

יחידה 28: חקירת מערכת משוואות

שיעור 1. קונים וכותבים

שלושה מצבים אפשריים של תיאור מערכת משוואות בעזרת גרפים



דנה, יערי, חן ועדי קונים מכשירי כתיבה בשתי חנויות שונות. נרשום מערכת משוואות ונשרטט גרפים כדי למצוא, אם אפשר, מהו מחיר עיפרון ומהו מחיר מחברת בכל אחת מהחנויות.

בחנות השכונתית

1. דנה ויערי קנו מכשירי כתיבה בחנות שבשכונה. יערי קנתה 4 עפרונות ו-4 מחברות, ושילמה 12 שקלים. דנה קנתה עיפרון אחד ומחברת אחת, ושילמה 3 שקלים.
- א. האם, לדעתכם, אפשר לקבוע מהו המחיר של עיפרון אחד ומהו המחיר של מחברת אחת? הסבירו.
- ב. קבעו לגבי כל אחד מהזוגות הסדורים, אם הוא יכול להיות תשובה לשאלה. הסבירו.
- $(1, 2)$, $(2.5, 0.5)$, $(5, -2)$, $(2, 5)$

ג. דני סימן: x – מחיר עיפרון אחד בשקלים, y – מחיר מחברת אחת בשקלים.

הוא רשם מערכת משוואות ופתר אותה בדרך אלגברית:

$$4x + 4y = 12$$

$$x + y = 3 \quad / \cdot 4$$

$$4x + 4y = 12$$

$$-4x + 4y = 12$$

$$0x + 0y = 0$$

דני התלבט לגבי משמעות הפתרון שקיבל:

- האם הפתרון הוא $(0, 0)$?
- האם למערכת אין פתרון?
- האם הפתרון של המערכת הוא כל זוג סדור של מספרים?
- האם למערכת יש פתרונות רבים אבל לא כל זוג של מספרים?
- מה דעתכם?

ד. **אבי** שרטט ישרים מתאימים למערכת המשוואות במערכת צירים.

אבי אמר: יש רק ישר אחד המתאר את מערכת המשוואות,

לכן אין פתרון למערכת.

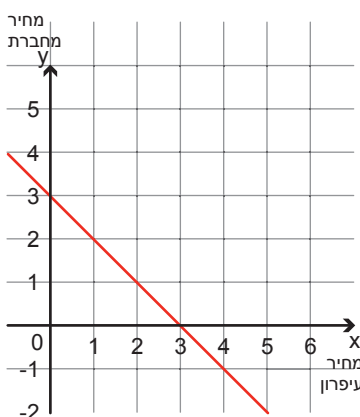
האם אבי צודק? כמה פתרונות למערכת המשוואות הזאת? הסבירו.

ה. אבי התלבט לגבי משמעות הגרפים:

- האם אין פתרון למערכת?
- האם כל הנקודות במישור מייצגות פתרונות של המערכת?
- האם רק הנקודות שעל הישר שבגרף מייצגות פתרונות של המערכת?

ו. סכמו את מסקנותיכם. אילו מספרים יכולים להיות פתרון של המערכת?

ז. אילו מספרים יכולים להיות תשובה לשאלה?





אם שתי המשוואות במערכת משוואות מתארות אותו קשר בין שני המשתנים, פתרון המערכת הוא כל זוגות המספרים המקיימים את הקשר הזה.

דוגמא:

במשימה 1 ג' דני פתר את מערכת המשוואות:

$$4x + 4y = 12$$

$$x + y = 3$$

x מייצג את המחיר של עיפרון אחד,

y מייצג את המחיר של מחברת אחת.

דני קיבל את השוויון $0 = 0$.

משמעות הפתרון היא שכל הזוגות הסדורים שסכומם

3 הם פתרונות של המשוואה.

• אם פותרים את המשוואה בדרך אלגברית,

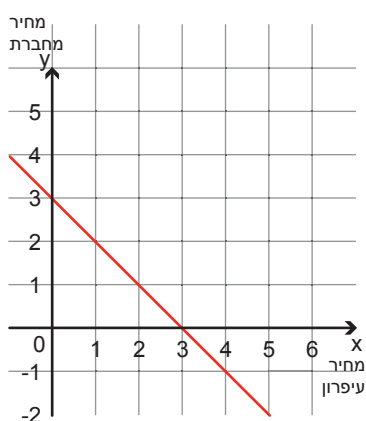
הפתרון הוא שוויון בין שני האגפים.

פתרון המשוואה הוא אינסוף זוגות

סדורים של מספרים המקיימים את

הקשר בין שני המשתנים.

במשימה 1, שרטטנו גרף מהצורה:



• אם משרטטים את הגרפים המתאימים

למערכת המשוואות, שני הישרים

מתלכדים לישר אחד. כלומר, פתרון

המערכת הוא אינסוף מספרים - זוגות

סדורים המתאימים לישר אחד.

כל הנקודות שהשיעורים שלהן זוגות סדורים שסכומם

3, הם פתרונות של מערכת המשוואות.

במשימה 1, מבין כל הזוגות הסדורים שסכומם 3,

רק הזוגות שבהם שני הערכים הם חיוביים מתאימים

לתוכן הבעיה. רק הם יכולים להיות מחיר של מחברת

ושל עיפרון.

• בסיום, בוחרים רק את הפתרונות

המתאימים לתוכן השאלה.

במרכז המסחרי

2. חן ועדי קנו מחברות ועפרונות במרכז המסחרי.

כשיצאו מהחנות השוו מחירים, אבל משהו נראה להם מוזר.

חן קנה 2 עפרונות ומחברת אחת, הוא שילם 4 שקלים,

עדי קנה 10 עפרונות ו- 5 מחברות הוא שילם 18 שקלים.

א. האם, לדעתכם, אפשר לקבוע מהו המחיר של עיפרון אחד ומהו המחיר של מחברת אחת? הסבירו.

ב. קבעו לגבי כל אחד מהזוגות הסדורים אם הם יכולים להיות תשובה לשאלה. הסבירו.

