

יחידה 12: זוגות של זוויות

שיעור 1. זוויות צמודות

התבוננו בתמרורים ובזוויות המופיעות בהם.



IV



III



II



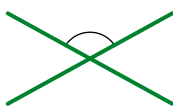
I

אילו סוגי זוויות אפשר לראות בכל תמרור? הסבירו.

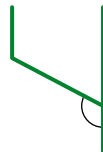
נלמד על זוויות צמודות.

1. לפניכם סקיצות של התמרורים ממשימת הפתיחה.

בכל אחת מהסקיצות של התמרורים מסומנת זווית קהה בקשת שחורה.



IV



III



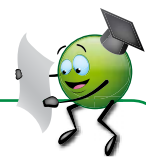
II



I

א. סמנו בקשת אדומה זווית חדה בכל אחת מהסקיצות של התמרורים.

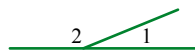
ב. איזו זווית יוצרות הקשת השחורה והאדומה יחד? הסבירו.



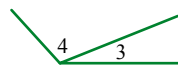
קרן היוצאת מנקודה על ישר, יוצרת עם הישר שתי זוויות הנקראות **זוויות צמודות**.

זלמנה:

זוויות 1, 2 כמו בשרטוט, הן **זוויות צמודות**.

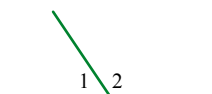


זוויות 3, 4 כמו בשרטוט, **אינן** זוויות צמודות.



שתי **זוויות צמודות** יוצרות ביחד זווית שטוחה, לכן סכומן 180°

זלמנה: בשרטוט 1 ו-2 הן זוויות צמודות, לכן: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$



2. באילו מהסקיצות של התמרורים יש יותר מזוג אחד של זוויות צמודות?

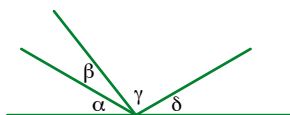


סימון זוויות

עד כה סימנו זוויות בעזרת מספרים, בעזרת האות של **קדקוד הזווית**, או בעזרת שלוש אותיות.

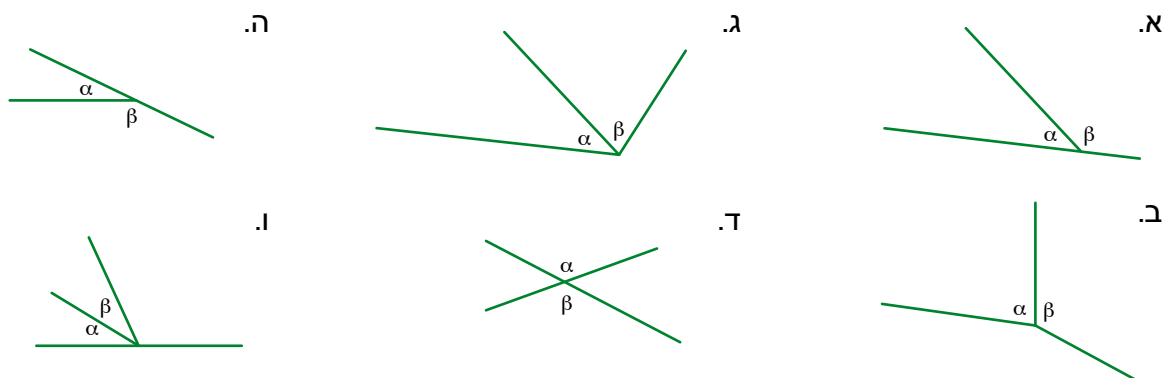
מסמנים זוויות גם בעזרת אותיות יווניות כמו:

α (אַלפא), β (בֵּיתא), γ (גִּמא), δ (דֵּלתא)



3. בכל שרטוט מסומנות זוויות α ו- β .

באילו מהשרטוטים α ו- β הן זוויות צמודות?

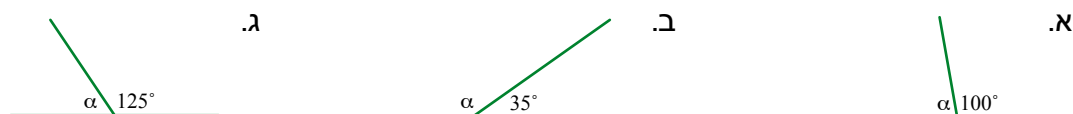


4. בכל סעיף זוג זוויות צמודות.

חשבו את גודלה של הזווית α .

זלזלה:

$$\alpha + 130 = 180$$

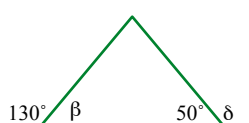
$$\alpha = 50^\circ$$


5. א. מצאו בשרטוט שני זוגות של זוויות צמודות.

ב. חשבו את גודלן של הזוויות β ו- δ .

ג. **עדינה** אמרה: סכום הזוויות β ו- δ הוא גם 180° , ולכן גם הן צמודות.

האם **עדינה** צודקת? הסבירו.





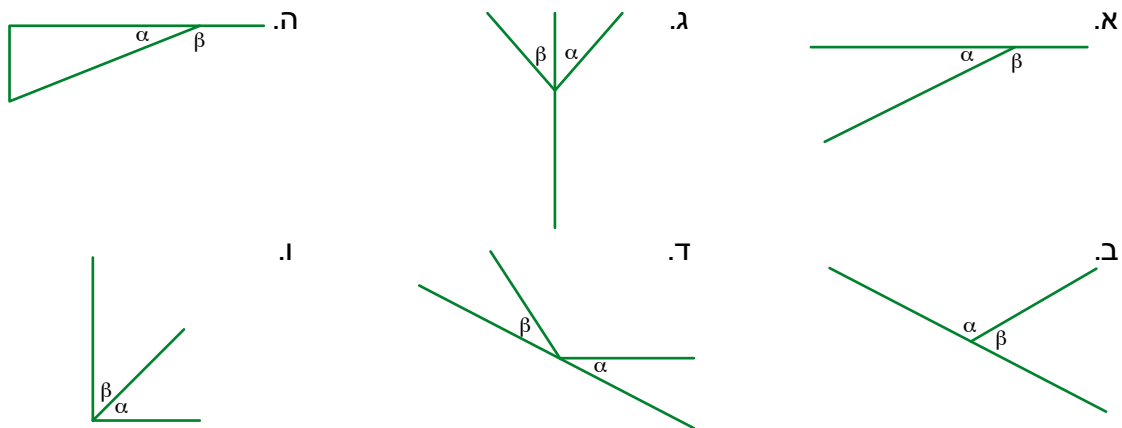
6. א. האם ייתכנו שתי זוויות צמודות חדות? הסבירו.
 ב. האם ייתכנו שתי זוויות צמודות קהות? הסבירו.
 ג. האם ייתכן ששתי זוויות צמודות תהיינה שוות? הסבירו.



