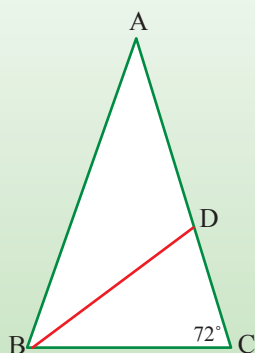


יחידה 13: מזהים משולשים לפי תכונות

שיעור 1. מזהים משולש שווה-שוקיים



בשרטוט $\triangle ABC$ שווה-שוקיים ($AB = AC$).

$$\angle C = 72^\circ$$

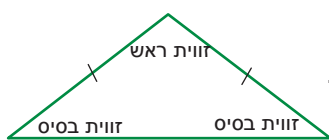
BD חוצה את $\angle B$

כמה משולשים שווי-שוקיים בשרטוט?

נלמד לזהות משולשים שווי-שוקיים לפי תכונות.



תזכורת

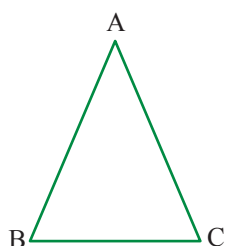


שתי הזוויות שליד הבסיס במשולש שווה-שוקיים נקראות **זוויות בסיס**.

הזווית שבין השוקיים נקראת **זווית הראש**.

בכיתה ח הוכחנו **Geen**

אם המשולש שווה-שוקיים, אז זוויות הבסיס שוות בגודלן.



1. א. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב **Geen** שבמסגרת.

ב. רשמו **טענה הפוכה** ל **Geen** שבמסגרת.

ג. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח ב**טענה הפוכה**.



2. במשולש ABC

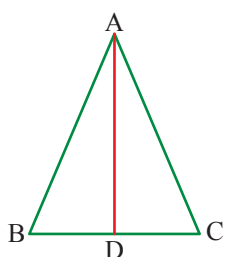
$$\angle B = \angle C \quad \text{נ/נ}$$

בניית עזר: AD חוצה את זווית הראש של $\triangle ABC$.

א. סמנו זוגות של זוויות שוות בגודלן.

ב. $\triangle ADB \cong \triangle ADC$. נמקו.

ג. $AB = AC$. **מסקנה**. נמקו.

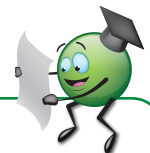
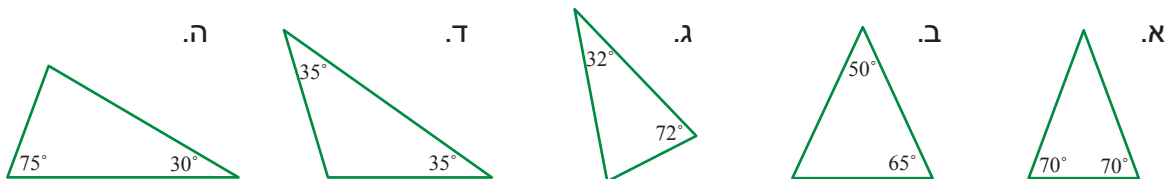




טענה הפוכה ל **Geon** שבמסגרת (בעמוד הקודם):

אם במשולש יש **שתי זוויות שוות** בגודלן, אז המשולש **שווה-שוקיים**.
במשימה 2 הוכחנו כי טענה זו נכונה.

3. קבעו אם המשולשים הבאים שווים-שוקיים. אם כן, סמנו את השוקיים.



תזכורת

בכיתה ח הוכחנו **Geon**

אם המשולש **שווה-שוקיים**, אז התיכון לבסיס, הגובה לבסיס וחוצה זווית הראש הם **אותו קטע** (הם מתלכדים).



חושבים על...

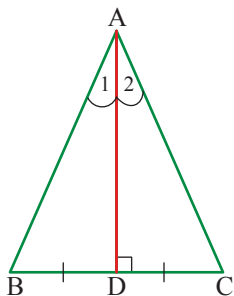
4. א. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב **Geon** שבמסגרת.

ב. רשמו **טענה הפוכה** ל **Geon** שבמסגרת.

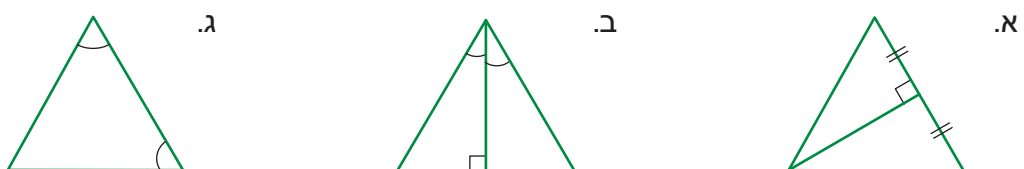
ג. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה צריך להוכיח כדי להראות שה**טענה הפוכה** נכונה. (היעזרו בסימון הנתונים בשרטוט.)

