יחידה 12: מהי פונקציה?

שיעור 1. התאמה שהיא פונקציה



בבנין מגורים 6 חלונות בכל דירה.

א. בבניין 4 דירות. כמה חלונות בבניין?

ב. בבניין 10 דירות. כמה חלונות בבניין?

ג. מהו מספר הדירות בבניין שבו 180 חלונות?

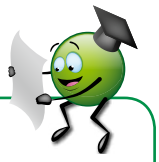
נכיר את מושג הפונקציה, ונתאר פונקציות בייצוגים שונים.

1. א. הַשלימו טבלה (הנתונים ממשימת הפתיחה).

מספר דירות	5	7	8	12	
מספר חלונות					120

ב. x מייצג את מספר הדירות בבניין ($x \geq 0$, x מספר שלם). y מייצג את מספר החלונות בבניין.

הַשלימו ביטוי אלגברי המתאר את מספר החלונות בבניין. $y =$ _____



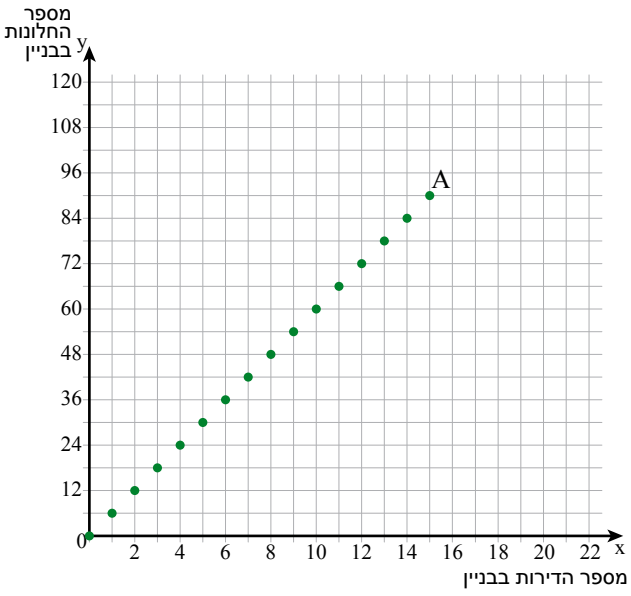
הגדרה: התאמה שבה לכל מספר שנבחר מתאים מספר אחד נקראת **פונקציה**.

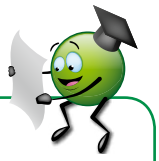
דוגמה: במשימה 1 מצאנו קשר בין מספר הדירות בבניין למספר החלונות.
אומרים: מספר החלונות בבניין הוא **פונקציה** של מספר הדירות בבניין.

2. הנקודה A המסומנת במערכת הצירים מתאימה לזוג $(15, 90)$

א. מה משמעות המספר 15?
מה משמעות המספר 90?

ב. סַמנו במערכת הצירים את הנקודות שבטבלה במשימה 1





הגדרה: אוסף נקודות במערכת צירים המתארות פונקציה נקרא **גרף הפונקציה**.

דוגמה: במשימה 2, הנקודות במערכת הצירים מייצגות את הקשר בין מספר הדירות בבניין ובין מספר החלונות שבו. הנקודות האלה הן גרף הפונקציה.



3. א. האם ייתכן שבבניין יש 15 דירות ו- 70 חלונות? הַסבירו.

ב. האם לכל מספר של דירות בבניין אפשר להתאים מספר חלונות? הַסבירו.

4. נר דולק שאורכו 24 ס״מ מתקצר בקצב של 4 ס״מ בדקה.

א. מה אורך הנר כעבור 2 דקות? _____

מה אורך הנר כעבור 3 דקות? _____

מה אורך הנר כעבור $3\frac{1}{2}$ דקות? _____

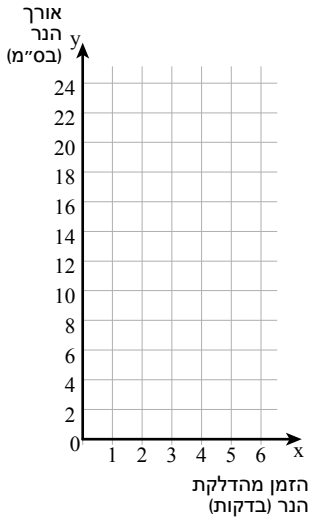
מה אורך הנר כעבור 6 דקות? _____

ב. כעבור כמה דקות כבה הנר? _____

ג. הַשלימו טבלה ($0 \le x \le 6$).

x הזמן מהדלקת הנר (בדקות)	0	1	2	3	4	5	6
y אורך הנר (בס״מ)							

ד. סַמנו במערכת הצירים את הנקודות שבטבלה.
חַברו אותן בקו ישר.