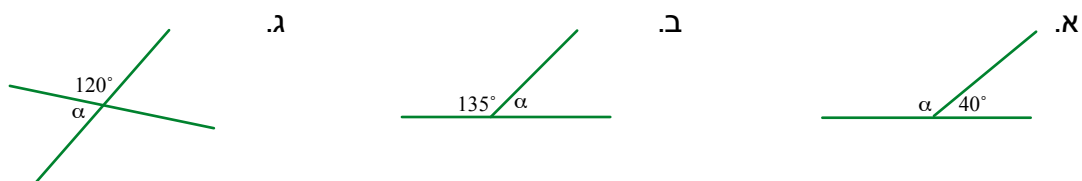
אוסף משימות



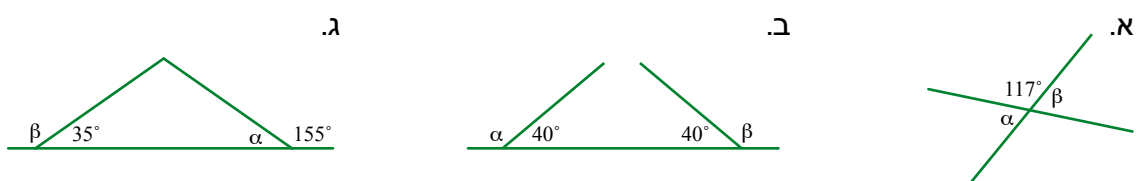
1. בכל שרטוט מסומנות זוויות α ו- β . באילו מהשרטוטים α ו- β הן זוויות צמודות?



2. בכל סעיף, חשבו את גודלה של זווית α .



3. בכל סעיף, חשבו את גודלן של הזוויות α ו- β .

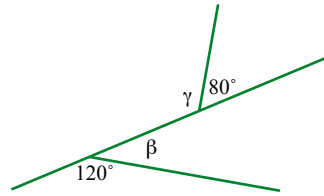




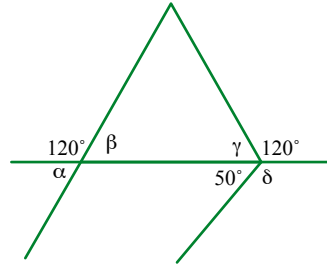
4. השלימו:

$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$



5. חשבו את גודלן של זוויות α , β , γ ו- δ .



6. α ו- β זוויות צמודות.

בכל סעיף, קבעו אם הגדלים אפשריים והסבירו.

- א. $\beta = 100^\circ$, $\alpha = 80^\circ$ ב. $\beta = 50^\circ$, $\alpha = 150^\circ$ ג. $\beta = 90^\circ$, $\alpha = 90^\circ$



7. α ו- β זוויות צמודות.

בכל סעיף, קבעו אם הטענה נכונה והסבירו.

- א. אם α זווית חדה אז גם β זווית חדה.
 ב. אם α זווית קהה אז β זווית חדה.
 ג. אם α זווית ישרה אז גם β זווית ישרה.
 ד. α ו- β זוויות קהות.

שיעור 2. זוויות קדקודיות

לפניכם סקיצות של התמרורים משיעור 1



IV



III



II



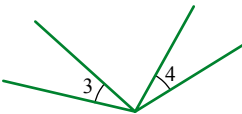
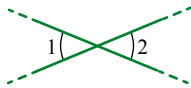
I

באילו סקיצות יש זוויות שיש להן קדקוד משותף והן אינן זוויות צמודות?
נלמד על זוויות קדקודיות.



זוג זוויות הנוצרות בין שני ישרים נחתכים, ואינן זוויות צמודות, נקראות **זוויות קדקודיות**.

דוגמה: זוויות כמו $\angle 1$ ו- $\angle 2$ בשרטוט, הן **זוויות קדקודיות**.

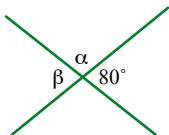


זוויות $\angle 3$ ו- $\angle 4$ בשרטוט אינן זוויות קדקודיות.

1. בכל שרטוט שני ישרים נחתכים.

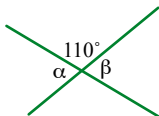
א. השלימו: $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$, $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

מצאו בשרטוט זוג זוויות שוות. האם הן קדקודיות או צמודות?



ב. השלימו: $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$, $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

האם α ו- β שוות?

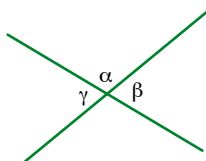


2. א. מצאו בשרטוט זוויות צמודות.

ב. השלימו את מידת הזוויות במעלות:

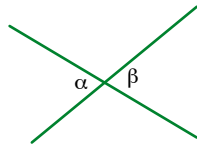
$$\alpha + \beta = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \text{כי } \alpha \text{ ו- } \beta \text{ זוויות } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\alpha + \gamma = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \text{כי } \alpha \text{ ו- } \gamma \text{ זוויות } \underline{\hspace{2cm}}$$



ג. מצאו בשרטוט זוג זוויות קדקודיות.

האם הן שוות? הסבירו.



מסקנה: זוויות קדקודיות שוות זו לזו.

מלמל: α ו- β בשרטוט הן זוויות קדקודיות. לכן $\beta = \alpha$

3. בכל סעיף, השלימו את הגדלים של הזוויות.

ג.

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$

ב.

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

א.

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

4. בכל שרטוט, קבעו אם הנתונים אפשריים. הסבירו.

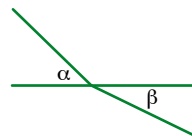
ג.

ב.

א.

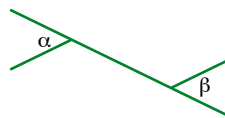


α ו- β הן זוויות קדקודיות,
 כי יש להן קדקוד משותף.



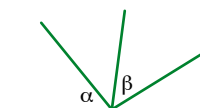
5. אסתי אמרה: בשרטוט

α ו- β הן זוויות קדקודיות,
 כי הן שוות זו לזו.



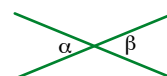
בתיא אמרה: בשרטוט

α ו- β הן זוויות קדקודיות,
 כי הן שוות ויש להן קדקוד משותף.