ד. לפי איזה משפט חפיה $\triangle ADB \cong \triangle ADC$? (יש שני משפטים מתאימים.)

ה. **נסקנה** $AB = AC$. נמקו.



5. נמקו מדוע המשולשים הבאים הם שווים-שוקיים, וסמנו את השוקיים.





טענה הפוכה ל **צפנ** שבמסגרת (לפני משימה 4) היא:

אם התיכון לצלע של המשולש, הגובה לאותה צלע וחוצה הזווית שמול הצלע הזו הם **אותו קטע** (מתלכדים), אז המשולש הוא **שווה-שוקיים**.
במשימה 4 הוכחנו שהטענה ההפוכה נכונה.

לסיכום:

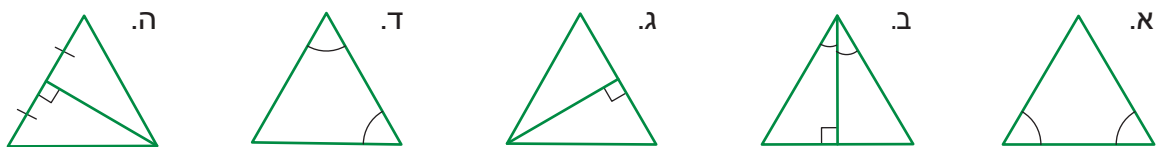
- כדי להראות שמשולש הוא שווה-שוקיים, די אם נראה שמתקיים אחד מהתנאים הבאים:
- אם במשולש יש שתי זוויות שוות בגודלן, אז המשולש שווה-שוקיים.
- אם במשולש יש חוצה זווית שהוא גם גובה לצלע שמול הזווית, אז המשולש שווה-שוקיים.
- אם במשולש יש תיכון שהוא גם גובה לאותה צלע, אז המשולש שווה-שוקיים.



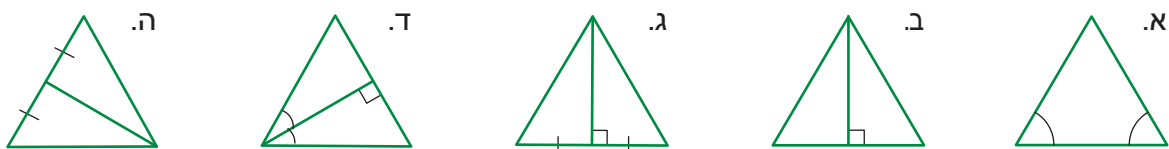
אוסף משימות



1. קבעו אם אפשר להסיק שהמשולשים הבאים שווים-שוקיים. אם כן, סמנו את השוקיים. אם לא, כתבו "לא" בתוך המשולש.



2. קבעו אם אפשר להסיק שהמשולשים הבאים שווים-שוקיים. אם כן, סמנו את השוקיים. אם לא, כתבו "לא" בתוך המשולש.



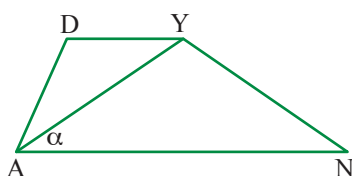
3. במרובע DANY: $AN \parallel DY$

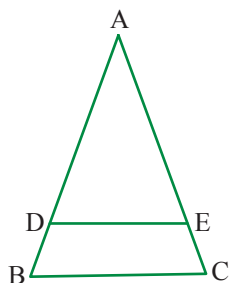
AY חוצה את הזווית A

$$\angle YAN = \alpha$$

א. רשמו בשרטוט זוויות נוספות שגודלן α .

ב. מצאו בשרטוט משולש שווה-שוקיים ונמקו.



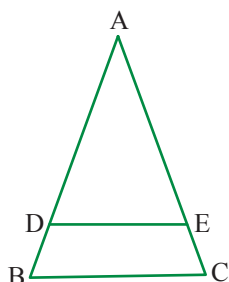


4. $AB = AC$ □

$DE \parallel BC$

$\angle B = 70^\circ$

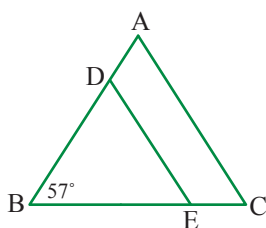
- א. חשבו את הגדלים של הזוויות הבאות: $\angle A$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$.
 ב. מצאו בשרטוט משולש שווה-שוקיים נוסף למשולש ABC.