ה. מה מתארים שיעורי נקודת החיתוך של הישר עם ציר x?

ו. מה מתארים שיעורי נקודת החיתוך של הישר עם ציר y?





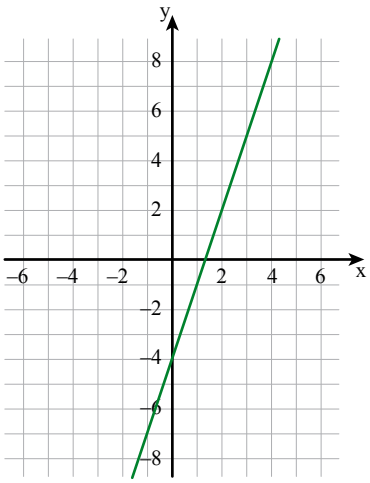
5. א. x מייצג את מספר הדקות שעברו מהדלקת הנר $(0 \le x \le 6)$.
סַמנו פונקציה המתארת את הקשר בין הזמן x (בדקות) לאורך הנר y (בס"מ)? הַסבירו.

$y = -4x$ $\quad y = 4x$ $\quad y = 24 - x$ $\quad y = 24 - 4x$

ב. היעזרו בפונקציה ומְצאו את אורך הנר עבור $x = 3$, בְּדקו תשובתכם מתוך הגרף.

ג. היעזרו בפונקציה ומְצאו את אורך הנר עבור $x = 4\frac{1}{2}$, בְּדקו תשובתכם מתוך הגרף.

6. לפניכם גרף של פונקציה.



א. $x = 0$ מה ערכו של y?

ב. $x = 2$ מה ערכו של y?

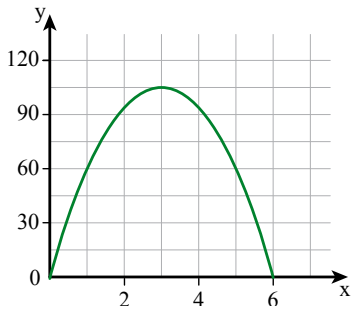
ג. $x = 3$ מה ערכו של y?

ד. $y = -7$ מה ערכו של x?

ה. $y = 8$ מה ערכו של x?



7. לפניכם גרף של פונקציה.



א. $x = 1$ מה ערכו של y?

ב. $x = 3$ מה ערכו של y?

ג. $x = 4$ מה ערכו של y?

ד. $y = 0$ מהם הערכים של x?

ה. $y = 90$ מהם הערכים של x?

ו. $y = 120$ האם יש ערכים מתאימים ל- x?



אוסף משימות

1. בכל דירה בבניין מגורים יש חמישה חדרים.

א. כמה חדרים בבניין שבו 4 דירות?

כמה חדרים בבניין שבו 7 דירות?

ב. מהו מספר הדירות בבניין שבו 60 חדרים?

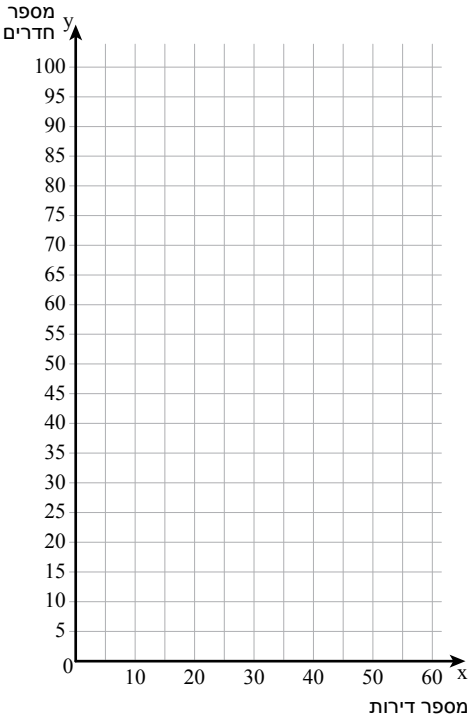
ג. הַשלימו טבלה. ($x \geq 0$,x מספר שלם).

מספר דירות (x)	5	10		
מספר חדרים (y)			75	100

ד. הַשלימו ביטוי אלגברי המתאר את הקשר בין מספר הדירות (x) למספר החדרים (y).

y = _____

ה. סַמנו במערכת צירים את הנקודות שבטבלה.





2. בכל דירה בבניין מגורים יש שלושה חדרים.

א. כמה חדרים בבניין שבו 4 דירות?

כמה חדרים בבניין שבו 5 דירות?

כמה חדרים בבניין שבו 10 דירות?

ב. מהו מספר הדירות בבניין שבו 60 חדרים?

