

יחידה 11: זוגות של זוויות

שיעור 1. זוויות צמודות

התבוננו בתמרורים ובזוויות המופיעות בהם.



IV



III



II



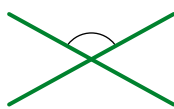
I

אילו סוגי זוויות אפשר לראות בכל תמרור? הסבירו.

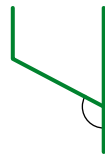
נלמד על זוויות צמודות.

1. לפניכם סקיצות של התמרורים ממשימת הפתיחה.

בכל אחת מהסקיצות של התמרורים מסומנת זווית קהה בקשת שחורה.



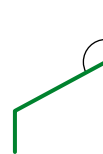
IV



III



II



I

א. סַמְנו בקשת אדומה זווית חדה בכל אחת מהסקיצות של התמרורים.

ב. איזו זווית יוצרות הקשת השחורה והאדומה יחד? הסבירו.



הגדרה: קרן היוצאת מנקודה על ישר, יוצרת שתי זוויות הנקראות **זוויות צמודות**.

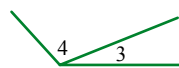
זוג זוויות צמודות יוצרות ביחד זווית שטוחה.

זלזל:

זוויות 1, 2 < כמו בשרטוט, הן **זוויות צמודות**.



זוויות 3, 4 < כמו בשרטוט, אינן **זוויות צמודות**.



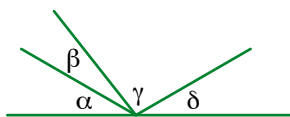
2. באילו מהסקיצות של התמרורים יש יותר מזוג אחד של זוויות צמודות?



סימון זוויות

עד כה סימנו זוויות בעזרת מספרים, בעזרת האות של **קודקוד הזווית**, או בעזרת שלוש אותיות. מסמנים זוויות גם בעזרת אותיות יווניות כמו למשל:

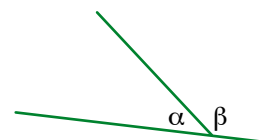
α (אַלפא), β (בֵּיתא), γ (גִּמא), δ (דֵּלתא)



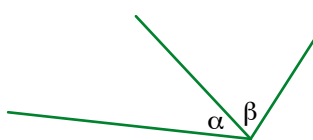
3. בכל שרטוט מסומנות זוויות α ו- β .

באילו מהשרטוטים α ו- β הן זוויות צמודות?

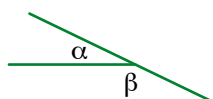
א.



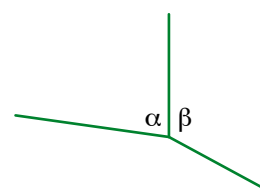
ג.



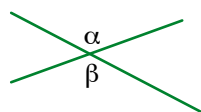
ה.



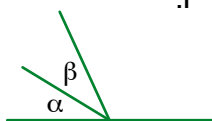
ב.



ד.



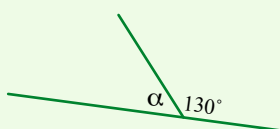
ו.



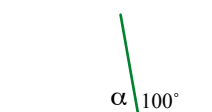
4. בכל סעיף זוג זוויות צמודות. חשבו את α . **נזכר:**

$$\alpha + 130 = 180$$

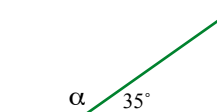
$$\alpha = 50^\circ$$



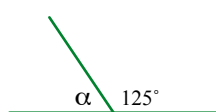
א.



ב.



ג.



5. א. האם ייתכנו שתי זוויות צמודות חדות? הסבירו.

ב. האם ייתכנו שתי זוויות צמודות קהות? הסבירו.

ג. האם ייתכן ששתי זוויות צמודות תהיינה שוות? הסבירו.



שתי **זוויות צמודות** יוצרות ביחד זווית שטוחה, לכן סכומן 180°
זלזלה: בשרטוט, α ו- β הן זוויות צמודות, לכן מתקיים: $\alpha + \beta = 180^\circ$

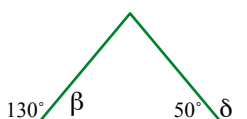


6. א. מצאו בשרטוט שני זוגות של זוויות צמודות.

ב. חשבו את β ו- δ

ג. **עדן** אמרה: סכום הזוויות β ו- δ הוא גם 180° ולכן גם הן צמודות.

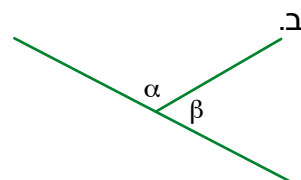
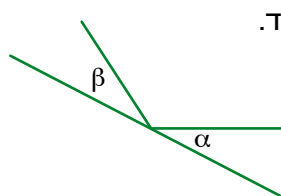
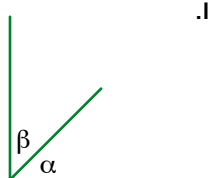
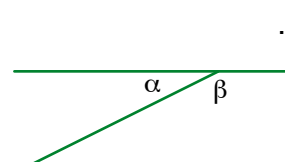
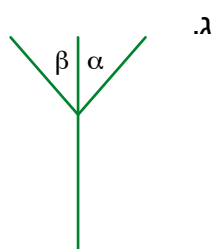
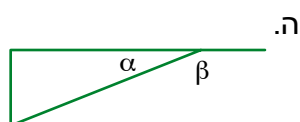
האם **עדן** צודקת? הסבירו.



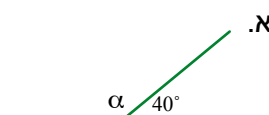
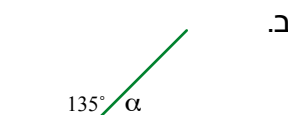
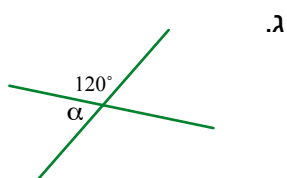
אוסף משימות



1. בכל שרטוט מסומנות זוויות α ו- β . באילו מהשרטוטים α ו- β הן זוויות צמודות?

