

יחידה 27: מצרפים ופותרים

שיעור 1. במכולת

פתרון מערכת משוואות בעזרת שיקולים ועל-ידי חיסור

מתנדבים קונים אורז וסוכר כדי לתרום לנזקקים לקראת החג.
הסוכר והאורז ארוזים בחבילות של 1 קילוגרם.

ביום ראשון הם קנו:



הם שילמו 58 ש"ח.

ביום שני הם קנו:

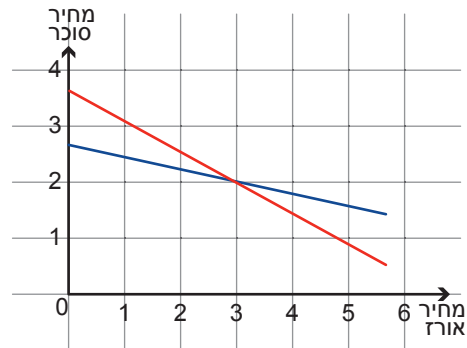


הם שילמו 40 ש"ח.

מה המחיר של קילוגרם אחד אורז ומה המחיר של קילוגרם אחד סוכר?

1. גרף

א. אייל פתר כך:



- הוא סימן ב- x את המחיר של קילוגרם אחד אורז (בש"ח),
וב- y את המחיר של קילוגרם אחד סוכר (בש"ח).
כתבו מערכת משוואות מתאימה.
ב. אייל כתב מערכת משוואות מתאימה ושרטט את הגרף.
מצאו, בדרך של אייל, מה המחיר של קילוגרם אחד אורז (בש"ח)
ומה המחיר של קילוגרם אחד סוכר (בש"ח). הסבירו.

2. חישוב

- אלעד טען: בעזרת חישוב אחד בלבד אפשר להסיק מנתוני השאלה את מחירם של 9 קילוגרם סוכר.
א. האם אלעד צודק?
ב. מצאו את המחיר של 9 קילוגרם סוכר בדרך של אלעד.
חשבו, בדרך של אלעד, את המחיר של 1 קילוגרם סוכר ושל 1 קילוגרם אורז. השוו עם תשובתכם למשימה 1.
ג. האם הדרך של אלעד אפשרית בכל מערכת משוואות? הסבירו.

3. מערכת משוואות

אפרת אמרה: אני **חיסרתי** את האגפים המתאימים של שתי המשוואות:

$$\begin{array}{r} 6x + 20y = 58 \\ -6x + 11y = 40 \end{array}$$

 קיבלתי משוואה אחת עם משתנה אחד.

- א. מצאו, בדרך של אפרת, את המחיר של קילוגרם אחד סוכר ושל קילוגרם אחד אורז.
 ב. השוו את התשובה המתקבלת בדרך של אפרת עם תשובתכם למשימה 1.
 האם הדרך של אפרת נכונה?



במשימה 3, הכרנו דרך נוספת למצוא פתרון של מערכת משוואות שבה המקדמים שווים:
 נתונה מערכת משוואות בשני משתנים.

דוגמה:

$$\begin{array}{r} 6x + 20y = 58 \\ -6x + 11y = 40 \end{array}$$

$$20y - 11y = 18$$

$$9y = 18$$

$$y = 2$$

$$6x + 11 \cdot 2 = 40 \quad / -22$$

$$6x = 18 \quad / :6$$

$$x = 3$$

פתרון המערכת הוא: (3, 2)

הפגיון: מחיר קילוגרם אחד סוכר
 הוא 2 ש"ח, מחיר קילוגרם אחד
 של אורז עולה 3 ש"ח. מחירים אלו
 השאלה.

מזהים משתנה בעל מקדמים שווים בשתי המשוואות:

מחסרים את האגפים המתאימים של שתי המשוואות,
 מקבלים משוואה אחת במשתנה אחד.

מפשטים ומקבלים:

מציבים את ערך המשתנה שהתקבל באחת משתי המשוואות
 ומחשבים את ערכו של המשתנה השני.

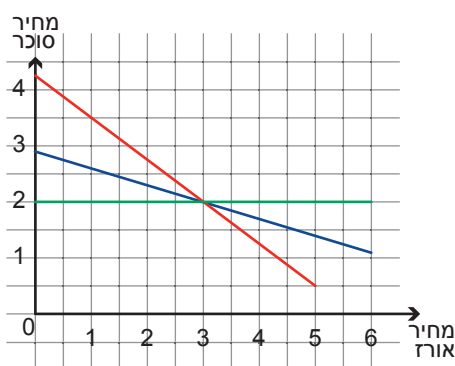
רושמים פתרון למערכת.