$(10, 0)$, $(1, 1)$, $(1.6, 0)$, $(1.8, 0)$, $(1, 2)$.

ג. **יגאל** סימן: x - מחיר עיפרון בשקלים, y - מחיר מחברת בשקלים.

הוא רשם מערכת משוואות ופתר אותה בדרך אלגברית:

$$2x + y = 4 \quad / \cdot 5$$

$$10x + 5y = 18$$

$$10x + 5y = 20$$

$$- 10x + 5y = 18$$

$$0x + 0y = 2$$

יגאל התלבט לגבי משמעות הפתרון שקיבל:

- האם הפתרון הוא $(0, 2)$?

- האם למערכת אין פתרון?

- האם הפתרון של המערכת הוא כל זוג סדור של מספרים?

- האם למערכת יש פתרונות רבים אבל לא כל זוג של מספרים?

מה דעתכם?

ד. **שחר** שרטטה את הגרפים המתאימים למערכת המשוואות.

היא אמרה: הישרים המתארים את מערכת המשוואות הם

ישרים מקבילים.

לא מצאתי נקודה משותפת לשני הישרים ולכן

למערכת אין פתרון. המוכר טעה בחישוב!

האם שחר צודקת? כמה פתרונות למערכת המשוואות הזאת?

הסבירו.

ה. **שחר** התלבטה לגבי משמעות הפתרון שקיבלה.

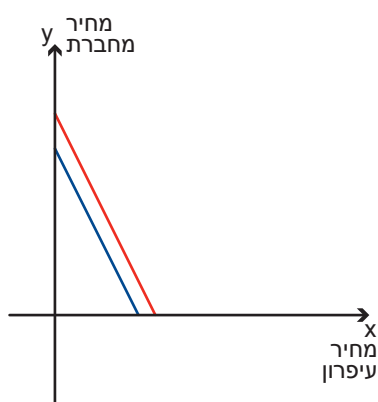
- האם אין פתרון למערכת?

- האם כל הנקודות במישור מייצגות פתרונות של המערכת?

- האם רק הנקודות שעל הישרים שבגרף מייצגות פתרונות של המערכת?

ו. סכמו את מסקנותיכם: אילו מספרים יכולים פתרון של המערכת?

ז. אילו מספרים יכולים להיות תשובה לשאלה?





אם כל אחת מהמשוואות במערכת המשוואות מתארת קשר שונה בין שני המשתנים, ושני הקשרים של שתי המשוואות אינם יכולים להתקיים ביחד, למשוואה אין פתרון.

דוגמא:

במשימה 2 יגאל פתר את מערכת המשוואות:

$$2x + y = 4$$

$$10x + 5y = 18$$

x מייצג את המחיר של עיפרון אחד,

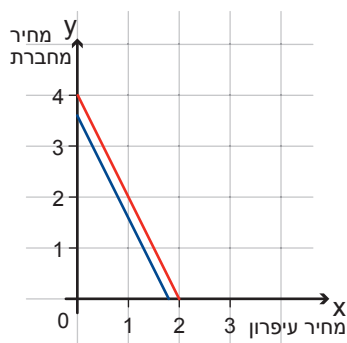
y מייצג את המחיר של מחברת אחת.

מקבלים את השוויון $0 = 2$.

משמעות הפתרון היא שאין זוגות סדורים המתאימים

לשתי המשוואות. למערכת אין פתרון.

במשימה 2, שחר שרטטה גרף:



הישרים מקבילים ואין אף נקודה משותפת לשני

הישרים - כלומר, אין פתרון למערכת.

במשימה 2, אין זוג של מספרים המתאים לתנאים של

המשוואה הראשונה ושל המשוואה השנייה ביחד.

אם פותרים את המשוואה בדרך אלגברית,

לא מקבלים שוויון בין שני האגפים.

אם משרטטים את הגרפים המתאימים

למערכת המשוואות, שני הישרים

מקבילים זה לזה. כלומר, אף לא נקודה

אחת - המשותפת לשני הישרים.

אין זוג מספרים המקיים את שתי המשוואות

המיוצגות על-ידי לגרפים האלה.



3. לפניהם שלוש מערכות משוואות.

א. $x + y = 1$

ב. $2x + 2y = 3$

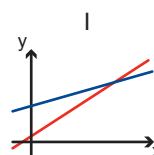
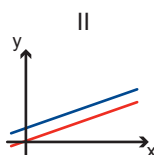
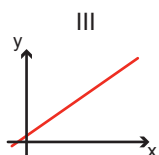
ג. $x + y = 4$

ד. $2x + 2y = 8$

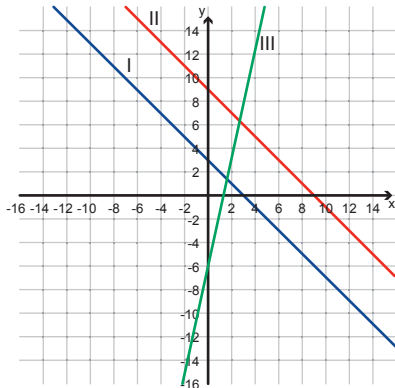
ה. $x + 2y = 4$

ו. $x - 2y = 0$

קבעו איזה מהשרטוטים הבאים יכול לתאר לכל אחת ממערכות המשוואות. הסבירו את שיקולכם.



פתרו ובדקו אם צדקתם.



1. הישרים בשרטוט מתארים את המשוואות:

I. $x + y = 3$

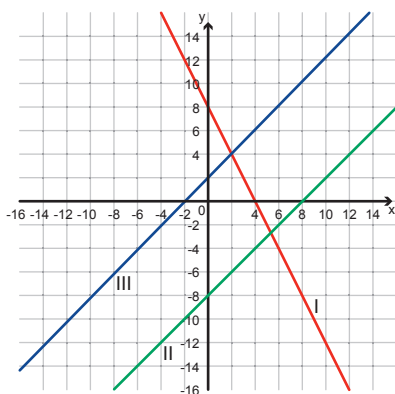
II. $x + y = 9$

III. $4x - y = 6$

בעזרת המשוואות, הרכיבו מערכת משוואות כך ש:

א. למערכת יש פתרון יחיד. רשמו את פתרון המערכת.

