

יחידה 17: טרפז

שיעור 1. מהו טרפז?



גזרו בקווים ישרים מרובעים מתוך רצועת נייר מלבנית (כמו בתמונה). איזה מרובעים קיבלתם? מה משותף לכל המרובעים האלה?

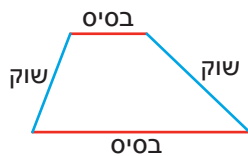
נכיר סוגי טרפזים ונלמד על תכונותיהם.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. האם אפשר לגזור מרובעים כפי שעשיתם במשימת הפתיחה ולקבל:

מלבן? ריבוע? מקבילית? מעוין? דלתון?

מה משותף לכל הצורות שאפשר לקבל?



הגדרה: מרובע בעל זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות זו לזו נקרא **טרפז**.

הצלעות המקבילות נקראות **בסיסי הטרפז**.

הצלעות שאינן מקבילות נקראות **שוקי הטרפז**.

2. א. האם כל הצורות שגזרתם הם טרפזים? בדקו לפי ההגדרה והסבירו.

ב. האם בין הטרפזים שגזרתם יש טרפזים מיוחדים?



טרפז מורכב מהמילים היווניות טטרה (ארבע) ופזה (רגל).

המתמטיקאי היווני אוקלידס השתמש בשם טרפז (ביוונית tra-

pézion) לכל צורה בעלת 4 צלעות.

במדינות האזור המילה Trapeza בערבית משמשת כשם לשולחן קפה קטן.

המקור של הכינוי הזה הוא יווני והוא הגיע לאזור באמצעות התורכים.





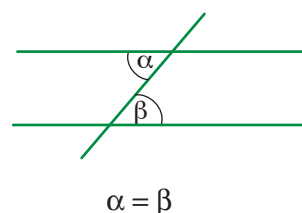
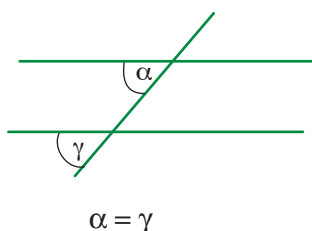
תזכורת

אם ישר חותך שני ישרים מקבילים אז:

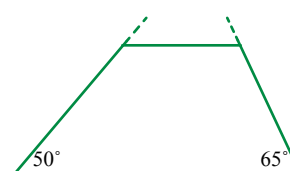
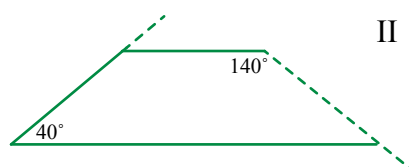
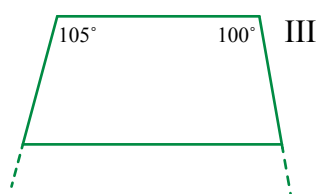
הזוויות המתאימות שוות בגודלן

וגם

הזוויות המתחלפות שוות בגודלן



3. א. חשבו את הגדלים החסרים של הזוויות בכל טרפז ונמקו.

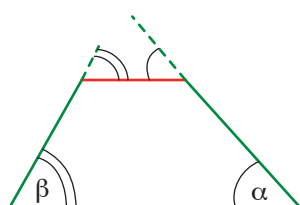


ב. מצאו את סכום הגדלים של הזוויות שליד אותה שוק בכל טרפז.

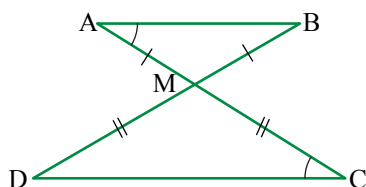


4. א. בטאו את הזוויות המסומנות בקשתות בעזרת α ו- β .

ב. הסבירו מדוע בטרפז סכום הגדלים של כל זוג זוויות שליד אותה שוק שווה 180° .



בטרפז, סכום הגדלים של כל זוג זוויות שליד אותה שוק שווה 180° .



5. א. מצאו על-סמך הנתונים המסומנים בשרטוט את הגדלים של כל הזוויות השוות בגודלן לזווית A והסבירו.
 ב. חברו את קדקודי המרובע ABCD וקבעו אם הוא טרפז. נמקו.

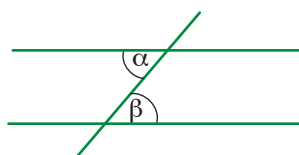
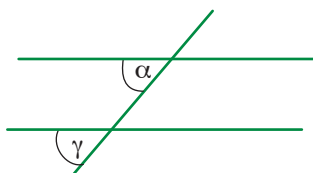


תזכורת

אפשר לזהות ישרים מקבילים בעזרת שוויון זוויות.