גילה אמרה: בשרטוט

α ו- β הן זוויות קדקודיות.



דינה אמרה: בשרטוט

א. מי צודקת? הסבירו.

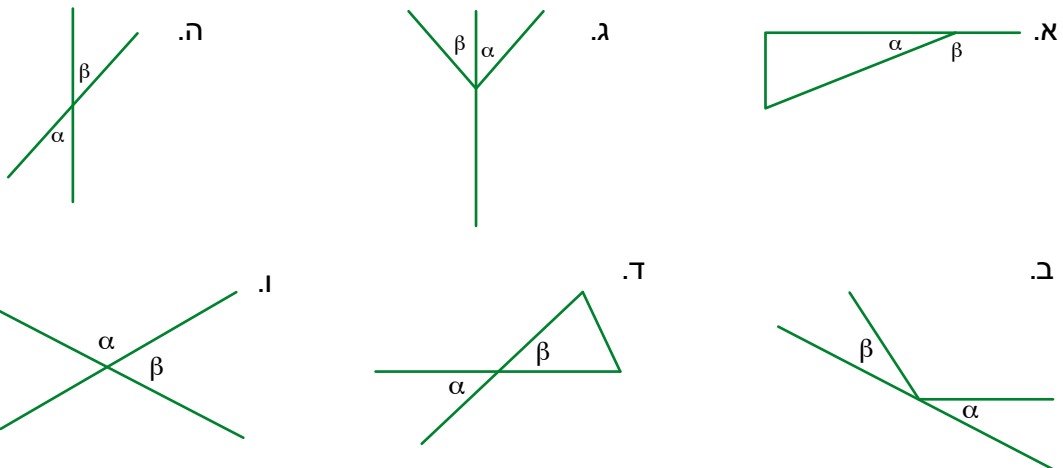
ב. מדוע האחרות אינן צודקות? הסבירו.

אוסף משימות

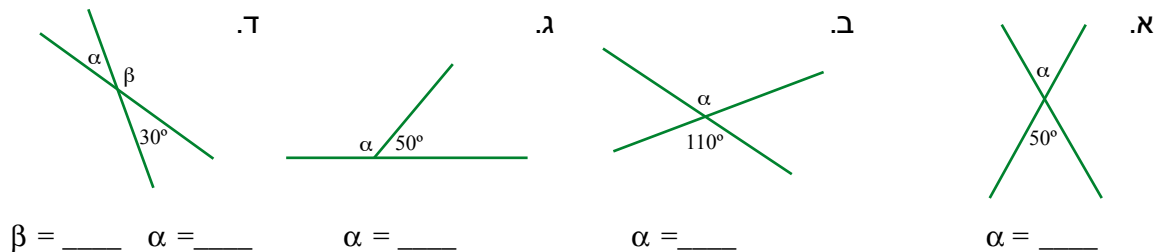


1. בכל שרטוט מסומנות זוויות α ו- β .

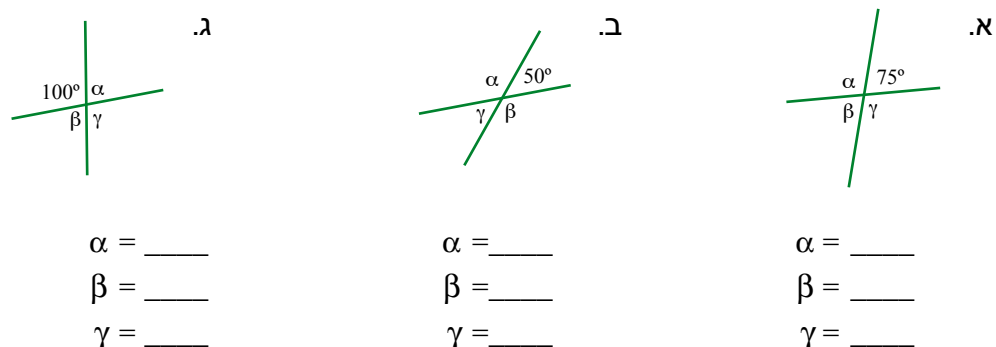
רשמו ליד כל שרטוט אם הזוויות צמודות, קדקודיות או אינן צמודות ואינן קדקודיות.



2. בכל סעיף, השלימו את גודל הזוויות.

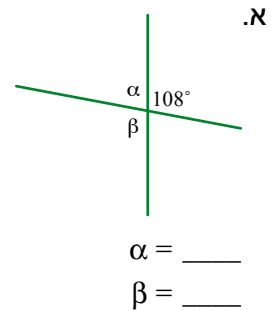
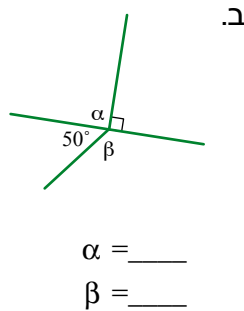
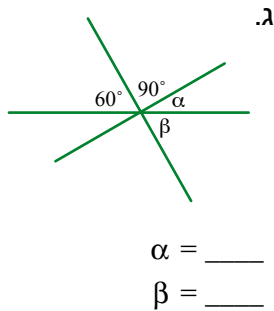


3. בכל סעיף, השלימו את גודל הזוויות.

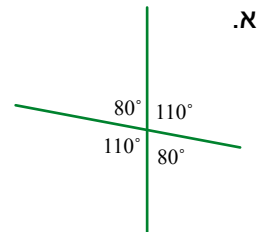
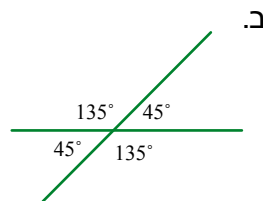
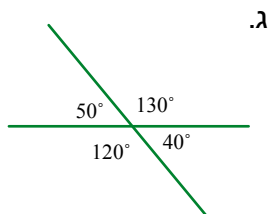




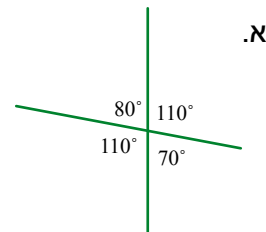
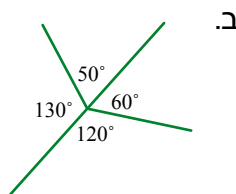
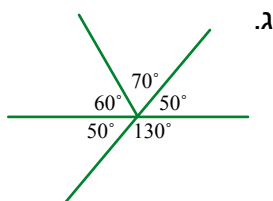
4. בכל סעיף, השלימו את גודל הזוויות.



