xy - 3y - 2x + 6$

2. כפלו.

א. $(a + 4)(b + 5)$ ב. $(a + 6)(b + 10)$ ג. $(2 + a)(b + 5)$ ד. $(a + 9)(3 + b)$

3. כפלו.

א. $(a + 1)(b + 4)$ ב. $(a + 1)(b - 4)$ ג. $(a - 1)(b + 4)$
 ד. $(a - 2)(b + 5)$ ה. $(a + 2)(b - 5)$ ו. $(a - 2)(b - 5)$

4. כפלו ופשוטו.

$(x - 7)(x - 3) =$	$(a + 3)(a - 4) =$	צ/למא/ת:
$x^2 - 3x - 7x + 21 =$	$a^2 - 4a + 3a - 12 =$	
$x^2 - 10x + 21$	$a^2 - a - 12$	

א. $(a + 2)(a + 5)$ ב. $(a + 2)(a - 5)$ ג. $(a - 2)(a + 5)$
 ד. $(x + 4)(x + 6)$ ה. $(x - 4)(x + 6)$ ו. $(x - 4)(x - 6)$



5. **רותי** אמרה: $24 \cdot 32 = 608$ כי $20 \cdot 30 = 600$ וגם $4 \cdot 2 = 8$

שולי אמרה: $24 \cdot 32 = 768$

בדקו במחשבון וקבעו מהי התוצאה הנכונה.
 הסבירו כיצד הגיעה **שולי** לתוצאה שלה.



אפשר להיעזר בחוק הפילוג המורחב כדי לבצע מכפלות.

צ/למא/ת:

- אפשר לרשום את המכפלה $24 \cdot 32$ כך: $(20 + 4) \cdot (30 + 2)$
- נעזרים בחוק הפילוג המורחב ומקבלים: $600 + 40 + 120 + 8 = 768$
- אפשר לרשום את המכפלה $43 \cdot 28$ כך: $(40 + 3) \cdot (30 - 2)$
- נעזרים בחוק הפילוג המורחב ומקבלים: $1200 + 90 - 80 - 6 = 1204$

6. בכל סעיף חשבו את המכפלה בעזרת חוק הפילוג המורחב.

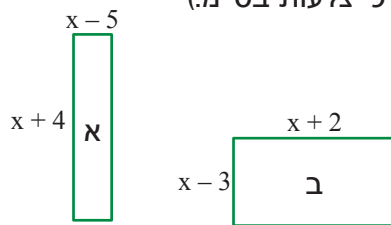
א. $41 \cdot 32$ ב. $52 \cdot 37$ ג. $48 \cdot 23$ ד. $18 \cdot 39$

7. בשרטוט שני מלבנים.

($x > 5$), השרטוט הוא להדגמה. הביטויים האלגבריים מייצגים אורכי צלעות בס"מ.)

א. רשמו ביטוי אלגברי לשטח כל מלבן.

ב. קבעו: שטחו של איזה מלבן גדול יותר? בכמה?



משוואות

8. פתרו את המשוואות.

ג. $(x-4)(x+2) = x^2$

א. $(x-2)(x-1) = 11-3x$

ד. $(x-2)(x-1) = (x-5)(x+3)$

ב. $x^2 + 10 = (x+2)(x+5)$



אוסף משימות



1. התאימו ביטויים זהים.

$a^2 - 4a - 12$ •

• $(a+2)(a+6)$

$a^2 + 8a + 12$ •

• $(a-2)(a+6)$

$a^2 + 4a - 12$ •

• $(a+2)(a-6)$

$a^2 - 8a + 12$ •

• $(a-2)(a-6)$



2. בכל סעיף חשבו את המכפלה בעזרת חוק הפילוג המורחב.

ד. $58 \cdot 28$

ג. $82 \cdot 17$

ב. $39 \cdot 12$

א. $42 \cdot 23$



3. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון". תקנו את השוויונות שאינם נכונים.

ד. $(a+5)(a-2) = a^2 + 3a - 10$

א. $(a+5)(a+2) = a^2 + 7a + 10$

ה. $(a+5)(a-2) = a^2 - 10$

ב. $(a+5)(a+2) = a^2 + 10$

ו. $(a-5)(a-2) = a^2 - 7a - 10$

ג. $(a-5)(a+2) = a^2 + 7a - 10$



4. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון". תִּקְנוּ את השוויונות שאינם נכונים.

א. $(a + 3)(a + 4) = a^2 + 7a + 7$ ד. $(a - 3)(a + 4) = a^2 - 7a - 12$

ב. $(a + 3)(a - 4) = a^2 - a - 7$ ה. $(a - 3)(a - 4) = a^2 + 12$

ג. $(a + 3)(a - 4) = a^2 - a - 12$ ו. $(a - 3)(a - 4) = a^2 - 7a + 12$



5. כִּפְלוּ.

א. $(a - 2)(b + 3)$ ד. $(a + b)(b + 2)$

ב. $(a + 2)(b - 5)$ ה. $(a - b)(b + 2)$

ג. $(a + 4)(b + 1)$ ו. $(a + b)(a - 3)$



6. כִּפְלוּ.

א. $(a + 2) \cdot (a - 5)$ ד. $(x + 7) \cdot (x - 5)$

ב. $(a + 3) \cdot (a - 5)$ ה. $(x + 7) \cdot (5 - x)$

ג. $(3 - a) \cdot (a + 5)$ ו. $(x - 7) \cdot (5 - x)$



7. בכל סעיף הוסיפו $<$, $>$, או $=$ כך שיהיה נכון לכל ערך של a .

צִלְמָה: $(a - 1)(a + 7) \bigcirc a(a + 6)$

נפשט: $a^2 + 6a - 7 \bigcirc a^2 + 6a$

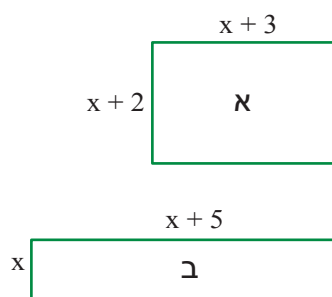
הביטוי שמשמאל קטן ב- 7 מהביטוי שמימין.