ב. למערכת אין פתרון.



2. הישרים בשרטוט מתארים את המשוואות הבאות:

a. $2 \cdot x + y = 8$

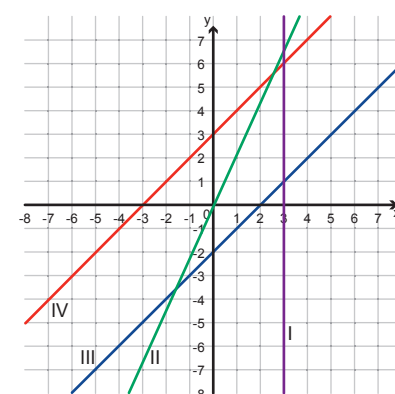
b. $x - y = 8$

c. $x - y = -2$

א. התאימו משוואות לישרים.

ב. הרכיבו מערכת משוואות שיש לה פתרון יחיד. מהו הפתרון?

ג. הרכיבו מערכת משוואות שאין לה פתרון.



3. הישרים בשרטוט מתארים את המשוואות הבאות:

a. $x = 3$ b. $x - y = 2$ c. $x - y = -3$ d. $2x - y = 0$ e. $3x - 3y = 6$

א. התאימו לכל משוואה את הישר המתאר אותה.

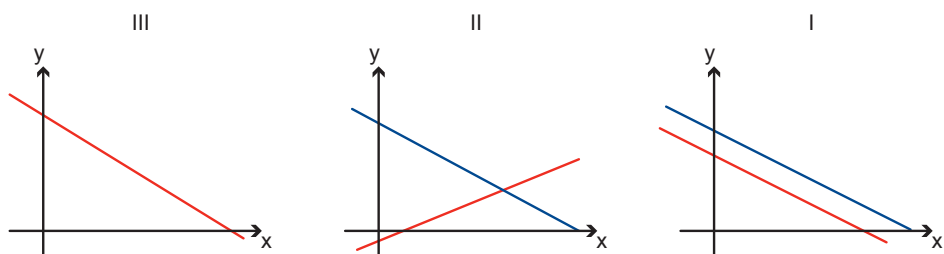
ב. הרכיבו מערכת משוואות שיש לה פתרון יחיד.

ג. הרכיבו מערכת משוואות שאין לה פתרון.

ד. הרכיבו מערכת משוואות שיש לה אינסוף פתרונות.



4. בכל סעיף קבעו איזה שרטוט יכול לתאר את מערכת המשוואות.



- למערכת המשוואות אין פתרון.
- למערכת המשוואות יש אינסוף פתרונות.
- למערכת המשוואות יש פתרון יחיד.
- הפתרון של מערכת המשוואות הוא זוג סדור.

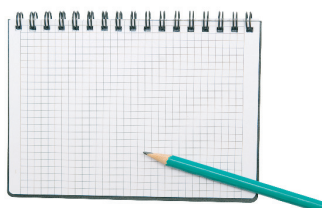


5. פתרו.

ג.
$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 8 \\ 2x + y &= 4 \end{aligned}$$

ב.
$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 10 \\ x + 2y &= 6 \end{aligned}$$

א.
$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 10 \\ 2x + y &= 4 \end{aligned}$$



6. דנה קנתה 2 עפרונות ו-4 מחברות ושילמה 10 ש"ח.
זיו קנתה 4 עפרונות ו-2 מחברות ושילמה 8 ש"ח.
מהו מחיר עיפרון? מהו מחיר מחברת?
א. כתבו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.
ב. כמה פתרונות למערכת המשוואות? כמה פתרונות לשאלה? הסבירו.



7. מצאו, אם אפשר, מהו מחיר עיפרון ומהו מחיר מחברת בכל אחד מהמקרים הבאים.

- דנה קנתה 2 עפרונות ו-4 מחברות ושילמה 10 ש"ח.
טלי קנתה 3 עפרונות ו-6 מחברות ושילמה 15 ש"ח.
- דנה קנתה 2 עפרונות ו-4 מחברות ושילמה 10 ש"ח.
גלי קנתה עיפרון אחד ו-2 מחברות ושילמה 6 ש"ח.
- דנה קנתה 2 עפרונות ו-4 מחברות ושילמה 10 ש"ח.
ציפי קנתה עיפרון אחד ו-5 מחברות ושילמה 11 ש"ח.



8. א. ברפת x פרות, ו- y רגליים. כתבו משוואה המתארת את הקשר בין המשתנים.
 ב. אורך צלע הריבוע x ס"מ, היקף הריבוע y ס"מ. כתבו משוואה המתארת את הקשר בין המשתנים.
 ג. תארו בגרף כל אחת מהמשוואות שכתבתם. הסבירו אילו הבדלים יש ביניהם.



9. אם נקטין צלע אחת של מלבן ב-3 מ', ונגדיל את הצלע השנייה של המלבן ב-4 מ', שטח המלבן יקטן ב-23 מ"ר.
 אם נקטין צלע אחת של המלבן ב-6 מ', ונגדיל את הצלע השנייה ב-8 מ', השטח יקטן ב-70 מ"ר.
 מה תוכלו לומר על אורכי צלעות המלבן?



10. א. כמה פתרונות למערכת המשוואות: $\begin{cases} x^2 - y = 9 \\ y = 7 \end{cases}$?
 ב. הסבירו מדוע לא נתקלנו במצב דומה בשיעור.
 ג. הרכיבו מערכת משוואות שיש לה בדיוק שני פתרונות שונים.



11. קבעו מהו התיאור הגרפי של פתרון כל אחת מהמערכות הבאות: הישרים נחתכים, הישרים מקבילים או הישרים מתלכדים.

א. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 5x - 5y = 8 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 5x + 5y = 12 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 5x + 5y = 20 \end{cases}$

הסבירו או הדגימו בעזרת שרטוט.

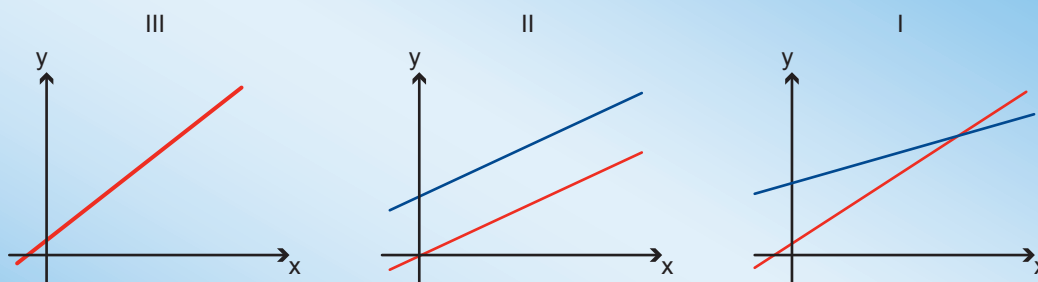


12. נתונה המשוואה $x - y = 5$.
 הוסיפו בכל סעיף משוואה, כך שתתקבל מערכת שהתיאור הגרפי של פתרונה הוא:
 א. ישרים מקבילים
 ב. ישרים נחתכים
 ג. ישרים מתלכדים

שיעור 2. בעקבות קונים וכותבים

חקירה של מערכת משוואות: קשר בין ייצוג גרפי וייצוג אלגברי, למספר הפתרונות

לפניכם שלושה שרטוטים המתארים פתרונות גרפיים של מערכות משוואות בשני משתנים:



נמשיך לחקור את שלושת המצבים ונתאים להם משוואות.

1. א. כמה נקודות הן הפתרונות של המערכת בכל אחד מהמצבים?
ב. תארו במילים את סוג הפתרון המתואר בכל שרטוט שבמסגרת (אין פתרון, פתרון יחיד, אינסוף פתרונות).

2. א. קבעו בעזרת שיקולים בלבד מהו סוג הפתרון של מערכת המשוואות (אין פתרון, זוג סדור יחיד, כל הזוגות המתאימים לישר אחד). הסבירו את שיקולכם.

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 3x + 2y = 1 \end{array} \\ \text{II.} & \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 3x + 3y = 3 \end{array} \end{array}$$

- ב. בדקו על-ידי שרטוט את תשובתכם.
- ג. הוסיפו מערכת משוואות לאפשרות שלא התקבלה.



3. התבוננו במערכות המשוואות במשימה 2.
נסו לאפיין משוואות שאין להן פתרון.
נסו לאפיין משוואות שיש להן אינסוף פתרונות המתאימים לישר אחד.
רמז: מצאו קשר בין משוואה אחת במערכת לבין המשוואה השנייה.



$$\begin{array}{ll} \text{4.} & \begin{array}{l} 5x - 3y = 4 \\ 10x - 6y = \square \end{array} \\ & \text{נתונה מערכת המשוואות:} \end{array}$$

- א. הוסיפו, אם אפשר, מספר במקום הריק, כך ש:
- למערכת יהיו אינסוף פתרונות. - למערכת לא יהיה פתרון. - למערכת יהיה פתרון יחיד.
- ב. כמה אפשרויות יש להשלמת המקום הריק בכל מקרה?



דוגמאות:

במשימה 2, פתרון המערכת

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ 3x + 2y &= 1 \end{aligned}$$
 הוא יחיד: $(-1, 2)$.

במשימה 2, המשוואה השנייה מתקבלת ממכפלת כל אחד מהאיברים שבמשוואה הראשונה ב-3:

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ 3 \cdot x + 3 \cdot y &= 3 \cdot 1 \end{aligned}$$

כל הזוגות הסדורים שסכומם 1 הם פתרונות של המערכת.

במערכת המשוואות הבאה אם כופלים את המשוואה הראשונה ב-3 מקבלים:

$$\begin{aligned} x + y &= 2 \quad / \cdot 3 \\ 3x + 3y &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 3y &= 6 \\ 3x + 3y &= 3 \end{aligned}$$

לפי המשוואה הראשונה, ערך הביטוי $3x + 3y$ הוא 6, לפי המשוואה השנייה הערך של אותו ביטוי הוא 3. המצב אינו אפשרי ולכן, למערכת המשוואות הזאת אין פתרון.

ישנם מקרים שבהם פתרון המערכת הוא **פתרון יחיד** (זוג סדור אחד).

התיאור הגרפי הוא שני ישרים נחתכים.

אם שתי המשוואות מתארות אותו קשר, אפשר לקבל משוואה אחת על-ידי כפל האגפים של המשוואה השנייה באותו מספר.

כל הזוגות הסדורים המקיימים כל אחת משתי המשוואות הם פתרונות אפשריים.

למערכת יש אינסוף פתרונות.

התיאור הגרפי הוא שני ישרים מתלכדים.

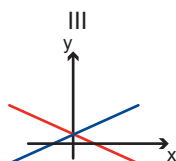
אם שתי המשוואות מתארות קשרים שאינם יכולים להתקיים ביחד, כפל האגפים באותו מספר יוצר מערכת שבה אותו ביטוי אלגברי שווה לשני מספרים שונים.

למערכות המשוואות אין פתרון.

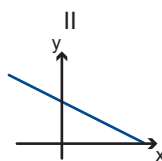
התיאור הגרפי הוא שני ישרים מקבילים.

5. התאימו בין הייצוגים הגרפיים לייצוגים האלגבריים (מערכות המשוואות). הסבירו.