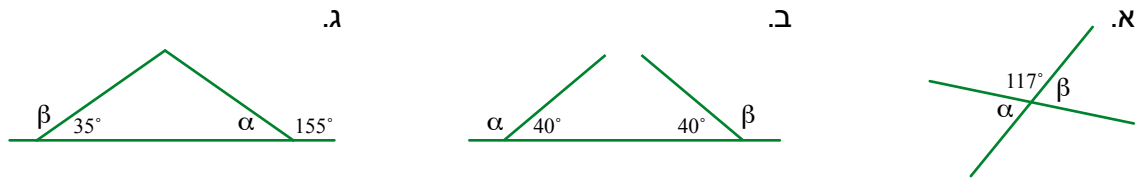


2. בכל סעיף, חשבו את גודלה של זווית α .





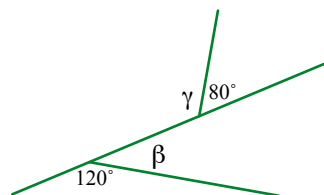
3. בכל סעיף חשבו את גודלן של הזוויות α ו- β , ורשמו נימוק מתאים.



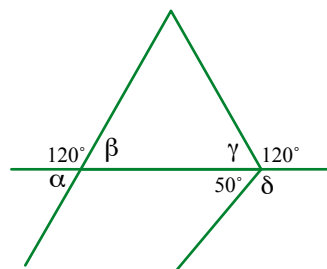
4. השלימו:

$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$



5. חשבו את גודלן של זוויות α , β , γ ו- δ .



6. α ו- β זוויות צמודות. בכל סעיף קבעו אם הגדלים אפשריים. הסבירו.

א. $\beta = 100^\circ$, $\alpha = 80^\circ$ ב. $\beta = 50^\circ$, $\alpha = 150^\circ$ ג. $\beta = 90^\circ$, $\alpha = 90^\circ$



7. α ו- β זוויות צמודות.

בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה. הסבירו.

א. אם α זווית חדה אז β גם כן זווית חדה.

ב. אם α זווית קהה אז β זווית חדה.

ג. אם α זווית ישרה אז β גם כן זווית ישרה.

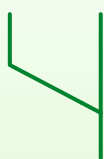
ד. α ו- β זוויות קהות.

שיעור 2. זוויות קודקודיות

לפניכם סקיצות של התמרורים משיעור 1



IV



III

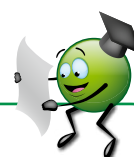


II



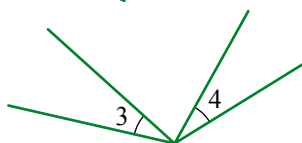
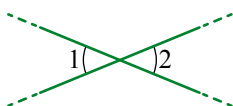
I

באילו סקיצות יש זוויות שיש להן קודקוד משותף והן אינן זוויות צמודות?
נלמד על זוויות קודקודיות.



הגדרה: זוויות הנוצרות בין שני ישרים נחתכים, ואינן זוויות צמודות, נקראות **זוויות קודקודיות**.

דוגמה: זוויות כמו $\angle 1$ ו- $\angle 2$ בשרטוט, הן **זוויות קודקודיות**.



זוויות $\angle 3$ ו- $\angle 4$ בשרטוט, אינן זוויות קודקודיות, למרות שיש להן קודקוד משותף.

1. בשרטוט שני ישרים נחתכים.

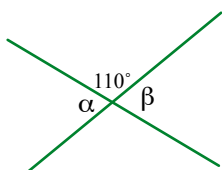
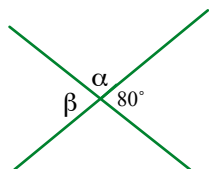
א. השלימו: $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$, $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

מצאו בשרטוט זוג זוויות שוות. האם הן קודקודיות או צמודות?

ב. השלימו: $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$, $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

האם α ו- β שוות.

ג. שער: האם זוויות קודקודיות הן שוות תמיד?



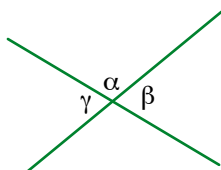
2. א. מצאו בשרטוט זוויות צמודות.

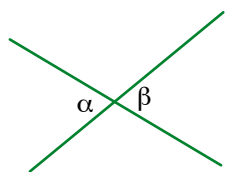
ב. השלימו את מידת הזוויות במעלות:

$\alpha + \beta = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ כי α ו- β זוויות _____

$\alpha + \gamma = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ כי α ו- γ זוויות _____

ג. מצאו בשרטוט זוג זוויות קודקודיות. האם הן שוות? הסבירו.

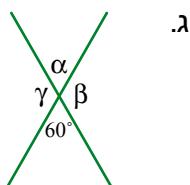




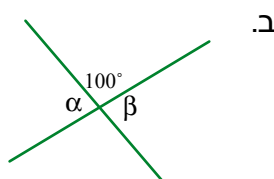
מסקנה: זוויות קודקודיות שוות זו לזו.

זלזל: α ו- β בשרטוט, הן זוויות קודקודיות. לכן $\beta = \alpha$

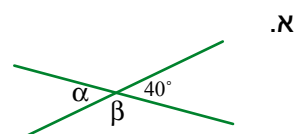
3. בכל סעיף, השלימו את גודל הזוויות.



$\alpha = \underline{\hspace{1cm}}$ $\beta = \underline{\hspace{1cm}}$
 $\gamma = \underline{\hspace{1cm}}$

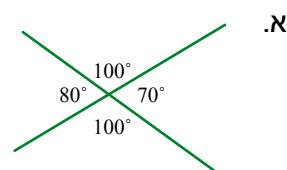
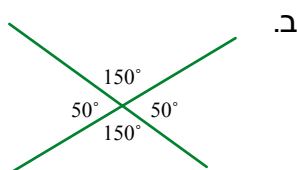
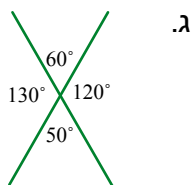


$\alpha = \underline{\hspace{1cm}}$
 $\beta = \underline{\hspace{1cm}}$

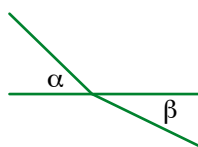


$\alpha = \underline{\hspace{1cm}}$

4. בכל שרטוט, קבעו אם הנתונים אפשריים. הסבירו.