בודקים על-ידי הצבה אם הפתרון שהתקבל נכון.

אם המערכת מייצגת שאלה מילולית בודקים אם הפתרון מתאים
 לתנאי השאלה.



4. מצאו מה דומה ומה שונה בין דרכי הפתרון של אפרת, של אייל ושל אלעד.



5. אפרת שרטטה בירוק את הישר המתאים למשוואה $9y = 18$ במערכת הצירים של אייל. האם שלושת הישרים נחתכים באותה נקודה? מדוע?



6. בחרו שתי מערכות ופתרו אותן בשתי דרכים שונות (בדרך גרפית, בעזרת שיקולים או בעזרת חיסור אגפים).

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} 2x - y = -2 \\ 2x + y = 14 \end{cases} \\ \text{ג.} & \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x - y = 11 \end{cases} \\ \text{ד.} & \begin{cases} 4x - 7y = 6 \\ 4x + y = 30 \end{cases} \end{array}$$



7. ניצה ועמוס פתרו את המערכת $\begin{cases} 2x - y = -2 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$

- עמוס חיסר** את האגפים המתאימים בשתי המשוואות זו מזו.
ניצה אמרה: במקום לחסר **חיברתי** את האגפים של שתי המשוואות במערכת.
 א. כתבו את המשוואות שקיבלו עמוס וניצה לאחר הפעולות שביצעו.
 ב. האם ייתכן כי שתי הדרכים, חיבור וחיסור אגפי המשוואות, נכונות?
 ג. פתרו את מערכת המשוואות בשתי הדרכים שהציעו עמוס וניצה, ובדקו אם הם קיבלו פתרון זהה.
 ד. איזו דרך אתם מעדיפים? מדוע?



בישראל קיימים עמותות וארגונים רבים העוסקים בעזרה לנזקקים. העמותות מבוססות על פעילות התנדבותית של נוער ושל מבוגרים בתחומים מגוונים. אפשר לתרום למשפחות נזקקות בדרכים שונות: תרומת מזון, בגדים משומשים, ריהוט ישן, פעילות התנדבותית או תרומת כסף. תוכלו למצוא באתרי אינטרנט עמותות סיוע לנזקקים באיזור מגורכם, ואף לקחת חלק בפעילות ההתנדבותית בהם.

1. מורה הציגה לתלמידים את הבעיה הזאת:
במאפייה שכונתית אופים שני סוגים של עוגות: עוגות שוקולד ועוגות שמרים.
כדי לאפות 3 עוגות שוקולד ו- 7 עוגות שמרים משתמשים ב- 36 ביצים.
כדי לאפות 3 עוגות שוקולד ועוגת שמרים אחת משתמשים ב- 18 ביצים.
בכמה ביצים משתמשים לאפיית עוגת שוקולד אחת, ובכמה ביצים משתמשים לאפיית עוגת שמרים אחת?
אייל הציע את הפתרון הזה: כבר מניסוח השאלה אפשר לדעת **בלי לחשב**, כי כדי לאפות 6 עוגות שמרים משתמשים ב- 18 ביצים, ולכן לאפיית עוגת שמרים אחת משתמשים ב-...
הסבירו את הפתרון של אייל והשלימו אותו, או פתרו בדרך משלכם.



2. מורה הציגה לתלמידים את הבעיה הזאת:
באוטובוס יש 50 מקומות ישיבה, מחיר השכרת אוטובוס ליום הוא 400 ש"ח.
בטיולית יש 20 מקומות ישיבה, מחיר השכרת טיולית ליום הוא 200 ש"ח.
170 ילדים נרשמו לטיול. בית הספר הזמין אוטובוסים וטיוליות במחיר כולל של 1,400 ש"ח.
בכלי הרכב שהוזמנו, לא נשאר מקום ריק.
כמה אוטובוסים וכמה טיוליות הזמין בית הספר?
יואב אמר: אין צורך במערכת משוואות כדי לפתור את השאלה.
אני פותר את השאלה בעל פה! הרי אפשר להזמין לכל היותר 3 אוטובוסים.
הסבירו את דבריו של יואב. מצאו כמה אוטובוסים וכמה טיוליות יצאו לטיול.