ג. הַשלימו טבלה. ($x \geq 0$,x מספר שלם).

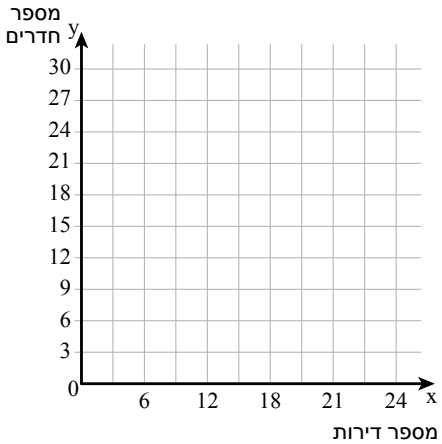
מספר דירות (x)	2	6	7	8	
מספר חדרים (y)					30

ד. הַשלימו ביטוי אלגברי המתאר את הקשר בין מספר הדירות (x) למספר החדרים (y).

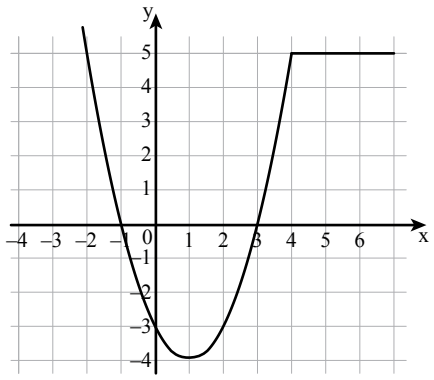
y = _____

ה. סַמנו במערכת צירים את הנקודות שבטבלה.

ו. האם לכל מספר של דירות בבניין אפשר להתאים מספר חדרים?



3. לפניכם גרף של פונקציה.



א. $x = 1$ מה ערכו של y?

ב. $x = 3$ מה ערכו של y?

ג. $x = -2$ מה ערכו של y?

ד. $x = 6$ מה ערכו של y?

ה. $y = 0$ מהם הערכים של x?

ו. $y = -3$ מהם הערכים של x?

4. נר דולק שאורכו 20 ס"מ מתקצר בקצב של 2 ס"מ בדקה.

א. מה אורך הנר כעבור דקה אחת? _____

מה אורך הנר כעבור 5 דקות? _____

מה אורך הנר כעבור 6 דקות? _____

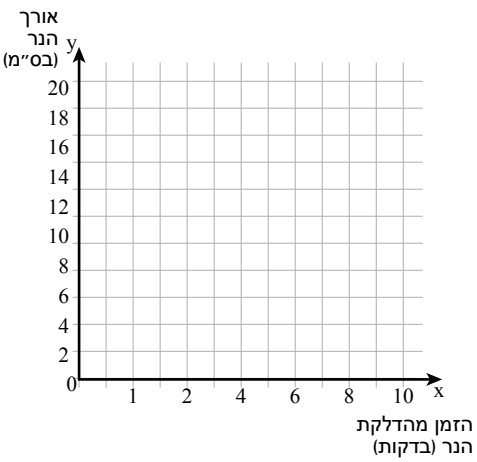
מה אורך הנר כעבור $6\frac{1}{2}$ דקות? _____

ב. כעבור כמה דקות כבה הנר? _____

ג. הַשלימו טבלה ($0 \le x \le 10$).

x הזמן מהדלקת הנר (בדקות)	0	2	3		6	8	
y אורך הנר (בס"מ)				12			2

ד. סַמנו במערכת הצירים את הנקודות שבטבלה. חַברו אותן בקו ישר.



ה. מה מתארת נקודת החיתוך עם ציר x?

ו. סַמנו פונקציה המתארת את הקשר בין הזמן x (בדקות) לאורך הנר y (בס"מ)?

$y = -2x$ $y = 2x$

$y = 20 - x$ $y = 20 - 2x$

5. תלמידים אספו כסף למתנת בר-מצוה לחבר. כל תלמיד שילם 2 שקלים.

א. 10 תלמידים שילמו. כמה כסף אָספו?

15 תלמידים שילמו. כמה כסף אָספו?

40 תלמידים שילמו. כמה כסף אָספו?

ב. אָספו 100 שקלים, כמה תלמידים שילמו?