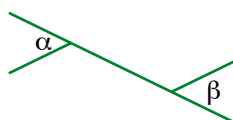


α ו- β הן זוויות קודקודיות,
 כי יש להן קודקוד משותף.



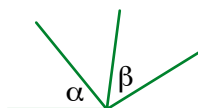
5. אנה אמרה: בשרטוט

α ו- β הן זוויות קודקודיות,
 כי הן שוות זו לזו.



בתי אמרה: בשרטוט

α ו- β הן זוויות קודקודיות,
 כי הן שוות ויש להן קודקוד משותף.



גילה אמרה: בשרטוט

α ו- β הן זוויות קודקודיות.



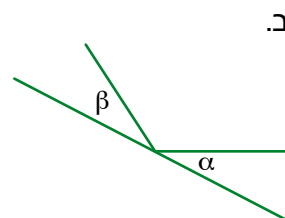
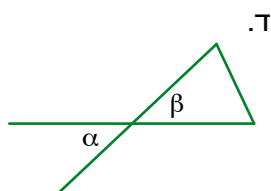
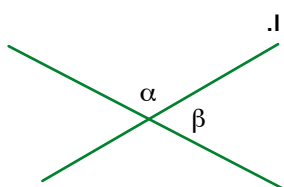
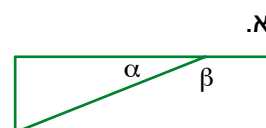
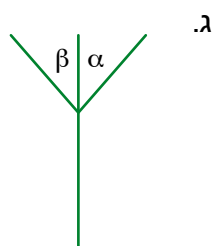
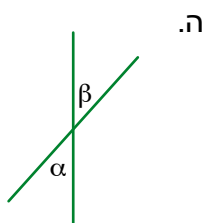
דורית אמרה: בשרטוט

מי צודקת? הסבירו.

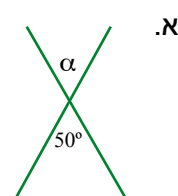
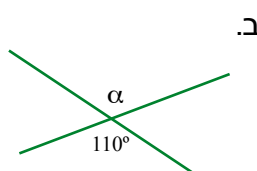
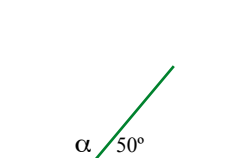
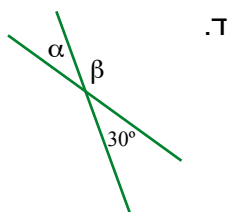


1. בכל שרטוט מסומנות זוויות α ו- β .

קשמו ליד כל שרטוט אם הזוויות צמודות, קודקדיות או אינן צמודות ואינן קודקדיות.



2. בכל סעיף, השלימו את גודל הזוויות.



$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

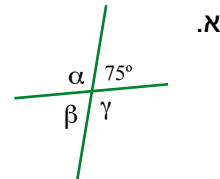
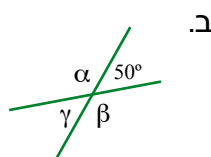
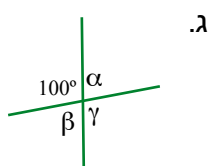
$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$



3. בכל סעיף, השלימו את גודל הזוויות.



$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$

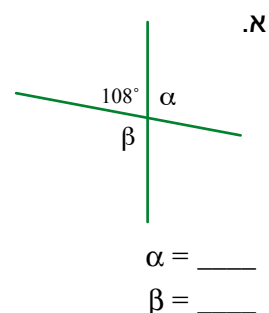
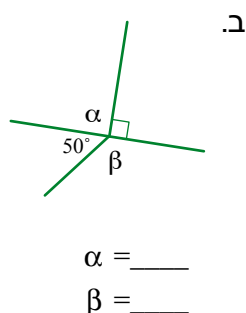
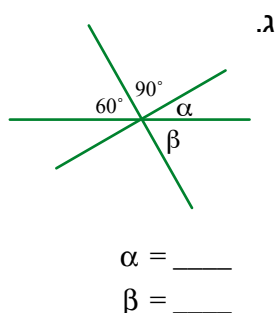
$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

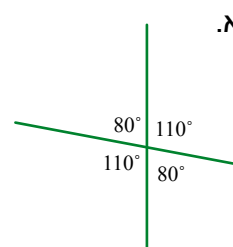
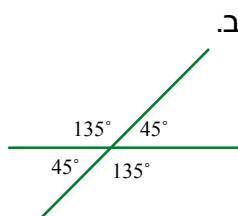
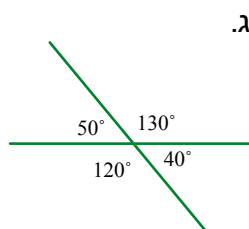
$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$



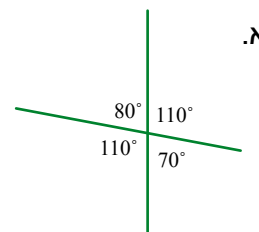
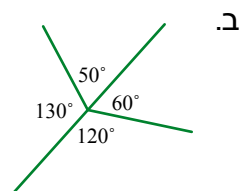
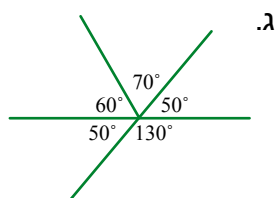
4. בכל סעיף, השלימו את גודל הזוויות.



5. בכל סעיף, קבעו אם הנתונים אפשריים.



6. בכל סעיף, קבעו אם הנתונים אפשריים. הסבירו.



7. α ו- β זוויות קודקודיות. בכל סעיף, קבעו אם הטענה נכונה. הסבירו.

א. אם $\alpha = 30^\circ$ אז גם $\beta = 30^\circ$

ב. אם $\alpha = 130^\circ$ אז $\beta = 30^\circ$

ג. אם $\alpha = 90^\circ$ אז גם $\beta = 90^\circ$

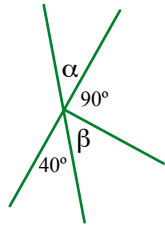


8. α ו- β זוויות קודקודיות. בכל סעיף, קבעו אם הטענה נכונה. הסבירו.