מתוך מבחן מיצ"ב תשס"ח

3. מורה הציגה לתלמידים את הבעיה שלפניכם:
אלעד נכנס לחנות ספורט כדי לקנות כדורי-סל ומחבטי טניס למועדון השכונתי.
בחנות היו כדורי-סל מסוג אחד בלבד ומחבטי טניס מסוג אחד בלבד.
אם יקנה אלעד 3 כדורי-סל ו- 3 מחבטי טניס, הוא ישלם 285 ש"ח.
אם יקנה אלעד 3 כדורי-סל ומחבט טניס אחד, הוא ישלם 175 ש"ח.
א. מהו מחירו של מחבט טניס ומהו מחירו של כדור-סל? הציגו את דרך הפתרון.
ב. **אפרת** טענה: בעזרת **חישוב אחד בלבד**, אפשר להסיק מנתוני השאלה את מחירם של שני מחבטי טניס.
הסבירו את דרך החשיבה של אפרת.



4. פתרו את מערכת המשוואות. בדקו את פתרונותיכם.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} 3x + 2y = 20 \\ 2x + 2y = 18 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} 4x + 3y = 35 \\ 4x + y = 25 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} 3x + 2y = -7 \\ -5x + 2y = 1 \end{cases} \end{array}$$



5. א. פתרו את מערכת המשוואות בדרכים שונות. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$

ב. כמה דרכי פתרון מצאתם? האם קיבלתם אותו פתרון בכל הדרכים?

ג. איזו דרך נוחה יותר, לדעתכם? הסבירו.



6. נתונה המערכת: $\begin{cases} 3x + 4y = 23 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$

דני **חיסר** את המשוואות והציב את הפתרון שהתקבל במקום y .

גדי **חיבר** את המשוואות והציב את הפתרון שהתקבל במקום x .

א. מי שגה בדרך הפתרון?

ב. מה פתרון המערכת?



7. פתרו את מערכת המשוואות. בדקו את פתרונותיכם.

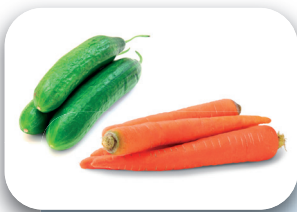
$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} 0.04x - 0.07y = 0.06 \\ 0.04x + 0.05y = 0.3 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} 4(x + 2) - 7(y - 1) = 9 \\ 4(x + 1) + 2(y - 5) = y + 36 \end{cases} \end{array}$$



8. פתרו את מערכת המשוואות. בדקו את פתרונותיכם.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 3y = -1 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - y = -2 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} 8x - 9y = -36 \\ -8x + y = 4 \end{cases} \end{array}$$

שיעור 2. במרכול



קשר בין דרכים שונות לפתרון מערכת משוואות

גברת חגים ומר מועדים קנו ירקות.

גברת חגים קנתה 2 קילוגרם מלפפונים ו- 3 קילוגרם גזר היא שילמה 31 ש"ח.

מר מועדים קנה קילוגרם אחד מלפפונים ו- 2 קילוגרם גזר הוא שילם 29 ש"ח.

**האם תוכלו לקבוע מהו המחיר של קילוגרם אחד מלפפונים ושל קילוגרם אחד גזר?
איזה מידע נוסף אפשר להסיק מתוך הנתונים האלה על הקניות של גברת חגים, של מר מועדים ושל קונים
אחרים במרכול.**

1. א. האם ייתכן, שמחיר קילוגרם אחד של מלפפונים הוא 10 שקלים? הסבירו.
ב. האם ייתכן, שמחיר קילוגרם אחד של גזר הוא 10 שקלים? הסבירו.
ג. האם ייתכן, שמחיר קילוגרם אחד של מלפפונים הוא 15 שקלים ו- 50 אגרות? הסבירו.
ד. האם ייתכן, שמחיר קילוגרם אחד של גזר הוא 4 שקלים ו- 70 אגרות? הסבירו.
ה. קשמו אפשרות אחת למחיר של קילוגרם מלפפונים, ואפשרות אחת למחיר של קילוגרם גזר.
ו. בדקו אם האפשרויות שרשמתם מתאימות לתנאי השאלה.
2. שער: האם אפשר למצוא מחיר של קניה (מלפפונים וגזר), בלי לדעת את המחיר של קילוגרם אחד מלפפונים ואת המחיר של קילוגרם אחד גזר? הסבירו.
3. א. בשקית של מר שמחה יש קילוגרם אחד של מלפפונים וקילוגרם אחד של גזר.
כמה ישלם מר שמחה בעבור הקנייה? הסבירו.
ב. כמה יעלו 5 קילוגרם מלפפונים ו- 5 קילוגרם גזר במרכול הזה? הסבירו.
ג. כמה יעלו 7 קילוגרם מלפפונים ו- 8 קילוגרם גזר במרכול הזה? הסבירו.
ד. כמה יעלו 8 קילוגרם מלפפונים ו- 7 קילוגרם גזר במרכול הזה? הסבירו.
4. x מייצג את המחיר של קילוגרם אחד מלפפונים (בש"ח), y מייצג את המחיר של קילוגרם אחד גזר (בש"ח).
א. כתבו משוואות מתאימות לנתונים שבמסגרת (שבתחילת השיעור) ובמשימה 3.
ב. קשמו, בעזרת המשוואות שכתבתם, שתי מערכות משוואות שונות.
5. **טל** אמרה: אני חיברתי וחיסרתי את האגפים המתאימים של משוואות המתקבלות מהנתונים.
בדרך זו אני יכולה לענות על השאלות שבמשימה 3, גם **בלי לדעת** כמה עולה קילוגרם אחד של מלפפונים וכמה עולה קילוגרם אחד גזר.
מה דעתכם? האם הדרך של טל אפשרית? האם היא נכונה? הדגימו.



