

יחידה 18: בעיות, משוואות וגרפים

שיעור 1. באוטובוס

פותרים בעיות בדרכים שונות



דני וגדי מקבלים בתחילת כל חודש כסף לנסיעה באוטובוס.

בחודש אחד 25 ימי נסיעה.

לדני 270 שקלים בקופה, ובכל יום הוא מוציא 6 שקלים לנסיעות באוטובוס.

לגדי 350 שקלים בקופה, ובכל יום הוא מוציא 10 שקלים לנסיעות באוטובוס.

כעבור מספר ימים נשאר לשניהם אותו סכום בקופה.

כמה שקלים נשארו לכל אחד מהם בקופה? כעבור כמה ימים?

נבדוק דרכים שונות לפתרון בעיות.

במשימות 1-4 נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

1. גילה אמרה: אני מחשבת כמה שקלים נשארו לכל אחד בסוף כל יום, עד שאני מגיעה לתשובה.

העתיקו את הטבלה והשלימו אותה לפי הדרך של גילה. פתרו את הבעיה.

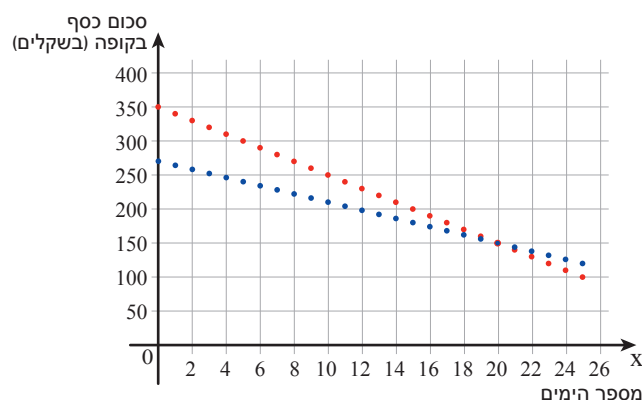
יום	בקופה של דני	בקופה של גדי
1	264	340
2		
.		
.		

2. דינה אמרה: אני משרטטת גרף ובעזרתו

אמצא את התשובה.

מצאו את התשובה לבעיה לפי הדרך של

דינה. הסבירו.



3. אסתר אמרה: בתחילת החודש היה ביניהם הפרש של 80 שקלים. ההפרש קטן ב- 4 שקלים בכל יום.

הסבירו איך עוזרת הדרך של אסתר למצוא את התשובה לבעיה.

4. שלומית אמרה: אני מסמנת ב- x את מספר הימים ($0 \leq x \leq 25$, x מספר שלם),

$$270 - 6x = 350 - 10x$$

ורושמת את המשוואה: ורשמו תשובה לבעיה.

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



אפשר לפתור בעיה במספר דרכים.

• פתרון מספרי בעזרת **טבלה**

זלמח: במשימה 1, **גילה** רשמה בכל יום כמה כסף נשאר בקופה של כל אחד, עד שהגיעה לשוויון בין הסכומים.

• פתרון בעזרת **גרף**

זלמח: במשימה 2, **דינה** שרטטה שני גרפים באותה מערכת צירים: גרף הפונקציה של דני $y = 270 - 6x$ וגרף הפונקציה של גדי $y = 350 - 10x$ ומצאה את שיעורי נקודת החיתוך שלהם. שיעור x של נקודת החיתוך מייצג את מספר הימים, ושיעור y מייצג את סכום הכסף בקופה.

• פתרון בעזרת **שיקולים**

זלמח: במשימה 3, **אסתר** הפעילה שיקולים. בהתחלה, ההפרש בין סכומי הכסף בקופות הוא 80 שקלים, והוא קטן בכל יום ב- 4 שקלים. לכן, ההפרש יהיה 0 (שפירושו שוויון בין הסכומים), אחרי 20 יום.

• פתרון בעזרת **משוואה**

זלמח: במשימה 4, **שלומית** בחרה לייצג את מספר הימים ב- x . היא רשמה ביטויים אלגבריים המייצגים גדלים אחרים בבעיה, תנאים מגבילים מתאימים ומשוואה; ופתרה.

בכל דרך שבחרים, בודקים אם התשובה מתאימה לתנאי הבעיה, ורושמים תשובה מילולית.



5. א. בחרו באחת הדרכים לפתרון בעיה, ופתרו את הבעיה הבאה:
באלבום של **שמעון** 250 בולים. בכל חודש הוא מוסיף לאלבום 5 בולים.
באלבום של **אליעזר** 200 בולים. בכל חודש הוא מוסיף לאלבום 7 בולים.
כעבור כמה חודשים יהיה לשניהם אותו מספר של בולים? כמה בולים יהיו לכל אחד?
ב. השוו את דרך הפתרון שלכם עם דרך הפתרון של חברים.



6. איזו דרך פתרון אתם מעדיפים: חישוב מספרי, גרף, שיקולים או משוואות? נמקו.



אוסף משימות



1. פתרו את המשוואות.

ה. $5 = 3x + 20$	ג. $8x = 2x + 12$	א. $4x - 6 = 18$
ו. $2x + 3 = 5x - 6$	ד. $2x = 8x + 12$	ב. $7x - 10 = 6x$



2. פתרו את המשוואות.

ג. $4 + x = 4 - 2(2 + x) + 5x$	א. $15 = 5(x + 3) - 4x$
ד. $-2x + 3x - 1 = 6x - 2(4x + 5)$	ב. $5 + 4x + 3x = 3(4x + 5)$



3. פתרו את המשוואות.

ג. $-24 + 6x = 8(0.5x - 3)$	א. $4x = 7 - x + 3(x - 5)$
ד. $5(x + 5) + 2x = 16 - (5x + 3)$	ב. $3(x + 5) + 5(x + 3) = 22$



4. שני גננים שתלו שתילים בשתי חלקות בגינה ציבורית.

בחלקה של **יונתן** היו 27 שורות שתילים, ובכל שעה הוא הוסיף 13 שורות שתילים.
 בחלקה של **חנן** היו 13 שורות שתילים, ובכל שעה הוא הוסיף 15 שורות שתילים.
 לאחר כמה שעות, היו בשתי החלקות אותו מספר שורות שתילים?
 כמה שורות היו בכל חלקה לאחר שעבדו?



5. שני גננים שתלו שתילים בשתי חלקות בגינה ציבורית.

בחלקה של **ברוך** היו 25 שורות שתילים, ובכל שעה הוא הוסיף 12 שורות שתילים.
 בחלקה של **הילל** היו 13 שורות שתילים, ובכל שעה הוא הוסיף 16 שורות שתילים.
 לאחר כמה שעות, היו בשתי החלקות ביחד 262 שורות שתילים?
 כמה שורות היו בכל חלקה לאחר שעבדו?



