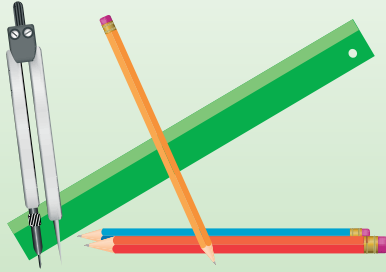


יחידה 15: בניות

שיעור 1. קטעים שווים באורכם



אוקלידס, שחי כמשוער בין השנים 330-275 לפנה"ס, פיתח את יסודות הגאומטרייה.

בגאומטרייה של אוקלידס, הנקראת גאומטרייה אוקלידית, משרטטים ישרים בעזרת סרגל (ללא יחידות מידה) ומעגלים בעזרת מחוגה בלבד. המחוגה מאפשרת גם השוואה של אורכי קטעים.

הבניות מבוססות על משפטים שהוכחו.

נלמד לבצע בניות גאומטריות בסרגל ובמחוגה.

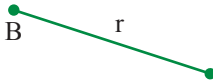


שרטוט מעגלים

1. א. שרטטו במחוגה מעגל שמרכזו בנקודה A.

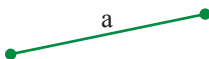
A

ב. שרטטו מעגל שמרכזו בנקודה B ואורך הרדיוס שלו הוא r .



ג. פתחו את המחוגה באורך הקטע a .

שרטטו מעגל שמרכזו בנקודה C ואורך הרדיוס שלו הוא a .

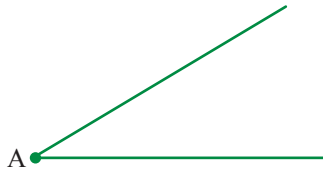


C

ד. בחרו נקודה D על המעגל ששרטטתם.

שרטטו קטע CD. מה אורכו?

שרטוט קטעים שווים באורכם



2. א. שרטטו בעזרת מחוגה מעגל שמרכזו בנקודה A והוא חותך את שוקי הזווית A.
 סמנו את נקודות החיתוך באותיות B ו- C.
 ב. הסבירו מדוע $AB = AC$.



M

3. שרטטו קשת (חלק של מעגל) שמרכזה בנקודה M.
 סמנו על הקשת שתי נקודות K ו- P.
 שרטטו את הקטעים MK ו- MP.
 הסבירו מדוע $MK = MP$.



משתמשים במחוגה לשרטוט מעגלים ולמציאת נקודות במרחק שווה מנקודה נתונה.
 משתמשים בסרגל לשרטוט קטעים בין נקודות נתונות.
 אין משתמשים בשנתות שעל הסרגל למדידת אורכי הקטעים.



4. - שרטטו שתי קשתות באותו רדיוס,
 המרכז של קשת אחת בנקודה A והמרכז של הקשת השנייה בנקודה B.
 - סמנו את נקודת החיתוך של הקשתות באות C.
 - שרטטו את הקטעים BC ו- AC.
 - הסבירו מדוע $AC = BC$.

A

B

5. בכל סעיף היעזרו במחוגה ובסרגל (ללא שימוש בשנתות), כדי להשלים את הקטע AB למשולש שווה-שוקיים, לפי התנאי הנתון.
- א. הקטע AB הוא בסיס של משולש שווה-שוקיים. משולש שווה-שוקיים שונה מהקודם.
- ב. הקטע AB הוא בסיס של משולש שווה-שוקיים שונה מהקודם.
- ג. הקטע AB הוא צלע של משולש שווה-צלעות.



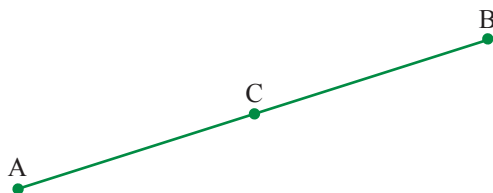
כמה משולשים שווים-שוקיים אפשר לשרטט אם ידוע שהקטע AB הוא בסיס של המשולש? הסבירו.



אוסף משימות



1. א. הקטע AB הוא רדיוס של מעגל. מרכז המעגל בנקודה A. שרטטו את המעגל.



- ב. הקטע AB הוא קוטר של מעגל. הנקודה C היא אמצע הקטע. שרטטו את המעגל.



2. שרטטו שלושה מעגלים שונים שיש להם אותו מרכז (בנקודה M).