דוגמה:

$$2x + 3y = 31$$

$$3x + 2y = 29$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 31 \\ + 3x + 2y = 29 \\ \hline \end{array}$$

$$5x + 5y = 60$$

אפשר לתאר את נתוני השאלה בעזרת מערכת משוואות.

● אפשר לחבר אגפים מתאימים של שתי המשוואות

ולקבל משוואה חדשה:

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 31 \\ - 3x + 2y = 29 \\ \hline \end{array}$$

$$x + y = 2$$

● אפשר לחסר את האגפים המתאימים של שתי המשוואות,

ולקבל משוואה חדשה:

$$2x + 3y = 31$$

$$3x + 2y = 29 \quad / \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 31 \\ + 6x + 4y = 58 \\ \hline \end{array}$$

$$8x + 7y = 89$$

● אפשר גם לשלב כפל האגפים במספר וחיבורם או חיסורם של האגפים המתאימים בשתי המשוואות, כך:

ולקבל משוואה חדשה:

6. האם תוכלו למצוא מהו המחיר של קילוגרם אחד מלפפונים ומהו המחיר של קילוגרם אחד גזר? הסבירו.

7. **שרון** כתבה את המערכת $\begin{array}{l} 2x + 3y = 31 \\ 3x + 2y = 29 \end{array}$ והציעה להכין **טבלת ערכים** מתאימה לכל משוואה:

$$2x + 3y = 31$$

x	y
0	$10\frac{1}{3}$
1	$9\frac{2}{3}$
2	9
3	$8\frac{1}{3}$
5	7

$$3x + 2y = 29$$

x	y
0	14.5
1	13
2	11.5
3	10
5	7

האם אפשר למצוא מהו המחיר של קילוגרם אחד מלפפונים ומהו המחיר של קילוגרם אחד גזר בדרך של שרון? הדימו בעזרת המערכות הנוספות שרשמתם במשימה 4.



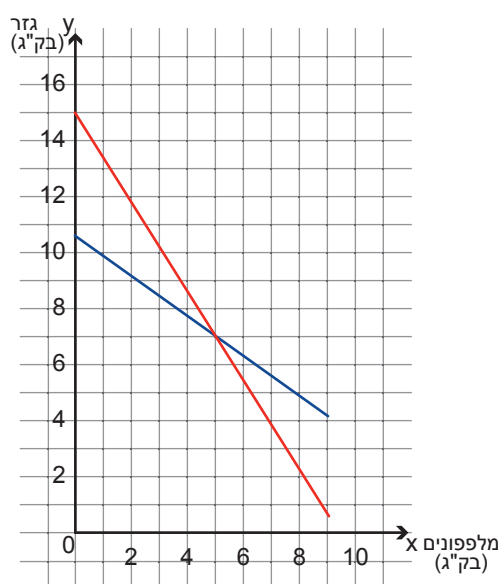
פתרון אלגברי:

- משוואה אחת במשתנה אחד מתארת מצב של איזון בין שני אגפים. ביצוע אותן פעולות על שני אגפי המשוואה אינו מפר את האיזון בין שני האגפים.
- באופן דומה, גם משוואה אחת בשני משתנים מתארת איזון בין שני אגפים. ביצוע פעולות על שני האגפים של משוואה אחת בשני משתנים, שומר על האיזון בין שני האגפים.
- אם מחברים או מחסרים את האגפים המתאימים של שתי משוואות האיזון בין האגפים נשמר.