לכן: $a^2 + 6a - 7 < a^2 + 6a$

א. $(a + 3)(a + 2) \bigcirc a(a + 5)$ ד. $(a - 3)(a + 2) \bigcirc a(a - 1) - 6$

ב. $(a - 1)(a + 2) \bigcirc a(a + 1)$ ה. $(a - 2)(a + 2) \bigcirc (a - 3)(a + 3)$

ג. $(a - 1)(a + 2) \bigcirc (a - 2)(a + 3)$ ו. $(a - 2)(a + 2) \bigcirc a^2$



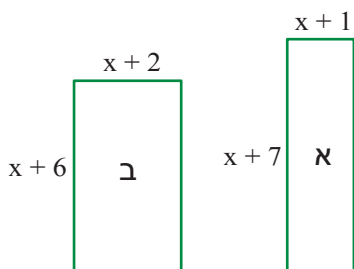
8. בשרטוט שני מלבנים.

($x > 0$), השרטוט הוא להדגמה.

הביטויים האלגבריים מייצגים אורכי צלעות בס"מ.

קבעו: שטחו של איזה מלבן גדול יותר? בכמה?

הדרכה: קשמו ביטוי אלגברי לחישוב השטח של כל מלבן ופשוטו.



9. בשרטוט שני מלבנים.

($x > -1$), השרטוט הוא להדגמה.

הביטויים האלגבריים מייצגים אורכי צלעות בס"מ.

קבעו: שטחו של איזה מלבן גדול יותר? בכמה?

10. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 + 3 = x(x - 2)$

ד. $(x + 6)(x + 5) = (x + 15)(x + 2)$

ב. $(x - 3)(x - 6) = x^2$

ה. $(x - 2)(x - 3) = (x - 4)(x - 5)$

ג. $3 + x(x - 1) = 15 + x(x + 2)$

ו. $(x - 1)(x + 4) = (x + 5)(x - 3)$

11. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 + 3x - 5 = x(x - 2)$

ד. $(x + 2)(x - 5) = (x - 2)(x - 3)$

ב. $(3 - x)(8 - x) = x^2 + 2$

ה. $(x - 1)(x + 4) = (x - 3)(x + 5)$

ג. $x(x - 1) = 15 + x(x + 2)$

ו. $(x + 1)(x + 4) = (x + 5)(x - 1)$

12. בכל סעיף השלימו מספרים כך שיתקבלו ביטויים זהים בשני האגפים.

א. $(x + \square)(x + \square) = x^2 + 7x + 12$

ב. $(x + \square)(x + \square) = x^2 + 8x + 12$

ג. $(x + \square)(x + \square) = x^2 + 13x + 12$

שיעור 2. מן הסכום אל המכפלה



נעמה, הדסה וציפי רצו לכתוב את הביטוי $x^2 + 11x + 24$ כמכפלה.

נעמה כתבה: $(x + 4)(x + 7)$

הדסה כתבה: $(x + 4)(x + 6)$

ציפי כתבה: $(x + 3)(x + 8)$

שערו: מי כתבה נכון?

נפרק לגורמים תלת-איבר ריבועי (טרינום) ונפתור משוואות.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

1. כפלו את הביטויים שכתבו **נעמה**, **הדסה** ו**ציפי** ובדקו את השערתכם.



2. א. נרשום את הביטוי $x^2 + 10x + 24$ כמכפלה כך: $(x + \square)(x + \square)$ $x^2 + 10x + 24 =$

מירי אמרה: המספרים במקומות הריקים הם 4 ו-6 כי **מכפלתם 24** ו**סכומם 10**.

רשמו 4 ו-6 במקומות הריקים, כפלו ובדקו אם **מירי** צודקת.

ב. היעזרו בשיקולים דומים לשיקולים של **מירי**, והשלימו מספרים מתאימים במקומות הריקים.

$$x^2 + 8x + 12 = (x + \square)(x + \square) \quad x^2 + 8x + 7 = (x + \square)(x + \square)$$



• **טרינום** הוא תלת-איבר: ביטוי אלגברי בעל שלושה מחוברים.

• נפרק לגורמים את הטרינום $x^2 + 10x + 9$.

נרשום כמכפלה: $x^2 + 10x + 9 = (x + \square)(x + \square)$

מכפלת המספרים ש"במקומות הריקים" היא **9** ו**סכומם 10**.

המספרים הם: 1 ו-9, ולכן הפירוק הוא: $x^2 + 10x + 9 = (x + 1)(x + 9)$

לבדיקה נכפול: $(x + 1)(x + 9)$ ונקבל: $x^2 + 10x + 9$

• נפרק לגורמים את הטרינום $x^2 + 10x - 24$.

נחפש שני מספרים שמכפלתם (-24) וסכומם 10.

המספרים הם: 12 ו-(-2), ולכן הפירוק הוא: $x^2 + 10x - 24 = (x + 12)(x - 2)$

לבדיקה נכפול: $(x + 12)(x - 2)$ ונקבל: $x^2 + 10x - 24$

3. השלימו את הטבלה.

הביטוי כמכפלה	הביטוי כסכום	
$(x + 5)(x - 3)$		א.
	$x^2 + 4x - 12$	ב.
	$x^2 - 8x + 12$	ג.
	$x^2 - 4x - 12$	ד.
	$x^2 - 13x + 12$	ה.

משמעות המילה **טרינום** היא תלת-איבר: ביטוי אלגברי בעל שלושה מחוברים.

למילה טרינום שני מרכיבים:

- **tri** קיצור של מילה שמקורה מלטינית ומיוונית (tria) ומשמעותה **שלוש**.

- **נומוס** מילה שמקורה ביוונית ומשמעותה **חוק**.



במתמטיקה ובתחומים רבים אחרים קיימות מילים לועזיות נוספות המתחילות במילה tri. למשל:



- triangle (משולש) - המקור מיוונית ולטינית, והמשמעות "שלוש זוויות".

- trigonometry (טריגונומטריה) - תחום מתמטי שהחל ממדידות במשולש.

- trisect - חלוקה לשלושה חלקים שווים.

- tricycle - תלת-אופן.

- tripod (טריפוד) - חצובה בעלת שלוש רגליים.

- trimester (טרימסטר) - שלישי שנה.

- triathlon (טריאתלון) - ענף ספורט המורכב משלושה חלקים: שחייה, ריצה ורכיבת אופניים.