M



3. בְּנוּ משולש שווה-שוקיים כך שהקטע BC יהיה בסיס המשולש.



4. בְּנוּ משולש שווה-צלעות כך שהקטע BC יהיה צלע של המשולש.

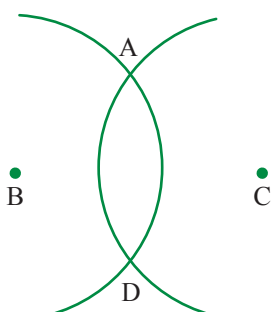


5. יַעַל שרטטה מהנקודות B ו- C שתי קשתות בעלות אותו רדיוס.

היא סָמְנָה את נקודות החיתוך ב- A ו- D.

חֲבְרוּ את המרובע ABDC.

איזה מרובע התקבל? הסבירו.



6. BC הוא אלכסון משני של דלתון.

השלימו לדלתון.

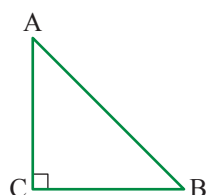


7. משולש ACB הוא משולש ישר-זווית שווה-שוקיים, $\angle C = 90^\circ$

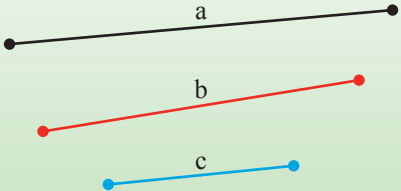
בְּנוּ משולש ADB חופף למשולש ACB, כך ש- AB יהיה היתר גם של

המשולש החדש.

איזה מרובע נוצר? הסבירו.



שיעור 2. שרטוט קטעים ובניית משולש



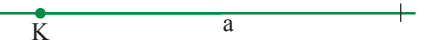
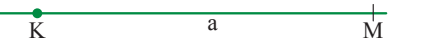
נתונים שלושה קטעים a , b , c
האם אפשר לבנות משולש שאורכי צלעותיו
הם כאורכי הקטעים הנתונים?

נלמד להעתיק קטעים ולבנות משולשים.

שרטוט קטעים

1. נתון קטע שאורכו a (ממשימת הפתיחה).

א. קבעו נקודה K על ישר ושרטטו קטע שאורכו a .

בנייה	תיאור בנייה
	משרטטים ישר ומסמנים עליו נקודה K .
	פותחים את המחוגה באורך הקטע a , ומשרטטים קשת ברדיוס a שמרכזת בנקודה K .
	מסמנים את נקודת החיתוך של הקשת והישר בנקודה M .

ב. הסבירו כיצד יודעים ש- $KM = a$.



2. בשרטוט ישר שעליו מסומנת נקודה A .

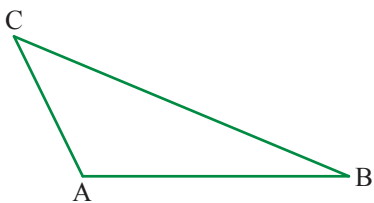


א. שרטטו על הישר קטע שאורכו b (ממשימה הפתיחה) ואחד מקצותיו בנקודה A .

ב. שרטטו על אותו ישר קטע נוסף באורך b , בהמשך לקטע ששרטטתם.

ג. מהו האורך הכולל של שני הקטעים?

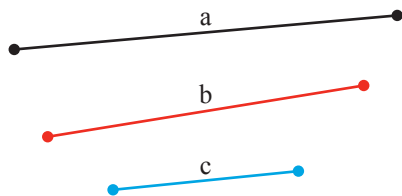
3. נתון $\triangle ABC$.



א. בְּנוּ משולש חופף למשולש ABC לפי השלבים הבאים:

בנייה	תיאור בנייה
	משרטטים קטע באורך הצלע AB.
	משרטטים קשת שמרכזת בנקודה A והרדיוס שלה שווה באורכו ל- AC.
	משרטטים קשת שמרכזת בנקודה B והרדיוס שלה שווה באורכו ל- BC.
	מסמנים את נקודת המפגש של שתי הקשתות ב- C.
	מחברים את AC ואת BC.

ב. על-סמך איזה משפט המשולש ששרטטתם חופף למשולש הנתון?



4. נחזור למשימת הפתיחה.

בנו משולש שאורכי צלעותיו a , b ו- c .
(על-פי שלבי הבנייה שבמשימה הקודמת.)