ג. הַשלימו טבלה

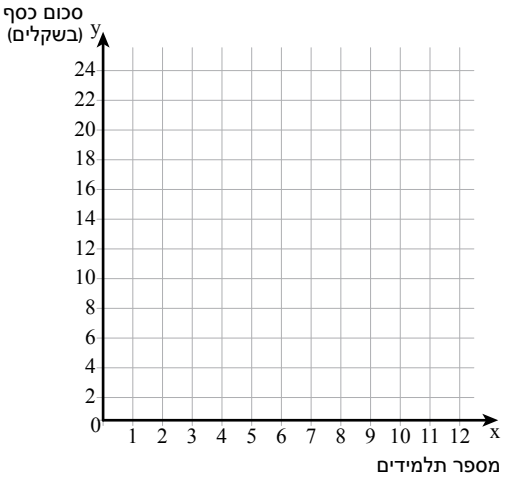
x מספר התלמידים	1	3	5	7	8	
y הסכום שנאסף (בשקלים)						24

ד. סַמנו במערכת הצירים את הנקודות שבטבלה.

ה. הַשלימו בזוגות הבאים מספרים מתאימים,

וסַמנו נקודות מתאימות במערכת הצירים.

(____, 2), (____, 4), (12 , ____), (18, ____)



ו. האם הנקודה (3, 9) נמצאת על הגרף? הַסבירו.

ז. האם הנקודה (11, 22) נמצאת על הגרף?
אם כן, מה משמעות השיעורים?

ח. רִשמו ייצוג אלגברי של הפונקציה המתאימה.
($x > 0$, x מספר טבעי).



שיעור 2. ייצוגים שונים של פונקציה



בריכת השקיה יכולה להכיל 350 מ״ק מים.
מתחילים למלא את הבריכה (כשהיא ריקה), בקצב של 25 מ״ק מים בשעה.

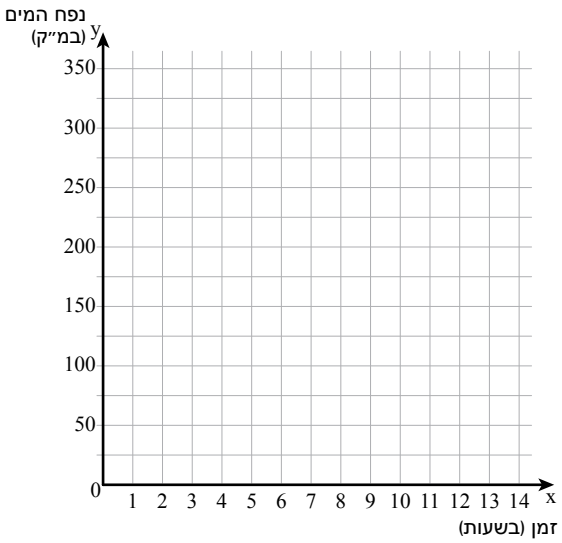
- מהו נפח המים בבריכה לאחר 10 שעות מפתיחת הברז?
- מהו נפח המים בבריכה לאחר 12 שעות מפתיחת הברז?
- מהו נפח המים בבריכה לאחר 15 שעות מפתיחת הברז?

נתאר פונקציות בייצוגים שונים.

1. א. הַשלימו טבלה (הנתונים ממשימת הפתיחה).

זמן (בשעות)		2	4		
נפח המים (במ״ק)	0			300	350

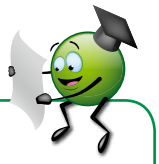
ב. סַמנו את הנקודות במערכת צירים. חַברו בקו ישר.



ג. x מייצג את מספר השעות שעברו מפתיחת הברז $(0 \le x \le 140)$.
סַמנו פונקציה המתארת את הקשר בין הזמן x (בשעות) לנפח המים בבריכה y (במ״ק)?

$y = x + 25$ $\quad y = 25x$ $\quad y = 25x + 25$

ד. **יאיר** אמר: אחרי 8 שעות מפתיחת הברז היו בבריכה 200 מ״ק מים.
האם יאיר צודק?
באיזה ייצוג השתמשתם כדי לקבוע זאת?
סַמנו נקודה מתאימה במערכת צירים.



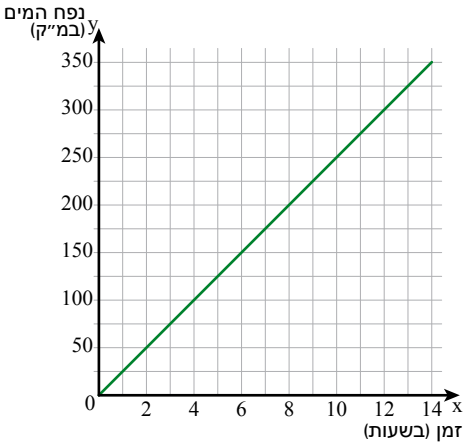
מייצגים פונקציה בייצוגים שונים: ייצוג מילולי, ייצוג אלגברי, ייצוג בטבלה וייצוג גרפי.

דוגמה: במשימה 1 תיארנו פונקציה בייצוגים שונים.

