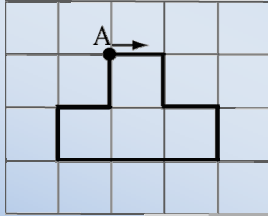


יחידה 7: היקפים ושטחים של מצולעים

שיעור 1. היקפים קבועים

חוקרים שטחים של צורות שוות היקף.

מסלולי "נסיעה"



מסלול "נסיעה" הוא קו העובר על קווי משבצות שלמות בלבד.

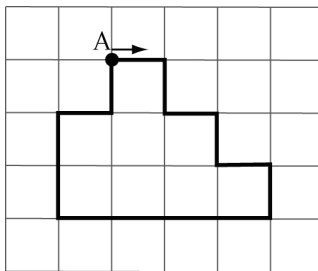
בציור להלן מסלול סגור.

"נוסעים" לאורך המסלול הסגור החל בנקודה A.

צלע של משבצת הוא יחידה אחת.

אורך המסלול שלפניכם הוא 10 יחידות. מספר המשבצות הכלואות בתוכו הוא 4.

נבדוק האם מספר המשבצות הכלואות בתוך מסלולים סגורים שאורכם קבוע, משתנה.



1. א. מהו אורך המסלול בשרטוט?

ב. מה מספר המשבצות הכלואות בתוך הצורה?

2. א. שרטטו על נייר משבצות מסלולים סגורים שאורכם 10 יחידות (אורך צלע של משבצת הוא 1 יחידה).

כמה מסלולים שונים נוצרו?

ב. רשמו בתוך כל צורה סגורה כמה משבצות כלואות בה.



נקרא לאורך המסלול: **היקף הצורה**.

נקרא למספר במשבצות בתוך הצורה: **שטח הצורה**.

ג. כתבו לכל צורה ששרטטתם את ההיקף שלה ואת השטח שלה.

ד. מהו השטח הגדול ביותר בצורות ששרטטתם? מהו השטח הקטן ביותר?



3. איך אפשר לדעת שאי-אפשר לבנות מסלול סגור באורך 10 יחידות הכולא בתוכו יותר מ-6 משבצות?

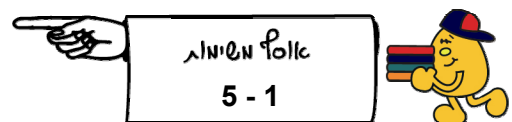
4. א. שרטטו, על נייר משבצות, צורות שהיקפן 16 יחידות ורשמו בתוך כל צורה כמה משבצות כלואות בה.
 ב. מהו השטח הגדול ביותר בצורות ששרטטתם? מהו השטח הקטן ביותר?



5. הציעו דרכים שבעזרתן אפשר להגדיל שטח של צורה מבלי להגדיל את היקפה. תנו דוגמאות.



בנינו צורות בעלות היקף נתון (השתמשנו בספירת אורכי קטעים), ומצאנו את השטחים שלהן על-ידי ספירה.
 ראינו כי לצורות בעלות היקף שווה יכולים להיות שטחים שונים.

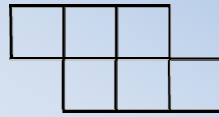




שיעור 2. ומה אם השטח קבוע?

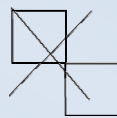
חוקרים היקפים של צורות שוות שטח.

בונים צורות מריבועים

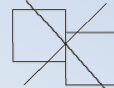


נרכיב משישה ריבועים את הצורה הבאה:

הריבועים מסודרים כך שלכל ריבוע לפחות צלע משותפת אחת עם ריבוע אחר.



או כך:



שימו לב, אסור להצמיד ריבועים כך:

ריבוע כזה:  יהיה יחידת השטח שלנו.

נמצא את השטח של צורות כאלה על-ידי ספירה של ריבועים כאלה.

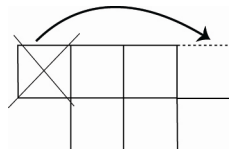
נמדוד היקפים של צורות כאלה ביחידות השוות לאורך הצלע של ריבוע: 

שטח הצורה שהרכבנו הוא 6 יחידות שטח, והיקפה 12 יחידות אורך.

כדאי להיעזר בכרטיסיות ריבועיות או בדף עם משבצות גדולות.

1. א. בנו צורות נוספות משישה ריבועים ושרטטו אותן במחברת.

ב. רשמו בתוך כל שרטוט את שטח הצורה ומתחת לשרטוט את היקף הצורה.



2. א. נשנה מקום אחד הריבועים בצורה הבאה, כך:

מה קרה להיקף?

ב. שנו מקום אחד הריבועים בצורה הנתונה, כך שהיקף הצורה לא ישתנה.

ג. שנו מקום אחד הריבועים בצורה הנתונה, כך שהיקף הצורה יגדל.