5. □ אם $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ו-DE מקביל לבסיס BC,

אז $\triangle ADE$ גם הוא משולש שווה-שוקיים.

- א. רשמו את הנתונים ואת מה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.
 ב. סמנו: $\beta = \angle B$ ובטאו זוויות נוספות באמצעות β .
 ג. הסבירו מדוע $\triangle ADE$ הוא משולש שווה-שוקיים.

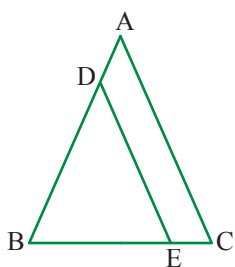


6. $AB = AC$ □

$DE \parallel AC$

$\angle B = 57^\circ$

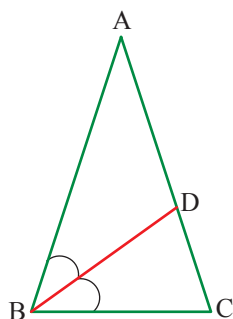
- א. חשבו את הגדלים של הזוויות הבאות: $\angle A$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$.
 ב. מצאו בשרטוט משולש שווה-שוקיים נוסף למשולש ABC.



7. □ אם $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ו-DE מקביל לשוק AC,

אז $\triangle BDE$ גם הוא משולש שווה-שוקיים.

- א. רשמו את הנתונים ואת מה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.
 ב. סמנו: $\beta = \angle B$ ובטאו זוויות נוספות באמצעות β .
 ג. הסבירו מדוע $\triangle DBE$ הוא משולש שווה-שוקיים.

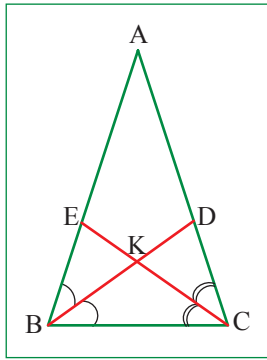


8. □ $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$)

BD חוצה את זווית B

$\angle ABC = 72^\circ$

- א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.
 ב. כמה משולשים שווה-שוקיים בשרטוט? רשמו אותם.



9. $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$)

BD חוצה את זווית B

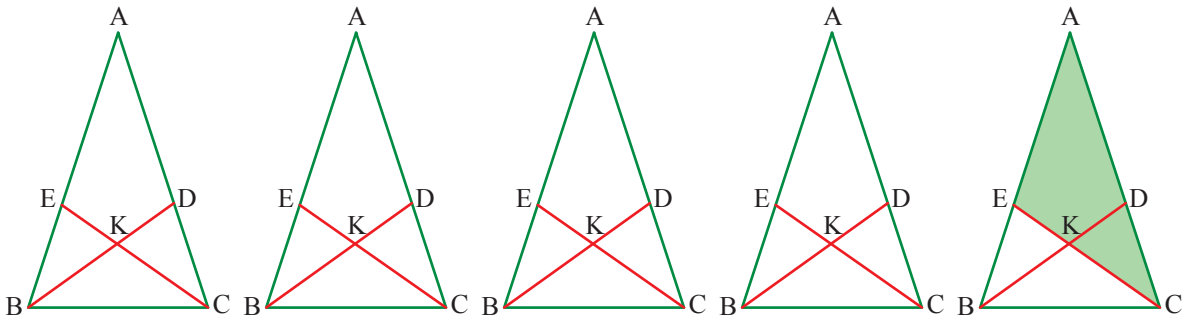
CE חוצה את זווית C

$$\angle ABC = 72^\circ$$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

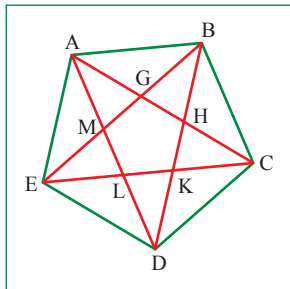
ב. לפניכם 5 שרטוטים זהים. בכל שרטוט צבעו משולש שווה-שוקיים אחר.

צילמה:



ג. כמה משולשים שווי-שוקיים בשרטוט שבמסגרת?

רשמו את המשולשים.