5. בכל סעיף, קבעו אם הנתונים אפשריים.



6. בכל סעיף, קבעו אם הנתונים אפשריים. הסבירו.



7. α ו-β זוויות קדקודיות.

בכל סעיף, קבעו אם הטענה נכונה. הסבירו.

ג. אם $\alpha = 90^\circ$ אז $\beta = 90^\circ$.

א. אם $\alpha = 30^\circ$ אז $\beta = 30^\circ$.

ד. אם $\alpha = 120^\circ$ אז $\beta = 60^\circ$.

ב. אם $\alpha = 130^\circ$ אז $\beta = 30^\circ$.



8. α ו-β זוויות קדקודיות.

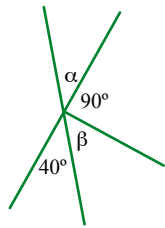
בכל סעיף, קבעו אם הטענה נכונה. הסבירו.

ג. אם α זווית ישרה, אז β זווית ישרה.

א. אם α זווית חדה, אז β זווית חדה.

ד. אם α זווית קהה, אז β זווית קהה.

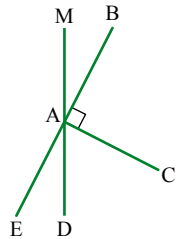
ב. אם α זווית קהה, אז β זווית חדה.



9. השלימו את גודל הזוויות במעלות והסבירו.

$$\alpha = \text{_____} \quad \text{כי} \quad \text{_____}$$

$$\beta = \text{_____} \quad \text{כי} \quad \text{_____}$$



10. בכל סעיף, קבעו אם הטענה נכונה. הסבירו.

א. $\angle EAC = 90^\circ$

ב. $\angle MAB$ ו- $\angle CAD$ הן זוויות קדקודיות.

ג. $\angle MAE$ ו- $\angle BAD$ הן זוויות קדקודיות.

ד. $\angle MAB$ היא זווית חדה.



11. הייתכן?

אם כן, קבעו את גודל הזוויות. אם לא, הסבירו.

א. α ו- β זוויות קדקודיות; α גדולה מ- β ב- 20° .

ב. α ו- β זוויות קדקודיות; α גדולה מ- β פי 2.

ג. α ו- β זוויות קדקודיות, וסכומן 180° .

ד. α ו- β זוויות קדקודיות, וסכומן 90° .

ה. α ו- β זוויות צמודות; α גדולה מ- β ב- 20° .

ו. α ו- β זוויות צמודות; α גדולה מ- β פי 2.



12. נתון: קטע AT.

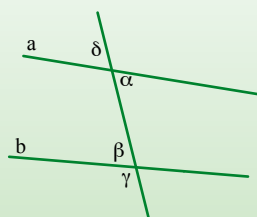
שרטטו קו ישר BC העובר דרך T,

כך שהזווית $\angle ATB$ שנוצרה היא זווית חדה,

והזווית $\angle ATC$ היא זווית קהה.



שיעור 3. זוויות מתחלפות



בשרטוט זוג ישרים a ו- b וישר שלישי החותך אותם.

שערו: האם הזוויות α ו- β שוות?

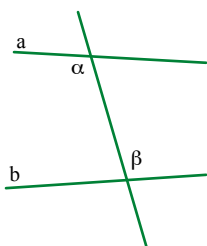
האם הזוויות β ו- δ שוות?

נכיר זוויות מתחלפות.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

מצאו בשרטוט והסבירו.

א. זוג זוויות שוות. ב. זוג זוויות שסוכמן 180°

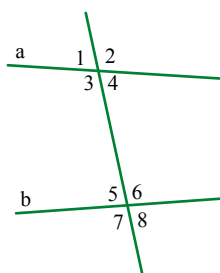


נתונים שני ישרים a , b וישר שלישי החותך אותם.

זוג זוויות הנמצאות מצדדים שונים של הישר החותך ומצדדים שונים

של שני הישרים, נקראות **זוויות מתחלפות**.

משפט: בשרטוט α ו- β הן **זוויות מתחלפות**.

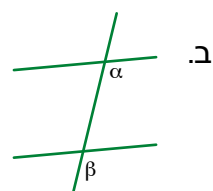
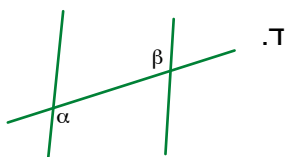
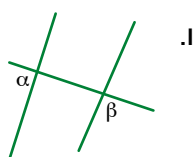
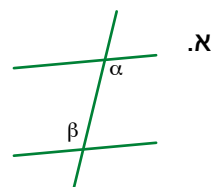
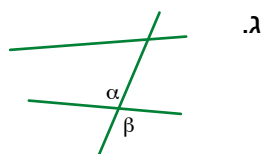
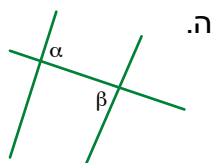


2. בשרטוט זוג ישרים a , b וישר שלישי החותך אותם.

$\angle 3$, $\angle 6$ הן זוויות מתחלפות.

מצאו זוג נוסף של זוויות מתחלפות.

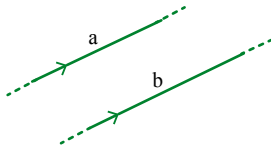
3. בכל סעיף, קבעו אם זוויות α ו- β מתחלפות.



ישרים מקבילים

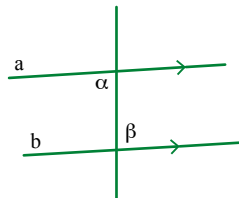


תזכורת

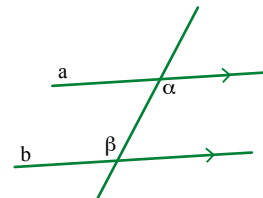


ישרים שאינם חותכים זה את זה נקראים **ישרים מקבילים**.
משתמשים בסימן $\parallel$ לציין שישר אחד מקביל לשני.
בשרטוט: $a \parallel b$ ישרים מקבילים. רושמים $a \parallel b$.

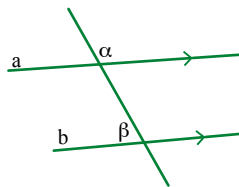
4. בסעיפים הבאים הישרים a ו- b מקבילים ($a \parallel b$).
בכל סעיף, היעזרו במד-זווית, וקבעו אם α ו- β שוות.



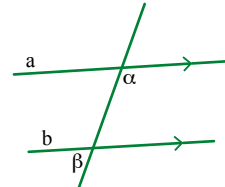
א.