א. אם α זווית חדה, אז β זווית חדה.

ב. אם α זווית קהה, אז β זווית חדה.

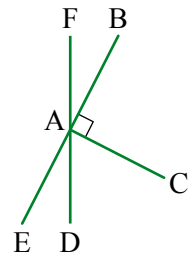
ג. אם α זווית ישרה, אז β זווית ישרה.



9. השלימו את גודל הזוויות במעלות והסבירו.

$\alpha =$ _____ כי _____

$\beta =$ _____ כי _____



10. בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה. הסבירו.

א. $\angle EAC = 90^\circ$

ב. $\angle FAB$ ו- $\angle CAD$ הן זוויות קודקדיות.

ג. $\angle FAE$ ו- $\angle BAD$ הן זוויות קודקדיות.

ד. $\angle FAB$ היא זווית חדה.

11. הייתכן? אם כן, קבעו את גודל הזוויות. אם לא, הסבירו.

א. α ו- β זוויות קודקדיות, α גדולה מ- β ב- 20°

ב. α ו- β זוויות קודקדיות, α גדולה מ- β פי 2

ג. α ו- β זוויות קודקדיות וסכומן 180°

ד. α ו- β זוויות קודקדיות וסכומן 90°

ה. α ו- β זוויות צמודות, α גדולה מ- β ב- 20°

ו. α ו- β זוויות צמודות, α גדולה מ- β פי 2

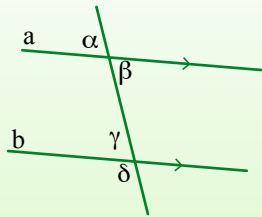


12. נתון: קטע AT.

שרטטו קו ישר BC העובר דרך T, כך שהזווית $\angle ATB$ שנוצרה היא זווית חדה, והזווית $\angle ATC$ היא זווית קהה.



שיעור 3. זוויות בין ישרים מקבילים



בשרטוט זוג ישרים מקבילים וישר שלישי החותך אותם.

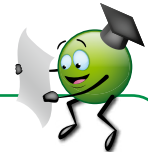
שערו: האם הזוויות α ו- γ שוות?

האם הזוויות β ו- δ שוות?

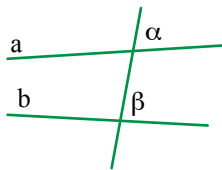
נלמד על תכונות של זוויות הנוצרות בין ישרים מקבילים וישר חותך.

1. מצאו בשרטוט והסבירו.

א. זוג זוויות שוות. ב. זוג זוויות שסכומן 180° .



הגדרה:



נתונים שני ישרים a , b וישר שלישי החותך אותם.

שתי זוויות הנמצאות מאותו צד של הישרים ומאותו צד של הישר החותך, נקראות **זוויות מתאימות**.

משפט: α , β בשרטוט הן **זוויות מתאימות**.

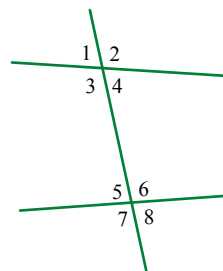
2. זוויות $\angle 1$ ו- $\angle 5$ בשרטוט הן זוויות מתאימות.

השלימו זוגות של זוויות מתאימות נוספות.

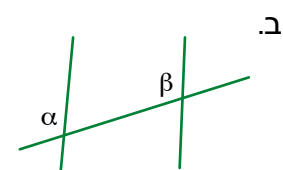
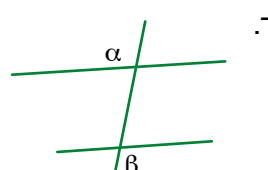
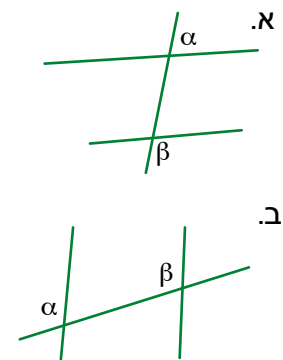
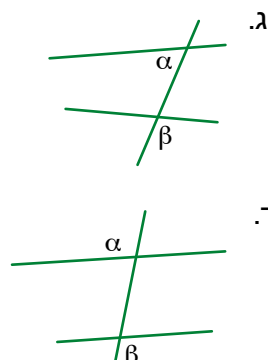
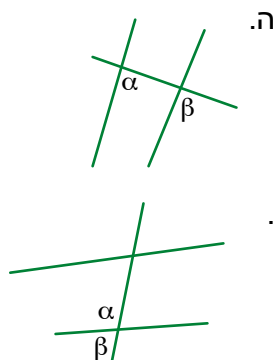
$\angle 1$ ו-_____

$\angle 3$ ו-_____

$\angle 4$ ו-_____

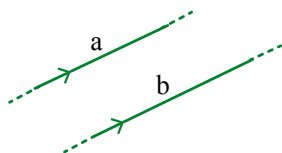


3. זהו באילו מהשרטוטים הבאים זוויות α ו- β מתאימות.





תזכורת



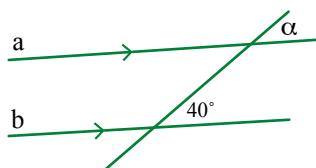
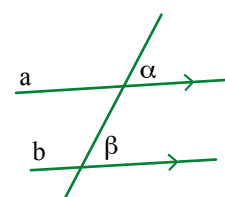
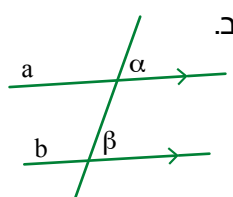
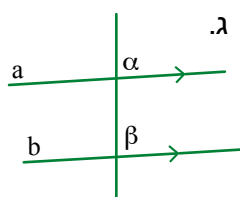
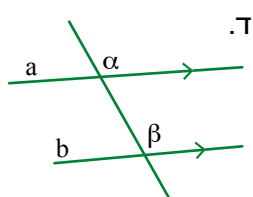
ישרים שאינם חותכים זה את זה נקראים **ישרים מקבילים**.
 מסמנים ישרים מקבילים בעזרת הסימן $\parallel$
 בשרטוט a ו-b ישרים מקבילים. רושמים $a \parallel b$



4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "חומרי למידה נוספים", תמצאו את הפעילות "ישרים מקבילים". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



5. בשרטוט שני ישרים מקבילים $a \parallel b$. בכל סעיף, היעזרו במד-זווית וקבעו אם α ו- β שוות.