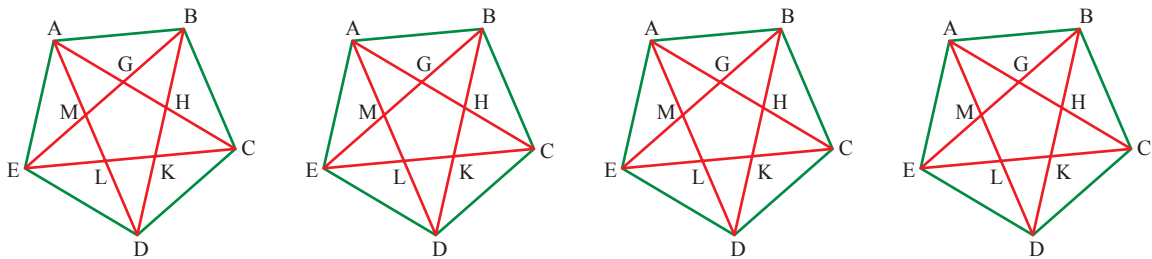


10. בשרטוט מחומש משוכלל וחמשת אלכסוניו.

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות במחומש.

תזכורת: גודל כל זווית במחומש משוכלל 108° .

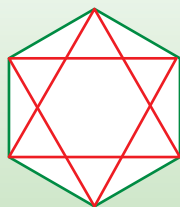
ב. לפניכם ארבעה שרטוטים זהים. בכל שרטוט צבעו משולש שווה-שוקיים אחר.



ג. כמה משולשים שווי-שוקיים קיימים בשרטוט שבמסגרת? רשמו לפחות 10 משולשים כאלה.

ד. רשמו שני זוגות שונים של משולשים דומים.

שיעור 2. מזהים משולש שווה-צלעות



בשרטוט משושה משוכלל ושישה מאלכסוניו.
כמה משולשים שווי-צלעות בשרטוט?

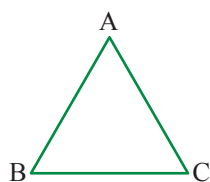
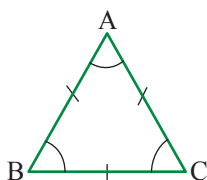
נלמד לזהות משולשים שווי-צלעות לפי תכונות.



תזכורת

בכיתה ח הוכחנו **משפט**

אם המשולש שווה-צלעות, אז כל הזוויות שוות בגודלן.
גודל כל זווית 60° .



1. א. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב **משפט** שבמסגרת.

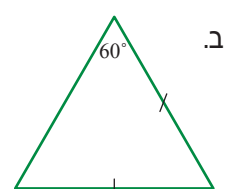
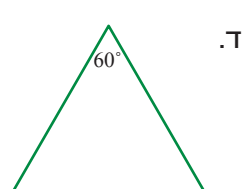
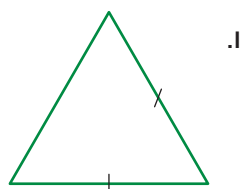
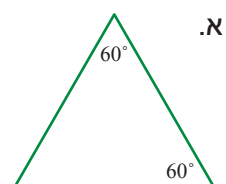
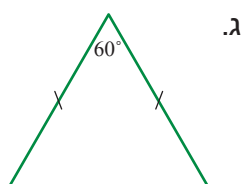
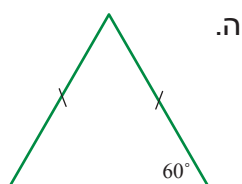
ב. נסחו **טענה הפוכה** למשפט בסעיף א.

ג. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב**טענה הפוכה**.

ד. השלימו הוכחה המראה כי **הטענה הפוכה** נכונה:

מהנתון $\sphericalangle C = \sphericalangle B \Leftrightarrow AB = \underline{\hspace{2cm}}$ נימוק: _____
מהנתון $\sphericalangle A = \sphericalangle C \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
מסקנה: _____

2. בכל סעיף השלימו גדלים של זוויות המשולש על-סמך הנתונים וקבעו אם המשולש שווה-צלעות.



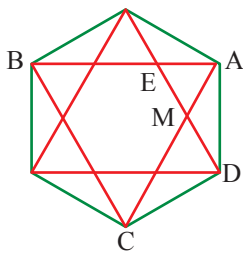


3. בכל סעיף קבעו אם המשולש שווה-צלעות, והסבירו.
- המשולש שווה-שוקיים, וגודל זווית הראש שלו 60° .
 - המשולש שווה-שוקיים, וגודל זווית הבסיס שלו 60° .
 - גודל אחת מזוויות המשולש הוא 60° .
 - במשולש יש שתי זוויות של 60° .



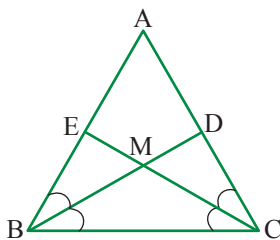
אפשר לזהות משולשים שווי-צלעות בעזרת גדלי הזוויות כך:

- אם במשולש כלשהו יש שתי זוויות של 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- אם במשולש שווה-שוקיים יש זווית אחת של 60° , אז המשולש שווה-צלעות.