ב.



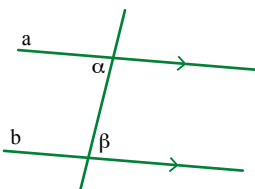
ג.



ד.



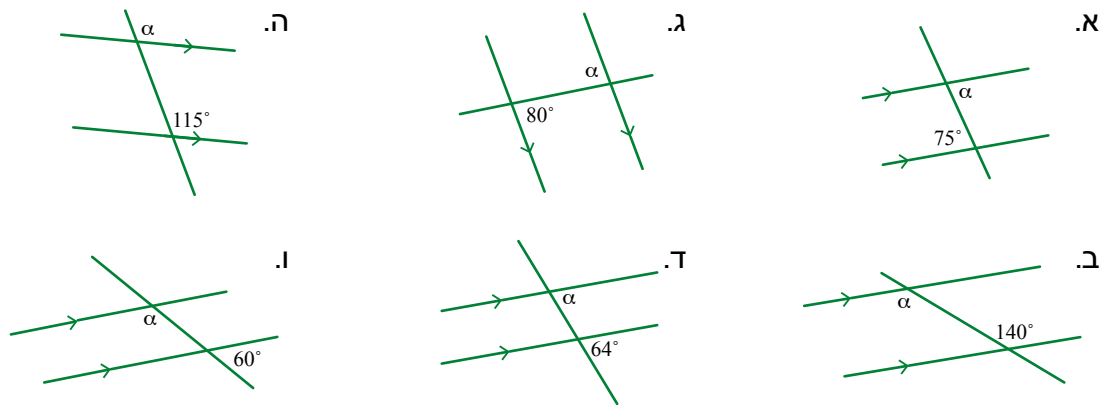
ראינו מתוך התנסות כי כאשר נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך אותם,
אם **הישרים מקבילים**, אז **הזוויות המתחלפות שוות**.



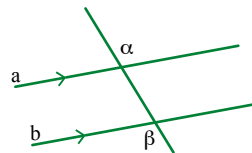
בשרטוט: הישרים a ו- b שבשרטוט מקבילים זה לזה, ולכן α ו- β שוות.

אם $a \parallel b$ אז $\beta = \alpha$

5. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים. מצאו את גודל זווית α (במעלות).

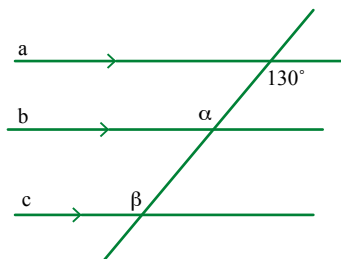


6. בשרטוט זוג ישרים מקבילים, a ו- b.
רחל אמרה: זווית α ו- β שוות.
האם **רחל** צודקת? הסבירו.

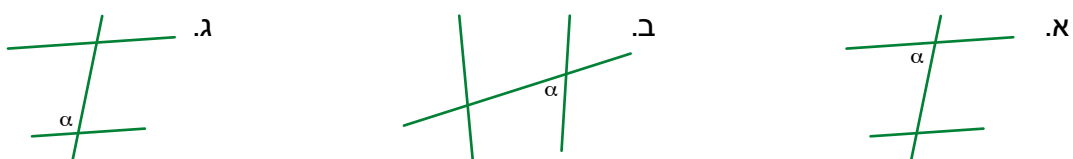


7. הישרים a, b ו- c בשרטוט מקבילים.
השלימו:

$\alpha =$ _____ כי _____
 $\beta =$ _____ כי _____

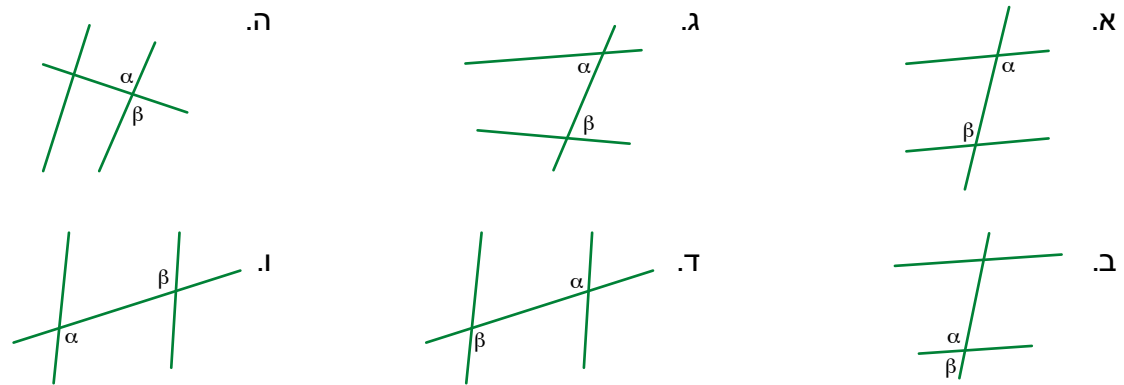


1. בכל סעיף, סמנו זווית β המתחלפת עם זווית α .

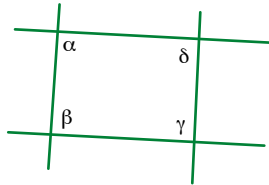




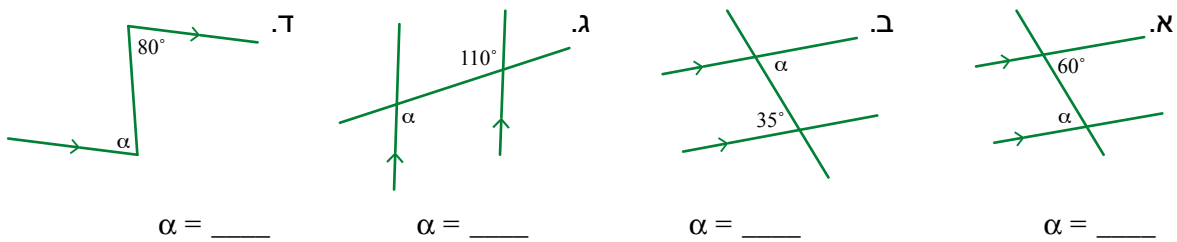
2. בכל סעיף, קבעו אם זוויות α ו- β מתחלפות, צמודות או קדקודיות.