אם נתונים שני ישרים וישר החותך אותם:

אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות בגודלן, **או** אם יש זוג זוויות מתאימות שוות בגודלן,



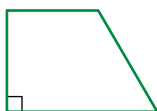
אז הישרים מקבילים.



6. א. גזרו מדף נייר מלבני משולש ישר-זווית כבשרטוט. איזה מרובע התקבל?
 ב. כמה זוויות ישרות יש במרובע שהתקבל?



טרפז בעל זווית ישרה נקרא **טרפז ישר-זווית**.





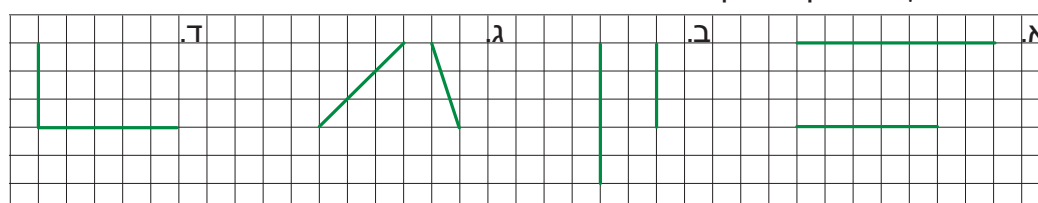
אוסף משימות



1. מצאו טרפזים בסביבה. (ראו דוגמה.)



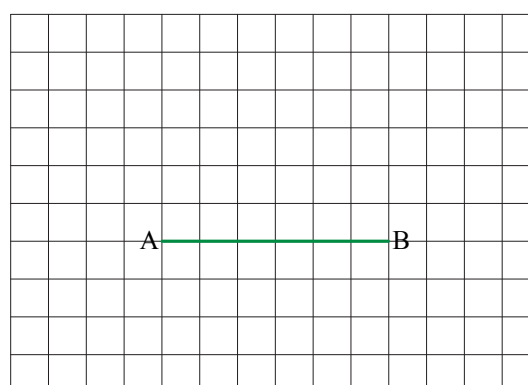
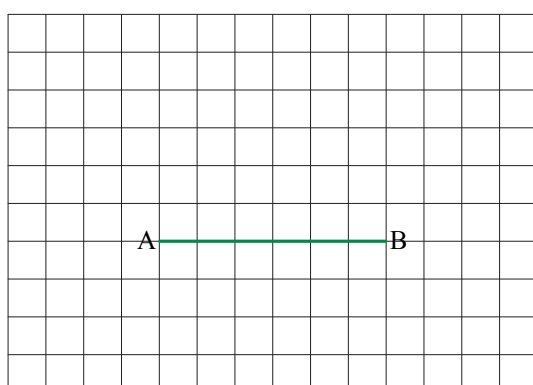
2. השלימו כל שרטוט כך שיתקבל טרפז.



3. שרטטו טרפז ישר-זווית שהקטע AB הוא:

ב. השוק שלו

א. הבסיס הגדול שלו



ב. שרטטו קטע המחלק את המקבילית למשולש ולטרפז.



א. שרטטו קטע המחלק את המקבילית לשני טרפזים.



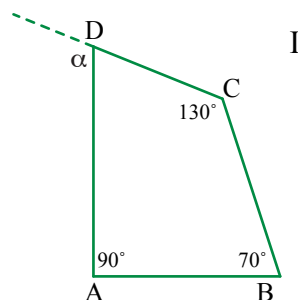
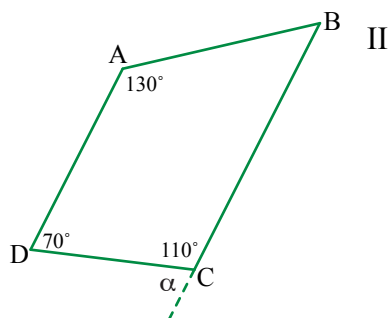
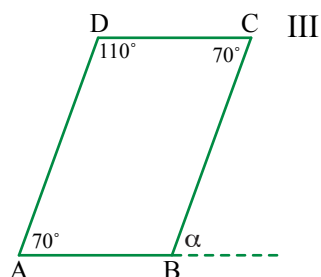


5. א. בכל מרובע חשבו:

את גודל הזווית הרביעית ואת גודל הזווית α .

תזכורת: סכום הזוויות במרובע הוא 360° .

ב. אילו מהמרובעים הם טרפזים? נמקו.