6. שני גננים שתלו שתילים בשתי חלקות בגינה ציבורית. בחלקה של **נפתלי** היו 24 שורות שתילים, ובכל שעה הוא הוסיף 15 שורות שתילים. בחלקה של **אריה** היו 10 שורות שתילים, ובכל שעה הוא הוסיף 18 שורות שתילים. לאחר כמה שעות, היו בחלקה של אריה 16 שורות שתילים יותר מאשר בחלקה של נפתלי? כמה שורות היו בכל חלקה לאחר שעבדו?



7. הפתרונות של המשוואות הבאות הם: $-8, -2, 2, 8$. התאימו פתרון לכל משוואה.
- | | |
|-----------------------|------------------------|
| א. $20 + 3x = 5x + 4$ | ג. $20 + 3x = -5x + 4$ |
| ב. $20 - 3x = 5x + 4$ | ד. $20 - 3x = -5x + 4$ |



8. הפתרונות של המשוואות הבאות הם: $-7, -1, 1, 7$. התאימו פתרון לכל משוואה.
- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| א. $4x + 2(x + 1) = 3x + 5$ | ג. $4x + 2(x - 1) = 3x - 5$ |
| ב. $4x - 2(x + 1) = 3x + 5$ | ד. $4x - 2(x - 1) = 3x - 5$ |



9. הפתרונות של המשוואות הבאות הם: $-1.5, -0.5, 0.5, 1.5$. התאימו פתרון לכל משוואה.
- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| א. $7x - 2(x + 5) = -5(x - 1)$ | ג. $-7x + 2(x - 5) = 5(x - 1)$ |
| ב. $7x - 2(x + 5) = -5(x + 1)$ | ד. $-7x + 2(x - 5) = 5(x + 1)$ |



10. מהו המספר השלם הקטן ביותר המקיים:
- אם נחלק אותו ב-3, תתקבל שארית 1
 - אם נחלק אותו ב-4, תתקבל שארית 2
 - אם נחלק אותו ב-5, תתקבל שארית 3
 - אם נחלק אותו ב-6, תתקבל שארית 4



שיעור 2. מי יזכה?

פותרים בעיות ומתייחסים לתנאי הבעיה

בהנהלת מפעל הוחלט להעניק ל- 30 עובדים מצטיינים כרטיסים לערב הוקרה. העובדים המצטיינים יזכו בכרטיסים משני סוגים. מחיר כל כרטיס לעובדים חדשים 80 שקלים. מחיר כל כרטיס לעובדים ותיקים 120 שקלים.

הנהלת המפעל דנה בארבע ההצעות הבאות.

הצעה א:

התקציב לכרטיסים לעובדים הוותיקים, יהיה שווה לתקציב לכרטיסים לעובדים החדשים.

הצעה ב:

התקציב לרכישת כל הכרטיסים יהיה 3,200 שקלים.

הצעה ג:

התקציב לכרטיסים לעובדים הוותיקים, יהיה גבוה ב- 600 שקלים מהתקציב לכרטיסים לעובדים החדשים.

הצעה ד:

מספר העובדים הוותיקים שיקבלו כרטיסים, יהיה פי 4 ממספר העובדים החדשים.

כמה עובדים חדשים וכמה עובדים ותיקים יזכו בכרטיסים לפי כל הצעה?

נפתור בעיות, ונתייחס לאילוצים.

במשימות 1-3 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. לכל הצעה במשימת הפתיחה:

א. סמנו ב- x את מספר העובדים החדשים שיזכו בכרטיס ($0 \leq x \leq 30$, x מספר שלם).

ב. קשמו בעזרת x ביטויים אלגבריים מתאימים:

- למספר העובדים הוותיקים,
- למחיר כל הכרטיסים לעובדים החדשים,
- למחיר כל הכרטיסים לעובדים הוותיקים.

ג. קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

ד. כמה עובדים ותיקים וכמה עובדים חדשים יזכו בכרטיסים?

ה. כמה יעלו הכרטיסים להנהלת המפעל?

בדקו כי התשובה שרשמתם מתאימה לתנאי הבעיה.



2. א. איזו מבין ההצעות נראית לכם ההוגנת ביותר? נמקו.

ב. איזו הצעה כדאית להנהלת המפעל? הסבירו.

3. א. מהו התקציב הקטן ביותר האפשרי לרכישת הכרטיסים?
 מהו התקציב הגדול ביותר האפשרי לרכישת הכרטיסים? הסבירו.
- ב. לפניכם הצעות נוספות שהוגשו להנהלת המפעל. בכל סעיף, קבעו אם ייתכן והסבירו.
- סך-כול התקציב לרכישת כל הכרטיסים, יהיה 3,300 שקלים.
 - מספר העובדים החדשים שיקבלו כרטיסים, יהיה פי 5 ממספר העובדים הוותיקים שיקבלו כרטיסים.
 - סך-כול התקציב לרכישת כל הכרטיסים, יהיה 4,000 שקלים.



- כדי לבדוק פתרון של בעיה, אין להסתפק בפתרון נכון של המשוואה. בנוסף, בודקים אם הפתרון מקיים את תנאי הבעיה.
- צ/א/ת:** במשימה 3 סעיף ב, x מייצג את מספר העובדים החדשים ($0 \leq x \leq 30$, x מספר שלם).
- פתרון המשוואה $120(30 - x) + 80x = 3300$ הוא $x = 7.5$. הפתרון אינו מתאים לבעיה, מכיוון ש- x חייב להיות מספר שלם (אין משמעות ל-7.5 עובדים).
 - פתרון המשוואה $x + \frac{x}{5} = 30$ הוא $x = 25$. הפתרון מתאים לבעיה: 25 עובדים חדשים ו-5 עובדים ותיקים יזכו בכרטיסים.
 - פתרון המשוואה $120(30 - x) + 80x = 4000$ הוא $x = -10$. הפתרון אינו מתאים לבעיה, מכיוון ש- x חייב להיות מספר חיובי (אין משמעות ל-(-10) עובדים).