5. האם מכל שלושה קטעים אפשר ליצור משולש?

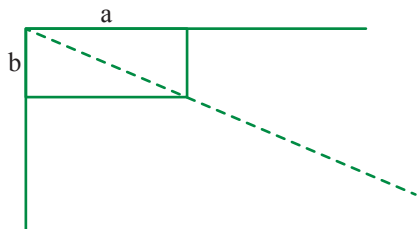
אם לא, שרטטו שלושה קטעים שאי-אפשר לבנות מהם משולש והסבירו.



תזכורת

במשולש, סכום האורכים של כל שתי צלעות חייב להיות גדול מאורך הצלע השלישית.

6. נתון מלבן.



א. האריכו פי 2 כל אחת מהצלעות a ו- b של המלבן.

ב. האם התקבל מלבן? שרטטו אותו.

ג. האם אורך האלכסון במלבן שהתקבל הוא פי 2 מאורך האלכסון במלבן הנתון?

ד. פי כמה גדול שטח המלבן המוגדל משטח המלבן הנתון? הסבירו.



אוסף משימות

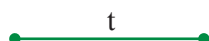
בבניות השתמשו במחוגה ובסרגל (ללא שימוש שנתות).



1. נתון קטע שאורכו a .

שרטטו על ישר קטע שאורכו $2a$.

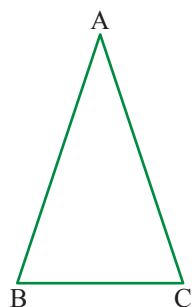




2. נתון קטע שאורכו t . שרטטו קטע שאורכו $3t$.

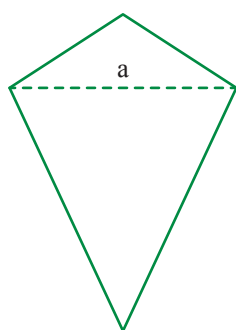


3. בנו משולש חופף למשולש שווה-השוקיים המשרטט.



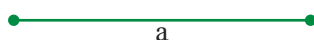
4. בנו דלתון חופף לדלתון שבשרטטו.

התחילו מהעתקת האלכסון המשני (שאורכו a).

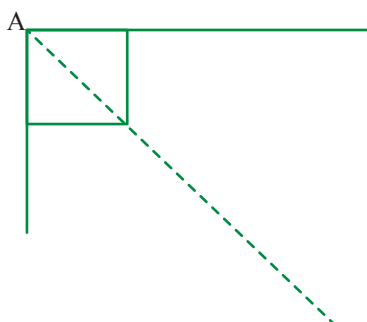


5. נתונה צלע באורך a של משולש שווה-צלעות.

השלימו את בניית המשולש שווה-הצלעות.



6. נתון ריבוע.



א. האריכו פי 3 כל אחת מהצלעות, שהקצה שלהן בנקודה A.

ב. האם התקבל ריבוע? שרטטו אותו.

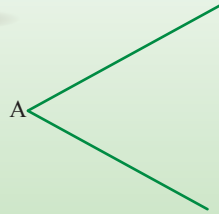
ג. האם אורך האלכסון בריבוע שהתקבל הוא פי 3 מאורך האלכסון בריבוע הנתון?

ד. פי כמה גדול שטח הריבוע שהתקבל משטח הריבוע הנתון? הסבירו.

שיעור 3. חציית זוויות וקטעים



נתונה זווית A.



יהודית שאלה: האם אפשר לחלק זווית לשתי זוויות שוות בגודלן, בעזרת מחוגה וסרגל?

נלמד לחצות זווית ולחצות קטע בעזרת מחוגה וסרגל.

חציית זווית

1. לפניכם תיאור של בניית חוצה-זווית לזווית A נתונה.

א. בצעו את שלבי הבנייה לפי התיאור.

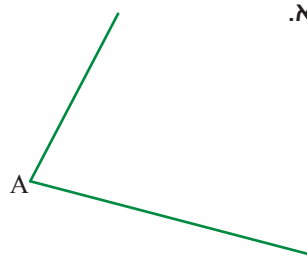
בנייה	תיאור בנייה
	משרטטים קשת (חלק ממעגל שמרכזו A).
	מסמנים ב-B וב-C את נקודות החיתוך של הקשת עם שוקי הזווית.
	משרטטים שתי קשתות בעלות אותו רדיוס, קשת שמרכזו ב-B וקשת שמרכזו ב-C. מסמנים את נקודת החיתוך של הקשתות ב-D.
	מחברים את AD.
	מחברים את BD ואת CD.