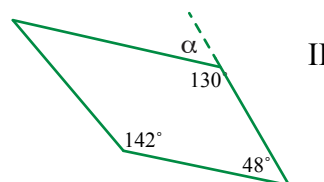
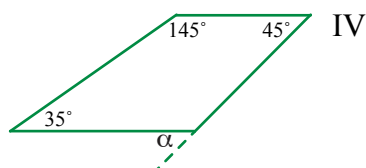
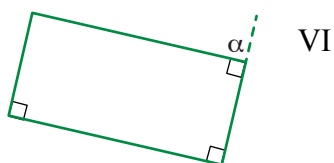
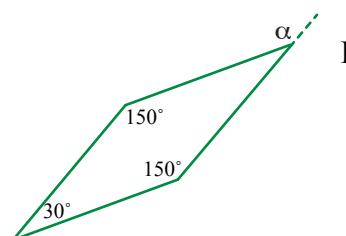
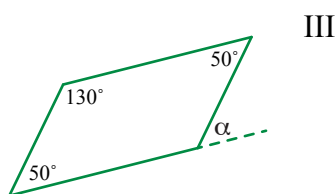
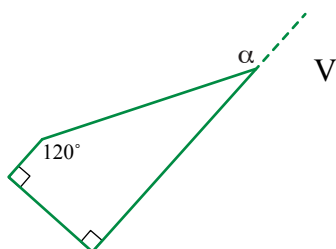


6. א. בכל מרובע חשבו:

את גודל הזווית הרביעית ואת גודל הזווית α .

תזכורת: סכום הזוויות במרובע הוא 360° .

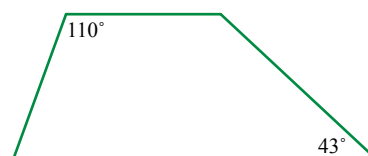
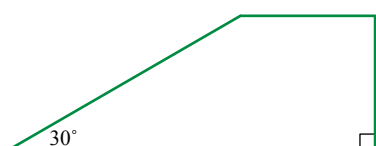
ב. אילו מהמרובעים הם טרפזים? נמקו.



7. לפניכם טרפזים. חשבו את הגדלים החסרים של הזוויות.

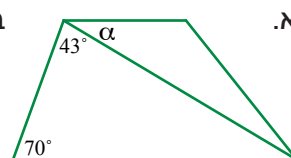
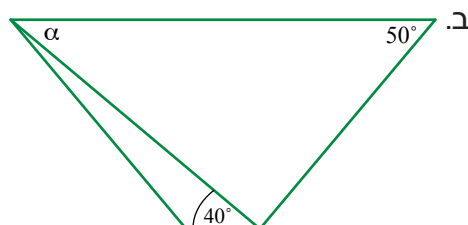
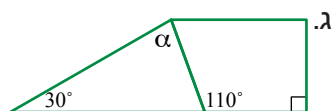
א.

ב.



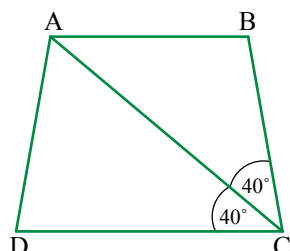


8. לפניכם טרפזים. חשבו את גודל הזווית α בכל טרפז.



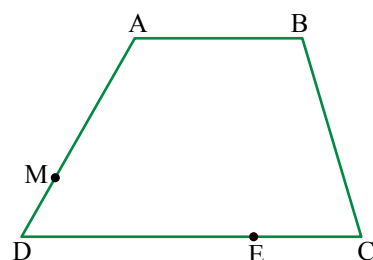
9. בשרטוט טרפז. האלכסון AC חוצה את הזווית C.

- א. חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש ABC.
 ב. מהו סוג המשולש ABC? הסבירו.



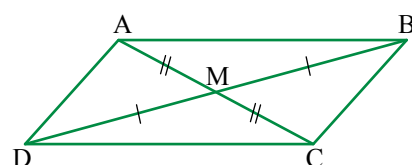
10. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).

- א. מהנקודה E שרטטו אנך לבסיסי הטרפז.
 ב. מהנקודה M שרטטו מקביל לבסיסי הטרפז.
 ג. כמה טרפזים ישרי-זווית בשרטוט?
 ד. כמה טרפזים בשרטוט?

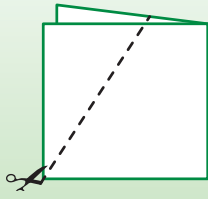


11. בשרטוט מסומנים נתונים.