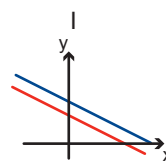
ג.
$$\begin{aligned} 6x + 9y &= 12 \\ -3x + 2y &= 7 \end{aligned}$$



ב.
$$\begin{aligned} 6x + 9y &= 4 \\ 2x + 3y &= 12 \end{aligned}$$



א.
$$\begin{aligned} 6x + 9y &= 12 \\ 2x + 3y &= 4 \end{aligned}$$

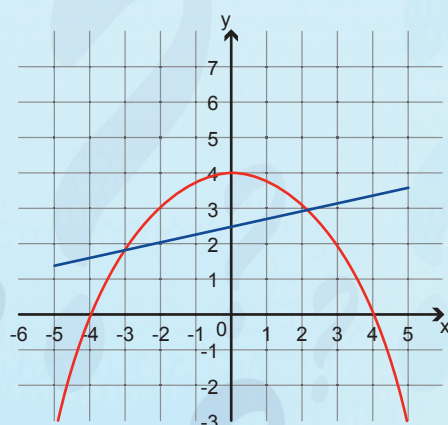


פתרו ובדקו את תשובותיכם.



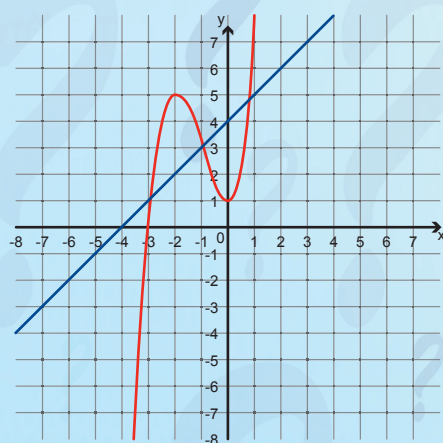
בהמשך לימודים תכירו מצבים שבהם למערכת משוואות יש שניים, שלושה פתרונות או יותר.
קל לראות זאת בגרף.

מערכת עם שני פתרונות:



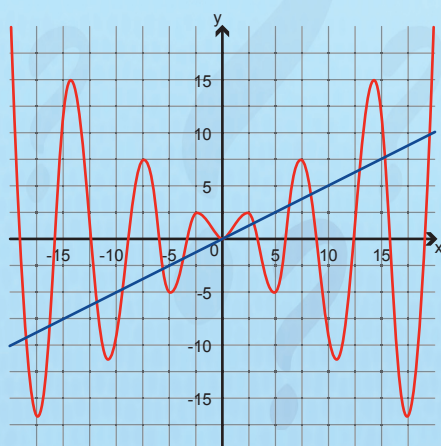
$$y = \frac{1}{5}x + 2\frac{3}{5}$$
$$y = \frac{1}{4}x^2 - 4$$

שלושה פתרונות:



$$y = x^3 + 3 \cdot x^2 + 1$$
$$y = x + 4$$

ואפילו אינסוף פתרונות:



$$y = 0.5x$$
$$y = x \cdot \sin(x)$$



1. נתונה מערכת משוואות: $x + y = 5$
 $2x + \square y = \square$

בכל סעיף, השלימו מספרים חסרים כך ש:

א. למערכת יהיו אינסוף פתרונות המתאימים לישר אחד.

ב. למערכת אין פתרון.

ג. למערכת יש פתרון יחיד.

ד. פתרו את המערכות שרשמתם.



2. נתונה מערכת המשוואות: $4x + 5y = 7$
 $8x + \square y = 15$

בכל סעיף מצאו איזה מספר יש לכתוב במקום הריק, ציינו אם אי אפשר.

א. התיאור הגרפי של המערכת הוא שני ישרים מקבילים.

ב. התיאור הגרפי של המערכת הוא ישר אחד.

ג. התיאור הגרפי של המערכת הוא שני ישרים נחתכים.



3. נתונה מערכת המשוואות: $5x - 3y = 4$
 $10x - 6y = \square$

א. מהו המספר החסר, אם המשוואות מתארות שני ישרים מקבילים?

ב. מהו המספר החסר, אם שתי המשוואות מתארות אותו ישר?

ג. **יובל** אמר: לא ייתכן ששתי המשוואות מתארות שני ישרים שנחתכים בנקודה אחת,

האם הוא צודק? הסבירו.



4. נתונה מערכת המשוואות: $2x - y = 3$
 $\square x - 2y = 6$

בכל סעיף קבעו: כמה מספרים שונים אפשר למלא במקום הריק כך ש:

א. הישרים המתארים את המערכת מתלכדים? הסבירו.

ב. הישרים המתארים את המערכת מקבילים? הסבירו.

ג. הישרים המתארים את המערכת נחתכים? הסבירו.



5. נתונה המשוואה: $2x - 5y = 18$, ואוסף של משוואות נוספות.

$x - 2\frac{1}{2}y = 9$	$5y + 18 = 2x$	$4x - 10y = 9$	$x + 5y = 3$
$4x - 10y = 5$	$x - 2\frac{1}{2}y = 18$	$2x - 3y = 18$	$4x - 10y = 36$
$\frac{2}{5}x - y = 3\frac{3}{5}$	$2x - y = 18$	$3y = 18$	$5y - 2x = 18$

א. בחרו משוואה מתוך האוסף כך שיחד עם המשוואה הנתונה תתקבל מערכת שאין לה פתרון.
כמה משוואות כאלה יש באוסף?

ב. בחרו משוואה מתוך האוסף כך שיחד עם המשוואה הנתונה תתקבל מערכת שיש לה אינסוף פתרונות.
כמה משוואות כאלה יש באוסף?

ג. בחרו משוואה מתוך האוסף כך שיחד עם המשוואה הנתונה תתקבל מערכת שיש לה פתרון יחיד.
כמה משוואות כאלה יש באוסף?



6. שרטטו גרפים המתארים את מערכות המשוואות הבאות, וקבעו: האם הפתרון הוא זוג סדור, כל הנקודות הנמצאות על ישר אחד, או אין פתרון למערכת.