4. בשרטוט משושה משוכלל ושישה מאלכסונו.
- מה הגודל של זווית אחת במשושה משוכלל?
- תזכורת:** סכום הזוויות במשושה 720° .

ב. חשבו את הגדלים של הזוויות במשולשים AEM, AMD ו-ABC. כמה משולשים שווי-צלעות בשרטוט? נמקו.



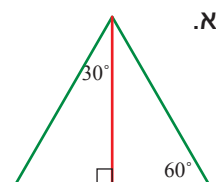
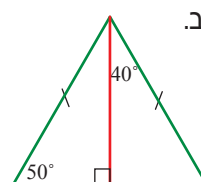
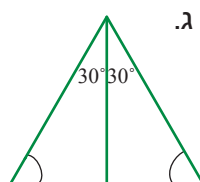
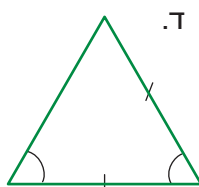
5. במשולש שווה-צלעות ABC שרטטו חוצי זוויות לשתי זוויות של המשולש.
- מצאו את הגדלים של זוויות ABMC.
 - באיזה משפטים השתמשתם לצורך החישוב?

אוסף משימות



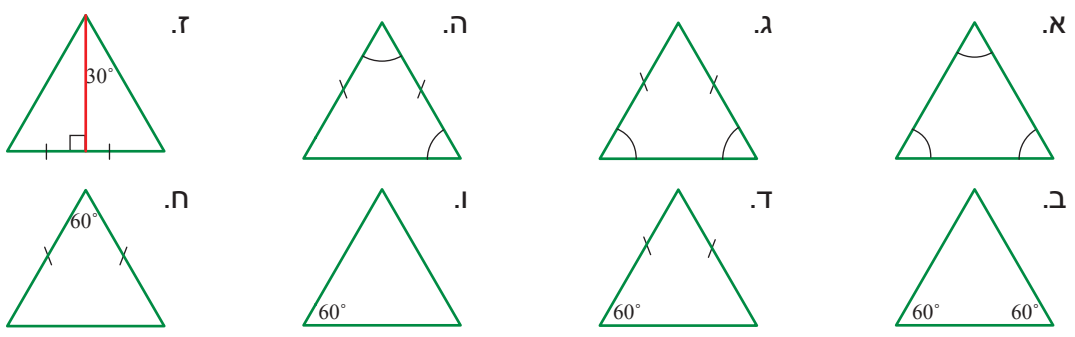
1. בכל סעיף

- חשבו את הגדלים של זוויות המשולש לפי הנתונים המסומנים.
- סמנו צלעות שוות באורכן וקבעו אם המשולש שווה-צלעות.

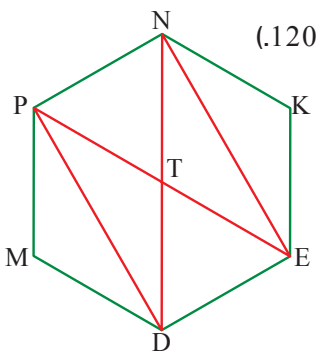




2. בכל סעיף קבעו על-סמך הנתונים המסומנים בשרטוט אם אפשר להסיק שהמשולש שווה-צלעות.



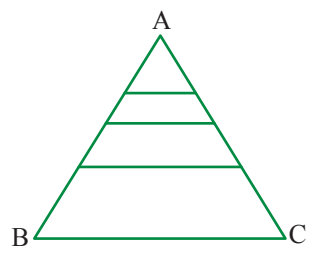
3. המצולע הירוק הוא משושה משוכלל. (גודל כל זווית במשושה משוכלל 120°).



- א. חשבו גדלים של זוויות בכל המשולשים שבשרטוט.
- ב. כמה משולשים שווה-צלעות בשרטוט? רשמו אותם.
- ג. כמה משולשים שווה-שוקיים שאינם שווה-צלעות בשרטוט? רשמו אותם.
- ד. כמה משולשים ישרי-זווית בשרטוט? רשמו אותם.



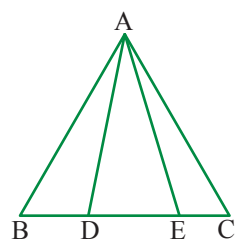
4. בשרטוט משולש שווה-צלעות וישרים מקבילים לצלע BC.



- א. כמה משולשים התקבלו?
- ב. הסבירו מדוע כל המשולשים שווה-צלעות?
- ג. האם המשולשים דומים זה לזה? נמקו.