- א. הסבירו מדוע $\triangle AMB \cong \triangle CMD$.
 בהסתמך על החפיפה סמנו בשרטוט זוויות שוות בגודלן.
 ב. הסבירו מדוע $\triangle AMD \cong \triangle CMB$.
 בהסתמך על החפיפה סמנו בשרטוט זוויות שוות בגודלן.
 ג. מצאו בשרטוט זוגות של ישרים מקבילים.
 האם המרובע ABCD הוא טרפז? נמקו.



שיעור 2. טרפז שווה-שוקיים



קפלו דף נייר לשני חלקים שווים, וגזרו מהדף המקופל משולש ישר-זווית (כמו בתמונה).

פתחו את הקיפול. איזה מרובע קיבלתם?

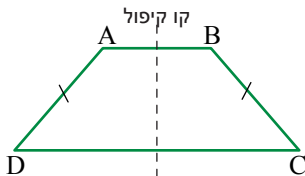
נכיר תכונות של טרפז שווה-שוקיים.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

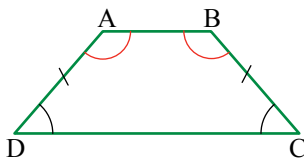
1. קפלו את הטרפז שגזרתם לאורך קו הקיפול. האם יש בטרפז צלעות שוות באורכן? אם כן, אילו?



הגדרה: טרפז בעל שוקיים שוות באורכן נקרא **טרפז שווה-שוקיים**.



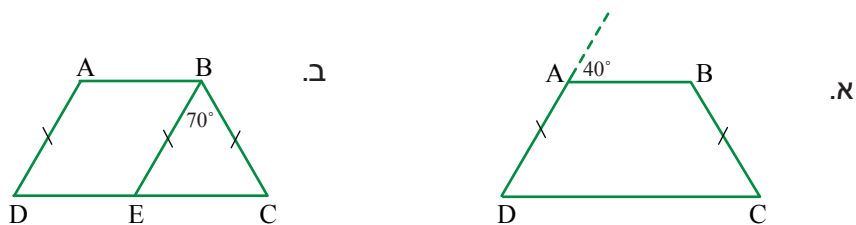
2. א. קפלו שוב את הטרפז שגזרתם ומצאו בו זוגות של זוויות שוות בגודלן.



אם טרפז הוא שווה-שוקיים, אז הזוויות ליד כל בסיס שוות בגודלן.

3. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב **שפט** שבמסגרת.

4. בכל סעיף משורטט טרפז ABCD ומסומנים נתונים. חשבו את הגדלים של זוויות הטרפז.



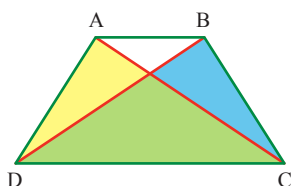
5. **נתון** טרפז ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים

א. סמנו בשרטוט גדלים שווים (אורכי הצלעות, גדלים של זוויות) במשולשים ADC ו-ABCD.

ב. לפי איזה משפט חפיפה $\triangle BDC \cong \triangle ACD$?

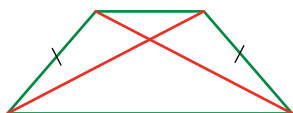
$AC = BD$ **נסקנה**

נמקו.



במשימה 5 הוכחנו **טענה**

אם טרפז הוא שווה-שוקיים, אז האלכסונים שווים באורכם.



6. קרש הגיהוץ מקביל לרצפה (ראו איור).

נקודת המפגש של רגלי קרש הגיהוץ מחלקת אותן לשני משולשים שווים-שוקיים.

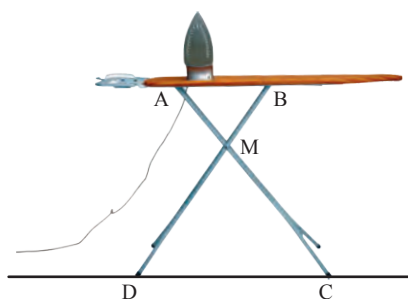
א. סמנו את הנתונים באיור.

ב. שרטטו את AD ו-BC.

$\triangle AMD \cong \triangle BMC$ **נ"ס**

ג. **נסקנה** המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים

נמקו.





תכונות הטרפז

- **רק** הבסיסים מקבילים זה לזה.
- סכום הגדלים של כל זוג זוויות שליד אותה שוק, שווה 180° .