א. $x + y = 2$	ב. $x + y = 4$	ג. $x + y = 2$
$2x - 2y = 4$	$5x + 5y = 12$	$3x + 3y = 6$



7. קבעו **בלי לפתור** אם הפתרון של המערכת הוא זוג סדור, כל הנקודות הנמצאות על ישר אחד, או אין פתרון למערכת. הסבירו. פתרו את המערכות באופן גרפי או באופן אלגברי, ובדקו את תשובתכם.

I. $x + y = 1$	II. $x + y = 1$
$3x + 3y = 3$	$3x - y = 3$



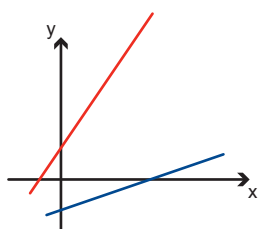
8. א. כתבו מערכת משוואות שיש לה אינסוף פתרונות.

ב. כתבו מערכת משוואות שאין לה אף פתרון.

ג. פתרו את מערכות המשוואות שכתבתם ובדקו את תשובותיכם.



9. אריאל פתר מערכת משוואות באופן גרפי, הוא קיבל שרטוט כזה:
אריאל הסיק כי למערכת אין פתרון.
האם אריאל צודק? הסבירו.



שיעור 3. כושר, כושר...

מפשטים ופותרים מערכת משוואות בשני משתנים



לפניכם שתי מערכות של משוואות:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 7 \\ 2x - y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3(x + y) - (y + 3) &= 2(x + 2) \\ 2(x - y) + 5 &= 4 - y \end{aligned}$$

האם לשתי המערכות אותו פתרון? הסבירו.

1. פשוטו וקבעו מהו סוג הפתרון (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אין פתרון).

א.	$2(4 - x) = -(x - 2y)$	ג.	$(x - 5)(y - 2) = y(x + 2)$
	$6x - 5(x + 2) = 2(y - 3) - 2x$		$(x + 2)(y - 5) = (x - 1)(y - 1) + 3$

ב.	$3x + 3y - 5 = 10 - 4x$	ד.	$3 - \frac{x + y}{2} = 4$
	$12x + 9y - 20 = 25 - 9x$		$\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 3$

2. נתונה מערכת המשוואות:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 13 \\ 3x - 4y &= 11 \end{aligned}$$

א. פתרו את המערכת.

ב. היעזרו בפתרון המערכת הנתונה ופתרו את המערכות הבאות:

א.	$2(x - 1) + 3(y - 1) = 13$	ג.	$2(3x + 1) + 3(5y - 2) = 13$
	$3(x - 1) - 4(y - 1) = 11$		$3(3x + 1) - 4(5y - 2) = 11$

ב.	$2(x + 3) + 3(y - 2) = 13$	ד.	$2\frac{(x - 1)}{3} + 3\frac{(y + 5)}{2} = 13$
	$3(x + 3) - 4(y - 2) = 11$		$3\frac{(x - 1)}{3} - 4\frac{(y + 5)}{2} = 11$



3. השוו בין דרך הפתרון במשימה 1 לבין דרך הפתרון במשימה 2.

האם פישטתם את המשוואות לפני פתרון?

האם כדאי לפשט את המשוואות לפני פתרון? הסבירו.



דוגמאות

במשימה 1, לאחר פישוט מתקבלת המערכת:

$$\begin{aligned} 7x + 3y &= 15 \\ 21x + 9y &= 45 \end{aligned}$$

אפשר לחלק את אגפי המשוואה השנייה ב-3, כך:

$$\begin{aligned} 7x + 3y &= 15 \\ 21x + 9y &= 45 \quad / :3 \end{aligned}$$

מקבלים שתי משוואות זהות:

$$\begin{aligned} 7x + 3y &= 15 \\ 7x + 3y &= 15 \end{aligned}$$

ומכאן הפתרון הוא מייד - אינסוף זוגות של מספרים

המקיימים את משוואת הישר: $7x + 3y = 15$

במשימה 2, בכל אחד מהסעיפים אפשר לזהות את המבנה של המערכת הנתונה:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 13 \\ 3x - 4y &= 11 \end{aligned}$$

לאחר שפותרים ומוצאים שפתרון המערכת הוא: (5, 1)

כלומר, $x = 5$, $y = 1$, אפשר להיעזר בו במשוואות האחרות. למשל, בסעיף א,

הערך של $x - 1$ צריך להיות 5, ולכן $x = 6$

הערך של $y - 1$ צריך להיות 1 ולכן $y = 2$

בדרך כלל קל יותר לפתור מערכת משוואות לאחר שמפשטים כל אחת מהמשוואות.

לפעמים, אפשר לזהות מבנה קבוע של כל המערכות, ואז לא כדאי לפשט.



בלקבל...

$$4. \text{ נתונה המערכת: } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

א. הסבירו כיצד אפשר להיעזר במערכת הנתונה לפתרון המשוואות הבאות.

$$ג. \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 2\frac{1}{2} \\ 9x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$ב. \quad \begin{cases} x + 2y = 5 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$$

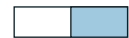
$$א. \quad \begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases}$$

ב. פתרו.



5. מפת מושגים

חברו בחיצים מושגים שיש ביניהם קשר, והשלימו את הקשר על החיצים (למשל: סוג של, פותרים על ידי, אפשר לראות מ...). תוכלו להוסיף מושגים משלכם.