משוואות

4. א. רשמו מספר מתאים במקום הריק $\square \cdot 2 = 0$ כך שהמכפלה תהיה שווה ל-0.

כמה מספרים אפשר לרשום? הסבירו.

ב. רשמו מספר מתאים במקום הריק $0 \cdot \square = 0$ כך שהמכפלה תהיה שווה ל-0.

כמה מספרים אפשר לרשום? הסבירו.

ג. פתרו את המשוואות הבאות.

$$3x = 0 \qquad 3(x - 4) = 0 \qquad 3(x + 2) = 0$$

5. א. הסבירו מדוע למשוואות: $(x + 2)(x + 6) = 0$ ו- $x^2 + 8x + 12 = 0$ יש אותם פתרונות.

לאיזו משוואה קל יותר למצוא את הפתרון? מדוע?

ב. נתונה המשוואה $x^2 + 5x + 6 = 0$

יהודית אמרה: כדי לפתור את המשוואה כדאי להפוך את הסכום למכפלה כך: $(x + 3)(x + 2) = 0$

האם **יהודית** צודקת? בדקו.

מה פתרון המשוואה?



אם מכפלה של שני גורמים שווה לאפס, אז לפחות אחד הגורמים חייב להיות 0.

במשימה 4 (סעיף ג) נתונה המשוואה $3(x - 4) = 0$.

כדי שהמכפלה $3(x - 4)$ תהיה שווה לאפס $x - 4$ צריך להיות שווה ל-0. כלומר $x = 4$.

במשימה 5 (סעיף ב) נתונה המשוואה $(x + 3)(x + 2) = 0$.

כדי שהמכפלה $(x + 3)(x + 2)$ תהיה שווה לאפס:

$x + 2$ צריך להיות שווה ל-0 או $x + 3$ צריך להיות שווה ל-0.

כלומר $x = -2$ או $x = -3$.

6. פתרו את המשוואות (פרקו תחילה לגורמים).

מל/ג: המשוואה: $x^2 - 6x + 8 = 0$

מחפשים שני מספרים שמכפלתם 8 וסכומם (-6) . המספרים הם: (-2) ו- (-4) .

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

רושמים כמכפלה:

$$x - 2 = 0 \quad \text{או} \quad x - 4 = 0$$

לכן:

$$x = 2 \quad \text{או} \quad x = 4$$

פתרונות המשוואה הם:

$$\checkmark 4^2 - 6 \cdot 4 + 8 = 0$$

בודקים ומקבלים שווינות:

$$\checkmark 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 0$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \quad \text{ה.}$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0 \quad \text{ג.}$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \quad \text{א.}$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0 \quad \text{ו.}$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0 \quad \text{ד.}$$

$$x^2 + 8x + 15 = 0 \quad \text{ב.}$$



7. בכל סעיף קשמו משוואה שהפתרונות שלה הם המספרים הרשומים.

$$x = 6 \quad \text{או} \quad x = -3 \quad \text{ג.}$$

$$x = -6 \quad \text{או} \quad x = 3 \quad \text{ב.}$$

$$x = 6 \quad \text{או} \quad x = 3 \quad \text{א.}$$



אוסף משימות



1. פתרו את המשוואות.

$$(x + 2)(x - 3) = 0 \quad \text{ד.}$$

$$x(x + 3) = 0 \quad \text{ג.}$$

$$x(x - 3) = 0 \quad \text{ב.}$$

$$2(x - 3) = 0 \quad \text{א.}$$



2. פתרו את המשוואות.

א. $x(x - 5) = 0$ ב. $(x - 1)(x - 5) = 0$ ג. $(x - 1)(x + 5) = 0$ ד. $(x + 1)(x - 5) = 0$



3. השלימו את הטבלה.

הביטוי כמכפלה	הביטוי כסכום	
$(x + 1)(x - 3)$		א.
	$x^2 + 20x + 36$	ב.
	$x^2 - 16x - 36$	ג.
	$x^2 - 15x + 36$	ד.
	$x^2 + 5x - 36$	ה.
	$x^2 + 12x + 36$	ו.



4. בכל סעיף השלימו את המספר החסר. בדקו.

א. $x^2 + 8x = x(x + \quad)$ ד. $x^2 + 11x + 18 = (x + 9)(x + \quad)$

ב. $x^2 - 6x = x(x - \quad)$ ה. $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + \quad)$

ג. $7x - 14 = 7(x - \quad)$ ו. $x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - \quad)$



5. לפניכם רשימה של שישה מספרים: 0 -15 -4 8 6 2

לכל משוואה, התאימו פתרונות מתוך הרשימה הנתונה.

א. $x^2 - 2x - 24 = 0$ ג. $x^2 + 13x - 30 = 0$ ה. $x^2 - 14x + 48 = 0$

ב. $x^2 + 19x + 60 = 0$ ד. $x^2 - 4x - 32 = 0$ ו. $x^2 - 6x + 8 = 8$



6. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 - 8x = 0$ ב. $x^2 + 6x = 0$ ג. $6x - 12 = 0$ ד. $(x - 4)(x - 5) = 0$

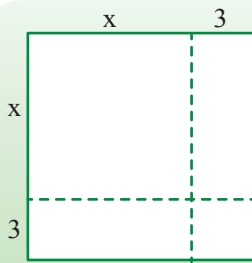


7. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 + 5x - 14 = 0$ ג. $x^2 + 12x + 27 = 0$

ב. $x^2 - 12x - 45 = 0$ ד. $x^2 - 7x - 18 = 0$

שיעור 3. נוסחאות כפל מקוצר



נתון ריבוע שאורך צלעו $(x + 3)$ ס"מ.
 $(x > 0)$, השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).
הציעו ביטויים שונים לחישוב שטח הריבוע הנתון.
נחשב את שטח הריבוע בדרכים שונות ונכיר דרך לקיצור החישוב.

ריבוע הבינום $(a + b)^2$

1. נתייחס לריבוע שבמשימת הפתיחה.