3. הציעו דרכים שבעזרתן אפשר להגדיל את ההיקף של צורה מבלי להגדיל את שטחה. תנו דוגמאות.

4. א. האם אפשר ליצור משישה ריבועים צורה שהיקפה 11 יחידות אורך? 13 יחידות אורך?

אם כן, הדגימו. אם לא, הסבירו.

ב. האם אפשר ליצור משישה ריבועים צורה שהיקפה קטן מ-10 יחידות? הסבירו.

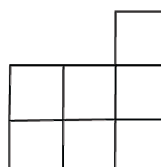


היקף "צורה הבנויה מריבועים" הוא תמיד מספר זוגי.

ראינו ששינוי מקום אחד הריבועים בצורה יכול להגדיל את היקף הצורה, להקטין אותו או להשאיר אותו ללא שינוי. כל שינוי הוא במספר זוגי.

בדקו מה יקרה להיקף כאשר מוסיפים ריבוע אחד.

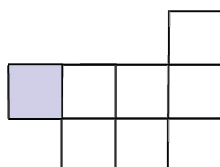
5. נתונה הצורה:



א. מה היקף הצורה הנתונה?

ב. נוסיף ריבוע אחד לצורה, כך שההיקף יגדל:

מהו היקף הצורה החדשה?



ג. הוסיפו ריבוע לצורה הנתונה, במקום אחר, כך שההיקף יגדל.

באילו מקומות הנחתם את הריבוע הנוסף?

ד. הוסיפו ריבוע אחד לצורה הנתונה כך שההיקף לא ישתנה.

ה. הוסיפו ריבוע אחד לצורה הנתונה כך שההיקף יקטן. מהו ההיקף החדש?



6. מהן כל האפשרויות לצירוף ריבוע נוסף לצורה נתונה?

באילו מקרים ההיקף גדל? באילו מקרים ההיקף קטן? ובאילו מקרים ההיקף לא השתנה?



תוספת ריבוע אחד יכולה להגדיל את ההיקף הצורה, להקטין אותו או להשאיר אותו ללא שינוי.



7. א. בנו מריבועים צורות שונות שהיקפן 18 יחידות אורך. ציירו את הצורות השונות שבניתם. מהם השטחים השונים שהתקבלו?

ב. מהו המספר הקטן ביותר של ריבועים הדרוש לבניית צורה שהיקפה 18 יחידות אורך?

ג. מהו המספר הגדול ביותר של ריבועים הדרוש לבניית צורה שהיקפה 18 יחידות אורך?

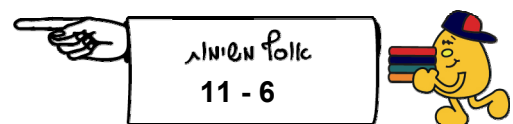


מצאנו שטחים והיקפים של צורות על-ידי ספירה.

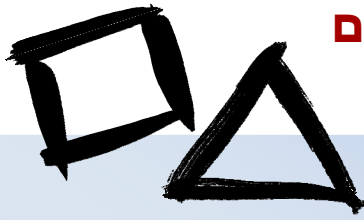
- ראינו כי לצורות בעלות היקף שווה יכולים להיות שטחים שונים.
- ראינו כי לצורות בעלות שטח שווה יכולים להיות היקפים שונים.



8. האם אפשר לבנות צורות שונות ששוות גם בשטח וגם בהיקף (למשל, היקף 12 ושטח 5)?



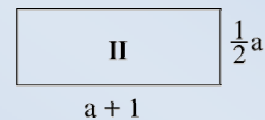
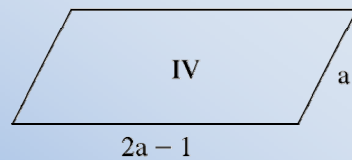
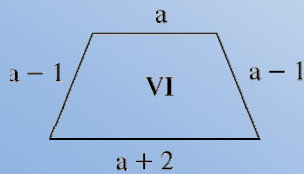
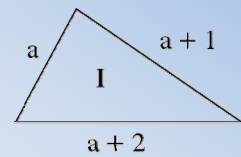
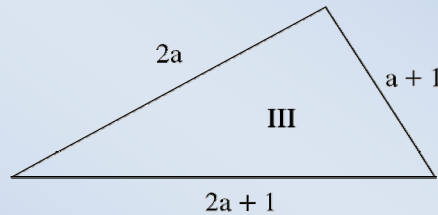
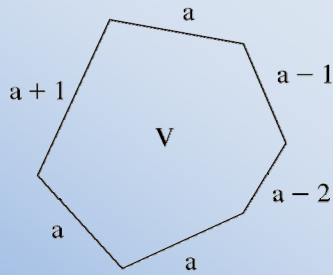
שיעור 3. היקפים ושטחים בעזרת ביטויים



כל הצורות שחקרנו ושרטטנו עד עכשיו הן מצולעים.