- במילים: בריכה יכולה להכיל 350 מ״ק מים.
  ממלאים אותה (כשהיא ריקה) בקצב של 25 מ״ק מים בשעה.
- בביטוי אלגברי: $y = 25x \quad (0 \le x \le 14)$
- בטבלה:

x זמן (בשעות)	4	10	12
y נפח המים (במ״ק)	100	250	300

- בגרף:





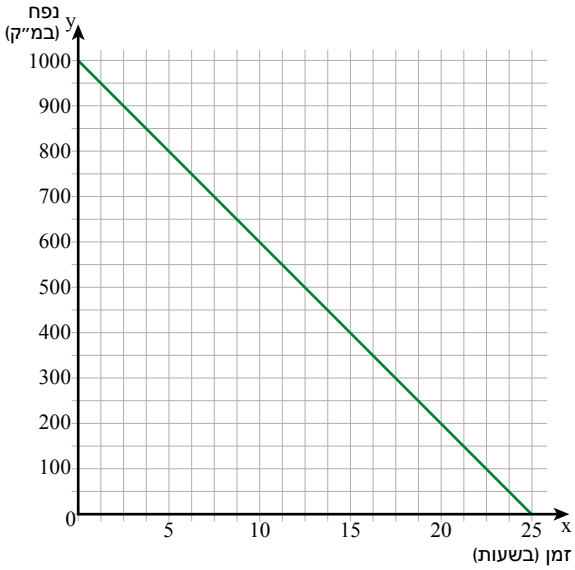
בקצה הדרומי של עיר דוד בירושלים נחשפה **בריכת השילוח***. הבריכה התגלתה באקראי בשנת תשס״ד, כאשר טרקטור טיפל בקו ביוב שקרס.



לבריכה זו התנקזו מי הגשמים מהגבעות שסביב העיר, ואליה הזרימו את מי **מעיין הגיחון**. הבריכה הותקנה בסוף ימי בית המקדש השני, ועל-פי ממדיה וצורתה הנאה אפשר להסיק שהייתה מפוארת ומרשימה. מי השילוח שימשו לעבודת הקודש בבית המקדש. צורת גרמי המדרגות היורדים אל הבריכה מזכירה את המקוואות של ימי בית שני. לכן משערים הארכיאולוגים שהבריכה שימשה גם כמקווה לטהרה מטומאת המת, שבו טבלו רבבות עולי הרגל שהגיעו לירושלים, לפני כניסתם למקדש.

* התמונה באדיבות ארכיון עיר דוד - ירושלים הקדומה. צילום: אברהם הוזט

2. בבריכת נוי היו 1,000 מ״ק מים.
לצורך שיפוצים מרוקנים את המים מהבריכה. בקצב של 50 מ״ק בשעה.



א. כמה מ״ק מים הוצאו מן הבריכה בשעה אחת?
כמה מ״ק מים הוצאו מן הבריכה בשעתיים?
כמה מ״ק מים הוצאו מן הבריכה ב- 10 שעות?

ב. מה נפח המים בבריכה אחרי 10 שעות?

ג. לפניכם גרף המתאר את השינוי בנפח המים בבריכה בהתאם לזמן שעבר.
כעבור כמה שעות התרוקנה הבריכה?

ד. הייצוג האלגברי של הפונקציה
$y = 1{,}000 - 50x$ $(0 \le x \le 20)$.

ה. הַשלימו את הטבלה.
היעזרו באחד הייצוגים של הפונקציה.
באיזה ייצוג השתמשתם?

0				x הזמן (בשעות)
	15	12	3	y נפח (במ״ק)



אוסף משימות

1. עבור נסיעה במונית באילת משלמים: 10 שקלים בהפעלת המונה ועוד 2 שקלים לכל קילומטר.

א. כמה שילמתי אם נסעתי: 8 ק״מ? 15 ק״מ?

ב. בַּחרו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה המתארת את התשלום y (בשקלים) עבור הנסיעה.
x מייצג את מספר הקילומטרים בנסיעה $(x > 0)$.

$y = 10x$ $y = 10x + 2$ $y = 10 + 2x$ $y = 2x$



2. עבור נסיעה במונית בתל-אביב משלמים: 10 שקלים עם הפעלת המונה ועוד 4 שקלים לכל קילומטר.
$y = 10 + 4x$ הוא הייצוג האלגברי של הפונקציה המתארת את התשלום y (בשקלים) עבור הנסיעה במונית כפונקציה של מספר הקילומטרים x $(x > 0)$.