6. בשרטוט נתון: $a \parallel b$

א. האם זווית α יכולה להיות בת 30° ? הסבירו.

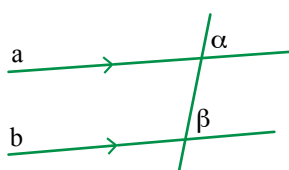
ב. האם זווית α יכולה להיות בת 50° ? הסבירו.

ג. **אייל** אמר: זווית α חייבת להיות בת 40° , אחרת הישרים לא יהיו מקבילים.

האם **אייל** צודק? הסבירו.



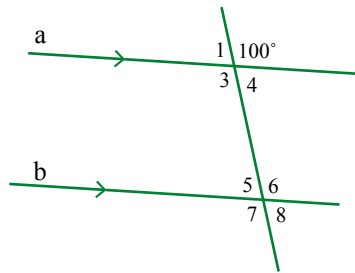
ראינו מתוך התנסות, כאשר נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך אותם:



אם **הישרים מקבילים** אז **הזוויות המתאימות שוות**.

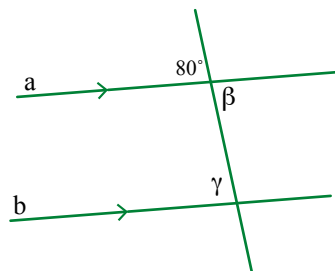
בשרטוט, אם הישרים a ו-b מקבילים זה לזה, אז α ו- β שוות.

כלומר, אם $a \parallel b$ אז $\beta = \alpha$



7. בשרטוט נתון: $a \parallel b$
השלימו את גודל הזוויות במעלות.

$$\begin{array}{ll} \angle 5 = \underline{\hspace{2cm}} & \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}} \\ \angle 6 = \underline{\hspace{2cm}} & \angle 3 = \underline{\hspace{2cm}} \\ \angle 7 = \underline{\hspace{2cm}} & \angle 4 = \underline{\hspace{2cm}} \\ \angle 8 = \underline{\hspace{2cm}} & \end{array}$$

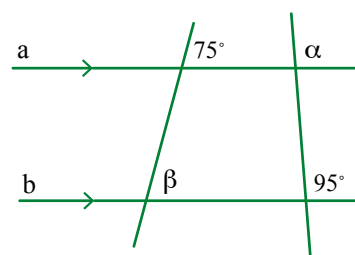


8. בשרטוט נתון: $a \parallel b$

א. השלימו:

$$\begin{array}{ll} \underline{\hspace{2cm}} & \text{כי } \beta = \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} & \text{כי } \gamma = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

ב. האם β ו- γ שוות?



9. בשרטוט נתון: $a \parallel b$

א. **עידן** אמר: $\alpha = 75^\circ$

האם **עידן** צודק? הסבירו.

ב. מהם הגדלים של זוויות α ו- β ?

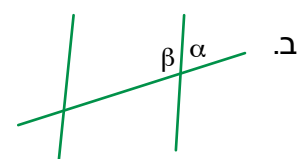
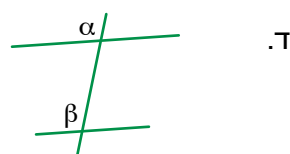
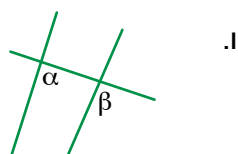
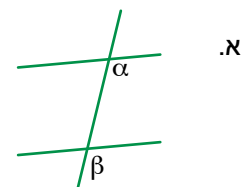
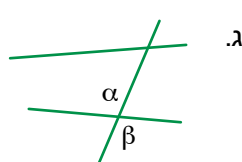
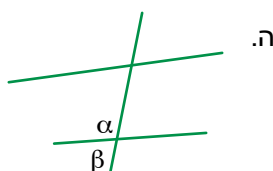
10. חזרו למשימת הפתיחה ובדקו אילו זוויות שוות.



אוסף משימות

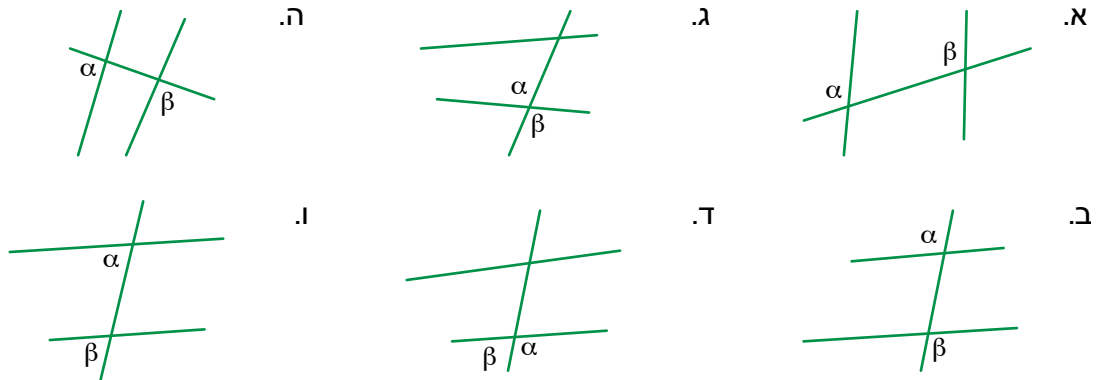


1. בכל סעיף, קבעו אם זוויות α ו- β מתאימות, קודקודיות או צמודות.