1. פשוט ופתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y + 1 = 8 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = x + 4 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} 2x + 3y - 6 = 0 \\ y - x - 1 = 6 \end{cases} \end{array}$$



2. פתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} 3(x + y) + y = 2 \\ 12(x - y) = 1 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} 7(x + 3) + 3y = 27 \\ -x - 5(y - 1) = 8x + y + 8 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} 5 - (2x + 3) = y + 2 \\ 5 - (3x + 2) = 9y \end{cases} \end{array}$$



3. פתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} \frac{3x + y}{2} - x = -4 \\ 2y - 3x = 9 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} \frac{3x + 2y}{6} = \frac{2x - y - 4}{2} \\ 2x + 3y + 11 = 0 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} \frac{x - 1}{2} + \frac{y + 1}{3} = 3 \\ 2(x - 4) - 5(y - 3) = x + y \end{cases} \end{array}$$

נתונה מערכת המשוואות: $\begin{cases} 2y - x = 6 \\ 10y + 3x = -10 \end{cases}$ פתרון המערכת הוא: $(-5, \frac{1}{2})$

הסתמכו על המערכת הנתונה כדי לקבוע מהו הפתרון של מערכות המשוואות במשימות 4-6:



4. א. $\begin{cases} 4y - 2x = -12 \\ 10y + 3x = -10 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} 2y - x = 6 \\ -10y - 3x = 10 \end{cases}$



5. א. $\begin{cases} 2(y+1) - (x+1) = 6 \\ 10(y+1) + 3(x+1) = -10 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} 2(4y-1) - (x+2) = 6 \\ 10(4y-1) + 3(x+2) = -10 \end{cases}$



6. א. $\begin{cases} 2 \cdot (2x) - 2y = 6 \\ 10 \cdot (2x) + 3 \cdot (2y) = -10 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} \frac{2}{y} - \frac{1}{x} = 6 \\ \frac{10}{y} + \frac{3}{x} = -10 \end{cases}$

נתונה מערכת המשוואות: $\begin{cases} 3x - 8y = 24 \\ 4x + 10y = 20 \end{cases}$

במשימות 7-8 קבעו: לאילו מערכות אותו פתרון כמו למערכת הנתונה?

אין צורך לפתור!



7. א. $\begin{cases} 6x - 16y = 48 \\ 12x + 30y = 60 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} 9x - 24y = 72 \\ 2x + 5y = 10 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} 15x - 40y = 24 \\ x + y = 20 \end{cases}$ ד. $\begin{cases} 12x - 32y = 96 \\ -12x - 30y = -60 \end{cases}$



8. א. $\begin{cases} x - 2\frac{2}{3}y = 8 \\ x + 2\frac{1}{4}y = 5 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} \frac{x}{8} - \frac{y}{3} = 1 \\ 2x + 5y = 10 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} \frac{3}{8}x - y = 3 \\ 0.4x + y = 2 \end{cases}$ ד. $\begin{cases} 0.3x - 0.8y = 2.4 \\ x + y = 2 \end{cases}$



9. כתבו מערכת משוואות נוספת שיש לה אותו פתרון כמו למערכת במסגרת.



10. א. פתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{i.} & \begin{cases} x = -2 \\ 4(x+3) + y = 2 \end{cases} & \text{iii.} & \begin{cases} 3y - 2(2-x) + x = 2 \\ 4y - 3y + 2 = -x + 4x \end{cases} & \text{v.} & \begin{cases} 5(x+y) - 3(x-2) = 12 + y \\ 4x - 5(y+1) = x + y - 8 \end{cases} \\ \text{ii.} & \begin{cases} 2(x-1) - 3y = 1 \\ 2x + 4y = -18 \end{cases} & \text{iv.} & \begin{cases} 4(y+x) - 3(x+y) = 0 \\ 2(x-y) - 3x + 5y = 0 \end{cases} & \text{vi.} & \begin{cases} 2y + 5(x+3) = 8 \\ 3(x+y) - 4(x-y) + 6 = 0 \end{cases} \end{array}$$

ב. סמנו את הפתרונות שקיבלתם במערכת צירים.
אם פתרתם וסימנתם נכון, שש הנקודות נמצאות על קו ישר.



11. א. פתרו.

$$\begin{array}{ll} \text{i.} & \begin{cases} \frac{2x+y}{4} - \frac{x-2y}{3} = -2 \\ 3x + y = 5 \end{cases} & \text{iv.} & \begin{cases} \frac{3x+y}{2} - x = -4 \\ 2y - 3x = 9 \end{cases} \\ \text{ii.} & \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{3} = 3 \\ 2(x-4) - 5(y-3) = x + y \end{cases} & \text{v.} & \begin{cases} \frac{3x+2y}{6} = \frac{2x-y-4}{2} \\ 2x + 3y + 11 = 0 \end{cases} \\ \text{iii.} & \begin{cases} (x+3)(y+7) = xy + 27 \\ (x-5)(y-1) = (x+1)(y+8) \end{cases} & \text{vi.} & \begin{cases} (x-3)(y-2) = xy \\ (x+1)(y-1) = xy + 6 \end{cases} \end{array}$$

ב. סמנו במערכת צירים את הפתרונות של המערכות (i), (ii), (iii) וחברו למשולש.
סמנו באותה מערכת צירים את הפתרונות של המערכות (iv), (v), (vi) וחברו למשולש.
אם פתרתם וסימנתם נכון, קיבלתם שני משולשים שווים שוקיים חופפים.



12. א. פתרו.

$$\begin{array}{ll} \text{i.} & \begin{cases} 4(x-1) - 5(y+1) = 16 \\ x - 3y = 8 \end{cases} & \text{ii.} & \begin{cases} 2(x-3) + 3(y-1) = -2 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases} \\ \text{i.} & \begin{cases} x - 3y = 8 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases} & \text{ii.} & \begin{cases} 4(x-1) - 5(y+1) = 16 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases} \\ \text{iv.} & \begin{cases} 4(x-1) - 5(y+1) = 16 \\ 2(x-3) + 3(y-1) = -2 \end{cases} \end{array}$$

ב. הסתמכו על סעיף א, ומצאו את הפתרון של המערכות הבאות (אין צורך לפתור):



שיעור 4. נקודת מפגש

מציאת חוקיות במערכת משוואות

דלית, חנית, רווית ושגית פתרו 4 מערכות משוואות:

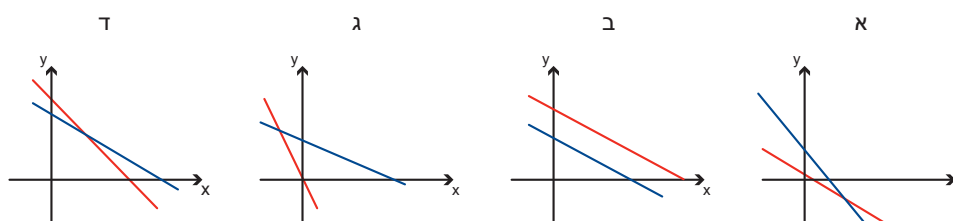
$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 6x + 5y = 4 \end{cases}$	המערכת של רווית :	$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 6y = 7 \end{cases}$	המערכת של דלית :
$\begin{cases} x + 1y = 11 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$	המערכת של שגית :	$\begin{cases} x + y = 1 \\ 5x + 4y = 3 \end{cases}$	המערכת של חנית :

נגלה חוקיות מעניינת בארבע המערכות.