תכונות מיוחדות של טרפז שווה-שוקיים

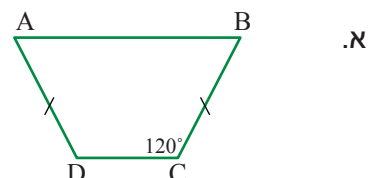
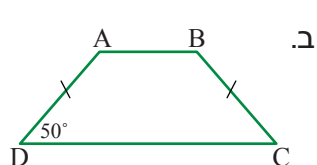
- השוקיים שוות באורכן.
- הזוויות שליד אותו בסיס שוות בגודלן.
- האלכסונים שווים באורכם.



אוסף משימות

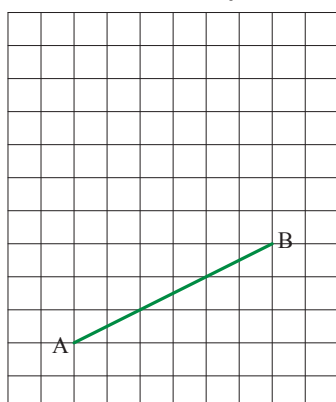


1. בכל סעיף משורטט טרפז ABCD ומסומנים נתונים. חשבו את הגדלים של זוויות הטרפז.

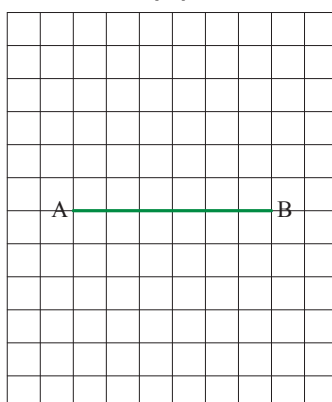


2. שרטטו טרפז שווה-שוקיים שהקטע AB הוא:

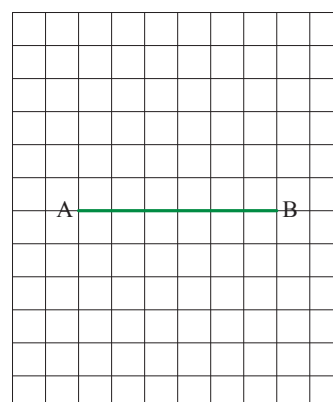
ג. השוק שלו



ב. הבסיס הקטן שלו



א. הבסיס הגדול שלו



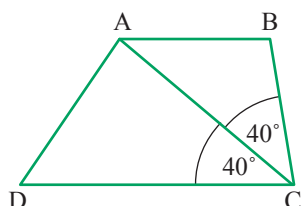


3. גזרו שני טרפזים שווי-שוקיים חופפים.

א. הצמידו את הטרפזים כך שתתקבל מקבילית. שרטטו את המקבילית.

ב. הצמידו את הטרפזים כך שיתקבל משושה. שרטטו את המשושה.

ג. **שירה, רינה וחנה** הצמידו שני טרפים שווי-שוקיים כך שהתקבל משושה (סעיף ב).
הן קיבלו שרטוטים שונים. הייתכן?



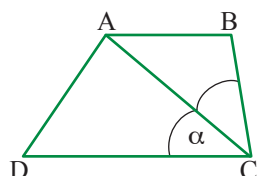
4. בשרטוט טרפז. האלכסון AC חוצה את הזווית $\angle C$.

א. חשבו את הגדלים של זוויות המשולש $\triangle ACB$.

ב. מהו סוג המשולש $\triangle ACB$? הסבירו.



5. **טענה:** אם אלכסון חוצה את אחת הזוויות בטרפז, אז מתקבל משולש שווה-שוקיים.



א. כתבו מה נתון ומה צריך להוכיח.

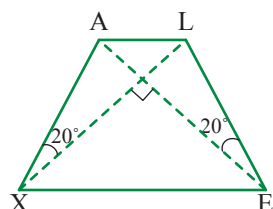
ב. בטאו את הגדלים של זוויות המשולש ABC באמצעות α .

ג. $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים. נמקו.



6. המרובע ALEX הוא טרפז שווה-שוקיים ($AL \parallel XE$).

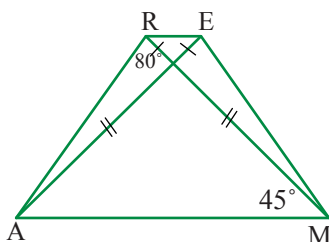
חשבו את הגדלים של זוויות הטרפז לפי הנתונים המסומנים בשרטוט.



7. המרובע AMER הוא טרפז ($AM \parallel RE$).

א. חשבו את הגדלים של זוויות הטרפז לפי הנתונים שבשרטוט, ותארו את שלבי החישוב.