הַשלימו טבלה.

x מספר הקילומטרים	5	10		50	
y התשלום (בשקלים)			90		410



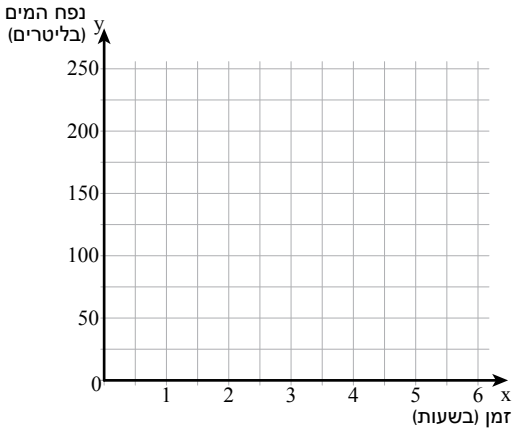
3. מכל מים מלא מכיל 250 ליטר מים.
מזרימים מים למכל ריק בקצב של 50 ליטרים בשעה.

א. הַשלימו טבלה.

x זמן (בשעות)	0	1	2		$4\frac{1}{2}$
y נפח (בליטרים)				150	

ב. הַשלימו ייצוג אלגברי לפונקציה המתארת את השינוי בנפח המים במכל בהתאם לזמן שעבר.
_____ = y $(0 \le x \le 55)$.

ג. שַרטטו את גרף הפונקציה.





4. מחיר ק"ג תפוחים 8 שקלים.

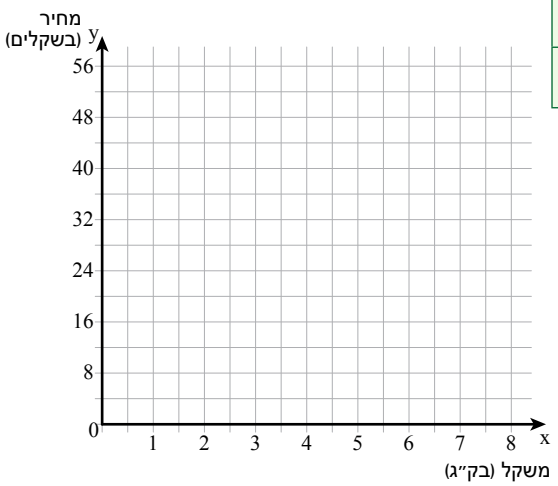
א. הַשלימו טבלה המתארת את המחיר y (בשקלים) בהתאם למשקל התפוחים x (בק"ג).

x משקל (בק"ג)	0	4		
y מחיר (בשקלים)			48	56

ב. רִשמו ייצוג אלגברי לפונקציה $(x > 0)$.

ג. שַרטטו את גרף הפונקציה.

ד. **שמעון** קנה 3.5 ק"ג תפוחים ושילם 24 שקלים.
האם הוא שילם את המחיר הרגיל?
באיזה ייצוג השתמשתם כדי לענות?



שיעור 3. תחום הפונקציה ומעבר בין ייצוגים



לפניכם תיאורים מילוליים של שלוש פונקציות:

- מתאימים לכל מספר את המכפלה שלו ב- 4
- מתאימים למספר הסוסים באורווה, את מספר הרגליים שלהם.
- מתאימים לאורך צלע של ריבוע את ההיקף שלו.

שַׁערו: האם כל התיאורים מייצגים בדיוק אותה פונקציה?

נחקור את תחום הפונקציה.

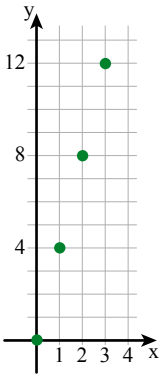
1. הַשלימו טבלה לכל פונקציה ממשימת הפתיחה.

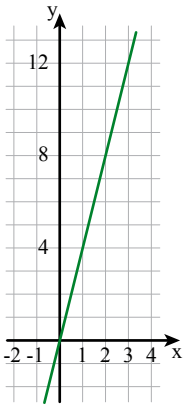
x המספר	–2	0	$1\frac{1}{2}$	2	5		
y מכפלת המספר ב- 4						28	40

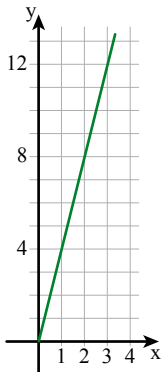
x מספר הסוסים	0	2	5		
y מספר הרגלים				28	40

x אורך צלע הריבוע (בס״מ)	0	2	5		
y ההיקף של הריבוע (בס״מ)				28	40

2. חַברו כל ייצוג מילולי של פונקציה לייצוג גרפי מתאים.







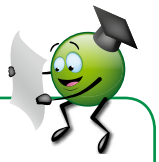
- מתאימים לכל מספר את מכפלתו ב- 4
- מתאימים למספר הסוסים, את מספר הרגליים שלהם.
- מתאימים לאורך צלע של ריבוע את היקף הריבוע.

3. חַברו כל ייצוג מילולי של פונקציה לייצוג האלגברי שלה.