מצולע הוא קו שבור סגור.

אורכי הצלעות של המצולעים שלפניכם מיוצגים בעזרת ביטויים אלגבריים, המייצגים יחידות אורך.



נבטא את היקף המצולעים בעזרת ביטויים אלגבריים.

1. א. רשמו, לכל מצולע, ביטוי מתאים להיקף שלו.

ב. למי היקף גדול יותר: - למצולע I או למצולע II? בכמה?

- למצולע II או למצולע III? בכמה?

ג. מצאו שתי צורות שיש להן אותו היקף.

ד. האם אפשר לדעת למי היקף גדול יותר, למצולע III או למצולע IV? הסבירו.

ה. נשווה היקפים להצבות שונות.

- אם $a = 3$, לאיזה מצולע (או מצולעים) היקף הכי גדול?

- אם $a = 2\frac{1}{2}$, לאיזו מצולע (או מצולעים) היקף הכי גדול?

- אם $a = 5$, לאיזה מצולע (או מצולעים) היקף הכי גדול?

ו. האם לכל הצבה, נקבל לאותו מצולע היקף גדול ביותר? מתי כן? מתי לא?



יש מקרים בהם הסדר בין ההיקפים נקבע על-ידי הביטויים. לדוגמה: $2a + 3 < 2a + 8$

לפעמים פשוט הביטויים עוזר לקבוע מה הסדר. לדוגמה: $a + a + 1 + a + 2 > 2 \cdot (\frac{1}{2}a + a + 1)$

לא תמיד הביטויים קובעים את הסדר. לדוגמה: $2a + 3$, $a + 8$

במקרים כאלה, להצבות שונות נקבל סדר שונה בין ההיקפים.

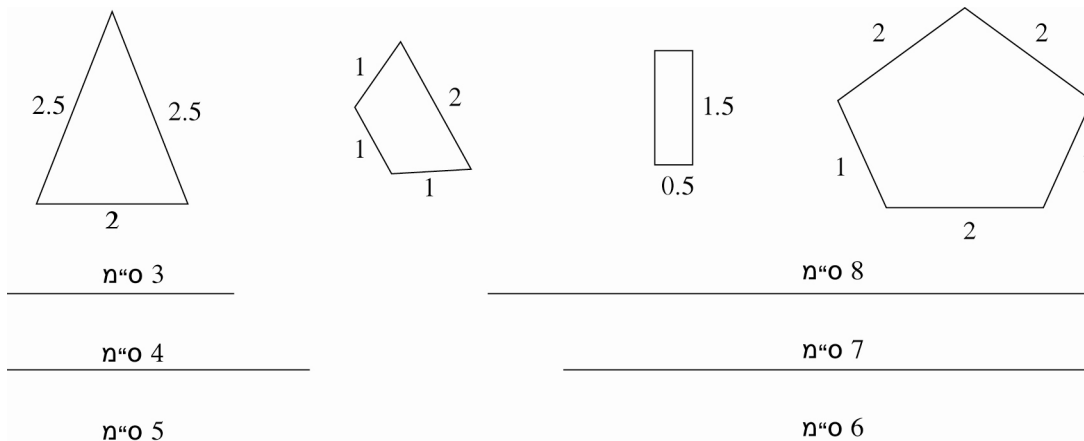
לדוגמה: אם $a = 5$, ההיקפים שווים,

אם $a = 2$, לצורה שהיקפה $2a + 3$ היקף קטן יותר,

אם $a = 8$, לצורה שהיקפה $2a + 3$ היקף גדול יותר.

היקפים במספרים

2. לפניכם מספר מצולעים (המידות רשומות בסנטימטרים), וקווים באורכים שונים.



א. התאימו לכל מצולע קו שאורכו שווה להיקף שלו.

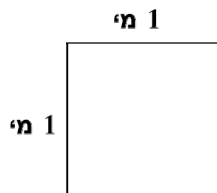
ב. מחברים את כל הקווים המתאימים למצולעים לקו אחד ארוך. לוקחים חוט באורך קו זה ויוצרים ממנו ריבוע. מה אורך צלע הריבוע? התוכלו לדעת מה שטחו?

ג. לוקחים חוט שאורכו שווה לאורך שני הקווים האחרים, ויוצרים ממנו משולש שווה צלעות. מה אורך כל צלע במשולש זה?

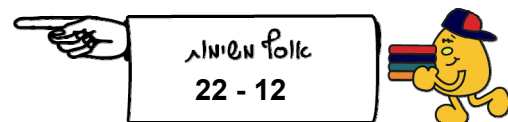


ד. האם אפשר ליצור משולש מכל שלושה קווים מהרשימה, כך שכל קו יהיה צלע בו?
אם כן, צרו משולשים שונים. אם לא, הסבירו.