אוסף משימות



1. בקבוצת מטיילים 20 משתתפים, חלקם מבוגרים והיתר ילדים. מחיר הטיול למבוגר 150 שקלים, ומחיר הטיול לילד 90 שקלים.
- א. איזו מבין האפשרויות הבאות תיתכן? הסבירו.
- בקבוצה 12 מבוגרים ו-18 ילדים.
 - בקבוצה 13 מבוגרים ו-6 ילדים.
 - בקבוצה 15 מבוגרים ו-5 ילדים.
- ב. סמנו ב- x את מספר המבוגרים בקבוצה ($0 \leq x \leq 20$, x מספר שלם). רשמו ביטויים אלגבריים מתאימים ל:
- מספר הילדים בקבוצה, מחיר הטיול לכל המבוגרים, ומחיר הטיול לכל הילדים.
 - מחיר הטיול לכל הקבוצה היה 2,280 שקלים. רשמו משוואה מתאימה לסיפור ופתרו.
 - כמה מבוגרים וכמה ילדים היו בקבוצה? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



- 2.** בקבוצת מטיילים 40 משתתפים, חלקם מבוגרים והיתר ילדים. מחיר הטיול למבוגר 160 שקלים, ומחיר הטיול לילד 90 שקלים.
- א. סמנו ב- x את מספר המבוגרים בקבוצה ($0 \leq x \leq 40$, x מספר שלם).
 רשמו ביטויים אלגבריים מתאימים ל:
 מספר הילדים בקבוצה, מחיר הטיול לכל המבוגרים, ומחיר הטיול לכל הילדים.
- ב. מחיר הטיול לכל המבוגרים היה גבוה ב- 150 שקלים ממחיר הטיול לכל הילדים.
 רשמו משוואה מתאימה לסיפור ופתרו.
- ג. כמה מבוגרים וכמה ילדים היו בקבוצה?
 בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



- 3.** בקבוצת מטיילים 30 משתתפים חלקם מבוגרים והיתר ילדים. מחיר הטיול למבוגר 160 שקלים, ומחיר הטיול לילד 80 שקלים. בכל סעיף, קבעו אם ייתכן, והסבירו.
- א. מחיר הטיול לכל המבוגרים היה שווה למחיר הטיול לכל הילדים.
- ב. מחיר הטיול לכל הקבוצה היה 4,200 שקלים.
- ג. מחיר הטיול לכל המבוגרים היה גבוה ב- 400 שקלים ממחיר הטיול לכל הילדים.



- 4. רותי** טיילה בגן החיות. היא צפתה במספר הטווסים ובמספר הפילים שהיו שם. רותי קראה שיש בגן החיות בסך-הכול 100 פילים וטווסים.
- א. סמנו ב- x את מספר הפילים שבגן החיות ($0 \leq x \leq 100$, x מספר שלם).
 רשמו ביטויים אלגבריים מתאימים ל:
 מספר הטווסים, מספר הרגליים של הפילים, ומספר הרגליים של הטווסים.
- ב. רותי חישה את מספר הרגליים של הפילים ושל הטווסים יחד, וגילתה שיש 266 רגליים.
 רשמו משוואה מתאימה לסיפור ופתרו.
- ג. כמה פילים וכמה טווסים בגן החיות?
 בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



- 5.** בחנות כלי הכתיבה "עפרוני" מוכרים מחברות משלושה סוגים: מחברות דקות – במחיר 3.5 שקלים למחברת, מחברות עבות – במחיר 6 שקלים למחברת, מחברות מעבדה – במחיר 4 שקלים למחברת. בחופשת הקיץ מספר המחברות הדקות שנמכרו היה פי 4 ממספר המחברות העבות שנמכרו. בנוסף, נמכרו 120 מחברות מעבדה. סך-כול ההכנסות ממכירת המחברות וחבילות הדפים בחופשת הקיץ היה 1,600 שקלים. כמה מחברות דקות וכמה מחברות עבות, נמכרו בחופשת הקיץ?



6. חנוך, יוסף ואהרון היו מועמדים למועצת התלמידים.

חנוך קיבל 40 קולות יותר מאהרון.

יוסף קיבל פי 2 קולות מאהרון.

בכל סעיף חשבו כמה קולות קיבל כל מועמד.

א. חנוך ויוסף קיבלו אותו מספר קולות.

ב. יוסף קיבל 25 קולות יותר מחנוך.

ג. חנוך קיבל פי 3 קולות יותר מאהרון.

ד. בהצבעה השתתפו 72 תלמידים.



7. פתרו את המשוואות.

א. $6(2x - 1) = 4(4x - 1) - 10$

ב. $8x = 24 + 2(x + 3)$

ג. $4(x - 9) + 5x = 3(2x - 1)$

ד. $2x + 4(x - 3) = 18$



8. פתרו את המשוואות.

א. $3(x - 2) - 2(1 - x) = 4x - 8$

ב. $25 + 3x = 37 + 6(x + 1)$

ג. $3(2x - 5) - 2x = 20 - 3x$

ד. $5(2x - 1) - 48 = 3(4 - x)$



9. פתרו את המשוואות.

א. $5(3 - 2x) = 3(1 - 3x) - 2(x + 3)$

ב. $4(x - 3) - 3(x - 4) = 7x + 12$

ג. $10 - (4x + 25) = 3(2x - 5) - 6x$

ד. $7x - 17 = 8 - (3x + 10)$



10. נתון: $2x - 15 = 4$

מצאו את הערך של כל ביטוי אלגברי, בלי למצוא את x .

א. $\frac{1}{2}(2x - 15) =$

ב. $2x =$

ג. $2x - 16 =$

ד. $4x - 30 =$

ה. $3(2x - 15) =$

ו. $2x - 20 =$

ז. $15 - 2x =$

ח. $-2(2x - 15) =$

ט. $2x + 5 =$

שיעור 3. בחדר כושר

פתרון בעיות בעזרת משוואות ובעזרת גרפים

בחדר כושר שתי תכניות:

מנויים משלמים 240 שקלים דמי מנוי לשנה, ו- 10 שקלים נוספים עבור כל כניסה.

לא מנויים משלמים 25 שקלים עבור כל כניסה.

האם כדאי לרכוש מנוי?

נפתור בעיות בעזרת שיקולים מספריים, בעזרת משוואות ובעזרת גרפים.

במשימות 1-6 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. רינה מנויה.

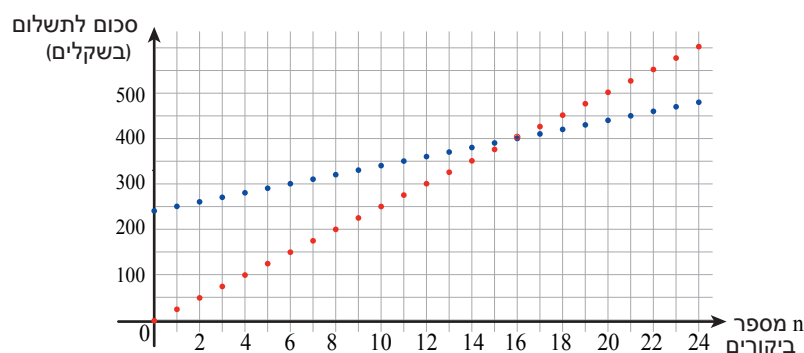
- בשנת תשס"ח הגיעה רינה לחדר כושר 11 פעמים. כמה היא שילמה בשנה זאת?
- בשנת תשס"ט הגיעה רינה לחדר כושר 23 פעמים. כמה היא שילמה בשנה זאת?
- בשנת תש"ע שילמה רינה לחדר כושר 440 שקלים. כמה פעמים הגיעה רינה לחדר כושר בשנת תש"ע?
- כמה תשלם רינה אם תגיע לחדר כושר n פעמים ($n \geq 0$, n מספר שלם) במהלך השנה?