8. אייל הציע לשרטט את הגרפים של מערכת המשוואות

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 31 \\ 3x + 2y &= 29 \end{aligned}$$

המתאימה לנתונים.

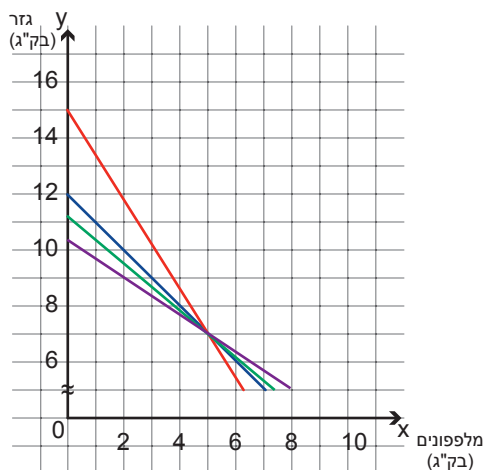


הסבירו כיצד אפשר להיעזר בשרטוט של אייל כדי לגלות אם המחירים של קילוגרם אחד מלפפונים ושל קילוגרם אחד גזר.



פתרון גרפי:

- אפשר לייצג כל משוואה בשני משתנים (ממעלה ראשונה) כקו ישר במערכת צירים.
- אפשר לייצג כל פתרון של המשוואה כנקודה על הגרף המתאים למשוואה הזאת.
- אפשר לייצג מערכת של שתי משוואות בשני משתנים (ממעלה ראשונה) כשני ישרים במערכת צירים.
- הפתרון של מערכת משוואות הוא זוג סדור של מספרים המקיימים את שתי המשוואות. זוג זה מיוצג על-ידי נקודה הנמצאת על שני הישרים, כלומר, על-ידי נקודת החיתוך של שני הישרים. אם אין נקודת חיתוך לישרים, אין פתרון למערכת המשוואות.



9. נוגה שרטטה במערכת הצירים של אייל את כל הגרפים שמתאימים לתנאים של המשוואות במשימה 3.
- נוגה** אמרה: הפעולות שביצענו על המשוואות אינן משנות את הפתרון. בכל המקרים מחיר קילוגרם מלפפונים הוא 5 ש"ח, ומחיר קילוגרם גזר הוא 7 ש"ח.
- האם היא צודקת? הסבירו.



כפל אגפי המשוואה באותו מספר, או חיבור או חיסור אגפים מתאימים של שתי המשוואות יוצרות משוואות חדשות, אך אינן משנות את פתרון המערכת.

הגרפים של המשוואות החדשות עוברים דרך נקודת החיתוך של שני הגרפים המייצגים את מערכת המשוואות המקוריות.



10. **רוחמה** אמרה: אם נשרטט את הגרפים המתאימים לפתרון מערכת המשוואות (הישר $x = 5$ והישר $y = 7$), גם הם יעברו דרך אותה נקודה.
- האם לדעתכם רוחמה צודקת? שרטטו ובדקו.



בעוד שבחיי היום יום נוהגים לומר למשל, "משקל המלפפונים הוא 2 קילוגרם" או "משקל התינוק הוא 4 קילוגרם ו-300 גרם", למעשה, מבחינה מדעית השימוש בקילוגרם או בגרם כיחידה למשקל הוא **שגוי**.

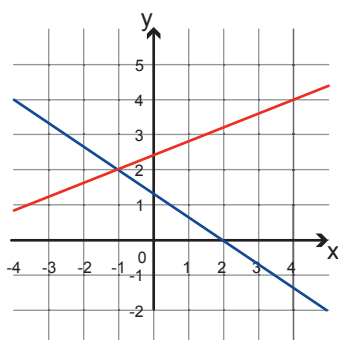
יחידות כמו קילוגרם וגרם הן יחידות של גודל מדעי הנקרא **מסה**. מסה היא **כמות** של חומר.

משקל הוא גודל מדעי המציין את **הכובד** של החומר – באיזו מידה כוח המשיכה (הכבידה) של כדור הארץ (או גוף שמימי אחר) פועל על החומר. המשקל נמדד ביחידות הנקראות ניוטון, קילוגרם כוח או דין.

המסה (כמות החומר) אינה משתנה כאשר עוברים ממקום למקום – מכדור הארץ לירח למאדים או לחלל. לעומת זאת, המשקל של עצם משתנה בהתאם לשינוי בכוח המשיכה.