ב. איזה מרובע התקבל?

ג. הסבירו מדוע AD הוא חוצה זווית.

2. לכל זווית שרטטו חוצה זווית.

א.



ב.

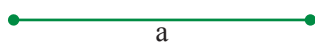


3. נתון קטע באורך a.

א. השלימו למשולש שווה-צלעות שהקטע a הוא אחת מצלעותיו.

ב. חצו אחת מזוויות המשולש. בניתם זווית שגודלה 30° .

ג. הסבירו מדוע הזווית שבניתם היא בת 30° .



4. נתונה זווית שטוחה A.

א. חצו את הזווית A.

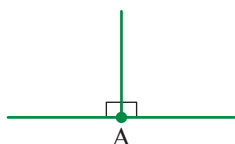
ב. הסבירו מדוע הזווית שבניתם היא בת 90° .



במשימה 4 חצינו זווית שטוחה A.

בנקודה A נוצרו שתי זוויות ישרות.

כלומר שרטטנו אנך לישר בנקודה A.



חציית קטע

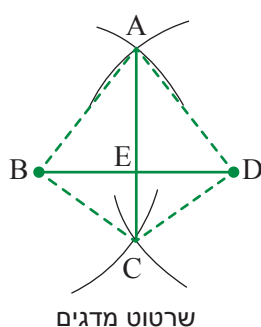
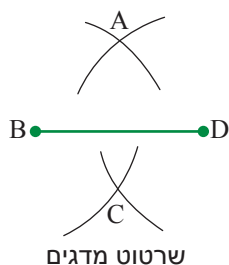


5. נחלק קטע לשני קטעים שווים.



א. בְּנו דלתון שהקטע BD הוא האלכסון המשני שלו (ראו שרטוט מדגים).

חברו את קדקודי המרובע ABCD והסבירו מדוע הוא דלתון.



ב. חברו את AC.

סמנו את נקודת החיתוך של AC ושל BD באות E.

הסבירו מדוע $BE = ED$.

אוסף משימות

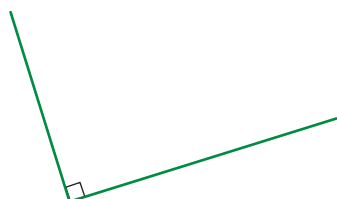


בבניות השתמשו במחוגה ובסרגל (ללא שימוש בשנתות).



1. שרטטו את חוצה הזווית הישרה.

מה גודלן של הזוויות שהתקבלו?



2. בְּנו את אמצע הקטע AB.



3. קוטר של מעגל. בְּנו את המעגל.

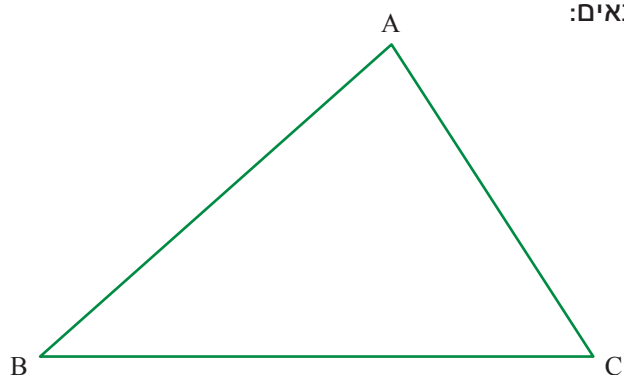
(חצו תחילה את הקטע AB).



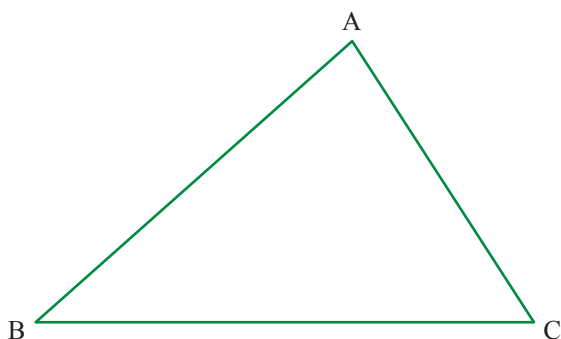


4. שרטטו תיכון במשולש ABC לפי השלבים הבאים:

- מצאו את אמצע הצלע BC.
- חברו את אמצע הצלע עם הקדקוד A.