שטחים במספרים

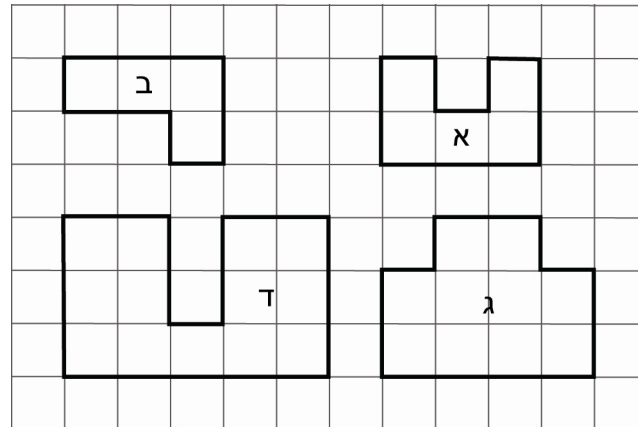


3. מחיר שטיח ריבועי שאורך צלעו 1 מטר הוא 50 ש"ח.
לקוח רצה לקנות שטיח ריבועי שאורך צלעו 2 מטר והציע לשלם 100 ש"ח.
בעלת החנות דרשה 190 ש"ח ואף טענה שמחיר זה הוא לאחר הנחה. מי צודק?

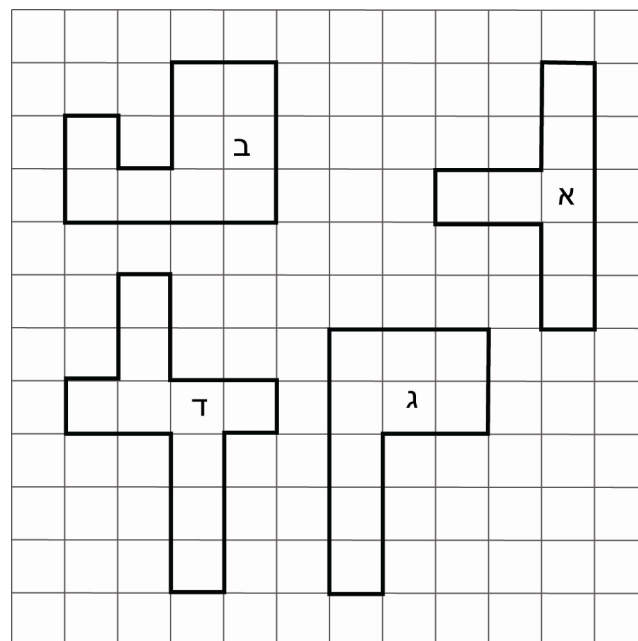


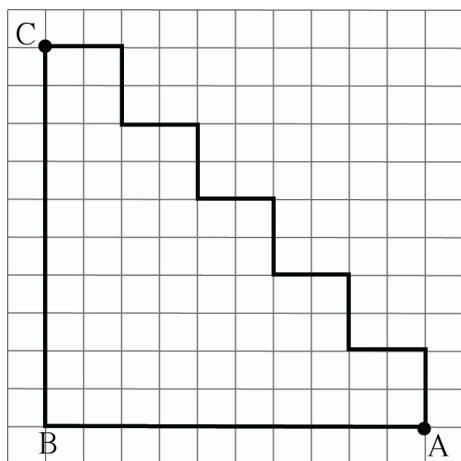


1. מצאו לכל מסלול את אורכו ואת מספר המשבצות הכלואות בתוכו.



2. אילו מבין המסלולים הבאים שווים גם באורכם ושווים גם במספר המשבצות שהם כולאים בתוכם?





3. אפשר להגיע מ-A ל-C שבשרטוט בשתי דרכים:
לאורך המסלול העובר דרך נקודה B, או לאורך הקו השבור.
- איזו דרך קצרה יותר? הסבירו.
 - שרטטו מסלול ארוך יותר מהמסלולים האלה.
 - האם אפשר לשרטט **מסלול** קצר יותר? הסבירו.



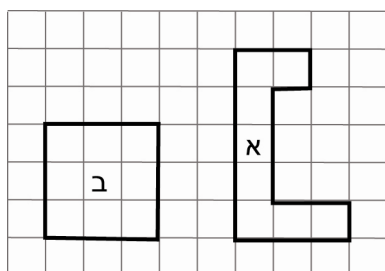
4. א. שרטטו בדף משובץ מסלולים סגורים שונים זה מזה שאורכם 12 יחידות.
ב. רשמו בכל צורה ששרטטתם מה שטחה במשבצות ריבועיות.



5. א. שרטטו שלוש צורות שונות שהשטח שלהן 12 משבצות. רשמו ליד כל צורה את היקפה.
ב. שרטטו שתי צורות שונות שההיקף שלהן 10 יחידות (באורך צלע של משבצת). רשמו בתוך כל צורה את שטחה.