כך למשל, גוף בעל מסה של 1 קילוגרם, משקלו על פני כדור הארץ יהיה קרוב ל-10 ניוטון (כ-1 קג"כ), 1.6 ניוטון על פני הירח, 3.9 ניוטון על המאדים ואילו בחלל יהיה כמעט חסר משקל לחלוטין.

תוכלו לקרוא עוד על מסה ועל משקל על-פני כדור הארץ ובחלל באתרי אינטרנט.



1. הישרים בשרטוט מתארים את

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

מערכת המשוואות:

א. מהי נקודת החיתוך של הישרים?
מהו הפתרון של מערכת המשוואות?
מה הקשר ביניהם? הסבירו.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

ב. חברו את אגפי המשוואות:

שרטטו את הישר המתאר את המשוואה שקיבלתם.
האם הישר ששרטטתם עובר בנקודה שמצאתם בסעיף א?



$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$$

2. נתונה מערכת המשוואות:

א. קבעו **בלי לשרטט**: מהי נקודת החיתוך של שני הישרים המתארים את מערכת המשוואות?
ב. האם נקודת החיתוך שמצאתם נמצאת גם על הישר $x + y = 9$? הסבירו.
ג. מצאו 2 ישרים נוספים העוברים דרך הנקודה שמצאתם.



$$\begin{cases} y = 3 \\ 2x + y = 13 \end{cases}$$

3. נתונה מערכת המשוואות:

א. מהי נקודת החיתוך של שני הישרים המתארים את מערכת המשוואות? הסבירו כיצד מצאתם.
ב. מצאו 3 ישרים נוספים העוברים דרך הנקודה שמצאתם.



4. לפניהם 4 משוואות:

$$x + 2y = 7 \quad 3x + y = 11 \quad x - y = 1 \quad x + y = 5$$

א. **צבי** אמר: כל הישרים המתארים את המשוואות האלו עוברים דרך הנקודה (3, 2).
האם צבי צודק? הסבירו.

ב. מצאו את הפתרון של מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{llll} x + 2y = 7 & x - y = 1 & x + y = 5 & 3x + y = 11 \\ \underline{x + y = 5} & \underline{3x + y = 11} & \underline{3x + y = 11} & \underline{x + 2y = 7} \end{array}$$

ג. כתבו מערכת משוואות נוספת שפתרונה (3, 2).



5. לפניכם מערכת משוואות:

$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - y = -5 \end{cases}$$

א. שרטטו את הישרים המתארים את מערכת המשוואות, ומצאו את נקודת החיתוך שלהם.

ב. חברו את אגפי המשוואות.

ג. השמו את המשוואה שהתקבלה ושרטטו את הישר המתאים באותה מערכת צירים.

האם שלושת הישרים נפגשים בנקודה אחת? מהי?



6. א. שרטטו את הישרים המתארים את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

ב. חברו את אגפי המשוואות מסעיף א.

שרטטו במערכת הצירים מסעיף א, את הישר המתאים למשוואה שקיבלתם.

ג. חסרו את אגפי המשוואות מסעיף א.

שרטטו במערכת הצירים מסעיף א, את הישר המתאים למשוואה שקיבלתם.

ד. מצאו משוואה נוספת, שהישר המתאר אותה עובר בנקודת החיתוך של הישרים ששרטטתם.



7. בכל מקרה, קבעו אילו פעולות כדאי לבצע (חיבור אגפי המשוואה, חיסור אגפי המשוואה או הצבה) על

מנת לקבל משוואה אחת במשתנה אחד.

א. $x + 3y = 5$	ב. $3x + 2y = -7$	ג. $2x + 3y = 35$	ד. $7x - 5y = -19$
$-x + 2y = 0$	$5x - 2y = -1$	$2x - 5y = -5$	$3x - 5y = -11$



8. בכל מקרה, קבעו אילו פעולות כדאי לבצע על מנת לקבל משוואה אחת במשתנה אחד. הסבירו.

א. $2x + y = 5$	ב. $3x + 2y = 8$
$5x - 2y = 31$	$4x - 5y = 3$

שיעור 3. שי לחג

פתרון מערכת משוואות על-ידי השוואת מקדמים:
כפל האגפים של אחת המשוואות, וחיבור או חיסור אגפים מתאימים

לפניכם שתי שקיות שי לילדים המכילות עוגות וסוכריות על מקל.



שקית ב 13 ש"ח



שקית א 14 ש"ח

נגלה את המחיר של עוגה אחת, ואת המחיר של סוכרייה אחת בדרכים שונות.