- א. התבוננו במערכות שבמסגרת.
נסו לגלות תכונה משותפת לארבע המערכות.
ב. פתרו את המערכות.
ג. נסו לגלות תכונה משותפת נוספת לארבע המערכות.
- אילנית** הציצה בפתרונות של חברותיה ורשמה את המערכת:

$$\begin{cases} x + 1y = 1 \\ x + y = \end{cases}$$

היא אמרה: הפתרון של מערכת המשוואות שלי זהה לפתרון המערכות שלך.
מה דעתכם? בדקו אם למערכת של אילנית אותו פתרון.
- סיגלית** אמרה: בכל משוואה, שלושה מספרים עוקבים מסודרים בסדר עולה, או בסדר יורד.
האם סיגלית צדקה? הדגימו בעזרת מערכת משוואות משלכם.
- איזה מהגרפים הבאים מתאר את המערכות שחקרתם במשימות 1-3? הסבירו.



- א. פתרו את המערכות הבאות:

$\begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + 5y = \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + 5y = \\ x + 6y = 11 \end{cases}$
---	--	--

- ב. מצאו בלי לפתור את פתרון המערכת:

$$\begin{cases} x + 4y = \\ x + 6y = 11 \end{cases}$$

- ג. בדקו את השערתכם.

6. השלימו את המספרים במערכות המשוואות כך שפתרון יהיה $(-1, 2)$. הסבירו את שיקוליכם.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & -3x - y = \square \\ & -10x - 12y = \square \\ \text{ב.} & \square x + 10y = 15 \\ & 4x + \square y = 24 \end{array}$$



7. **שרית** הציעה לרשום משוואה בה המספרים עוקבים כך: $ax + (a + 1)y = a + 2$

א. הסבירו את הצעתה של שרית.

ב. שערך היכן יעברו (או באיזו נקודה חייבים לעבור) הגרפים של המשוואות מהצורה: $ax + (a + 1)y = a + 2$. הצדיקו את השערתכם.



1. האם פתרון המערכת $\begin{cases} 6x + 7y = 8 \\ 9x + 10y = 11 \end{cases}$ הוא $(-1, 2)$? הסבירו.

2. השלימו את המספרים החסרים כך שפתרון המערכת הוא $(-1, 2)$:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & 15x + 16y = \square \\ & 17x + 16y = \square \\ \text{ב.} & 60x + \square y = 62 \\ & 60x + \square y = 58 \end{array}$$

3. מצאו את פתרון המערכות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & 2x + 4y = 6 & \text{ב.} & 3x + 4y = 5 \\ & 2x + 3y = 4 & & 3x + 7y = 11 \\ \text{ג.} & 3x + 2y = 1 & & 2x + y = 0 \end{array}$$

4. השלימו את המספרים החסרים כך שפתרון המערכת הוא $(-1, 2)$:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \square x + 2y = 5 \\ & 3x - 5y = \square \\ \text{ב.} & 2x + \square y = -6 \\ & \square x + \square y = 6 \end{array}$$

5. רשמו מערכת משוואות שפתרונה הוא $(-1, 2)$.



6. המספרים a, b, c הם מספרים עוקבים.
 גם המספרים d, e, f הם מספרים עוקבים.
 הוכיחו כי פתרון המערכת:

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$
 הוא $(-1, 2)$.



1. קבעו לגבי כל משפט: נכון, לא נכון או אי-אפשר לדעת.
 - א. אם מחיר בקבוק קולה 4.5 ש"ח,
 אז מחיר שני בקבוקים מאותו סוג הוא 9 ש"ח.
 - ב. אם דורית יכולה להרכיב פאזל ענק בשעתיים,
 אז היא יכולה להרכיב שלושה פאזלים כאלה ב- 6 שעות.
 - ג. אם רובוט מכסח את הדשא בחצר ב- 40 דקות,
 אז 3 רובוטים זהים יכסחו אותה חצר ב- 120 דקות.
 - ד. אם באקווריום של דליה יש 4 דגים,
 אז באקווריום של דגנית ושל זוהר יש 8 דגים.
2. ב- 25 גרם חטיף יש 120 קלוריות.
 כמה קלוריות באריזה של 50 גרם? באריזה של 400 גרם? באריזה של 10 גרם?
3. 20 פועלים חופרים תעלה ב-15 יום.
 הניחו כי הפועלים עובדים בקצב קבוע. בכמה ימים יחפרו תעלה כזו 30 פועלים?
 בכמה ימים יחפרו תעלה כזו 5 פועלים?
4. דני צילם מגדל גובה המגדל במציאות 3.6 מ'. גובה המגדל בתמונה 9 ס"מ.
 מהו קנה המידה של התמונה?
5. היחס בין מספר מקומות הישיבה באולם ארגמן למספר המקומות
 באולם טורקיז הוא 5:8.
 באיזה אולם יותר מקומות ישיבה, בארגמן או בטורקיז?
 האם ייתכן שבשני האולמות יחד יש 1300 מקומות? 2000 מקומות? הסבירו.
6. לטיול השנתי יצאו 70 תלמידים מכיתות ז ו- 90 תלמידים מכיתות ח.
 מחיר הנסיעה הכולל היה 800 ס"ח.
 כמה שילמו כל התלמידים מכיתות ז? כמה שילמו כל התלמידים מכיתות ח? הסבירו.