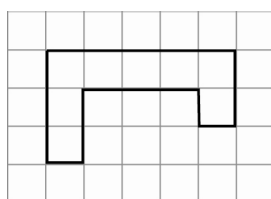


6. א. שרטטו מסלולים סגורים שונים זה מזה שאורכם 12 יחידות והם כולאים 5 משבצות.
ב. שרטטו מסלולים סגורים שאורך כל אחד מהם 12 יחידות והשטח שהם כולאים הוא:
6 משבצות, 7 משבצות, 8 משבצות, 9 משבצות.
לכל מקרה, שרטטו יותר ממסלול אחד, אם אפשר.



7. בצויר שתי צורות.

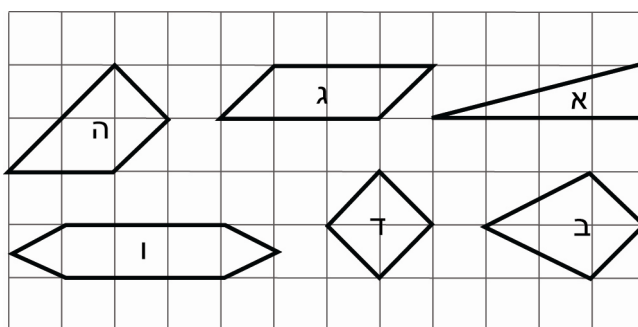
- לאיזו משתי הצורות שטח גדול יותר?
- לאיזו משתי הצורות היקף גדול יותר?



8. א. האם אפשר להגדיל את שטח הצורה מבלי לשנות את היקפה? הסבירו או הדגומו.
ב. הציעו דרך להגדיל את שטח הצורה כך שהיקפה יקטן.



9. לפניכם צורות שונות על רשת ריבועים. מיינו את הצורות לפי שטחן.

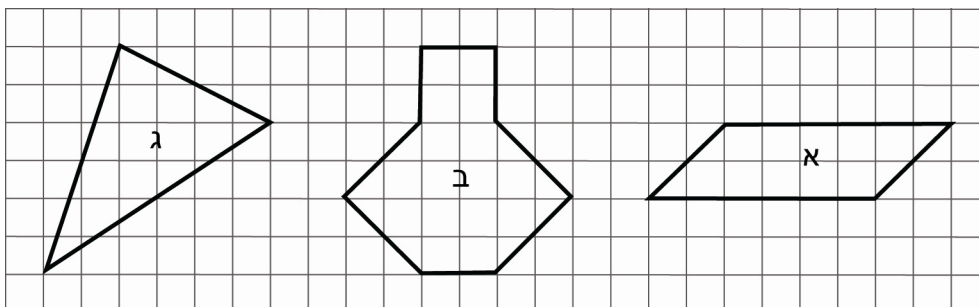


א. מצאו צורות ששטחן 2 ריבועים. מצאו צורות ששטחן 3 ריבועים.

ב. מה שטח הצורה שנשארה?



10. שרטטו לכל צורה, צורה אחרת שונה ממנה ששווה לה בשטחה.



11. במערכת הצירים מסומנת נקודה A ששעוריה $A(2, 4)$,

ונתונים שיעורים של 7 נקודות נוספות:

$(8, 1)$ $(2, 1)$ $(1, 1)$ $(2, 2)$ $(6, 4)$ $(7, 2)$ $(7, 4)$

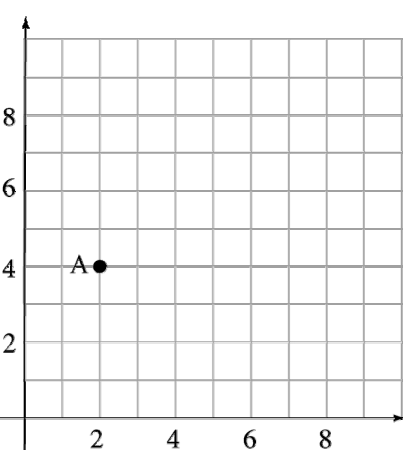
א. סמנו את הנקודות במערכת הצירים.

ב. בחרו שתי נקודות מבין הנקודות שסימנתם, כך שיחד עם A יתקבל

משולש בעל שטח גדול ככל האפשר.

ג. בחרו שתי נקודות מבין הנקודות שסימנתם, כך שיחד עם A יתקבל

משולש בעל שטח קטן ככל האפשר.



ד. בחרו שלוש נקודות מבין הנקודות שסימנתם, כך שיחד עם A יתקבל מצולע בעל שטח גדול ככל האפשר.