1. השתמשו במידע הנתון כדי לחשב את המחיר של השקית הזאת:



2. א. מה יהיה מחירה של שקית המכילה 4 עוגות ו- 12 סוכריות? הסבירו.

ב. x מייצג מחיר של עוגה, y מייצג מחיר של סוכרייה.

תארו במילים מה מייצגת כל אחת מהמשוואות הבאות:

א. $4x + 2y = 13$ ג. $2x + y = 6.5$

ב. $2x + 6y = 14$ ד. $4x + 12y = 28$

3. **הילה** רשמה את המערכת:

$$2x + 6y = 14 \quad / \cdot 2$$

$$4x + 2y = 13$$

$$4x + 12y = 28$$

$$-4x + 2y = 13$$

$$10y = 15$$

א. תארו במילים מה מייצגת המערכת של הילה.

ב. השלימו את הפתרון של הילה. מהו מחיר סוכרייה אחת, ומהו מחיר עוגה אחת?

4. **איתי** רשם את המערכת:

$$2x + 6y = 14$$

$$4x + 2y = 13 \quad / \cdot 3$$

$$2x + 6y = 14$$

$$-12x + 6y = 39$$

$$-10x = -25$$

א. תארו במילים את המערכת של איתי.

ב. השלימו את הפתרון של איתי. מהו מחיר סוכרייה אחת, ומהו מחיר עוגה אחת?



במשימות 2 ו- 3 הילה ואיתי פתרו מערכות בדרך שנקראת **השוואת המקדמים**.

דוגמה: פתרון בדרך של איתי:

$$2x + 6y = 14$$

$$4x + 2y = 13 \quad / \cdot 3$$

$$2x + 6y = 14$$

$$12x + 6y = 39$$

$$2x - 12x = 14 - 39$$

$$x = 2.5$$

$$y = 1.5$$

$$(2.5, 1.5)$$

$$2 \cdot 2.5 + 6 \cdot 1.5 = 14 \checkmark$$

$$4 \cdot 2.5 + 2 \cdot 1.5 = 13 \checkmark$$

מחיר עוגה הוא 2.5 שקלים,

מחיר סוכרייה הוא 1.5 שקלים

• משווים בין המקדמים בשתי המשוואות על ידי הכפלת אגפי המשוואות במספר מתאים.

• מחסרים (או מחברים) את אגפי המשוואות.

מקבלים משוואה אחת בנעלם אחד.

• פותרים את המשוואה.

• מציבים באחת המשוואות את הפתרון ומקבלים את ערכו של המשתנה השני.

• רושמים פתרון למשוואה.

• בודקים את הפתרון על-ידי הצבת הפתרון בשתי המשוואות **המקוריות**.

• בודקים אם הפתרון שהתקבל מתאים לתנאי השאלה.

רושמים תשובה לשאלה.



5. **מיכאל** הציע את הפתרון הזה:

$$2x + 6y = 14 \quad / \cdot (-2)$$

$$4x + 2y = 13$$

$$-4x - 12y = -28$$

$$+ 4x + 2y = 13$$

$$-10y = -15$$

$$y = 1.5$$

השלימו את הפתרון של מיכאל. מהו מחיר סוכרייה אחת, ומהו מחיר עוגה אחת?



6. א. השוו בין דרכי הפתרון השונות: של הילה, של איתי ושל מיכאל. האם קיבלתם תשובות זהות?

מהי מסקנתכם?

ב. איזו דרך פתרון אתם מעדיפים? מדוע?



לקראת החג הכינו ברשתות השיווק אריזות שי המכילות יין ושוקולד.
המחיר נקבע לפי מספרי הפריטים באריזה:

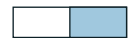


34 ש"ח



49 ש"ח

למשימות 1-4 היעזרו בנתונים שבשרטוט.



1. קבעו מה מחיר כל אריזת שי:



2. א. הציגו אריזת שי משלכם, שאתם יכולים לקבוע את מחירה. מהו מחיר האריזה שלכם?
ב. מהו מחיר בקבוק יין? מהו מחיר חפיסת שוקולד? הסבירו כיצד מצאתם.



3. מצאו, בשתי דרכים שונות, את מחירו של בקבוק יין ואת מחירה של חפיסת שוקולד.



4. הציגו שתי אריזות שי משלכם, שאתם יכולים לקבוע את מחירן.
כתבו מערכת משוואות מתאימה לאריזות שלכם.
האם אפשר לגלות את מחיר היין ואת מחיר השוקולד לפי מערכת המשוואות שלכם? הסבירו.