2. רחל אינה מנויה.

- בשנת תשס"ח הגיעה רחל לחדר כושר 11 פעמים. כמה היא שילמה בשנה זאת?
- בשנת תשס"ט הגיעה רחל לחדר כושר 23 פעמים. כמה היא שילמה בשנה זאת?
- כמה תשלם רחל אם תגיע לחדר כושר n פעמים ($n \geq 0$, n מספר שלם) במהלך השנה?

- בשנת תשע"א, הגיעו **רינה ורחל** לחדר כושר אותו מספר פעמים. ולהפתעתם גילו רינה ורחל בסוף השנה כי שתיהן שילמו אותו סכום. כמה פעמים הגיעו רינה ורחל לחדר כושר במהלך השנה? הסבירו כיצד עניתם (תוכלו להיעזר בביטויים אלגבריים ובמשוואות).

- הגרפים שלפניכם מתארים את הסכומים לתשלום של **מנויים** ושל **לא מנויים** לפי מספר הביקורים.



- מהו הגרף המתאים לתשלום של **מנויים**? מהו הגרף המתאים לתשלום של **לא מנויים**? הסבירו כיצד ידעתם.
- מצאו את פתרון משימה 3 בעזרת הגרפים. הסבירו.



5. עבור כמה ביקורים כדאי לרכוש מנוי לחדר כושר? הסבירו.



- **ייצוג גרפי** של נתונים בבעיה הוא המחשה חזותית של ההשתנות בביטויים אלגבריים.
- דוגמה 4:** במשימה 4, מופיע ה**ייצוג הגרפי** של הקשר בין מספר הביקורים ובין התשלום בשקלים של משתתף מנוי ושל משתתף שאינו מנוי. ייצוג זה הוא המחשה חזותית של הביטויים האלגבריים שמצאתם במשימות 1, 2
- לייצוג גרפי מספר יתרונות (**דוגמאות ממשית** 4):
 - ◆ נותן מבט כללי על הסיפור.
- דוגמאות:** אפשר לראות שבשני המקרים ככל שמספר הביקורים גדול יותר – הסכום לתשלום גבוה יותר.
- אפשר לקרוא מידע לגבי התשלום עבור מספר מסוים של ביקורים.
- ◆ מאפשר השוואה בין נתונים שונים והסקת מסקנות.
- דוגמה:** אפשר להשוות בין שתי התכניות – מתי עדיף מסלול אחד על פני האחר.
- ◆ נותן משמעות לפתרון משוואות.
- דוגמה:** נותן משמעות לפתרון המשוואה $25n = 10n + 240$ (שהוא נקודת החיתוך בין שני הגרפים).



6. במשימות הקודמות מצאתם את מספר הביקורים שעברו שילמו רינה ורחל אותו הסכום, בדרכים שונות: על-ידי שיקולים מספריים, משוואות וגרפים.
איזו דרך אתם מעדיפים? מדוע?



אוסף משימות



- 1.** בתחנת דלק א, מחיר ליטר דלק 7 שקלים, ועמלת תדלוק בלילה 2 שקלים.
בתחנת דלק ב, מחיר ליטר דלק 6.90 שקלים, ועמלת תדלוק בלילה 4 שקלים.
עבור כמה ליטרים דלק ייגבה מחיר שווה בשתי התחנות בתדלוק בלילה?



2. בספריית "רננים" 2,000 ספרים, ובכל שנה נוספים לספרייה 150 ספרים חדשים. בספריית "שערים" 2,500 ספרים, ובכל שנה נוספים לספרייה 100 ספרים חדשים. שתי הספריות הוקמו באותה שנה.

א. כמה ספרים היו בכל ספרייה כעבור 1 שנה? כעבור 5 שנים? כעבור 8 שנים?

ב. איזה מהביטויים האלגבריים הבאים מייצג את מספר הספרים בספריית "רננים", ואיזה בספריית "שערים", כעבור x שנים ($x \geq 0$, x מספר שלם)?

$$2,500 + 150x \quad 2,500 + 100x \quad 2,000 + 150x \quad 2,000 + 100x$$

ג. כעבור כמה שנים מהקמת הספריות, תהיה בשתייהן אותה כמות ספרים? כמה ספרים יהיו בכל ספרייה? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



3. בספריית "מעלות" 1,500 ספרים, ובכל שנה נוספים לספרייה 120 ספרים חדשים. בספריית "מחניים" 2,300 ספרים, ובכל שנה נוספים לספרייה 40 ספרים חדשים. שתי הספריות הוקמו באותה שנה.

א. כמה ספרים היו בכל ספרייה כעבור 3 שנים? כעבור 8 שנים?

ב. כמה ספרים יהיו בכל ספרייה כעבור x שנים ($x \geq 0$, x מספר שלם)?

ג. כעבור כמה שנים מהקמת הספריות תהיה בשתייהן אותה כמות של ספרים? כמה ספרים יהיו בכל ספרייה? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



4. בספריית "שילובים" 2,130 ספרים, ובכל שנה נוספים לספרייה 26 ספרים חדשים. בספריית "רביבים" 1,950 ספרים, ובכל שנה נוספים לספרייה 56 ספרים חדשים. שתי הספריות הוקמו בשנת תשנ"ח.

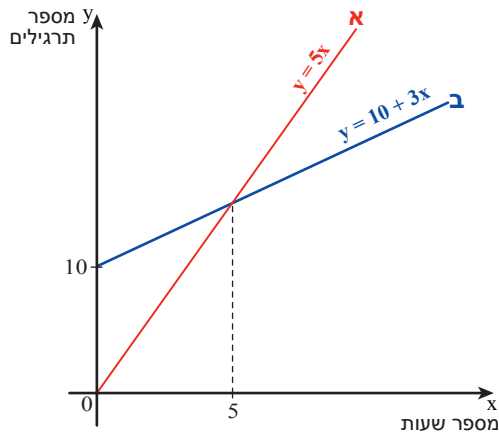
א. כמה ספרים היו בכל ספרייה בשנת תשס"ו?

ב. בכל מקרה, מצאו באיזו שנה התקיים. אם אין שנה כזו, הסבירו מדוע.