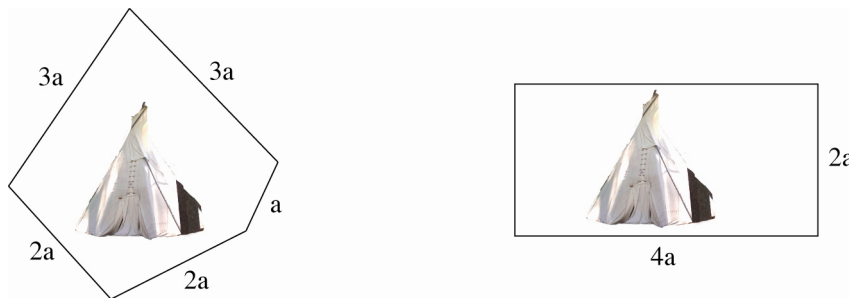
מהו השטח?

ה. בחרו שלוש נקודות מבין הנקודות שסימנתם, כך שיחד עם A יתקבל מצולע בעל שטח קטן ככל האפשר.

מהו השטח?

--	--

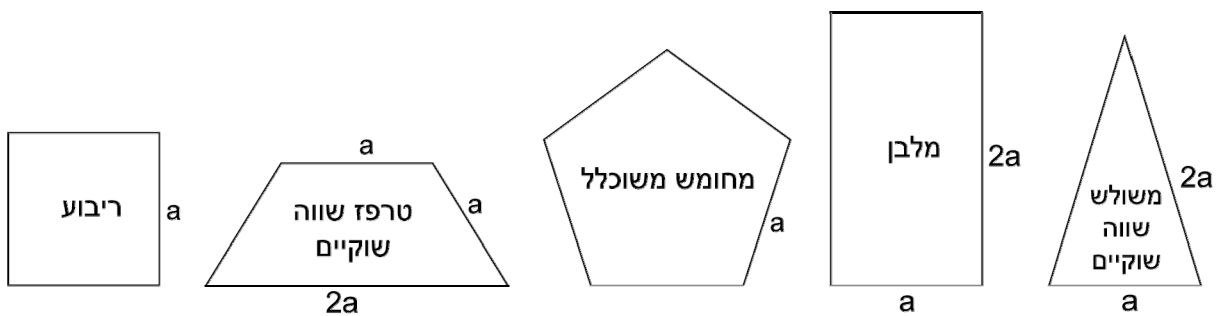
12. במחנה קיץ גדרו את החלקות סביב האוהלים.



לגידור איזו חלקה דרוש חבל ארוך יותר? הסבירו.

--	--

13. נתונים המצולעים שאורכי צלעותיהם מבוטאים בעזרת ביטויים המייצגים יחידות אורך.



לאילו מצולעים ההיקף ביחידות שווה ל- $5a$? ההיקף גדול מ- $5a$? ההיקף קטן מ- $5a$? הסבירו.

--	--



14. א. סמנו את כל הביטויים המייצגים את היקף הריבוע.

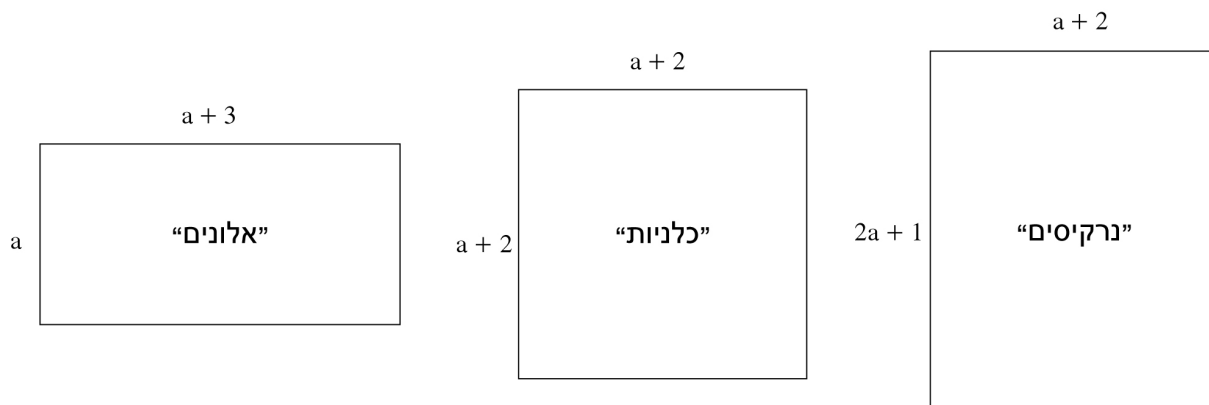
$4x + 2$, $4x + 8$, $x + 2 + x + 2 + x + 2 + x + 2$

$2(x + 2)$, $4(x + 2)$

ב. האם כל הביטויים שסימנתם בסעיף א' הם שווים-ערך? הסבירו.

--	--

15. לפניכם שרטוט מסלולי ריצה במגרש הספורט בשלושה בתי ספר.