מיכל אמרה: הביטוי המתאים לשטח הריבוע הוא: $(x + 3)^2 = x^2 + 9$

אורה אמרה: לפי חוק הפילוג המורחב, שטח הריבוע הוא:

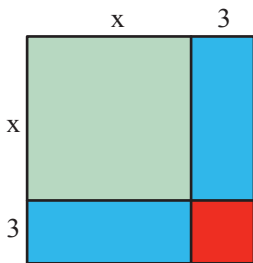
$$(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3) = x^2 + 6x + 9$$

עדינה אמרה: מצד אחד, שטח הריבוע הגדול הוא $(x + 3)^2$,

מצד שני, הריבוע הגדול מחולק לשני ריבועים קטנים יותר
ששטחם x^2 סמ"ר ו- 3^2 סמ"ר, ושני מלבנים חופפים ששטח
כל אחד מהם $3x$ סמ"ר.

לכן, סכום השטחים הוא: $x^2 + 9 + 6x$.

מי צודקת? הסבירו.



2. בכל סעיף השלימו מספרים וביטויים חסרים.

א. $(a + 2)^2 = (a + 2)(a + 2) = \square + \square + \square + \square =$

ב. $(a + 5)^2 = (a + 5)(a + 5) = \square + \square + \square + \square =$

ג. $(a + 10)^2 = (a + 10)(a + 10) = \square + \square + \square + \square =$

ד. $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = \square + \square + \square + \square =$



בינום (דו-איבר) הוא ביטוי אלגברי בעל שני מחוברים.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ראינו כי מתקיים השוויון: $\begin{matrix} \text{ריבוע של} \\ \text{ביטוי שני} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{ריבוע של ביטוי} \\ \text{אחד} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{פעמיים מכפלת} \\ \text{שני הביטויים} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{ריבוע של} \\ \text{ביטוי שני} \end{matrix}$

שוויון זה הוא אחד מנוסחאות הכפל המקוצר.

דוגמה: מחשבים את הביטוי $(x + 7)^2$ כך:

• דרך I על-פי הנוסחה: $(a + 7)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 7 + 7^2 = a^2 + 14a + 49$

• דרך II בעזרת חוק הפילוג המורחב: $(a + 7)^2 = (a + 7)(a + 7) =$

$$a^2 + 7a + 7a + 49 =$$

$$a^2 + 14a + 49$$



בינום (binom) - מילה שמשמעותה **דו-איבר**: ביטוי אלגברי בעל שני מחוברים.

למילה בינום שני מרכיבים:

bi קיצור של מילה שמקורה מלטינית ומשמעותה קשורה לשניים, פעמיים.

נומוס מילה שמקורה ביוונית ומשמעותה **חוק**.

במתמטיקה ובתחומים רבים אחרים קיימות מילים לועזיות נוספות המתחילות בתחילית - bi. למשל:

bisect - חלוקה לשני חלקים שווים (למשל, חוצה זווית)

bicycle - אופניים (המשמעות שני גלגלים)

bilateral - דו-צדדי (למשל, הסכם בין שני צדדים)

biannual - קורה פעמיים בשנה (למשל, הוצאה של כתב-עת)

bifocal - בעל שני מוקדים (למשל, סוג של עדשות ראייה)

bilingual - דו-לשוני (אדם הדובר שתי שפות).



ריבוע הבינום $(a - b)^2$

3. א. שער: איזה מהביטויים הבאים זהה לביטוי $(a - b)^2$?

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - 2ab - b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2$$

ב. כפלו והשלימו. $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = \dots$



$(a - b)^2$	=	a^2	-	$2ab$	+	b^2	מתקיים השוויון:
ריבוע של בינום (הפרש שני ביטויים)		ריבוע של ביטוי אחד		פעמיים מכפלת שני הביטויים		ריבוע של ביטוי שני	

שוויון זה גם הוא אחד מנוסחאות הכפל המקוצר.

דוגמה: מחשבים את הביטוי $(x - 10)^2$ כך:

• דרך I על-פי הנוסחה: $(x - 10)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 10 + 10^2 = x^2 - 20x + 100$

• דרך II בעזרת חוק הפילוג המורחב: $(x - 10)^2 = (x - 10)(x - 10) =$

$$x^2 - 10x - 10x + 100 =$$

$$x^2 - 20x + 100$$

4. כִּפְלוּ וּפְשְׁטוּ (תּוֹכְלוּ לִכְתּוֹב כַּמְכְּפִלָּה).

א. $(x + 6)^2$ ג. $(x - 3)^2$ ה. $(3x + 2)^2$

ב. $(5 + x)^2$ ד. $(x - 5)^2$ ו. $(3x - 2)^2$

5. חֲשְׁבוּ בִּאֲמִצְעוֹת נֹסְחָאוֹת הַכֵּל הַמְקוּצָר.

דוגמה: $31^2 = (30 + 1)(30 + 1) = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$

א. 51^2 ב. 102^2 ג. 99^2 ד. 43^2

6. הַשְׁלִימוּ אֶת לוח הפעולה וּפְשְׁטוּ.

·	$x + 2$	$2x + 3$	$x - 6$	
$x + 2$				
$2x + 3$				
$x - 6$				
				$x^2 + 8x + 16$



7. איך אפשר לחשב בדרך הקצרה את ערך הביטוי $x^2 - 6x + 9$ עבור $x = 23$?



אוסף משימות



1. התאימו ביטויים זהים.

- $x^2 - 6x + 9$
- $x^2 + 12x + 36$
- $x^2 - 12x + 36$
- $x^2 + 6x + 9$
- $(x - 6)^2$
- $(x - 3)^2$
- $(x + 6)^2$
- $(x + 3)^2$



2. השלימו.

ביטוי של סכום	ביטוי של מכפלה	ביטוי של חזקה
א.		$(x + 8)^2$
ב.	$(x + 10)(x + 10)$	
ג.		$(x - 1)^2$
ד.	$(x - 2)(x - 2)$	
ה.		$(1 + x)^2$
ו.	$(3 + x)(3 + x)$	



3. בכל סעיף השלימו מספרים וביטויים במקומות הריקים.

א. $(x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2) = x^2 + \square + 4$

ב. $(x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5) = x^2 + \square + \square$

ג. $(x - 4)^2 = (x - 4)(x - \square) = x^2 - \square + 16$

ד. $(x - 1)^2 = (x - 1)(\square - \square) = x^2 - \square + 1$



4. בכל סעיף השלימו מספרים וביטויים במקומות הריקים.