- בשתי הספריות הייתה אותה כמות ספרים. כמה ספרים היו בספרייה בשנה זו?
- בספריית "רביבים" 60 ספרים יותר מאשר בספריית "שילובים".
- בספריית "שילובים" 60 ספרים יותר מאשר בספריית "רביבים".
- בספריית "שילובים" 200 ספרים יותר מאשר בספריית "רביבים".



5. הגרפים שלפניכם מתאימים לפונקציות: $y = 5x$ $y = 3x + 10$



x מייצג מספר שעות ($x \geq 0$).

y מייצג מספר תרגילים ($y \geq 0$, y מספר שלם).

גרף **א** מייצג את מספר התרגילים שפתר **שלמה**.

גרף **ב** מייצג את מספר התרגילים שפתר **גרשון**.

א. **שלמה וגרשון** פתרו תרגילים במשך 2 שעות.

מי מהם פתר יותר תרגילים? הסבירו.

ב. **שלמה וגרשון** פתרו תרגילים במשך 6 שעות.

מי מהם פתר יותר תרגילים? הסבירו.

ג. **שלמה וגרשון** פתרו אותו מספר תרגילים.

כמה שעות הם עבדו?

כמה תרגילים הם פתרו?



6. בחנות ספרים משכירים ספרי קריאה ועיון בשני מסלולים.

מסלול **למנויים**: דמי מנוי 100 שקלים + 5 שקלים לכל ספר.

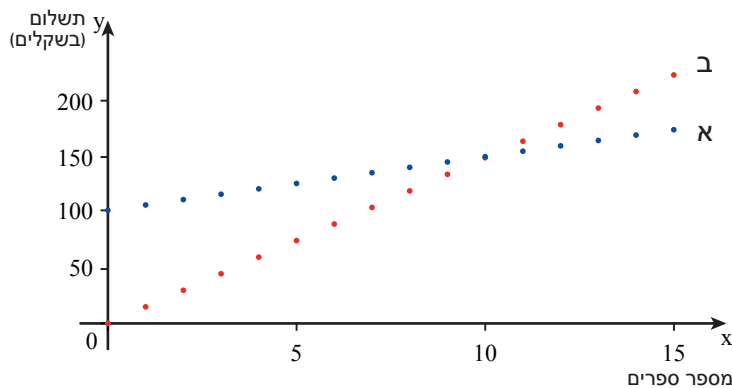
מסלול **ללא מנויים**: 15 שקלים לכל ספר.

א. סמנו ב- x את מספר הספרים שמעוניינים לשכור.

כתבו ביטויים אלגבריים מתאימים.

ציינו אילו מספרים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה ולפי הביטויים שרשמתם.

ב. התאימו גרף לכל אחד מהביטויים שרשמתם. הסבירו.



ג. **הדסה** מצאה 17 ספרים מעניינים. האם כדאי לה לרכוש מנוי? הסבירו.

ד. **רינה** התעניינה ב- 7 ספרים בלבד. האם כדאי לה לרכוש מנוי? הסבירו.

ה. **מלכה** אמרה: לי לא משנה באיזה מסלול אבחר.

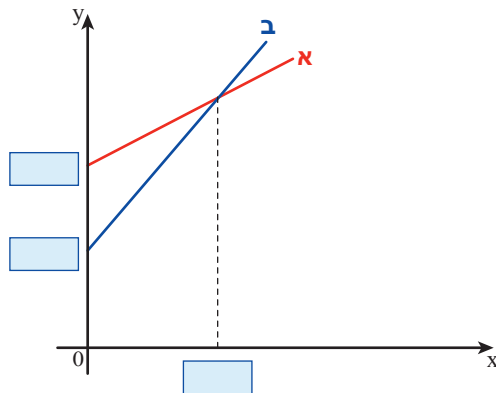
כמה ספרים רצתה מלכה לשכור?

הסבירו כיצד אפשר למצוא את התשובה בעזרת גרף, בעזרת משוואה או בדרך אחרת.

ו. כתבו הנחיות ללקוחות חנות הספרים - למי כדאי לרכוש מנוי, ולמי לא כדאי.



7. הגרפים שלפניכם, מתאימים לפונקציות $y = 200 + 10x$ $y = 400 + 5x$



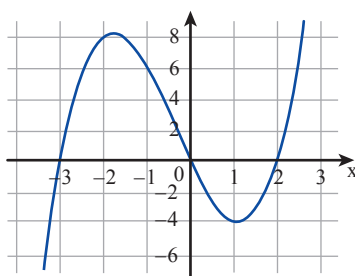
- התאימו גרף לכל פונקציה. הסבירו.
- ספרו סיפור מתאים לגרפים הנתונים.
- מה מתארת הנקודה המשותפת לשני הגרפים? הסבירו.
- כתבו משוואה מתאימה לסיפור, ופתרו אותה.
- אילו מספרים יש לרשום בכל אחד מהמלבנים הריקים? הסבירו.



8. בכל סעיף, בחרו את האות המתאימה. מה קיבלתם?

לא נכון נכון

- | | | | | | |
|----|---------------|------------------------------------|--------|---|---|
| א. | פתרון המשוואה | $7x + 3(1 + x) = 7x$ | הוא -1 | מ | פ |
| ב. | פתרון המשוואה | $4 + x = 4 - 2(2 + x) + 2x$ | הוא -4 | פ | ת |
| ג. | פתרון המשוואה | $4x = 20 - x$ | הוא 15 | ר | ש |
| ד. | פתרון המשוואה | $\frac{11-3}{8} = 3(x-1) - 2x + 3$ | הוא -1 | ו | ט |
| ה. | פתרון המשוואה | $2(1 - x) = 1 - 3x$ | הוא -1 | י | נ |
| ו. | פתרון המשוואה | $\frac{2(4x-4)}{4} - (x-2) = 18$ | הוא 3 | י | מ |



9. בשרטוט גרף הפונקציה $y = x^3 + x^2 - 6x$

פתרו את המשוואה $x^3 + x^2 - 6x = 0$
הסבירו כיצד פתרתם.

שיעור 4. בחדר כושר (המשך)

פתרון בעיות בעזרת משוואות

בשיעור הקודם חקרנו את התשלום של **מנויים** ושל **לא מנויים**, עבור ביקורים בחדר כושר. x מייצג את מספר הביקורים בחדר כושר ($x > 0$, x מספר טבעי). הביטוי $240 + 10x$ מייצג את התשלום בשקלים של **מנויים**. הביטוי $25x$ מייצג את התשלום בשקלים של **לא מנויים**.
נמשיך לפתור בעיות.