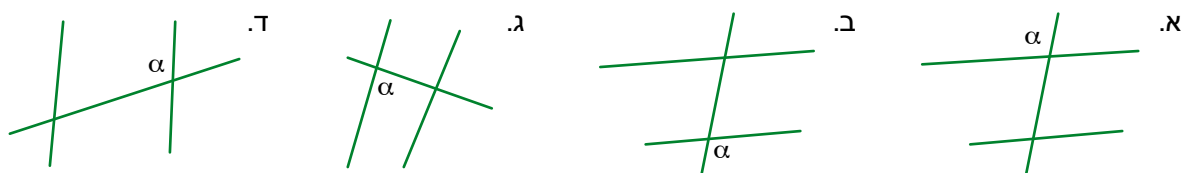




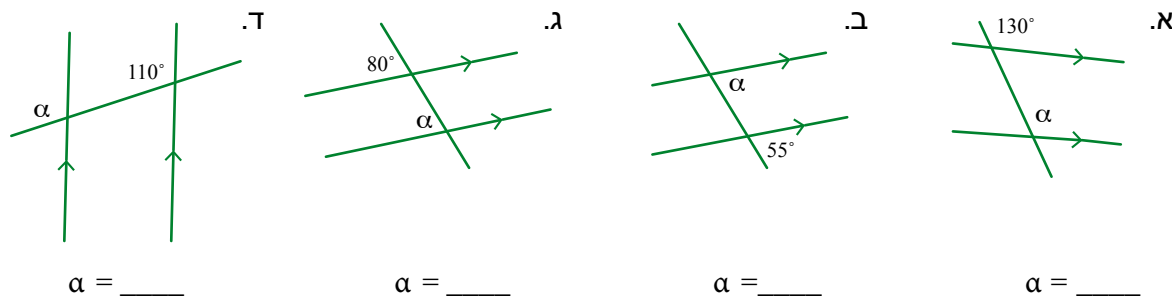
2. בכל סעיף, קבעו אם זוויות α ו- β מתאימות, קודקדיות, צמודות או אף סוג מהסוגים הקודמים.



3. בכל סעיף, סמנו זווית β המתאימה לזווית α .



4. בכל סעיף זוג הישרים מקבילים. חשבו את גודל זווית α (במעלות).



$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

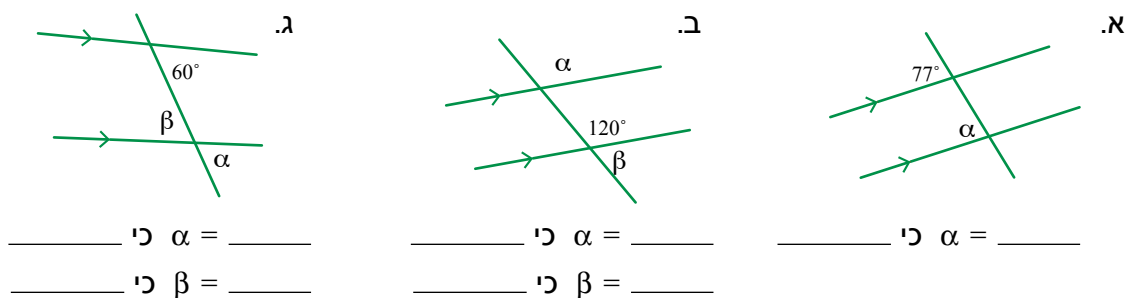
$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$



5. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים. חשבו את הזוויות. הסבירו.



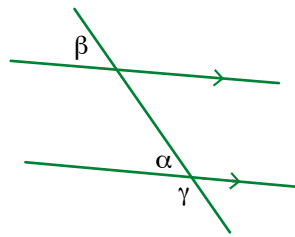
$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ כי $\underline{\hspace{2cm}}$

$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ כי $\underline{\hspace{2cm}}$

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ כי $\underline{\hspace{2cm}}$

$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ כי $\underline{\hspace{2cm}}$

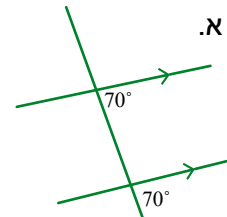
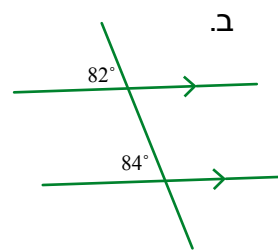
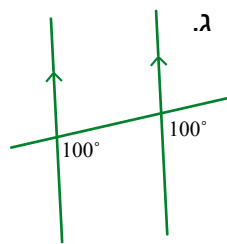
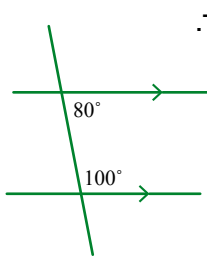
$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ כי $\underline{\hspace{2cm}}$



6. בשרטוט זוג ישרים מקבילים.
מדדו בעזרת מד-זווית את גודלה של זווית α ,
וחשבו את גודל הזוויות β ו- γ .

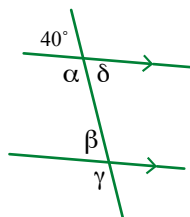


7. בכל סעיף הישרים מקבילים. קבעו אם הנתונים נכונים, והסבירו.



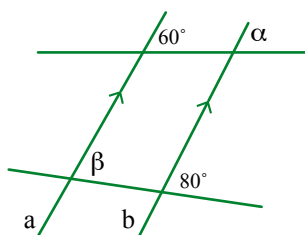
8. בשרטוט זוג ישרים מקבילים.
השלימו את גודל הזוויות במעלות.

$$\begin{array}{ll} \gamma = ______ & \alpha = ______ \\ \delta = ______ & \beta = ______ \end{array}$$

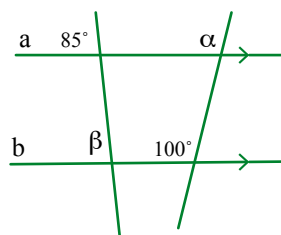


9. בכל סעיף, חשבו את גודל הזוויות α ו- β . הסבירו.

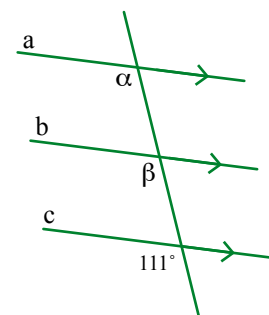
ג. $a \parallel b$



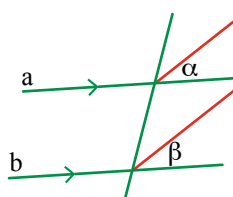
ב. $a \parallel b$



א. $a \parallel b \parallel c$

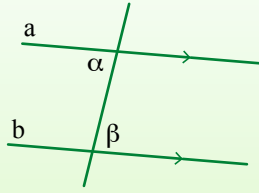


10. בשרטוט $a \parallel b$ הישרים האדומים חוצים את הזוויות.
האם זוויות α ו- β שוות? הסבירו.