א. $(x + \square)^2 = x^2 + \square + 25$ ג. $(x - 5)^2 = \square - 10x + \square$

ב. $(\square + \square)^2 = x^2 + 8x + 16$ ד. $(x - 3)^2 = \square - 6x + \square$



5. כִּפְלו וְרַשְׁמו אֶת בִּיטוֹי הַמִּכְפֵּלָה כְּסֻכּוֹם.

	$x + 3$	$x + 4$	$x - 5$
$x + 3$			
$x + 4$			
$x - 5$			



6. כִּפְלוּ וְרַשְׁמוּ אֶת בִּיטוּי הַמִּכְפֵּלָה כַּסְכּוֹם.

.	$x + 5$	$x - 6$	$2x + 1$
$x + 5$			
$x - 6$			
$2x + 1$			



7. חֲשֹׁבוּ בִּאֲמֻצְעוֹת נֹסְחָאוֹת הַכֵּפֶל הַמְקוּצָר.

א. 21^2 ב. 38^2 ג. 39^2 ד. 98^2



8. א. מֶה מֵתִקְבֵּל בִּשְׁנֵי הָאֲגָפִים שֶׁל נֹסַחַת הַכֵּפֶל $(a + b)^2$ כֹּאשֶׁר $a = b$?

ב. מֶה מֵתִקְבֵּל בִּשְׁנֵי הָאֲגָפִים שֶׁל נֹסַחַת הַכֵּפֶל $(a - b)^2$ כֹּאשֶׁר $a = b$?



9. בְּכָל סְעִיף הַשְּׁלִימוּ מַסְפֵּר וּבִיטוּי מֵתָאִים.

א. $(x + \square)^2 = x^2 + \square + 25$ ב. $(x - 5)^2 = \square - 10x + \square$



10. בְּכָל סְעִיף הַשְּׁלִימוּ מַסְפֵּר וּבִיטוּי מֵתָאִים.

א. $(\square + \square)^2 = x^2 + 6x + 9$ ב. $(2x - 3)^2 = \square - 12x + \square$



11. בְּכָל סְעִיף הַשְּׁלִימוּ אֶת הַבִּיטוּי (מִצְאוּ דַרְכִּים שׁוֹנוֹת).

א. $(\square + \square)^2 = x^2 + 12x + \square$ ג. $(\square + \square)^2 = x^2 + 12x + \square$

ב. $(\square + \square)^2 = x^2 + 12x + \square$ ד. $(\square + \square)^2 = x^2 + 12x + \square$



12. לכל ביטוי בשורה הראשונה מצאו ביטוי זהה בשורה השנייה.

א.	$x^2 - 6x + 9$	ב.	$x^2 + 12x + 36$	ג.	$x^2 - 12x + 36$	ד.	$x^2 + 6x + 9$
I	$(x - 6)^2$	II	$(x - 3)^2$	III	$(x + 6)^2$	IV	$(x + 3)^2$



13. לכל ביטוי בשורה הראשונה מצאו ביטוי זהה בשורה השנייה.

א.	$x^2 - 4x + 4$	ב.	$4x^2 + 4x + 1$	ג.	$4x^2 - 4x + 1$	ד.	$x^2 + 4x + 4$
I	$(2x - 1)^2$	II	$(x - 2)^2$	III	$(2x + 1)^2$	VI	$(x + 2)^2$



14. רשמו $>$, $<$ או $=$ כך שהסדר בין הביטויים יהיה נכון לכל $a > 0$, $b > 0$.

א.	$(a + b)^2 \bigcirc (a - b)^2$	ד.	$(a + b)^2 \bigcirc (b - a)^2$
ב.	$(a + b)^2 \bigcirc a^2 + b^2$	ה.	$(a - b)^2 \bigcirc (b - a)^2$
ג.	$(a + b)^2 \bigcirc (-a - b)^2$	ו.	$(a - b)^2 \bigcirc a^2 + b^2$



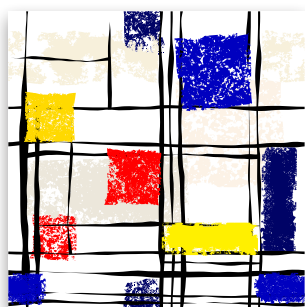
15. טענה: $2 = 4$.

הוכחה: $(2 - 3)^2 = (4 - 3)^2$

$$2 - 3 = 4 - 3$$

$$2 = 4 \text{ לכן:}$$

הייתכן? היכן השגיאה? הסבירו



שיעור 4. נוסחאות כפל מקוצר (המשך)

נוסחה נוספת של כפל מקוצר

שערו: איזה מהביטויים הבאים זהה לביטוי $(a - b)(a + b)$?

$$a^2 - 2ab - b^2 \quad a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 \quad a^2 - 2ab + b^2$$

$$b^2 - a^2 \quad a^2 + b^2$$

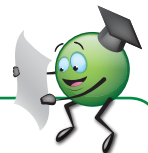
נכיר נוסחה נוספת של כפל מקוצר.

1. כפלו את הביטוי $(a + b)(a - b)$. פשטו ובדקו את השערתכם ממשימת הפתיחה.

2. כפלו ופשטו.

א. $(x + 4)(x - 4)$ ג. $(a - 10)(a + 10)$

ב. $(x - 7)(x + 7)$ ד. $(a - 5)(a + 5)$



ראינו נוסחה נוספת של **כפל מקוצר**: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
במקום לבצע את כל שלבי הכפל ולפשט, נוכל להיעזר בנוסחה.

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9 \quad \text{זלזל/א/ת:}$$

$$(x - 8)(x + 8) = x^2 - 64$$

3. בכל סעיף כפלו ופשטו. היעזרו בנוסחאות הכפל המקוצר אם אפשר.

א. $(x + 6)(x - 6)$ ב. $(x + 1)(x - 1)$ ג. $(5 - x)(5 + x)$ ד. $(x - 3)(x + 3)$

4. כפלו ורשמו את תוצאת המכפלה כסכום.

	$x + 1$	$x + 2$	$x + 10$
$\cdot$			
$x - 1$			
$x - 2$			
$x - 10$			

5. חֲשֹבו באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר.

$$32 \cdot 28 = (30 + 2)(30 - 2) = 900 - 4 = 896 \quad \text{זלזל:}$$

ד. $103 \cdot 97$

ג. $44 \cdot 36$

ב. $45 \cdot 35$

א. $23 \cdot 17$



6. פִּשְׁטוּ ככל האפשר. (שימו לב לסדר פעולות החשבון).