במשימות 1-4 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. לאה ורחל הגיעו לחדר כושר **אותו מספר פעמים**. לאה מנויה ורחל אינה מנויה. בכל סעיף:

- בחרו משתנה, ורשמו מה הוא מייצג.
- רשמו ביטויים אלגבריים לגדלים האחרים בבעיה.
- צינו אילו מספרים מתאימים למשתנה לפי תנאי הבעיה ולפי הביטויים שרשמנו.
- כתבו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
- כמה פעמים הגיעו לאה ורחל לחדר כושר?
- בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.
- א. הסכום ששילמו **לאה ורחל** ביחד היה 940 שקלים.
- ב. **לאה** שילמה 30 שקלים פחות מ**רחל**.
- ג. **לאה** שילמה פי 2 מ**רחל**.

2. בכל סעיף קבעו אם ייתכן, והסבירו.
א. **לאה ורחל** הגיעו בכל פעם יחד, והסכום ששילמו שתיהן יחד היה 492 שקלים.
ב. עבור אותו מספר ביקורים, **לאה** שילמה 30 שקלים יותר מאשר **רחל**.
ג. עבור אותו מספר ביקורים, **לאה** שילמה $\frac{1}{3}$ מהסכום ששילמה **רחל**.

3. לכל משוואה, ספרו סיפור מתאים על הקשר בין התשלום השנתי של מנויים ושל לא מנויים, עבור אותו מספר ביקורים בחדר כושר (x) .

א. $(240 + 10x) + 25x = 1080$

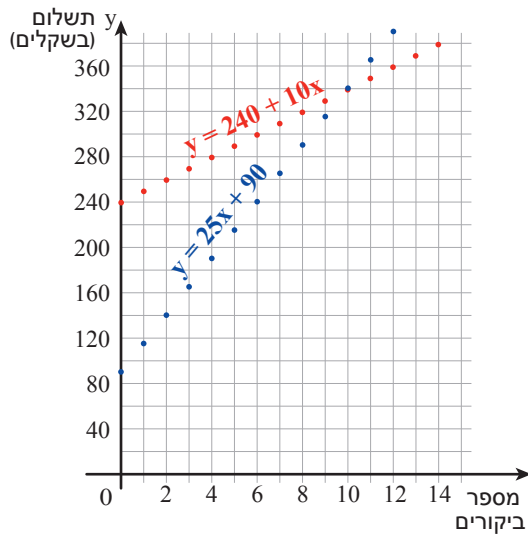
ב. $240 + 10x = 25x + 90$

ג. $2(240 + 10x) = 25x$

ד. $240 + 10x + 40 = 2 \cdot 25x$



4. א. איזו משוואה, מבין המשוואות במשימה 3, אפשר לפתור בעזרת הגרפים שבשרטוט? הסבירו.



ב. קראו מהגרף את פתרון המשוואה.

ג. רשמו תשובה לסיפור שכתבתם במשימה 3

בדקו כי התשובה מתאימה לתנאי הבעיה.

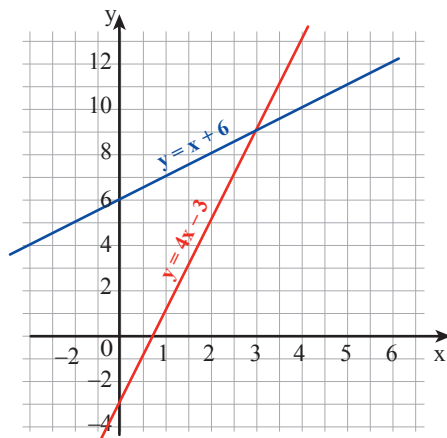


אוסף משימות



1. פתרו את המשוואה $4x - 3 = x + 6$ בעזרת הגרף.

בדקו את הפתרון על-ידי הצבה.



2. דני קנה חולצות וסוודרים.

x מייצג מחיר של חולצה ($x > 0$).

מחיר כל סוודר גבוה ב- 150 שקלים ממחיר חולצה.

א. רשמו ביטוי אלגברי למחיר כל סוודר.

ב. דני קנה 3 חולצות ו- 2 סוודרים, ושילם 450 שקלים.

רשמו משוואה ופתרו.

מה מחיר חולצה? מה מחיר סוודר?

בדקו כי התשובה שרשמתם מתאימה לתנאי הבעיה.



3. הדסה קנתה ספרים וחבורות.

מספר החבורות היה גדול ב- 8 ממספר הספרים.
מחיר כל חבורת 25 שקלים, ומחיר כל ספר 60 שקלים.
הדסה שילמה עבור הספרים 10 שקלים יותר מהסכום ששילמה עבור החבורות.
כמה ספרים וכמה חבורות קנתה הדסה?



4. באולם שמחות 30 שולחנות, חלקם גדולים והיתר קטנים.
סביב שולחן קטן אפשר להושיב 4 אורחים, וסביב שולחן גדול
אפשר להושיב 6 אורחים.
באחד הימים השתתפו 140 אורחים בשמחה, וכל המקומות היו תפוסים.
כמה שולחנות קטנים וכמה שולחנות גדולים יש באולם?



5. בתחילת החודש הייתה כמות החיטה באסם א 30 טון, ובאסם ב 50 טון.
בכל יום הכניסו לאסם א 12 טון חיטה, ולאסם ב 7 טון חיטה.
כעבור כמה ימים תהיה כמות החיטה בשני האסמים שווה?



6. בראשית החודש הייתה כמות החיטה באסם א 52 טון, ובאסם ב 18 טון.
בכל יום הכניסו לאסם א 4 טון חיטה, ולאסם ב 6 טון חיטה.
כעבור כמה ימים יהיו בשני האסמים ביחד 160 טון חיטה?



7. בראשית החודש הייתה כמות החיטה באסם א 60 טון, ובאסם ב 32 טון.
בכל יום הוציאו מאסם א 5 טון, ומאסם ב 2 טון.
א. בכמה ימים רוקנו כל אסם?
ב. כמה טון חיטה הייתה באסם ב ביום שבו התרוקן אסם א?
ג. כעבור כמה ימים הייתה כמות החיטה באסם א גדולה ב- 16 טון
מכמות החיטה באסם ב?



8. פתרו את המשוואות.

א. $2(3x + 1) + 3(5x - 2) = 38$

ב. $3x + 4(x - 1) = 31$

ג. $6x - 2(5 + 3x) = x - 14$

ד. $6x - 2(x + 1) = 2 + 3(x - 2)$



9. פתרו את המשוואות.

א. $2(2x - 1) = 3(x - 4) + 1$ ג. $10x - 3(1 - 4x) = 3(x + 4) + 42$

ב. $2(3x - 1) - 3(x - 6) = 22$ ד. $5(x - 6) - 3(x + 2) = 2(4 - x)$



10. פתרו את המשוואות.