5. משולש ABC שווה-צלעות נתון

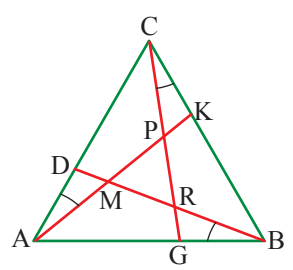


$BD = CE$

- א. $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ נ"ס
- ב. הסבירו מדוע $\triangle ADE$ שווה-שוקיים.
- ג. האם $\triangle ADE$ יכול להיות משולש שווה-צלעות? נמקו.

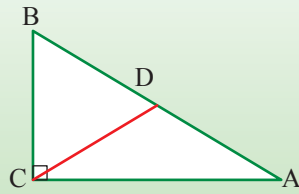


6. משולש ABC הוא משולש שווה-צלעות.



- א. חשבו את הגדלים של שאר הזוויות בשרטוט.
- ב. האם משולש PMR הוא שווה-צלעות? הסבירו.

שיעור 3. תכונות של משולש ישר-זווית



משולש ACB ישר-זווית $\sphericalangle BCA = 90^\circ$
 $AB = 10$ ס"מ
 CD תיכון ליתר AB
 האם אפשר לחשב את אורך CD ?
נלמד משפטים על משולש ישר-זווית.

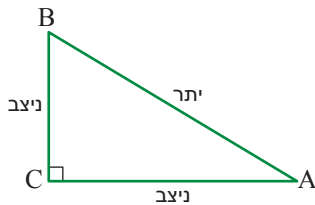
בשיעור זה ובאוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

תיכון ליתר



תזכורת

במשולש ישר-זווית הצלעות הכולאות את הזווית הישרה נקראות **ניצבים**, והצלע שמול הזווית הישרה נקראת **יתר**.



1. **נילו** $\triangle ACB$ משולש ישר-זווית

$$CD = 4 \text{ ס"מ}$$

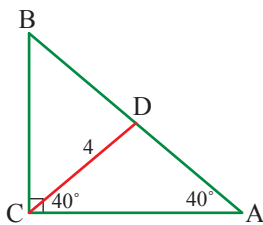
א. חשבו גדלים של זוויות לפי הנתונים המסומנים בשרטוט. מצאו בשרטוט שני משולשים שווים-שוקיים.

ב. נמקו את המסקנות הבאות.

מסקנות: $CD = BD = AD$

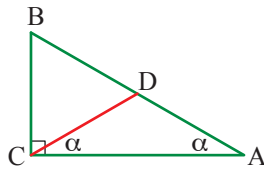
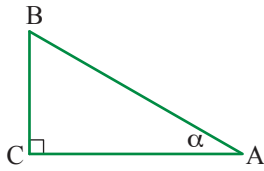
CD תיכון ליתר

ג. מה אורך היתר? הסבירו.



במשימה 1 ראינו דוגמה שבה מתקיים:

במשולש ישר-זווית התיכון ליתר (בשרטוט: CD) שווה באורכו למחצית היתר (בשרטוט $\frac{AB}{2}$).
 בהמשך (במשימה 2) נראה כי הטענה הזו נכונה תמיד.



2. **ניתן** משולש ישר-זווית $\triangle ACB$

א. בטאו את $\angle B$ באמצעות α .

ב. בניית עזר: שרטטו קטע CD כך ש- $\angle ACD = \alpha$.
נראה כי CD הוא תיכון ליתר ושווה באורכו למחצית היתר.

בטאו את $\angle BCD$ באמצעות α .

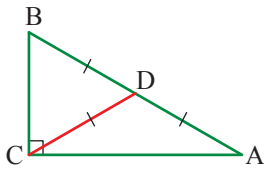
ג. סמנו בשרטוט (בסעיף ב) קטעים שווים באורכם.

ד. נמקו את המסקנות הבאות:

מסקנות: $CD = BD = AD$

CD תיכון ליתר

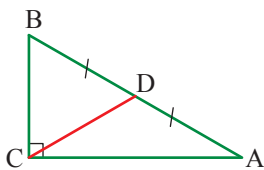
$$CD = \frac{1}{2}AB$$



במשימה 2 הוכחנו **טעם**

במשולש ישר-זווית התיכון ליתר שווה באורכו למחצית היתר.
זלזלה: במשולש שברטוט CD הוא תיכון ליתר.

$$CD = BD = AD$$

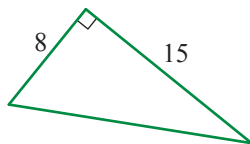


3. **ניתן** משולש ACB ישר-זווית ($\angle BCA = 90^\circ$)

$$AB = 10 \text{ ס"מ}$$

CD תיכון ליתר AB

מה אורך CD ? נמקו.