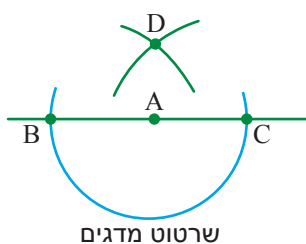


5. שרטטו את חוצה-הזווית A במשולש ABC.



6. זווית A היא זווית שטוחה.

א. שרטטו את חוצה-הזווית השטוחה.



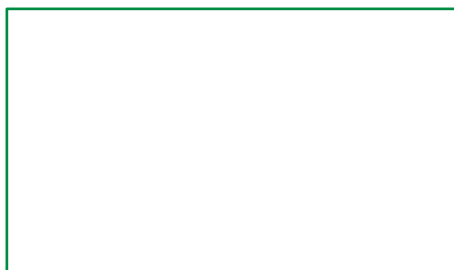
ב. שרטטתם אנך לישר בנקודה A על הישר. הסבירו.

ג. הסבירו מדוע חוצה הזווית השטוחה הוא גם אנך לישר.



7. לפניכם מלבן.

- א. שרטטו מלבן שאורכי צלעותיו הם חצי מאורכי הצלעות של המלבן הנתון.
 ב. פי כמה גדול שטח המלבן הנתון משטח המלבן ששרטטתם?



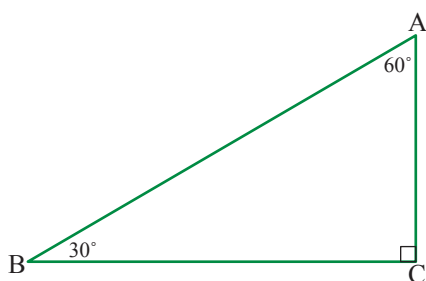
8. בשרטוט משולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$).

הגדלים של הזוויות החדות 60° ו- 30° .

א. חצו את הזוויות החדות של המשולש.

ב. סמנו את מפגש חוצי-הזוויות באות M .

מהו הגודל של $\angle AMB$?



שיעור 4. בונים משולשים בעזרת מד-זווית

כמה משולשים שווים-שוקיים אפשר לבנות כך שהקטע AB יהיה שוק של משולש, וגודל זווית הבסיס של המשולש יהיה 50° ?

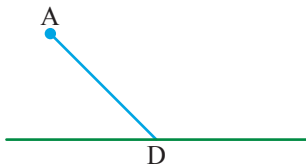


ניעזר במד-זווית כדי לבנות משולשים לפי קטעים וזוויות.

בשיעור זה ובאוסף המשימות ניעזר במחוגה, בסרגל (ללא שנתות) או במד-זווית.

1. בְּנו משולש כך שהקטע AD יהיה תיכון במשולש.

כמה אפשרויות יש?



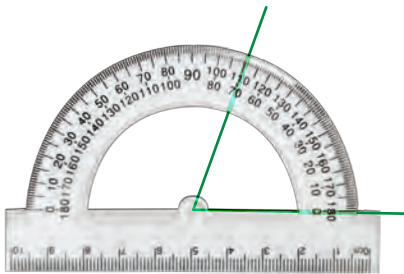
תזכורת

למידת זוויות משתמשים במד-זווית.

מניחים את מד-הזווית על אחת משוקי הזווית, כך שהשוק מורה על 0° .

בודקים על כמה מעלות מורה השוק השנייה של הזווית.

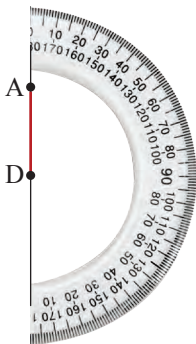
בשרטוט נמדדה זווית של 70° .



2. בְּנו משולש כך שהקטע AD יהיה גובה במשולש.

(תוכלו להשתמש במד-זווית או לחצות זווית שטוחה.)

כמה אפשרויות יש?

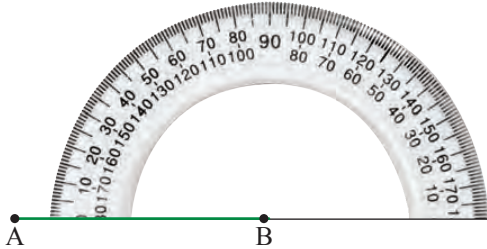




3. א. הקטע AB הוא בסיס של משולש שווה-שוקיים.