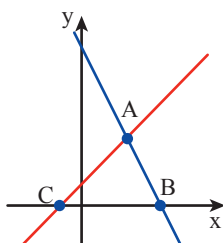
א. $3(4x - 1) - 5(2x + 3) = -18$ ג. $3(2x - 5) = 4(3x + 2) + 1$

ב. $8\left(\frac{x}{4} - 1\right) - 5(x - 2) = 4\left(\frac{x}{2} - 3\right)$ ד. $6\left(\frac{x}{3} + 2\right) + 4\left(\frac{x}{2} - 1\right) = 3(2x - 3)$



11. פתרו את המשוואות. שימו לב לקשר בין המשוואה הראשונה בכל טור למשוואות הבאות אחריה.

א. $2x + 1 = 9$	ב. $8x = 2x$
$2(x + 3) + 1 = 9$	$8(x - 1) = 2(x - 1)$
$2(x - 1) + 1 = 9$	$8(x + 3) = 2(x + 3)$
$2(x - 4) + 1 = 9$	$8(2x - 3) = 2(2x - 3)$



12. הגרפים שלפניכם מתאימים לפונקציות: $y = x + 1$ $y = 7 - 2x$

- איזו משוואה יש לפתור כדי למצוא את שיעורי הנקודה A?
- איזו משוואה יש לפתור כדי למצוא את שיעורי הנקודה B?
- איזו משוואה יש לפתור כדי למצוא את שיעורי הנקודה C?
- פתרו את המשוואות, ומצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.



שיעור 5. שומר מסך

פתרון בעיות בעזרת משוואות ובעזרת גרפים

מיכאל משחק במשחק אלקטרוני העשוי מדגמים של מלבנים משתנים. חלק מהמלבנים גדלים, וחלקם קטנים.

בכל 20 שניות מתחיל מחזור חדש של משחק: המסך נמחק ומופיעים עליו מלבנים חדשים.

לפניכם ביטויים אלגבריים המתארים את הקשר בין הזמן שחלף מתחילת המחזור, t בשניות ($0 \leq t \leq 20$), ובין שטחי המלבנים בסמ"ר.

שטחו של מלבן מדגם א (בסמ"ר) אחרי t שניות הוא $20 + 2t$

שטחו של מלבן מדגם ב (בסמ"ר) אחרי t שניות הוא $90 - 3t$

שטחו של מלבן מדגם ג (בסמ"ר) אחרי t שניות הוא $6t$

נחקור את שינוי שטחי המלבנים במהלך מחזור אחד.

במשימות 1-5 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. א. מה שטחו של מלבן מדגם א בתחילת המחזור? אחרי 4 שניות? אחרי 15 שניות?
- ב. מה שטחו של מלבן מדגם ב בתחילת המחזור? אחרי 4 שניות? אחרי 15 שניות?
- ג. מה שטחו של מלבן מדגם ג בתחילת המחזור? אחרי 4 שניות? אחרי 15 שניות?

2. בכל סעיף, בדקו כי התשובה שרשמתם מתאימה לתנאי הבעיה.

א. אחרי כמה שניות שטחו של מלבן מדגם א יהיה 44 סמ"ר?

ב. אחרי כמה שניות שטחו של מלבן מדגם ב יהיה 75 סמ"ר?

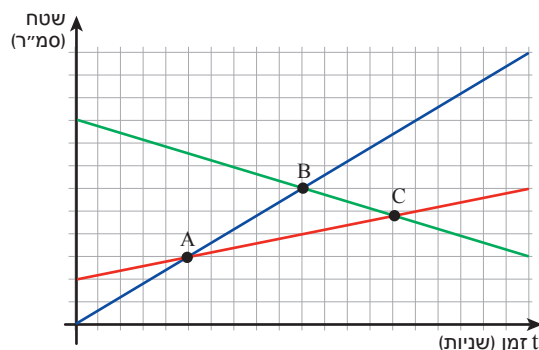
ג. אחרי כמה שניות שטחו של מלבן מדגם ג יהיה 45 סמ"ר?

3. תארו במילים: כיצד משתנה שטח כל מלבן במהלך מחזור אחד?

4. המצב שבו שטח מלבן מדגם א שווה לשטח מלבן מדגם ג מתואר על-ידי המשוואה $20 + 2t = 6t$

מה מתארת המשוואה $20 + 2t = 90 - 3t$? ומה מתארת המשוואה $90 - 3t = 6t$?

5. לפניכם גרפים המתארים את הקשר בין הזמן שחלף t בשניות ($0 \leq t \leq 20$), ובין שטחי המלבנים בסמ"ר.



א. התאימו לכל גרף את דגם המלבן המתאים לו. הסבירו.

ב. מה המשמעות של הנקודות A, B, C בסיפור?

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C (היעזרו בפתרון אלגברי של המשוואות).



אוסף משימות



1. במושב "צלילים" שני מאגרי מים.

במאגר אחד 4,000 ליטר מים, ובכל דקה מרוקנים 100 ליטר מים.

במאגר שני 1,000 ליטר מים, ובכל דקה נוספים 50 ליטר מים.

א. כמה ליטר מים בכל מאגר כעבור 2 דקות? כעבור 10 דקות?

ב. t מייצג את הזמן בדקות ($0 \leq t \leq 40$).

מה מתאר כל אחד מהביטויים האלגבריים הבאים? $4,000 - 100t$ $50t + 1,000$

מה מתארת המשוואה: $4,000 - 100t = 50t + 1,000$?

ג. כעבור כמה דקות יהיה נפח המים בשני המאגרים שווה?

בדקו כי התשובה שרשמתם מתאימה לתנאי הבעיה.

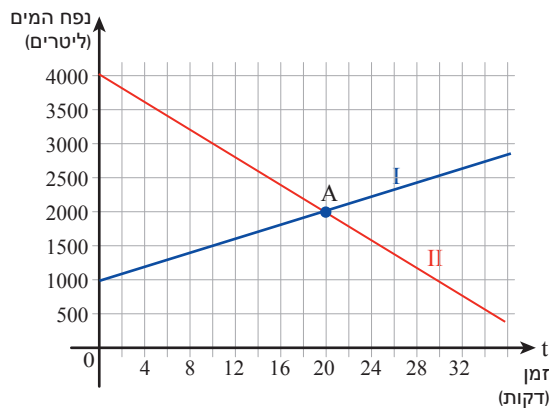
ד. הגרפים מתארים את נפח המים

בכל מאגר לפי הזמן.

התאימו גרף לכל מאגר מים.

מה שיעורי הנקודה A?

מה משמעות השיעורים בהקשר לבעיה?



2. שלוש קבוצות ערכו ניסוי במעבדה. כל קבוצה קיבלה כלי סגור עם נוזל שבתוכו נעוץ מדחום.