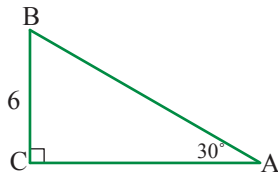
4. בשרטוט רשומים נתונים.

א. חשבו את אורך היתר.

(אפשר להיעזר במשפט פיתגורס).

ב. חשבו את אורך התיכון ליתר.

ניצב מול זווית שגודלה 30° במשולש ישר-זווית

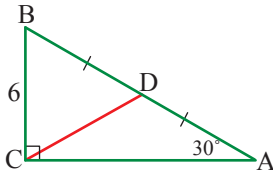


5. **נניח** $\triangle ACB$ ישר-זווית ($\angle BCA = 90^\circ$)

$$\angle BAC = 30^\circ$$

$$BC = 6 \text{ ס"מ}$$

א. חשבו את הגודל של $\angle ABC$



ב. שרטטו את CD התיכון ליתר AB .

השלימו את הקטעים השווים באורכם.

$$CD = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

ג. **מירי** אמרה: $\angle CBA = 60^\circ$ והמשולש CBD הוא שווה-שוקיים.

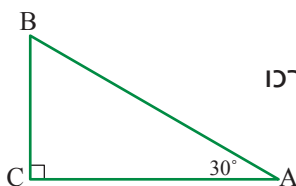
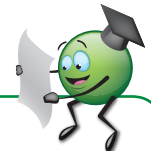
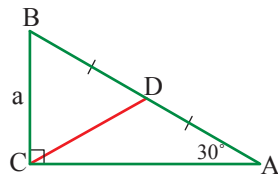
לכן המשולש CBD הוא שווה-צלעות.

האם **מירי** צודקת?

ד. מה אורך היתר?

ה. בטאו את אורך היתר AB באמצעות a (אורך BC).

הסבירו.



במשימה 5 הוכחנו **צפנ**

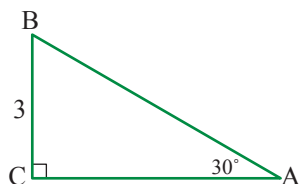
במשולש ישר-זווית שבו זווית בת 30° , הניצב שמול הזווית הזו שווה באורכו

למחצית היתר.

זלזנה: במשולש שברטוט $CB = \frac{AB}{2}$

6. חשבו את אורכי הצלעות של המשולש לפי הנתונים המסומנים בשרטוט.

(אפשר להיעזר במשפט פיתגורס.)



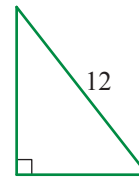


אוסף משימות

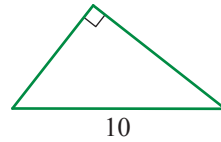


1. בכל משולש שרטטו תיכון ליתר וְרשמו את אורכו.

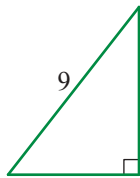
א.



ב.



ג.



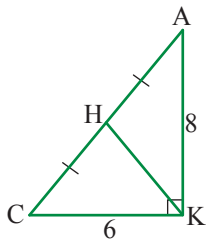
2. נתון משולש ישר-זווית. מצאו על-סמך הנתונים הרשומים בשרטוט:

א. מה אורך היתר AC (היעזרו משפט פיתגורס)?

ב. מהו אורך התיכון KH?

ג. האם יש בשרטוט קטעים השווים באורכם ל-KH?

אם כן, רשמו אותם.



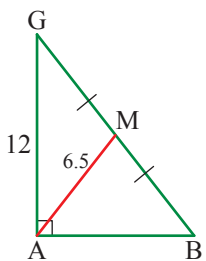
3. $\triangle ABG$ ישר-זווית נכון

AM תיכון ליתר

א. חשבו את אורך היתר.

ב. חשבו את אורך AB.

ג. חשבו את שטח המשולש.

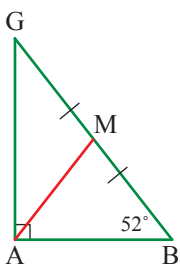


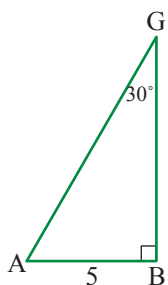
4. $\triangle ABG$ ישר-זווית נכון

AM תיכון ליתר

א. הסבירו מדוע משולש $\triangle AMB$ הוא שווה-שוקיים.

ב. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.