ב. הסבירו מדוע הטרפז הוא שווה-שוקיים.



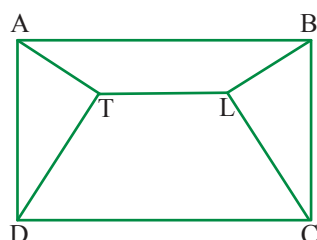
8. המרובע ABCD הוא מלבן.

תזכורת: למלבן ארבע זוויות ישרות.

מרובע TLCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($TL \parallel DC$).

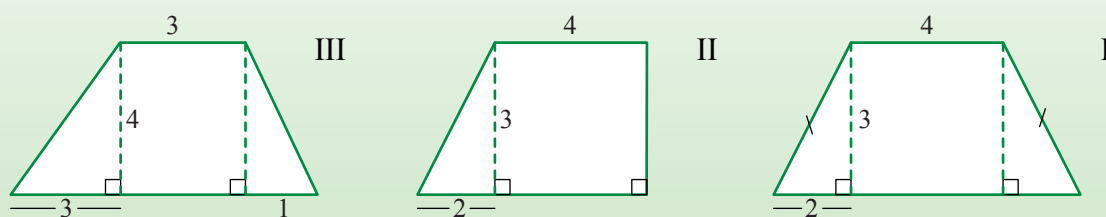
א. סמנו את הנתונים בשרטוט.

ב. הוכיחו כי מרובע ATLB הוא טרפז שווה-שוקיים.



שיעור 3. שטח והיקף של טרפז

חשבו שטחי משולשים ומלבנים בשרטוטים ומצאו את שטחי הטרפזים.

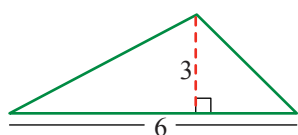


נחשב שטח והיקף של טרפז.

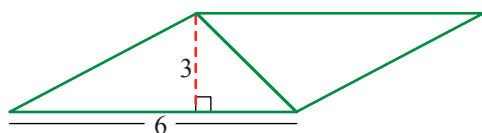
השרטוטים בשיעור זה ובאוסף המשימות הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

שטח טרפז

1. א. חשבו את שטח המשולש לפי הנתונים הרשומים בשרטוט.

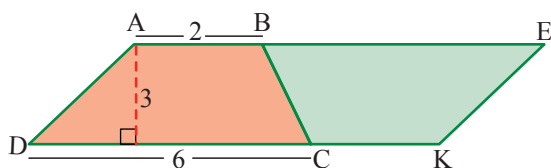


ב. המקבילית שבשרטוט נוצרה משני משולשים חופפים למשולש שבסעיף א.



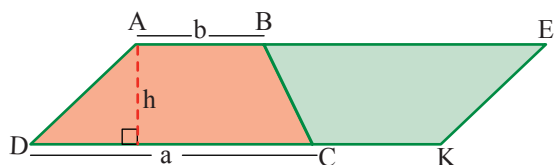
חשבו את שטח המקבילית לפי הנתונים הרשומים בשרטוט.

ג. המקבילית AEKD נוצרה משני טרפזים חופפים.



מה אורך הצלע DK?
חשבו את שטח המקבילית.
מה שטח הטרפז ABCD?

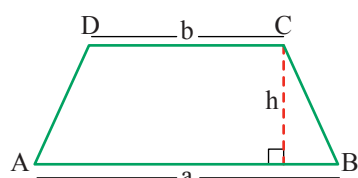
2. המקבילית AEKD נוצרה משני טרפזים חופפים.



א. בטאו את אורך הצלע DK באמצעות a ו-b.
ב. בטאו את שטח המקבילית.
ג. בטאו את שטח הטרפז ABCD.
ד. השלימו: שטח הטרפז שווה ל _____



תזכורת



בשרטוט טרפז שאורכי בסיסיו a ו- b , ואורך הגובה של הטרפז h .

$$(a \geq 0, b > 0, h > 0)$$

$$\text{שטח הטרפז הוא: } \frac{(a+b) \cdot h}{2}$$

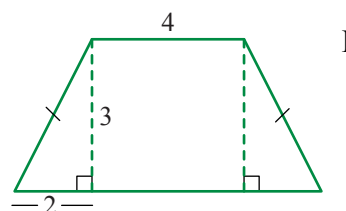
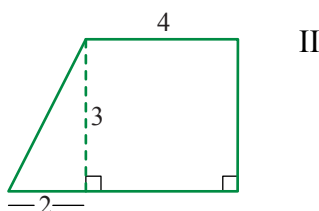
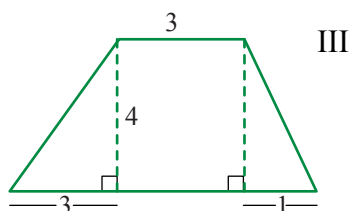
כלומר, שטח טרפז שווה למחצית המכפלה של סכום אורכי הבסיסים באורך הגובה.