במשך 15 דקות מדדה כל קבוצה את הטמפרטורה של הנוזל בכלי שלה בכל דקה.

כל הקבוצות התחילו את הניסוי באותו זמן.

לפניכם ביטויים אלגבריים המתארים את הקשר בין הזמן שחלף מתחילת הניסוי (t בדקות) ובין טמפרטורת

הנוזל (ב- $^{\circ}\text{C}$).

קבוצה א: $15 - t$ קבוצה ב: $1.5t$ קבוצה ג: $t + 5$

א. מה הייתה טמפרטורת הנוזל של כל קבוצה בתחילת הניסוי?

כעבור 8 דקות מתחילת הניסוי?

ב. מה מתארת כל משוואה? $15 - t = 1.5t$

$15 - t = t + 5$

$1.5t = t + 5$

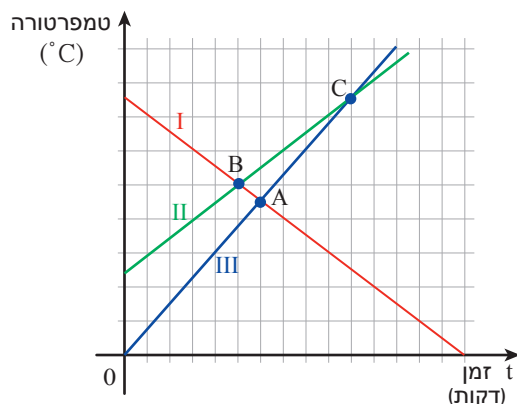
ג. לפניכם גרפים המתארים את הקשר בין הזמן שחלף

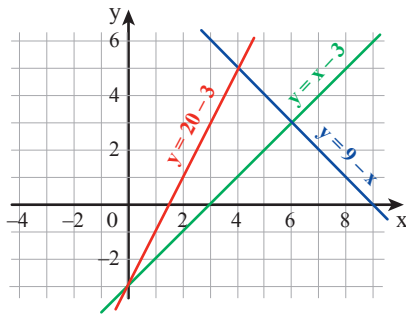
(t בדקות) ובין טמפרטורת הנוזל.

התאימו גרף לקבוצה. הסבירו.

ד. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.

(היעזרו בפתרון אלגברי של המשוואות).





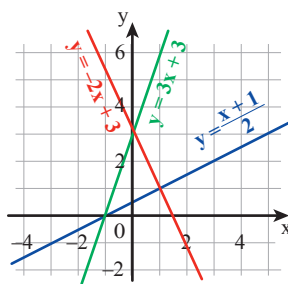
3. פתרו את המשוואות, ובדקו את פתרונותיכם.

תוכלו להיעזר בגרפים.

א. $9 - x = 2x - 3$

ב. $9 - x = x - 3$

ג. $2x - 3 = x - 3$



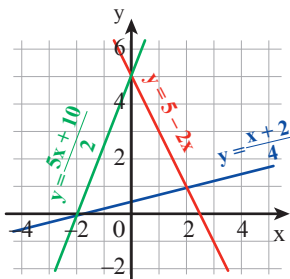
4. פתרו את המשוואות, ובדקו את פתרונותיכם.

תוכלו להיעזר בגרפים.

א. $3x + 3 = -2x + 3$

ב. $3x + 3 = \frac{x+1}{2}$

ג. $-2x + 3 = \frac{x+1}{2}$



5. פתרו את המשוואות, ובדקו את פתרונותיכם.

תוכלו להיעזר בגרפים.

א. $\frac{5x+10}{2} = 5 - 2x$

ב. $\frac{5x+10}{2} = \frac{x+2}{4}$

ג. $5 - 2x = \frac{x+2}{4}$



6. א. נתונה המשוואה $(k + 3)x = 36$

עבור אילו ערכים שלמים של k , יהיה פתרון המשוואה (x) מספר טבעי?

ב. נתונה המשוואה $(3 - k)x = 36$

עבור אילו ערכים שלמים של k , יהיה פתרון המשוואה (x) מספר טבעי?



שומרים על כושר

חישוב זוויות

במשימות 1-4 הזוויות נתונות במעלות.

1. הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.

נתון: $\alpha = 5x - 20$

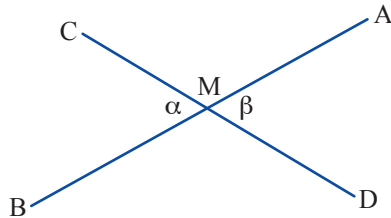
$\beta = 3x + 12$

א. חשבו את x.

ב. חשבו את גודל הזווית CMB.

ג. חשבו את גודל הזווית AMD.

ד. חשבו את גודל הזווית AMC.

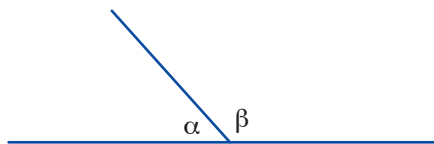


2. α ו- β זוויות צמודות.

נתון: $\alpha = x - 30$

$\beta = x + 54$

חשבו את הגודל של α ו- β .



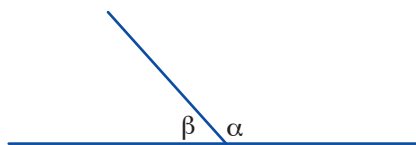
3. α ו- β זוויות צמודות.

א. $\beta = 48^\circ$. חשבו את הגודל של α .

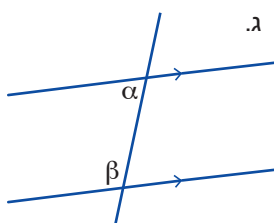
ב. $\alpha = 116^\circ$. חשבו את הגודל של β .

ג. $\alpha = 3\beta$. חשבו את הגדלים של α ושל β .

ד. $\alpha = 4x - 25$ $\beta = x + 5$. חשבו את הגדלים של α ושל β .

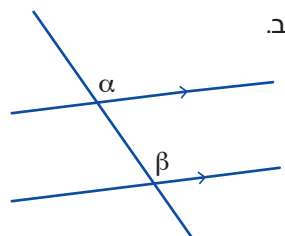


4. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים. חשבו את הגדלים של α ושל β המסומנות בשרטוט.



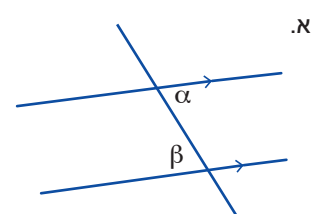
$\alpha = 5x - 20$

$\beta = 3x + 40$



$\alpha = 150 - x$

$\beta = 4x - 10$



$\alpha = 3x - 70$

$\beta = x + 20$