5.   ΔABG ישר-זווית ($\angle B = 90^\circ$)

$\angle G = 30^\circ$

$AB = 5$ ס"מ

א. חשבו את אורכי הצלעות של המשולש.

ב. שרטטו תיכון ליתר (BM). מה אורכו?



6.  ΔABG ישר-זווית

AM תיכון ליתר

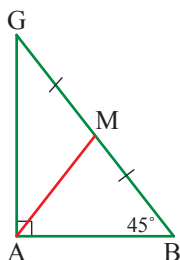
$\angle B = 45^\circ$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. מהו סוג המשולש GAM?

מהו סוג המשולש MAB?

מהו סוג המשולש ABG?



7.  ΔABG ישר-זווית

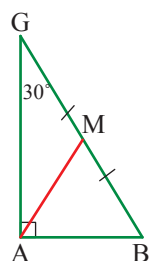
AM תיכון ליתר

$\angle G = 30^\circ$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. מהו סוג המשולש GAM?

מהו סוג המשולש MAB?



8.  ΔABC ישר-זווית ($\angle A = 90^\circ$)

$\angle ACB = 30^\circ$

AD תיכון ליתר

$AB = 6$ ס"מ

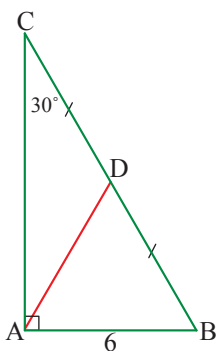
א. חשבו את אורך BC.

ב. חשבו את אורך CD.

ג. חשבו את אורך AD.

ד. מצאו את הגדלים של הזוויות: $\angle DAC$, $\angle DAB$.

ה. מצאו בשרטוט משולש שווה-שוקיים ומשולש שווה-צלעות. רשמו אותם.



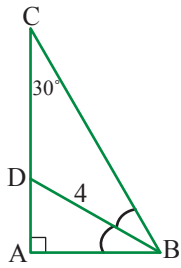


9.  $\triangle ABC$ ישר-זווית ($\angle A = 90^\circ$)

$$\angle BCA = 30^\circ$$

BD חוצה את $\angle ABC$

$$BD = 4 \text{ מ"מ}$$

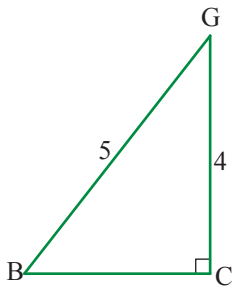


- א. חשבו את הגדלים של זוויות המשולשים DBC ו-ABD ורשמו בשרטוט.
 ב. מצאו את אורך CD.
 ג. חשבו את אורך AC.

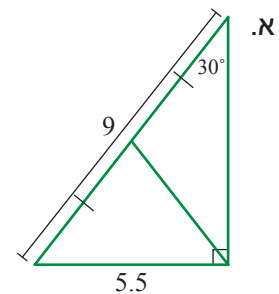
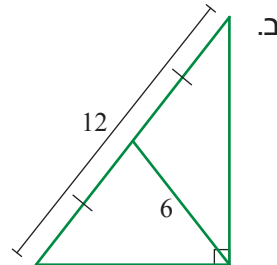
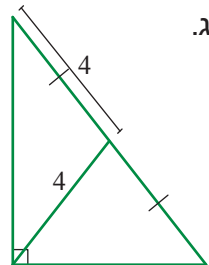
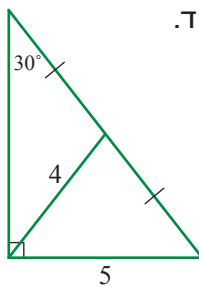


10. $\triangle BCG$ הוא משולש ישר-זווית.

- א. חשבו את אורך הניצב BC על-סמך הנתונים הרשומים בשרטוט.
 ב. חשבו את שטח המשולש.
 ג. שרטטו תיכון ליתר. מה אורכו?
 ד. איזה קטע ארוך יותר: הגובה ליתר או התיכון ליתר? נמקו.



11. באילו מהמשולשים הבאים יש טעות בנתונים?



12. משולש ABC הוא ישר-זווית ושווה-שוקיים. CD תיכון ליתר.

- נעמי** אמרה: $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ לפי ניצב ויתר.
 רשמו את הנתונים שבהם השתמשה **נעמי**.
רינה אמרה: $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ לפי צ.צ.צ.
 רשמו את הנתונים שבהם השתמשה **רינה**.
גאולה אמרה: $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ לפי צ.ז.צ.
 רשמו את הנתונים שבהם השתמשה **גאולה**.
 אפשר גם להוכיח את חפיפת המשולשים לפי צ.ז.צ.? הסבירו כיצד.