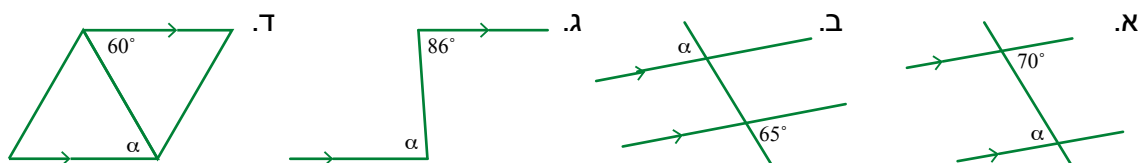
3. בשרטוט נתון: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
האם זווית δ חייבת להיות זווית ישרה? הסבירו.



4. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים. מצאו את גודל הזווית α .

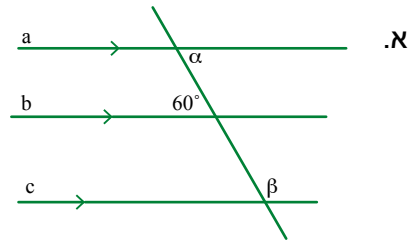
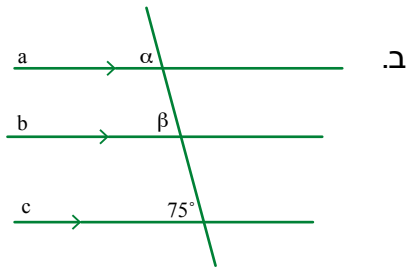


5. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים. מצאו את גודל הזווית α .

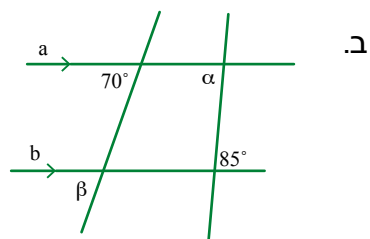




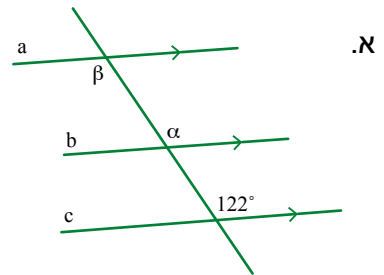
6. בכל סעיף נתונים שלושה ישרים מקבילים. חשבו את הגדלים של זוויות α ו- β . הסבירו.



7. בכל סעיף נתונים שלושה ישרים מקבילים. חשבו את זוויות α ו- β . הסבירו.



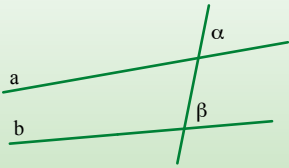
$\alpha =$ _____ כי _____
 $\beta =$ _____ כי _____



$\alpha =$ _____ כי _____
 $\beta =$ _____ כי _____



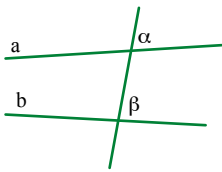
שיעור 4. זוויות מתאימות



נתונים שני ישרים a ו-b וישר שלישי חותך אותם.

שערו: האם $\alpha = \beta$?

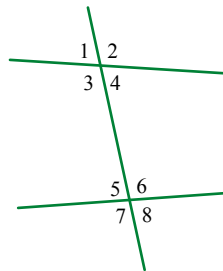
נכיר זוויות מתאימות.



נתונים שני ישרים a , b וישר שלישי החותך אותם.

שתי זוויות הנמצאות מאותו צד של הישרים ומאותו צד של הישר החותך, נקראות **זוויות מתאימות**.

זלזל: α, β בשרטוט הן **זוויות מתאימות**.



1. זוויות 1 ו-5 בשרטוט הן זוויות מתאימות.

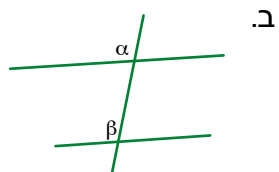
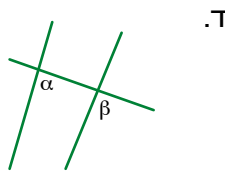
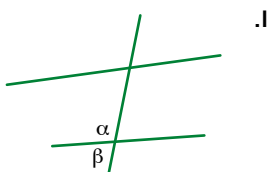
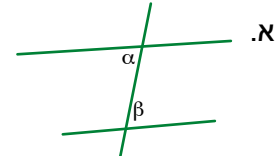
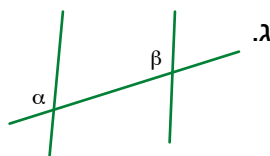
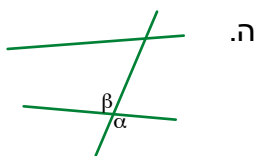
השלימו זוגות של זוויות מתאימות נוספות.

2 ו-1 _____

3 ו-1 _____

4 ו-1 _____

2. בכל סעיף, קבעו אם הזוויות α ו- β מתאימות, מתחלפות, צמודות או קדקודיות.

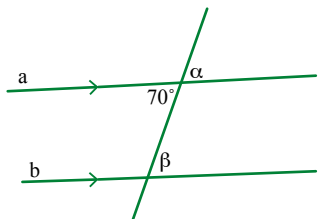


ישרים מקבילים

3. בשרטוט נתון $a \parallel b$

א. השלימו:

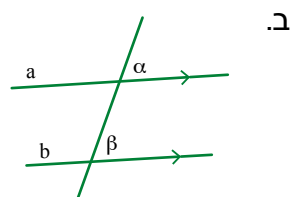
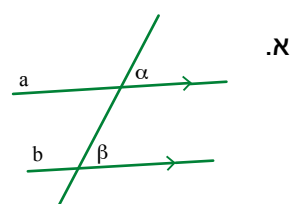
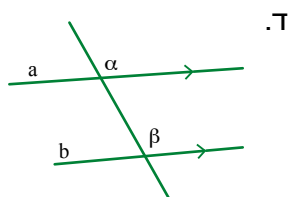
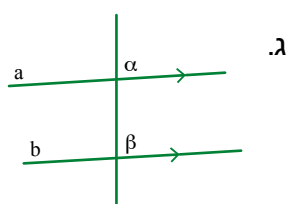
$\alpha =$ _____ כי _____
 $\beta =$ _____ כי _____



ב. האם ייתכן שזוויות α ו- β שונות בגודלן זו מזו? הסבירו.

4. בשרטוט שני ישרים מקבילים $a \parallel b$. וישר שלישי חותך אותם.