ה. $(a - 3)a + 3$

ג. $(a + 3)a - 3$

א. $(a + 3)(a - 3)$

ו. $a - 3a + 3$

ד. $a + 3a - 3$

ב. $a + 3(a - 3)$

פירוק לגורמים

7. כתבו את הביטויים כמכפלה אם אפשר (פרקו לגורמים).

ה. $x^2 - 6x - 9$

ד. $x^2 - 6x + 9$

ג. $x^2 + 6x + 9$

ב. $x^2 + 9$

א. $x^2 - 9$



אוסף משימות



1. כִּפְלו וְרַשְׁמוּ את תוצאת המכפלה כסכום.

	$x - 3$	$x - 4$	$x - 5$
$x + 3$			
$x + 4$			
$x + 5$			



2. כִּפְלו וְרַשְׁמוּ את תוצאת המכפלה כסכום.

	$x + 5$	$x - 5$	$5 - x$
$x - 5$			
$5 - x$			
$2x - 5$			



3. פשטו ככל האפשר. (שימו לב לסדר פעולות החשבון).

- א. $(a + 5)(a - 5)$ ג. $(a + 5)a - 5$ ה. $(a - 8)(a + 8)$ ז. $(a - 8)a + 8$
 ב. $a + 5(a - 5)$ ד. $a + 5a - 5$ ו. $a - 8(a + 8)$ ח. $a - 8a + 8$



4. פשטו ככל האפשר.

- א. $(a - a)(a + a)$ ג. $(a - a)a + a$ ה. $(a - b)(a + b)$ ז. $(a - b)a + b$
 ב. $a - a(a + a)$ ד. $a - a \cdot a + a$ ו. $a - b(a + b)$ ח. $a - b \cdot a + b$



5. חשבו באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר.

- א. $22 \cdot 18$ ג. $35 \cdot 25$ ה. 21^2 ז. 45^2
 ב. $24 \cdot 16$ ד. $28 \cdot 32$ ו. 19^2 ח. 33^2



6. בכל סעיף קבעו אילו ביטויים זהים לביטוי שבמסגרת.

- א. $(x - 4)(x + 4)$
 $16 - x^2$ $x^2 - 8x + 16$ $(4 - x)(4 + x)$ $x^2 - 8$ $x^2 - 16$
- ב. $(x - 6)^2$
 $(6 - x)^2$ $x^2 - 12x + 36$ $x^2 + 12x + 36$ $x^2 + 36$ $(x + 6)^2$
- ג. $(x + 5)^2$
 $x^2 + 25$ $x^2 - 10x + 25$ $x^2 + 10x + 25$ $(5 + x)^2$ $2x^2 + 25$
- ד. $(x + 1)(x - 1)$
 $x^2 - 1$ $x^2 + 1$ $x^2 - 2x + 1$ $(1 - x)^2$ $(1 + x)^2$



7. בכל סעיף כתבו את הביטוי כמכפלה (פרקו לגורמים).

א. $x^2 - 4$ ג. $x^2 - 9$ ה. $x^2 - 100$

ב. $x^2 - 36$ ד. $9 - x^2$ ו. $100 - x^2$



8. בכל סעיף כתבו את הביטוי כמכפלה (פרקו לגורמים).

א. $x^2 - 25$ ג. $x^2 - 16$ ה. $x^2 - 64$

ב. $x^2 - 1$ ד. $16 - x^2$ ו. $64 - x^2$



9. בכל סעיף חשבו בדרך הקצרה. הסבירו.

א. $25^2 - 5^2$ ב. $13^2 - 12^2$ ג. $36^2 - 26^2$ ד. $55^2 - 45^2$



10. נתון $a^2 - b^2 = 21$, $a - b = 3$.

חשבו את ערך הביטוי $a + b$ בלי לחשב את הערכים של a ושל b .



11. קבעו במה יש לכפול את הביטוי $(x - 2)$ כדי לקבל כל אחד מהביטויים הבאים.

א. $(x - 2) \cdot \square = 5x - 10$ ה. $(x - 2) \cdot \square = 3x^2 - 6x$

ב. $(x - 2) \cdot \square = 2 - x$ ו. $(x - 2) \cdot \square = x^2 - 4$

ג. $(x - 2) \cdot \square = 6 - 3x$ ז. $(x - 2) \cdot \square = x^2 - 4x + 4$

ד. $(x - 2) \cdot \square = x^2 - 2x$ ח. $(x - 2) \cdot \square = x^2 - 5x + 6$



שיעור 5. משימות נוספות

בשיעורים קודמים הכרנו את נוסחאות הכפל המקוצר:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

נעזרנו בהן כדי לכפול וגם כדי להפוך סכום למכפלה (לפרק לגורמים).

נפתור משוואות ובעיות שבהן ניעזר בנוסחאות אלה.

מספרים וביטויים

1. סִמְנו בכל סעיף את כל הביטויים הזהים לביטוי שבמסגרת.

$a^2 - 10a + 25$	$a^2 - 10a - 25$	$(a - 5)(a - 5)$	$(a - 5)^2$	א.
$(5 - a)(5 - a)$	$a^2 + 25$	$a^2 - 25$		
$(a + 3)(a + 3)$	$a^2 + 6$	$a^2 + 9$	$(a + 3)^2$	ב.
$a^2 - 6a + 9$	$a^2 + 6a + 9$	$a^2 + 6a + 3$		
$a^2 - 8$	$a^2 - 16$	$(a + 4)(a - 4)$	$(a - 4)(a + 4)$	ג.
$a^2 - 8a + 16$	$a^2 - 8a - 16$	$(4 - a)(4 + a)$		

2. בכל סעיף רשומים שני ביטויים שאינם זהים. שנו אחד מהם כך שיהיו זהים.