שיעור 4. זוויות מתחלפות

נתון: $a \parallel b$
שערו: האם $\alpha = \beta$?



נכיר זוויות מתחלפות, ונמצא את הקשר בין ישרים מקבילים וזוויות מתחלפות.

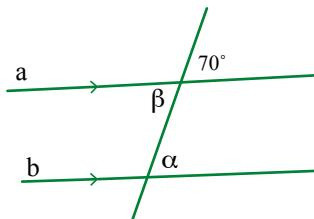
זוויות מתחלפות

1. בשרטוט נתון $a \parallel b$

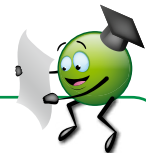
א. השלימו:

$\alpha =$ _____ כי _____

$\beta =$ _____ כי _____

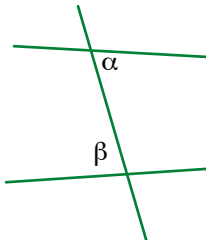


ב. האם ייתכן שזוויות α ו- β שונות בגודלן זו מזו? הסבירו.



הגדרה:

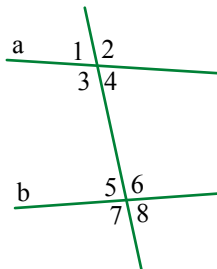
נתונים שני ישרים a , b וישר שלישי החותך אותם.
זוג זוויות הנמצאות מצדדים שונים של הישר החותך, ומצדדים שונים של שני הישרים, נקראות **זוויות מתחלפות**.
בשרטוט α ו- β **זוויות מתחלפות**.



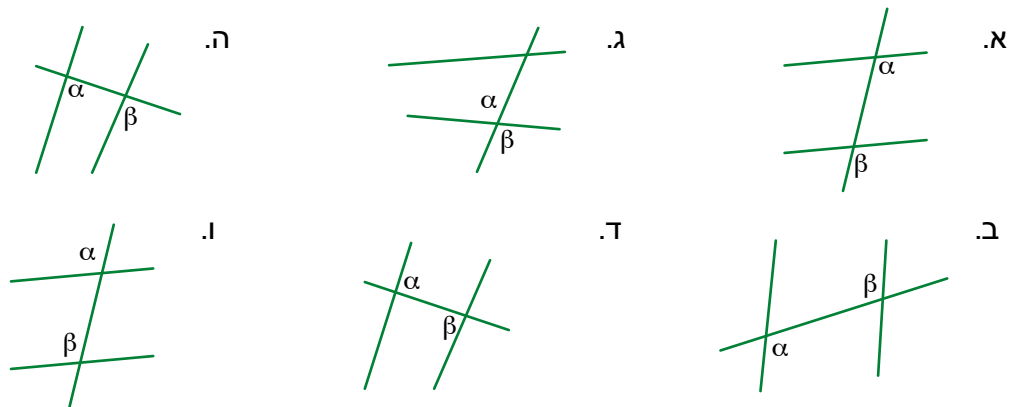
2. בשרטוט זוג ישרים וישר שלישי החותך אותם.

$\angle 3$, $\angle 6$ הן זוויות מתחלפות.

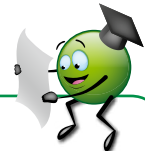
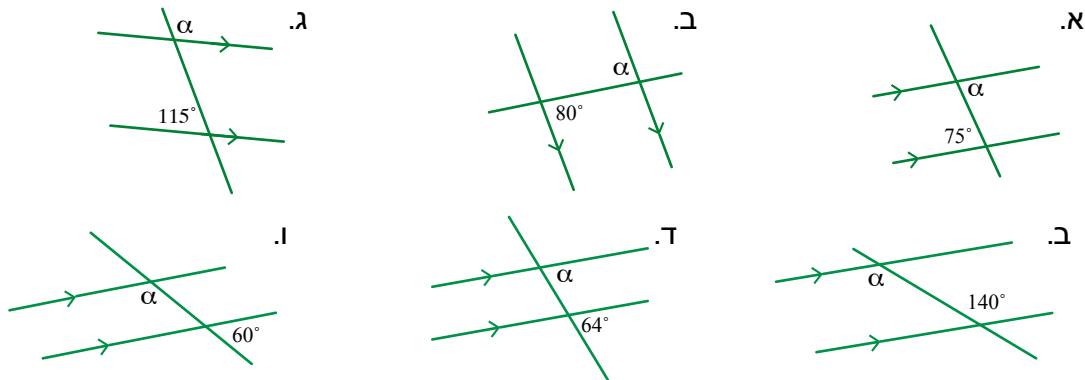
מצאו זוג נוסף של זוויות מתחלפות.



3. בכל סעיף, קבעו אם זוויות α ו- β מתאימות, או מתחלפות.



4. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים. חשבו את גודל זווית α (במעלות).

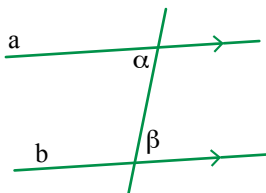


נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך אותם.

אם הישרים מקבילים, אז הזוויות המתחלפות שוות.

דוגמה: הישרים a ו-b שבשרטוט מקבילים זה לזה, ולכן α ו- β שוות.

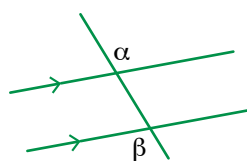
אם $a \parallel b$ אז $\beta = \alpha$



5. בשרטוט זוג ישרים מקבילים.

רומי אמרה: זוויות α ו- β שוות.

האם רומי צודקת? הסבירו.



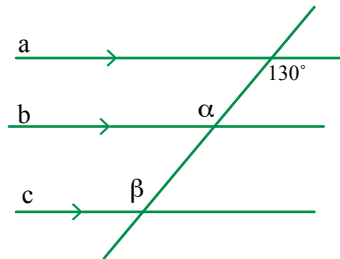


6. הישרים a , b ו- c בשרטוט, מקבילים.