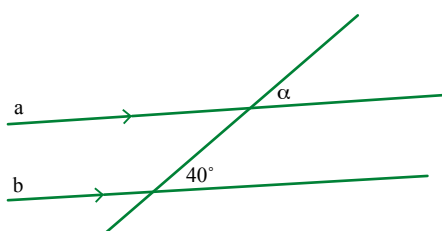
בכל סעיף, היעזרו במד-זווית וקבעו אם α ו- β שוות.



5. בשרטוט נתון: $a \parallel b$

ברכה אמרה: זווית α חייבת להיות בת 40° .

האם **ברכה** צודקת? הסבירו.

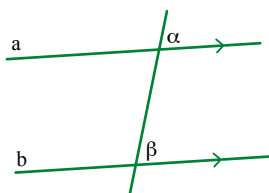


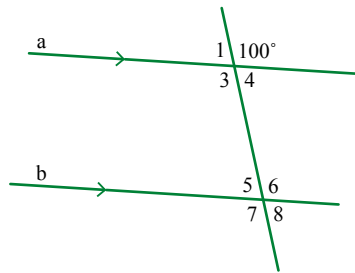
ראינו כי כאשר נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך אותם:

אם הישרים מקבילים אז הזוויות המתאימות שוות.

הערה: אם הישרים a ו- b שבשרטוט מקבילים זה לזה, אז α ו- β שוות.

כלומר, אם $a \parallel b$ אז $\beta = \alpha$





6. בשרטוט נתון: $a \parallel b$

השלימו את גודל הזוויות במעלות.

$$\sphericalangle 5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sphericalangle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sphericalangle 6 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sphericalangle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sphericalangle 7 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sphericalangle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sphericalangle 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$



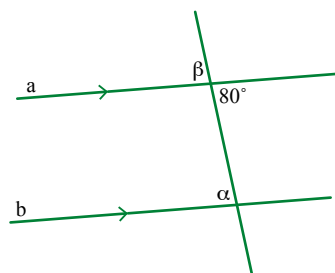
7. בשרטוט נתון: $a \parallel b$

א. השלימו:

$$\underline{\hspace{2cm}} \text{ כי } \beta = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \text{ כי } \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

ב. האם α ו- β שוות?

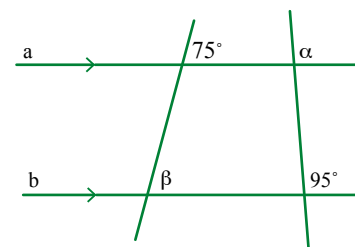


8. בשרטוט נתון: $a \parallel b$

א. **רחל** אמרה: $\alpha = 75^\circ$

האם **רחל** צודקת? הסבירו.

ב. מהם הגדלים של זוויות α ו- β ?

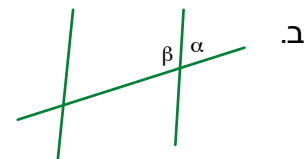
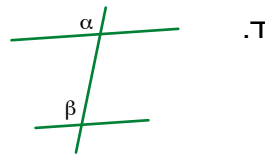
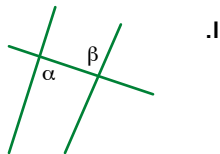
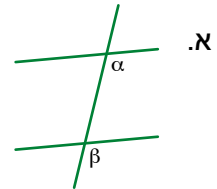
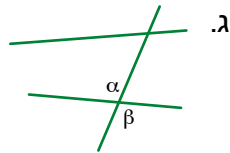
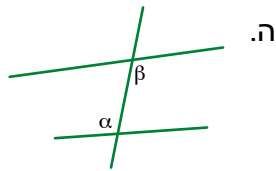




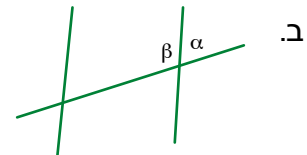
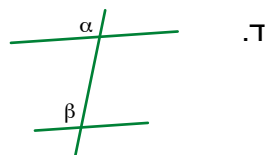
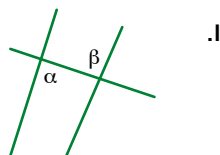
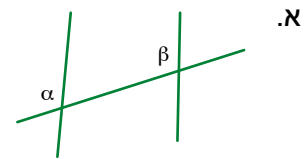
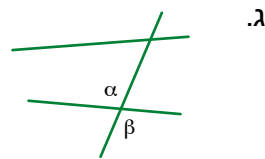
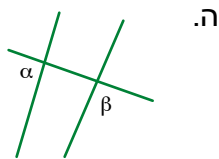
אוסף משימות



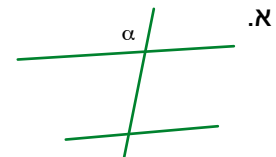
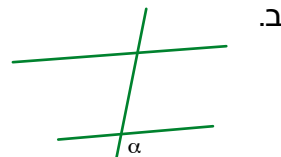
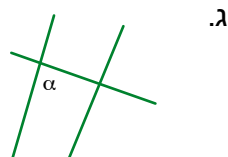
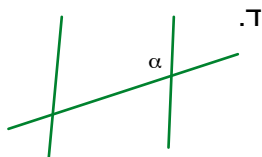
1. בכל סעיף, קבעו אם זוויות α ו- β מתאימות, מתחלפות, קדקודיות או צמודות.



2. בכל סעיף, קבעו אם זוויות α ו- β מתאימות, קדקודיות, מתחלפות, צמודות או אינן נחלקות לאף אחד מהסוגים האלה.

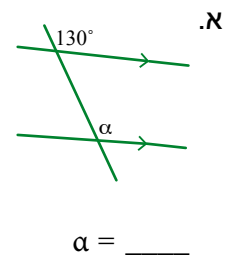
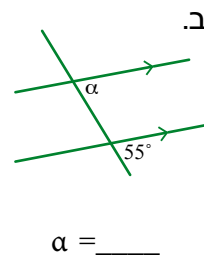
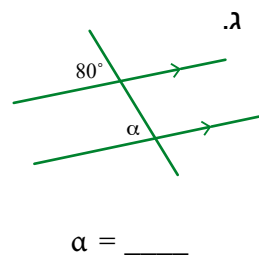
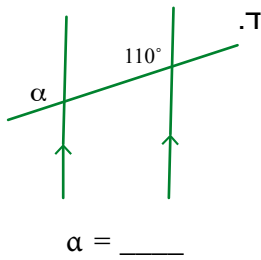


3. בכל סעיף, סמנו זווית β המתאימה לזווית α .