חזנה: הביטויים הם: $x^2 + 4$ ו- $(x + 2)^2$
משנים את הביטוי שמשמאל כך: $x^2 + 4x + 4$

$x^2 - 4x + 4$	$(x + 2)^2$	ד.	$x^2 + 9$	$(x + 3)^2$	א.
$x^2 + 25$	$(x + 5)(x - 5)$	ה.	$x^2 - 6x - 9$	$(x - 3)^2$	ב.
$2x^2 - 4x + 1$	$(2x - 1)^2$	ו.	$x^2 - 4x - 4$	$(x - 2)^2$	ג.



3. הסבירו מדוע מתקיים השוויון $(a - b)^2 = (b - a)^2$ לכל a ו- b .

4. בכל סעיף כתבו = או $\neq$.

א. $(x-4)^2 \bigcirc (4-x)^2$ ג. $(x+4)(x-4) \bigcirc (4+x)(4-x)$
 ב. $x^2-16 \bigcirc 16-x^2$ ד. $(x+4)^2 \bigcirc (4+x)^2$

5. חשבו באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר.

א. 42^2 ג. 29^2 ה. $34 \cdot 26$ ז. $49 \cdot 51$
 ב. 71^2 ד. 98^2 ו. $42 \cdot 38$ ח. $56 \cdot 64$

6. בכל סעיף רשמו את הסכום כמכפלה (פרקו לגורמים).

א. $x^2 - 10x + 16$ ג. $x^2 - 16$ ה. $x^2 + 6x - 16$
 ב. $x^2 - 8x + 16$ ד. $x^2 + 8x + 16$ ו. $x^2 - 6x - 16$

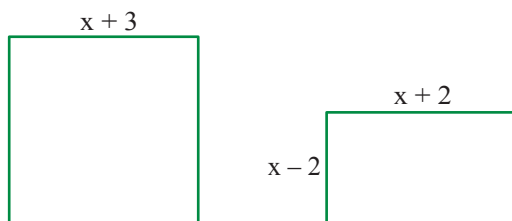
משוואות ובעיות מילוליות

7. פתרו את המשוואות.

א. $(x-3)^2 = 13 + (x+4)(x-4)$ ד. $(x-1)^2 = 3 + (4-x)^2$
 ב. $(x-3)^2 = 16 + (x+1)(x-1)$ ה. $(x+5)(x-5) = x(x-5)$
 ג. $(x+3)^2 = (x+1)^2$ ו. $(x-10)^2 = x(x+20)$

8. בשרטוט ריבוע ומלבן.

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).



א. הייתכן כי: 1 ס"מ $x =$? 2 ס"מ $x =$?

ב. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה? 3 ס"מ $x =$? 5 ס"מ $x =$? הסבירו.

ג. רשמו ביטוי אלגברי לשטח של כל צורה.

ד. שטח הריבוע גדול ב- 31 סמ"ר משטח המלבן. רשמו משוואה מתאימה.

ה. פתרו את המשוואה ומצאו את אורכי צלעות המלבן ואת אורך צלע הריבוע.



אוסף משימות



1. חשבו באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר.

א. 26^2 ג. 19^2 ה. $54 \cdot 46$ ז. $95 \cdot 105$

ב. 45^2 ד. 48^2 ו. $72 \cdot 68$ ח. $86 \cdot 94$



2. מצאו ביטויים זהים, בלי לפשט.

$(x + 2)(x - 2)$ $(2 - x)^2$ $(x + 2)^2$ $(x - 2)^2$

$(x + 2)(2 - x)$ $(2 + x)^2$ $(2 + x)(x - 2)$ $(2 + x)(2 - x)$



3. התאימו ביטויים זהים.

א. $(x - 4)^2$

ב. $(x + 4)^2$

ג. $(x - 4)(x + 4)$

ד. $(4 - x)(x + 4)$

ה. $(4 + x)^2$

ו. $(4 - x)^2$

ז. $(4 - x)(4 + x)$

ח. $(x - 4)(4 + x)$

• $x^2 - 16$

• $x^2 + 8x + 16$

• $x^2 - 8x + 16$

• $16 - x^2$



4. פתרו את המשוואות.

א. $(x - 3)^2 = (x - 5)(x - 2)$ ד. $(x + 4)^2 = x^2 + 4x$

ב. $(x - 3)^2 = 4 + (x + 1)(x - 1)$ ה. $(x + 4)^2 = 17 + x(x + 7)$

ג. $(x + 3)^2 = 12 + (x - 3)^2$ ו. $(x + 4)^2 = (x + 5)(x - 2) + 1$



5. פתרו את המשוואות.

א. $(x - 1)^2 - 3 = 4 + x^2$ ד. $(x - 5)^2 = x^2$

ב. $(x - 5)(x + 5) = x(x + 7) + 3$ ה. $(x + 8)^2 - 56 = (x + 6)^2$

ג. $(x - 6)^2 + 1 = (x + 1)^2 - 12x$ ו. $(x + 3)^2 = 6 + (x - 3)^2$



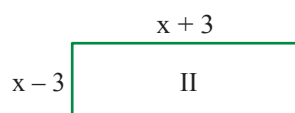
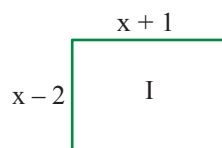
6. התחילו במשבצת העליונה מצד ימין ופעלו לפי ההוראות.

התחילו כאן!	$a^2 - 3a - 4$ ☐	$a^2 - 4$ ☐
רשמו ק בעיגול שבמשבצת שבה רשום ביטוי זהה לביטוי $(a + 2)^2$	רשמו ו בעיגול שבמשבצת שבה רשום ביטוי זהה לביטוי $(a - 2)^2$	סיימתם!!!
$a^2 + 5a + 4$ ☐	$a^2 + 3a - 4$ ☐	$a^2 + 4a + 4$ ☐
רשמו צ בעיגול שבמשבצת שבה רשום ביטוי זהה לביטוי $(2 - a)(2 + a)$	רשמו פ בעיגול שבמשבצת שבה רשום ביטוי זהה לביטוי $(a + 2)(a - 2)$	רשמו כ בעיגול שבמשבצת שבה רשום ביטוי זהה לביטוי $(a - 4)(a + 1)$
$a^2 - 4a + 4$ ☐	$4 - a^2$ ☐	$a^2 - 5a + 4$ ☐
רשמו ר בעיגול שבמשבצת שבה רשום ביטוי זהה לביטוי $(a - 4)(a - 1)$	רשמו מ בעיגול שבמשבצת שבה רשום ביטוי זהה לביטוי $(a + 4)(a - 1)$	רשמו ל בעיגול שבמשבצת שבה רשום ביטוי זהה לביטוי $(a + 4)(a + 1)$

כתבו את האותיות מימין לשמאל, מהשורה הראשונה לשניה ולשלישית ותקבלו שתי מילים.
מה קיבלתם?