• מתאימים לכל מספר את המכפלה שלו ב- 4	• $y = 4x$ x כל מספר
• מתאימים למספר הסוסים באורווה את מספר הרגליים שלהם.	• $y = 4x$ $x \geq 0$
• מתאימים לאורך צלע של ריבוע את היקף הריבוע.	• $y = 4x$ $x,\ x \geq 0$ מספר שלם

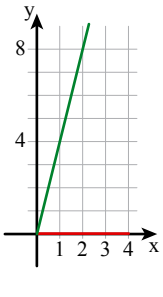


4. במה שונות זה מזו שלוש הפונקציות ממשימת הפתיחה? הַסבירו.

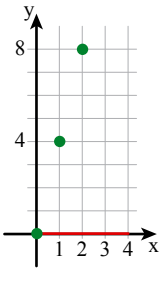


תחום הפונקציה מכיל את המספרים שעל ציר x, המתאימים לקשר המתואר על-ידי הפונקציה.

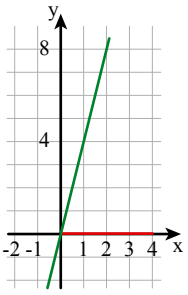
דוגמאות:



הפונקציה מתאימה
לאורך צלע הריבוע
את היקף הריבוע.
תחום ההגדרה $x \geq 0$
כי אורך צלע של ריבוע לא יכול
להיות מספר שלילי.



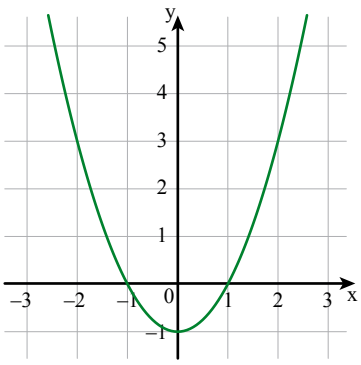
הפונקציה מתאימה
למספר הסוסים באורווה,
את מספר הרגליים שלהם.
תחום ההגדרה $x,\ x \geq 0$
מספר שלם
כי מספר הסוסים יכול להיות
0 או מספר טבעי.



הפונקציה מתאימה
לכל מספר את מכפלתו
ב- 4
תחום ההגדרה
כל המספרים
כי אפשר לבחור כל מספר

הביטוי $y = 4x$ משותף לשלש הפונקציות, אולם התחום של כל אחת מהן שונה.
לכן הפונקציות שונות.

5. לפניכם גרף של פונקציה.
בכל סעיף, מִצאו את הערכים החסרים,
ורִשמו כשיעורי נקודות.



דוגמה: $y = 5$ הערכים המתאימים ל-x הם $-2.4,\ 2.4$
שיעורי הנקודות: $(2.4,\ 5)$ $(-2.4,\ 5)$

א. $x = 0$ מה ערכו של y?

ב. $x = 2$ מה ערכו של y?

ג. $x = -2$ מה ערכו של y?

ד. $y = 3$ מהם הערכים של x?

ה. $y = -1$ מה ערכו של x?

ו. $y = 0$ מהם הערכים של x?



אוסף משימות



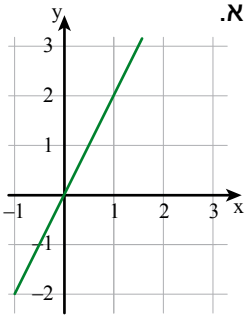
1. הַתאימו תיאור מילולי של פונקציה לייצוג האלגברי שלה.

א. פונקציה המתאימה לכל מספר את המספר הקטן ממנו ב- 2	• $y = -x$
ב. פונקציה המתאימה לכל מספר את המספר הנגדי לו.	• $y = 2x$
ג. פונקציה המתאימה לכל מספר את מכפלתו ב- 2	• $y = x - 2$

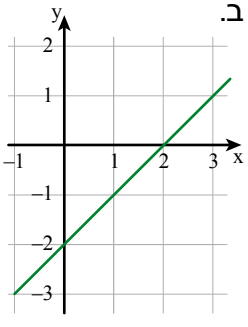


2. נתונים ייצוגים אלגבריים של פונקציות $y = -x$ $y = 2x$ $y = x - 2$
הַתאימו ייצוג אלגברי של פונקציה לגרף שלה.

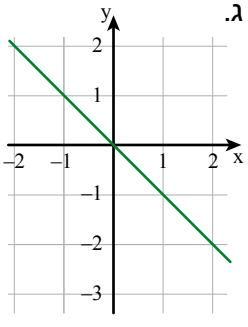
א.



ב.



ג.



3. בוחרים מספרים. לכל מספר שבוחרים מתאימים מספר שהוא פי 5 ממנו.