השלימו:

$\alpha =$ _____ כי _____

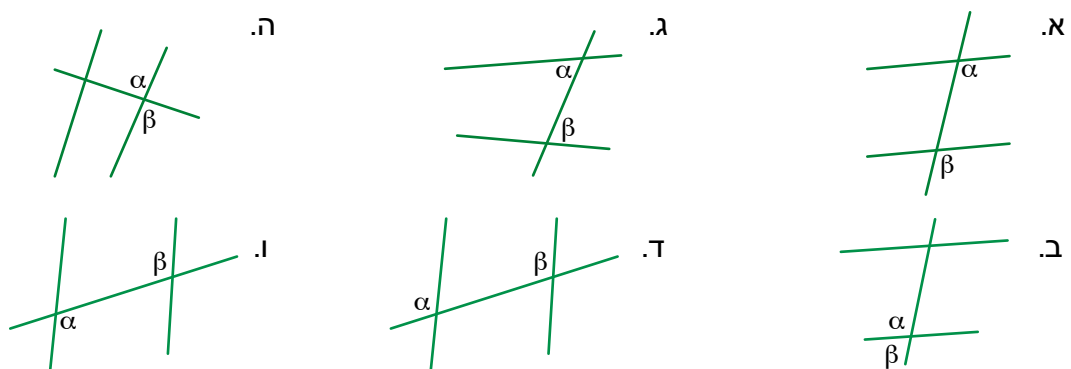
$\beta =$ _____ כי _____



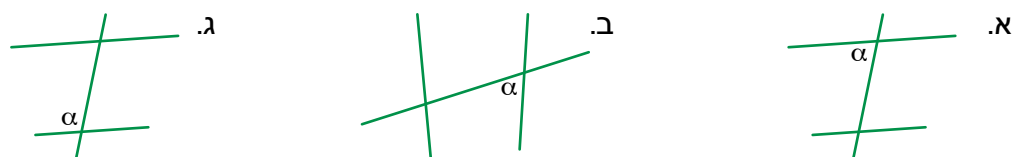
אוסף משימות



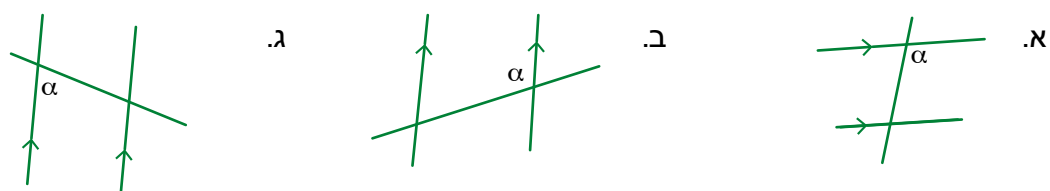
1. בכל סעיף, קבעו אם זוויות α ו- β מתאימות, מתחלפות, צמודות או קודקודיות.



2. בכל סעיף, סמנו זווית β המתחלפת עם זווית α .

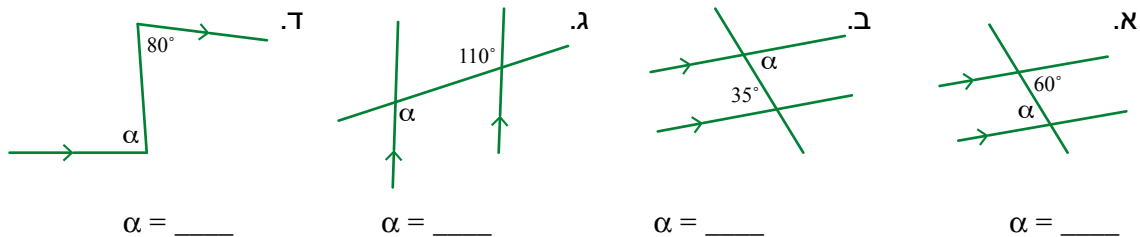


3. בכל סעיף, סמנו זווית β המתאימה לזווית α , וסמנו זווית δ המתחלפת עם זווית α .

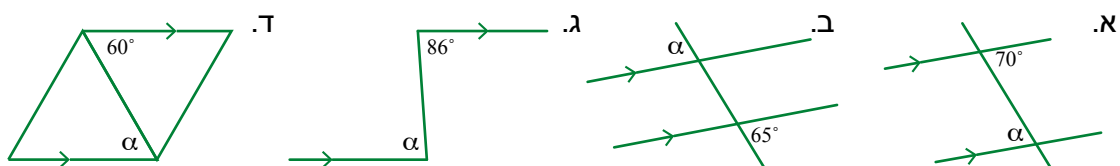




4. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים. חשבו את זווית α .

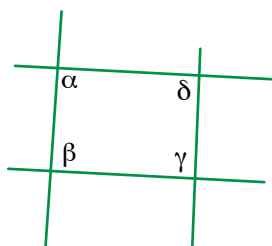


5. בכל סעיף זוג ישרים מקבילים. חשבו את זווית α .

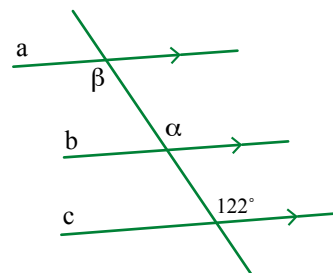
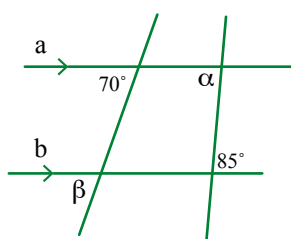


6. בשרטוט נתון: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$

האם זווית δ חייבת להיות זווית ישרה? הסבירו.



7. בכל סעיף, נתונים ישרים מקבילים. חשבו את זוויות α ו- β . הסבירו.



$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ כי _____
 $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ כי _____

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ כי _____
 $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ כי _____



8. בשרטוט $a \parallel b$ וגם הישרים האדומים מקבילים.

האם זוויות α ו- β שוות? הסבירו.

(רמז: האריכו אחד מהישרים האדומים.)