בנו את המשולש.

כמה אפשרויות יש?

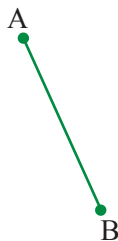


ב. הקטע AB הוא בסיס של משולש שווה-שוקיים.

גודל זווית הבסיס של המשולש 50° .

בנו את המשולש.

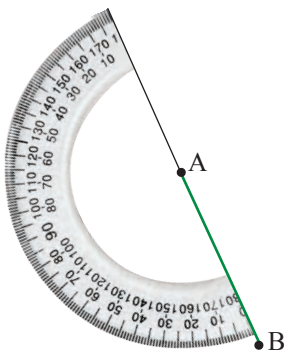
כמה אפשרויות יש?



4. א. הקטע AB הוא שוק של משולש שווה-שוקיים.

בנו את המשולש.

כמה אפשרויות יש?

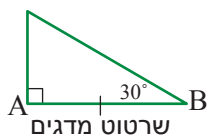


ב. הקטע AB הוא שוק של משולש שווה-שוקיים.

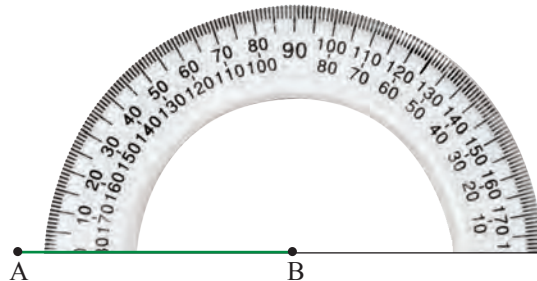
גודל זווית הבסיס של המשולש 50° .

בנו את המשולש. (חשבו תחילה את גודל זווית הראש של המשולש).

כמה אפשרויות יש? (השוו עם תשובתכם במשימת הפתיחה).



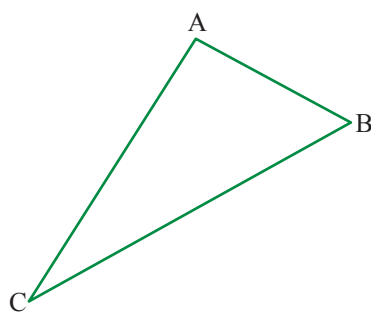
5. הקטע AB הוא ניצב של משולש ישר-זווית ($\angle B = 30^\circ$).



בנו את המשולש. (היעזרו במד-זווית).



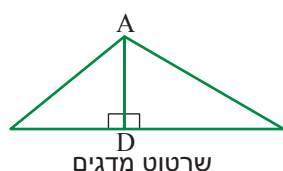
אוסף משימות



1. א. בְּנוּ אֶת חֹצֵה-הַזְווֹיֵת A בְּמִשְׁוֹלֵשׁ ABC.
- ב. בְּנוּ אֶת הַתִּיכוֹן לַצִּלְעַב AB בְּמִשְׁוֹלֵשׁ ABC.



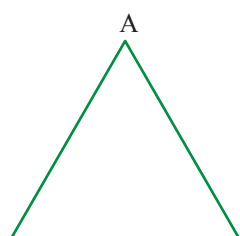
2. בְּנוּ מִשְׁוֹלֵשׁ כָּךְ שֶׁהַקְטַע AD יִהְיֶה גֹבֵה בְּמִשְׁוֹלֵשׁ.
(הִיעֲזְרוּ בַּמִּד-זְווִיִּת).
כְּמָה אִפְשָׁרִיּוֹת יֵשׁ?



3. הַקְטַע AB הוּא **בְּסִיס** שֶׁל מִשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים.
א. הַשְּׁלִימוּ אֶת הַמִּשְׁוֹלֵשׁ.
- ב. הַשְּׁלִימוּ לַמִּשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים שׁוֹנֶה מֵהַקּוֹדֵם.



4. הַקְטַע AB הוּא **שׁוֹק** שֶׁל מִשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים.
א. הַשְּׁלִימוּ אֶת הַמִּשְׁוֹלֵשׁ.
- ב. הַשְּׁלִימוּ לַמִּשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים שׁוֹנֶה מֵהַקּוֹדֵם.