3. נחזור למשימת הפתיחה.

א. מצאו את אורך הבסיס הגדול בכל טרפז.

ב. חשבו את השטח של כל טרפז לפי הנוסחה שבמסגרת.

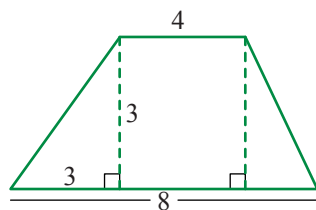
ג. השוו עם תשובותיכם במשימת הפתיחה.



4. לפניכם טרפז ובו רשומים נתונים.

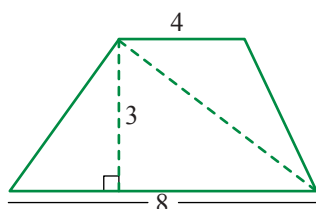
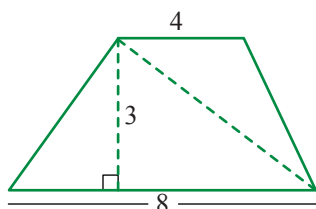
א. **אהובה** חישה את שטח הטרפז באמצעות חלוקתו לשני משולשים ומלבן.

חשבו את שטח הטרפז בדרך של **אהובה**.



ב. **יעל** חישה את שטח הטרפז באמצעות חלוקתו לשני משולשים.

חשבו את שטח הטרפז בדרך של **יעל**.

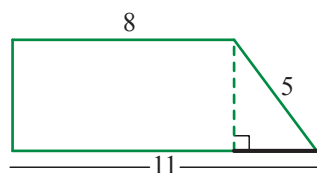


ג. **רותי** חישה את שטח הטרפז באמצעות הנוסחה.

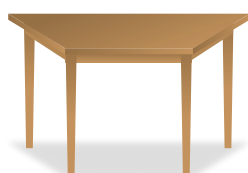
חשבו את שטח הטרפז בדרך של **רותי**.

ד. איזו מהדרכים עדיפה בעיניכם?

היקף טרפז



5. א. חשבו את אורך הקטע המודגש בשרטוט.
- ב. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך גובה הטרפז.
- ג. חשבו את היקף הטרפז.
- ד. חשבו את שטח הטרפז.



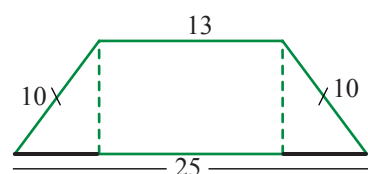
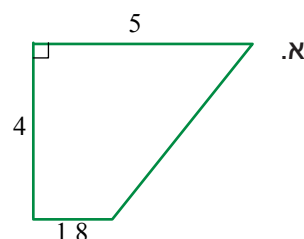
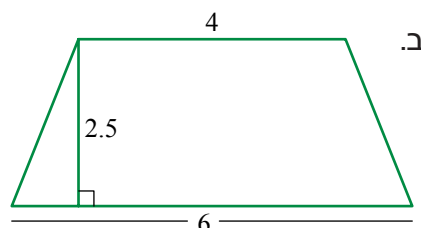
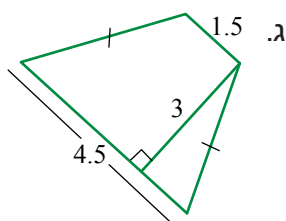
6. בתמונה שולחן שצורת הלוח שלו היא טרפז שווה-שוקיים ואורך הבסיס הקטן שלו 80 ס"מ.
- אורך כל שוק שווה לאורך הבסיס הקטן.
- אורך הבסיס הגדול כפול מאורך הבסיס הקטן.
- א. רשמו את מידות לוח השולחן בשרטוט.
- ב. מצאו את שטח לוח השולחן.
- ג. מצאו את היקף לוח השולחן.
- ד. מדוע, לדעתכם, מייצרים שולחנות שהם בעלי צורה זאת?



אוסף משימות



1. חשבו את השטח של כל טרפז.



2. א. חשבו את אורך הקטעים המודגשים בשרטוט.
- ב. חשבו את אורך גובה הטרפז.
- ג. חשבו את שטח הטרפז.
- ד. חשבו את היקף הטרפז.