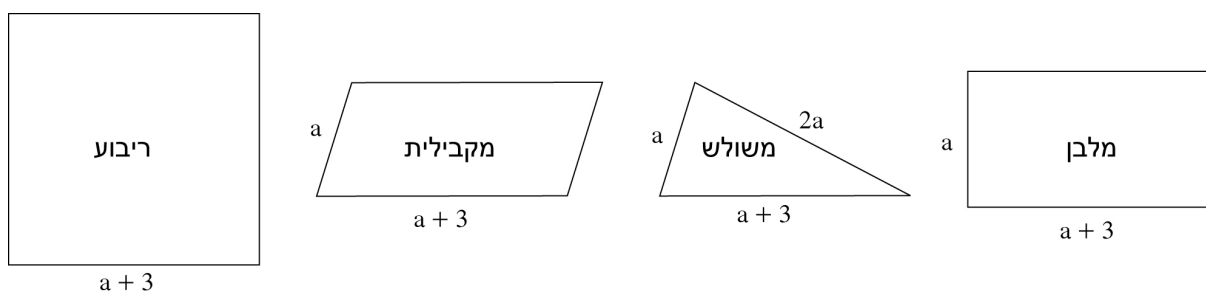


א. באיזה בית ספר מסלול הריצה קצר יותר?

ב. לאיזה מסלול היקף גדול ביותר, אם $a = 5$? אם $a = 1$? אם $a = \frac{1}{2}$?



16. נתונות הצורות:



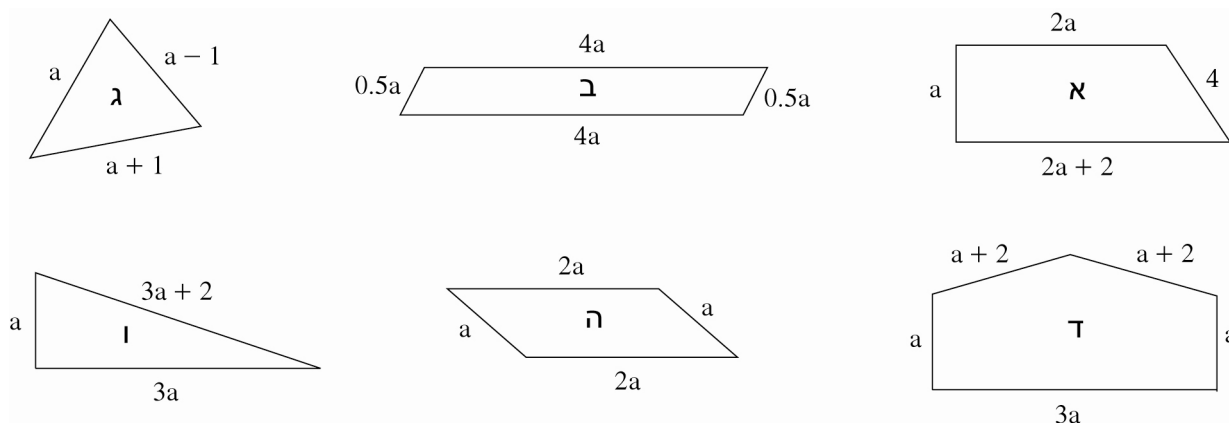
נתונים הביטויים האלגבריים: $4(a+3)$, $2(a+3) + 2a$, $a + 2a + a + 3$

א. התאימו לכל צורה ביטוי אלגברי המייצג את היקפה.

ב. קיבעו לאילו צורות אותו היקף? לאיזו צורה ההיקף הגדול ביותר? לאיזו צורה ההיקף הקטן ביותר? (היעזרו בפישוט הביטויים האלגבריים).



17. א. רשמו לכל שרטוט ביטוי אלגברי המתאים להיקף הצורה.



ב. לאיזו צורה ההיקף הקטן ביותר?

ג. למי היקף גדול יותר:

• למחומש ד או למשולש ו? בכמה?

• למקבילית ה או למשולש ו? בכמה?