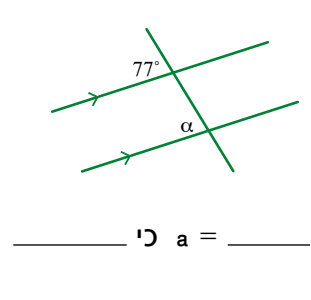
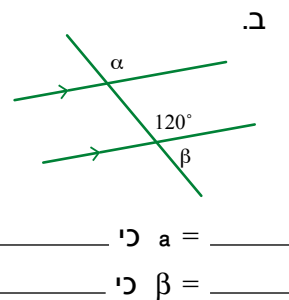
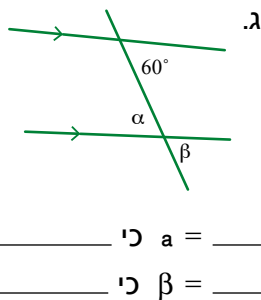




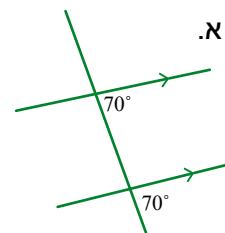
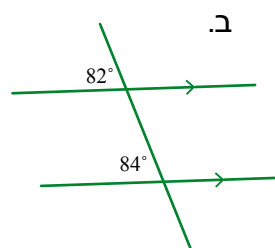
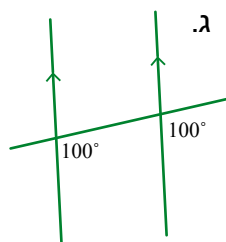
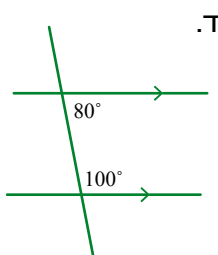
4. בכל סעיף זוג הישרים מקבילים וישר שלישי חותך אותם. מצאו את גודל זווית α (במעלות).



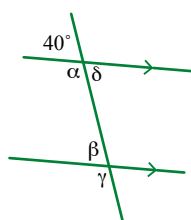
5. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים וישר שלישי חותך אותם. מצאו את הגדלים של הזוויות. הסבירו.



6. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים וישר שלישי חותך אותם. קבעו אם הנתונים נכונים והסבירו.



7. בשרטוט זוג ישרים מקבילים וישר שלישי חותך אותם. השלימו את הגדלים של הזוויות (במעלות).

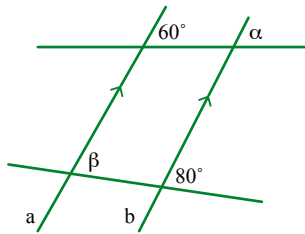


$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$ $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\delta = \underline{\hspace{2cm}}$ $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

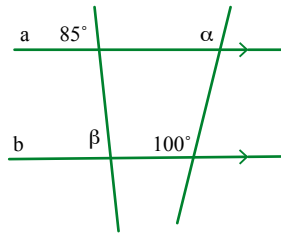


8. בכל סעיף, מצאו את הגדלים של הזוויות α ו- β והסבירו.

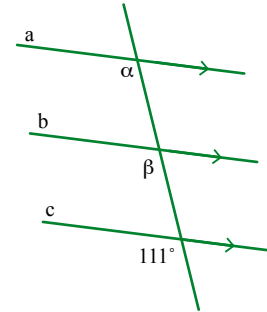
א. $a \parallel b$



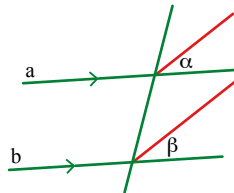
ב. $a \parallel b$



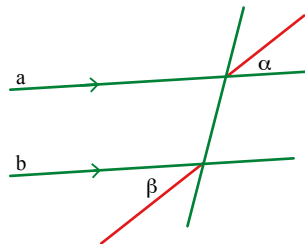
א. $a \parallel b \parallel c$



9. בשרטוט $a \parallel b$ הישרים האדומים חוצים את הזוויות. האם זוויות α ו- β שוות? הסבירו.



10. בשרטוט $a \parallel b$ וגם הישרים האדומים מקבילים. האם זוויות α ו- β שוות? הסבירו. (רמז: האריכו בשרטוט אחד מהישרים האדומים.)



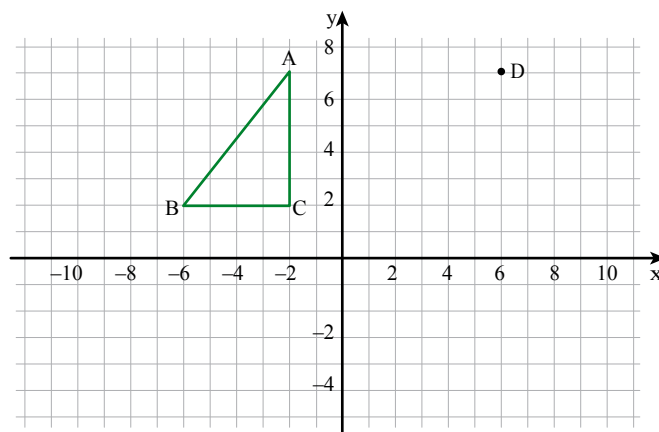


שומרים על כושר

שטחים במערכת צירים

1. במערכת הצירים משורטט משולש ABC.

א. שרטטו באותה מערכת צירים משולש DEK השווה בשטחו למשולש ABC והנקודה D(6, 7).
היא קדקוד שלו.



ב. רשמו את שיעורי הקדקודים E ו-K של המשולש ששרטטתם.

E(____, ____) K(____, ____)

ג. שרטטו באותה מערכת צירים משולש שווה-שוקיים MTR השווה בשטחו למשולש ABC.
מהם שיעורי הקדקודים?

2. במערכת צירים מסומנת נקודה A.

א. מהם שיעורי הנקודה A?

ב. סמנו את הנקודות הבאות במערכת הצירים הנתונה:

(7, 2) (8, 4) (8, 1) (2, 1) (1, 1) (2, 2) (6, 4)

ג. בחרו שלוש נקודות מבין הנקודות שסימנתם, כך שיחד עם נקודה A יהיו קדקודים של הטרפז בעל השטח הגדול ביותר.

מה שטח הטרפז?

ד. בחרו שלוש נקודות מבין הנקודות שסימנתם, כך שיחד עם נקודה A יהיו קדקודים של הטרפז בעל השטח הקטן ביותר.

מה שטח הטרפז?

ה. מה ההפרש בין שטחי הטרפזים ששרטטתם בסעיפי ג ו-ד?