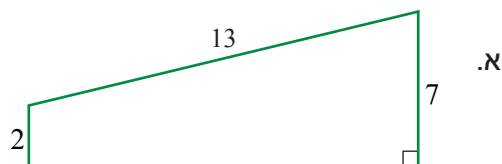
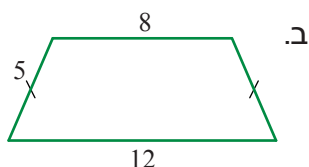


3. בכל סעיף חשבו:

- את אורך גובה הטרפז,

- את שטח הטרפז,

- את היקף הטרפז.



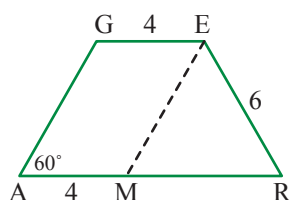
4. המרובע GERA הוא טרפז שווה-שוקיים ($AR \parallel GE$).

$GE = 4$ ס"מ, $ER = 6$ ס"מ, $\angle A = 60^\circ$, $GA \parallel EM$

א. חשבו את הגדלים של זוויות הטרפז.

ב. חשבו את הגדלים של זוויות המשולש EMR.

ג. חשבו את היקף הטרפז.



5.  ABCD טרפז שווה-שוקיים ($AB \parallel DC$, $BC = AD$)

AC חוצה את $\angle C$

$\angle D = 50^\circ$

$DC = 10$ ס"מ

$AB = BC = 4$ ס"מ

א. רשמו את הנתונים בשרטוט.

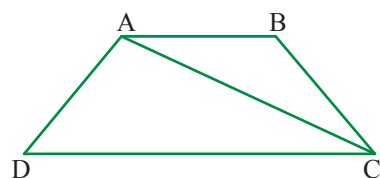
ב. חשבו את הגדלים של זוויות הטרפז.

ג. חשבו את הגדלים של זוויות משולש ABC.

ד. חשבו את היקף הטרפז.

ה. שרטטו וחשבו את אורך גובה הטרפז.

ו. חשבו את שטח הטרפז.





שומרים על כושר

הסתברות

1. בכד 3 כדורים שחורים, 2 כדורים לבנים. מוציאים 4 כדורים מהכד, בלי להסתכל. קשמו לכל מאורע אם הוא: בלתי אפשרי, אפשרי או וודאי.
 - א. לכל ארבעת הכדורים צבע זהה.
 - ב. שניים מהכדורים לבנים, ושניים שחורים.
 - ג. לכל אחד מארבעת הכדורים צבע שונה.
 - ד. שלושה מהכדורים לבנים, וכדור אחד שחור.
 - ה. לשניים מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.
2. בקופסה יש 5 סוכריות צהובות, 3 סוכריות אדומות, 6 סוכריות ירוקות. בוחרים סוכרייה בלי להסתכל. לאיזה צבע של סוכרייה יש את הסיכוי הגבוה ביותר להיבחר? חשבו את ההסתברות של סוכרייה בצבע זה להיבחר.
3. מטילים קובייה רגילה. מצאו את ההסתברויות הבאות:
 - א. לקבל את המספר 3
 - ב. לקבל מספר אי זוגי
 - ג. לקבל לכל היותר 2
 - ד. לקבל לפחות 4
4. מסובבים את המחוג ב"שעון" שבשרטוט.
 - א. מה ההסתברות לקבל 2?
 - ב. מה ההסתברות לקבל 4?
 - ג. מה ההסתברות לקבל 1 או 3?
 - ד. מה ההסתברות לא לקבל 3?
5. מסובבים את המחוג ב"שעון" שבשרטוט.
 - א. מה ההסתברות שהוא יעצר על החלק הצבוע באדום?
 - ב. מסובבים את המחוג פעמיים. מה ההסתברות שבשתי הפעמים יעצר המחוג על החלק הצבוע באדום?
6. מיכאל יורה פעמיים למטרה. ההסתברות שיפגע במטרה בכל ירייה היא 0.6.
 - א. מה ההסתברות שיפגע במטרה בשתי היריות?
 - ב. מה ההסתברות שיפגע במטרה בפעם הראשונה ולא בפעם השנייה?
 - ג. מה ההסתברות שיפגע במטרה רק בפעם השנייה?
 - ד. מה ההסתברות שהוא יחטיא בשתי היריות?
 - ה. מהו סכום ההסתברויות בסעיפים א-ד? הסבירו.