5. הַזְווִיֵּת A הִיא זְווִיֵּת רֹאשׁ שֶׁל מִשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים.
א. הַשְּׁלִימוּ לַמִּשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים.
- ב. הַשְּׁלִימוּ לַמִּשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים שׁוֹנֶה מֵהַקּוֹדֵם.



6. שְׂרִטְטוּ זְווִיֵּת שֶׁל 40° .
א. הַשְּׁלִימוּ לַמִּשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים שֶׁגֹּדֵל זְווִיֵּת הַבְּסִיס שֶׁלּוֹ 40° .
- ב. הַשְּׁלִימוּ לַמִּשְׁוֹלֵשׁ שׁוּוֹה-שׁוֹקִיִּים שׁוֹנֶה מֵהַקּוֹדֵם.



7. א. שרטטו שלושה משולשים ישרי-זווית, כך שהזווית הישרה הנתונה בשרטוט היא אחת מהזוויות של כל משולש. כמה אפשרויות יש?



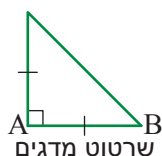
ב. שרטטו שלושה משולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים, כך שהזווית הישרה הנתונה בשרטוט היא אחת מהזוויות של כל משולש. כמה אפשרויות יש?



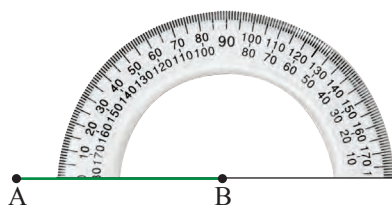
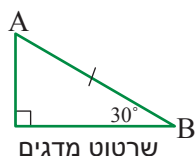
ג. שרטטו שלושה משולשים ישרי-זווית, כך שהזווית הישרה הנתונה בשרטוט היא אחת מהזוויות של כל משולש, וזווית אחרת של כל משולש היא בת 70° . כמה אפשרויות יש?



8. הקטע AB הוא ניצב של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים. בנו את המשולש. כמה אפשרויות יש?



9. הקטע AB הוא יתר של משולש ישר-זווית. $\angle B = 30^\circ$. בנו את המשולש. כמה אפשרויות יש?





שומרים על כושר

ביטויים ומשוואות

1. חברו ביטויים זהים.

- | | | | |
|------------------|---|----------------|---|
| $(x + 3)^2$ | • | $x^2 - 9$ | • |
| $(x - 3)^2$ | • | $x^2 + 6x + 9$ | • |
| $(x + 3)(x - 3)$ | • | $x^2 - 6x + 9$ | • |
| $(3 - x)^2$ | • | $9 - x^2$ | • |
| $(3 + x)^2$ | • | | |
| $(3 + x)(3 - x)$ | • | | |

2. בכל סעיף יש שגיאה. תקנו אותה.

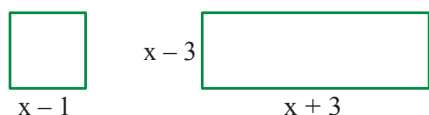
- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| א. $(x + 5)^2 = x^2 + 25$ | ד. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 8$ |
| ב. $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 9$ | ה. $(2x + 3)^2 = 2x^2 + 12x + 9$ |
| ג. $(x - 6)^2 = x^2 - 6x + 36$ | ו. $(3x - 2)(3x + 2) = 6x^2 - 4$ |

3. פתרו את המשוואות.

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| א. $(x - 4)^2 = (x + 3)(x - 3) + 1$ | ד. $(3x - 4)(3x + 4) = 9x^2 - 8x$ |
| ב. $(x + 3)^2 = 5 + 2x(x + 3)$ | ה. $(x + 2)^2 + (x - 2)^2 = 3x^2 - 1$ |
| ג. $(x + 2)(x - 2) + 4 = 2x(x - 3)$ | ו. $x(4x - 3) = (2x - 1)^2$ |

4. בשרטוט ריבוע ומלבן.

(השרטוט הוא להדגמה, והביטויים על הצלעות מייצגים מידות אורך בס"מ.)



- א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה?
- ב. אם שטח הריבוע 25 סמ"ר, מה שטח המלבן?
- ג. אם שטח המלבן 72 סמ"ר, מה שטח הריבוע?
- ד. שטח המלבן שווה לשטח הריבוע.
- ה. למי היקף גדול יותר, לריבוע או למלבן? בכמה?