7. בשרטוט שני מלבנים. (השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).



א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה?

ב. רשמו ביטוי לשטח כל מלבן.

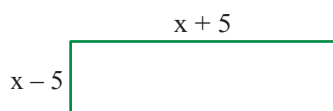
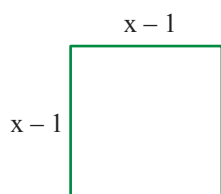
ג. שטחי המלבנים שווים.

רשמו משוואה מתאימה.

ד. פתרו את המשוואה ומצאו את אורכי הצלעות של כל מלבן.



8. בשרטוט ריבוע ומלבן. (השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).



א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה?

ב. אם שטח הריבוע 36 סמ"ר, מה שטח המלבן?

ג. אם שטח המלבן 75 סמ"ר, מהו x ?

ד. שטח המלבן שווה לשטח הריבוע.

רשמו משוואה מתאימה.

ה. פתרו את המשוואה.

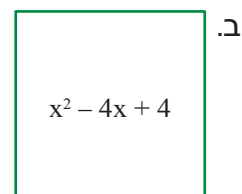
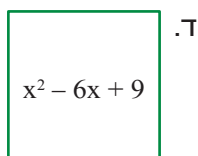
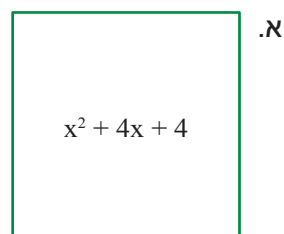
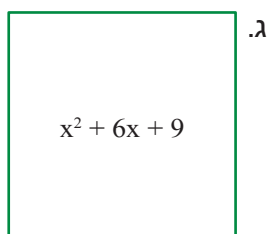
מצאו את אורכי הצלעות של המלבן ושל הריבוע.



9. בשרטוט ריבועים. (השרטוטים הם להדגמה).

בתוך כל ריבוע רשום ביטוי המייצג את שטח הריבוע בסמ"ר.

לכל ריבוע: רשמו ביטוי המייצג את אורך הצלע, וציינו אילו ערכים מתאימים ל- x .



10. השלימו פעולות מתאימות בעיגולים.

ג. $(a \bigcirc 2)^2 \bigcirc 4 = a^2$

א. $(a \bigcirc 2)^2 \bigcirc 4 = a^2 + 4a + 8$

ד. $(a \bigcirc 2)^2 \bigcirc 4 = a^2 - 4a$

ב. $(a \bigcirc 2)^2 \bigcirc 4 = a^2 + 4a$



11. בכל סעיף הוסיפו סוגריים במקום המתאים באגף שמאל כך שיתקבלו ביטויים זהים.

א. $5a + 3 \cdot 3a + 5 = 15a^2 + 9a + 5$

ב. $5a + 3 \cdot 3a + 5 = 15a^2 + 34a + 15$

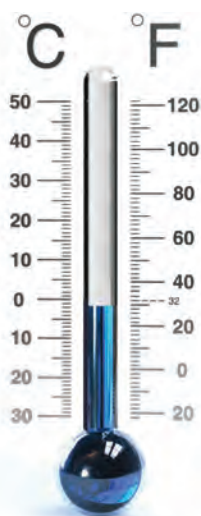
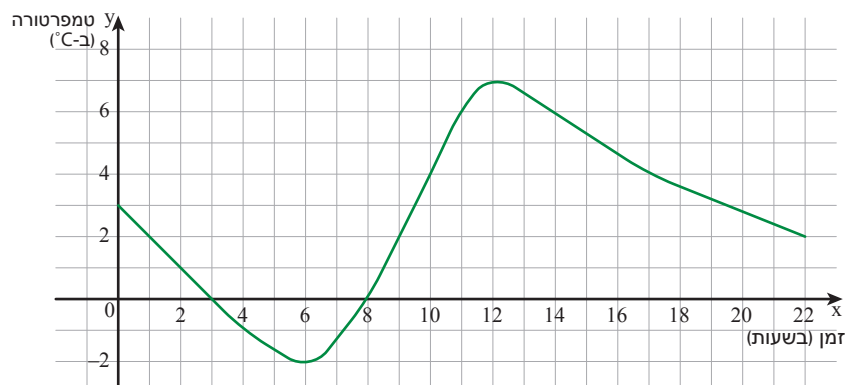
ג. $5a + 3 \cdot 3a + 5 = 14a + 15$



שומרים על כושר

גרפים

1. ביום קר מדדו את הטמפרטורה בירושלים.
הגרף מתאר את הפונקציה המתאימה לזמן (בשעות) את הטמפרטורה (ב- $^{\circ}\text{C}$) שנמדדה.



- א. מה הייתה הטמפרטורה בשעה 4:00?
מה הייתה הטמפרטורה בשעה 11:00?
ב. באילו שעות נמדדה טמפרטורה של 2°C ?
ג. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר?
מה הייתה טמפרטורה זו?
ד. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר?
מה הייתה טמפרטורה זו?
ה. מה הייתה הטמפרטורה כשהתחילו למדוד?
ו. באילו שעות נמדדה טמפרטורה של 20°C ?
ז. בין אילו שעות נמדדה טמפרטורה חיובית?
בין אילו שעות נמדדה טמפרטורה שלילית?
ח. הקיפו תשובה נכונה.
- מתחילת המדידה ועד השעה 6 הטמפרטורה **עלתה / ירדה**.
- משעה 6 עד השעה 12 הטמפרטורה **עלתה / ירדה**.
- משעה 12 עד השעה 22 הטמפרטורה **עלתה / ירדה**.

2. העמידו על האש קומקום מלא מים בטמפרטורה של 20°C .
חיממו את המים בקצב אחיד עד לרתיחה. המים רתחו במשך מספר דקות ואז כיבו את האש.
בחרו את הגרף המתאים לסיפור.