א. הַשלימו טבלה.

המספר שהוא פי 5 ממנו	המספר שבחר רמי
	6
דוגמה: 4·5=20	*4*
	2
	10
	0
	−4

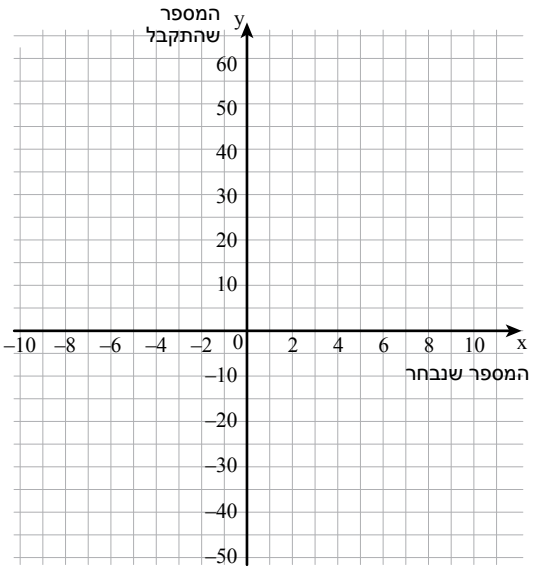
ב. בַּחרו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.

$y = 5x$ ($x \geq 0$, x מספר שלם)

$y = 5x$ (x כל מספר)

$y = 5x$ ($x \geq 0$)

ג. סַמנו את הנקודות שבטבלה, ושַרטטו את גרף הפונקציה.

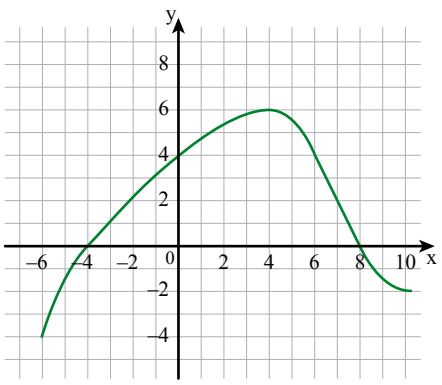


ד. הנקודה $(6, 30)$ נמצאת על גרף הפונקציה.
מה משמעות המספר 6?
מה משמעות המספר 30?

ה. אילו מבין הנקודות הבאות נמצאות על גרף הפונקציה?

$(-10, -50)$ $(12, 60)$ $(2, 10)$ $(10, 50)$

4. לפניכם גרף של פונקציה.



א. $x = -2$ מה ערכו של y?

ב. $x = 4$ מה ערכו של y?

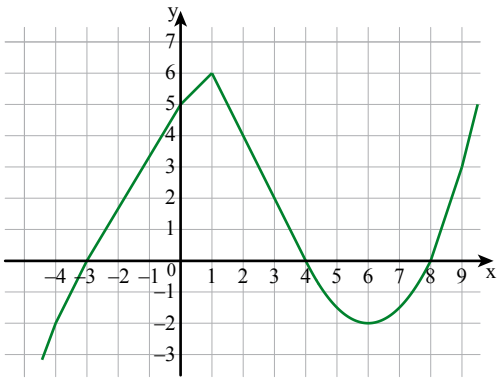
ג. $x = 6$ מה ערכו של y?

ד. $y = 4$ מהם הערכים של x?

ה. $y = 2$ מהם הערכים של x?

ו. $y = 0$ מהם הערכים של x?

5. לפניכם גרף של פונקציה.



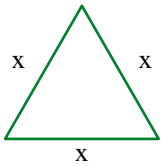
א. הַשלימו ערך של y עבור כל אחד מערכי x הבאים:

$x = -4$	$y =$	$x = 2$	$y =$
$x = -3$	$y =$	$x = 4$	$y =$
$x = 0$	$y =$	$x = 9$	$y =$

ב. הַשלימו ערכים מתאימים של x לכל אחד מהערכים הבאים:

$y = -2$	$x =$ _____	$x =$ _____
$y = 6$	$x =$ _____	

6. x מייצג את אורך הצלע (בס"מ) של משולש שווה-צלעות.



א. בַּחרו ייצוג אלגברי מתאים להיקף המשולש $y = x + 3$ $y = 3x$

ב. רִשמו את תחום הפונקציה.

ג. שַׂרטטו את גרף הפונקציה.

7. באולם שמחות סביב כל שולחן מסודרים 8 כסאות.

א. כִּתבו ייצוג אלגברי של פונקציה המתארת את הקשר בין מספר השולחנות באולם (x) למספר הכיסאות (y) (רִשמו את תחום הפונקציה).

ב. תַּארו את הפונקציה בייצוג נוסף: בטבלה או בגרף.