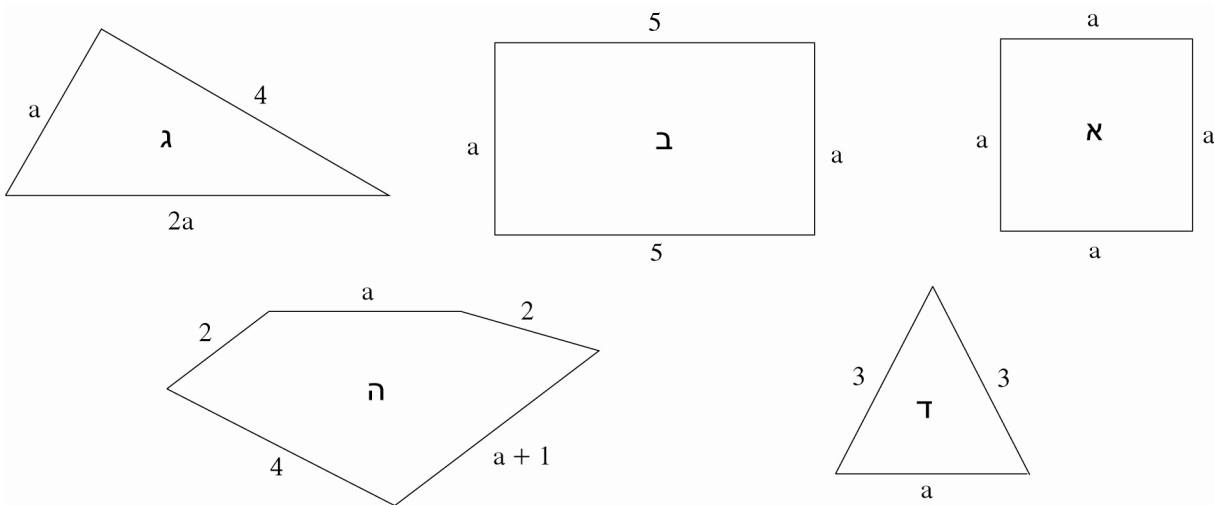
ד. למי מהצורות ההיקף הגדול ביותר:

• אם $a = 3$?

• אם $a = 1\frac{1}{3}$?



18. א. רשמו בכל סעיף ביטוי מתאים להיקף הצורה ופשטו אותו.



ב. מהו a אם נתון שהיקף הריבוע שווה להיקף המשולש שוקיים?

ג. מהו a אם למלבן ולריבוע אותו היקף? מה תוכלו לומר על המלבן במקרה זה?

ד. הציבו מספר במקום a כך שהיקף המשולש ג יהיה גדול מהיקף משולש ד.

ה. למי היקף גדול יותר: למשולש ג או למחומש?

ו. מצאו מספר שאם נציב אותו במקום a בכל הצורות, הריבוע יהיה בעל ההיקף הקטן ביותר.

19. שרטטו שלוש צורות שונות שהיקפן $3a + 2$ (רשמו ביטויים מתאימים לאורכי הצלעות).

20. שרטטו צורות כרצונכם ורשמו ביטויים על הצלעות כך שההיקף יהיה:

א. $5a + b$ ב. $3a + 5 + \frac{b}{2}$ ג. $a + b$

21. משני חוטים בעלי אותו אורך יוצרים מהאחד משולש שווה צלעות ומהאחר ריבוע.

למי צלע ארוכה יותר? הסבירו.

22. מחוט שאורכו 48 ס"מ רוצים ליצור משולש שווה צלעות וריבוע כך שלשתי הצורות אותו היקף.

לאיזו צורה צלע ארוכה יותר? בכמה?

1. לכל אחד מהביטויים: $10x + 5$, $13x$, $3x + 6$, $10x$, $3x + 10$

התאימו ביטויים שווי ערך (ייתכן יותר מאחד) מהרשימה הבאה:

$8 + 8x - 8 + 2x$	$3(x + 2)$	$5(2x + 1)$	$11x + 7 - x - 7$
$15x - 2x$	$7 + 3(x + 1)$	$5x + 5 + 5x$	$3 + 3x + 7$

2. אילו ביטויים מבין הביטויים הבאים הם שווי-ערך לביטוי: $6a + 8 - 3 + 2a$?

א. $13a$ ב. $8a + 5$ ג. $a + 8$ ד. $5 + 8a$ ה. $8 + 5a$

3. נתון הביטוי: $5 + 2 \cdot 3a$

לאחר פישוט רמי קיבל $21a$, רונן קיבל $11a$ וגדי קיבל $5 + 6a$. מי צדק? הסבירו.

4. פשטו בכל סעיף את שני הביטויים והשוו.

א. $6x + 2(x + 1)$	א. $2x + 6(x + 1)$
ב. $5 + 3(3x + 2)$	ב. $3 + 5(2x + 3)$
ג. $5(2x + 4) + 3x$	ג. $3(2x + 4) + 5x$
ד. $3x + 2(4x + 1)$	ד. $2x + 3(4x + 1)$

5. השלימו בתשבץ את התוצאות המתקבלות לאחר חישוב, בכל סעיף.

א	ב	ג
ד	ה	ו
ז	ח	ט

א. הציבו 3 בביטוי $3a - 8$

ב. הציבו $1\frac{1}{2}$ בביטוי $3a - 1\frac{1}{2}$

ג. הציבו $\frac{1}{3}$ בביטוי $9a - 1$

ד. הציבו $\frac{1}{2}$ בביטוי $2a + 2$

ה. הציבו $\frac{1}{4}$ בביטוי $8a$

ו. הציבו 3 בביטוי $\frac{1}{6}a + \frac{1}{2}$

ז. הציבו 4 בביטוי $\frac{1}{2}a$

ח. הציבו 3 בביטוי $\frac{7-a}{4}$

ט. הציבו 5 בביטוי $\frac{1+a}{2}$