5. הציגו שתי דרכים שונות לפתרון כל מערכת משוואות. פתרו בדרך הנוחה לכם.

א. $\begin{cases} 5x + 6y = 4 \\ 10x - 2y = 22 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} 10x + 12y = 8 \\ 10x - 2y = 22 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} 5x + 6y = 4 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$ ד. $\begin{cases} 5x + 6y = 4 \\ 30x - 6y = 66 \end{cases}$

הסבירו את מה שקיבלתם.



6. א. מצאו שתי דרכים שונות להשוואת המקדמים בשתי המשוואות של המערכת: $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 8x - 6y = 2 \end{cases}$
ב. פתרו את מערכת המשוואות בשתי הדרכים שמצאתם. השוו את הפתרונות שקיבלתם.



7. פתרו.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} (y-4)(x+2) = (x-1)y \\ 3x-12 = 11x-2(5y+2) \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{6} = 0 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}$$



8. פתרו.

$$\begin{array}{llll} \text{א.} & \begin{cases} -2x+3y=23 \\ x-y=-9 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} 3x+y=5 \\ 12x+5y=10 \end{cases} \\ \text{ג.} & \begin{cases} 9x+7y=-16 \\ 3x+2y=-5 \end{cases} & \text{ד.} & \begin{cases} 3x+7y=0 \\ 16x+21y=49 \end{cases} \end{array}$$



9. בחנות מכינים זרי פרחים מוורדים ומציפורנים.

מחיר זר המכיל 5 ורדים ו-4 ציפורנים הוא 25 ש"ח.

מחיר זר המכיל 4 ורדים ו-2 ציפורנים הוא 17 ש"ח.

סמנו: x - מחיר ורד אחד (בש"ח), y - מחיר ציפורן אחת (בש"ח).

כתבו מערכת משוואות המתארת את הסיפור, ופתרו אותה.

בדקו את תשובתכם.



10. בית הספר מזמין הסעה לטיול, כך שכל המקומות יהיו תפוסים.

בית הספר הזמין 4 אוטובוסים ו-2 טיוליות להסעת 260 ילדים לטיול.

מכיוון ש-80 ילדים ביטלו את השתתפותם, הזמין בית הספר רק 3 אוטובוסים וטיולית אחת.

כלי הרכב היו מלאים (לא נשאר מקום ריק).

כמה מקומות ישיבה באוטובוס? כמה בטיולית? הסבירו.



11. בקליעה למטרה מקבלים ניקוד מסוים על פגיעה באזור הכחול של המטרה, וניקוד אחר על פגיעה באזור האדום.

רון ניסה את כוחו בקליעה למטרה 3 פעמים.

בפעם הראשונה הוא פגע פעמיים באזור הכחול ו-6 פעמים באזור

האדום, וקיבל 28 נקודות.

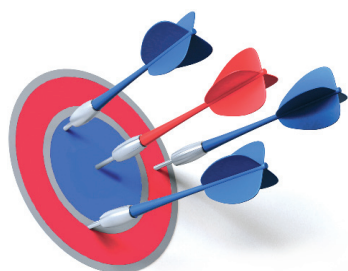
בפעם השנייה הוא פגע 3 פעמים באזור הכחול ופעמיים באזור האדום,

וקיבל 21 נקודות.

בפעם השלישית פגע פעם אחת באזור הכחול ו-5 פעמים באזור

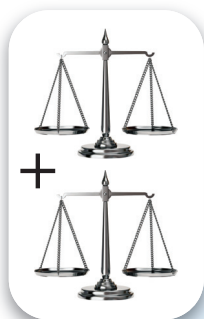
האדום.

כמה נקודות קיבל רון בפעם השלישית? הסבירו.



שיעור 4. יוצרים מקדמים שווים

פתרון מערכת משוואות בעזרת השוואת מקדמים:
כופלים את שתי המשוואות באותו מספר ומחברים או מחסרים אגפים מתאימים



תלמידי הכיתה פתרו את מערכת המשוואות

$$\begin{array}{r} 6x + 4y = 22 \\ -5x + 3y = 7 \end{array}$$
 בדרכים שונות:

אלון:	מאיה:	גיא:	איתי:
$\begin{array}{r} 6x + 4y = 22 \quad / \cdot 5 \\ -5x + 3y = 7 \quad / \cdot 6 \\ \hline 30x + 20y = 110 \\ + \quad -30x + 18y = 42 \\ \hline 38y = 152 \quad / : 38 \\ y = 4, \quad x = 1 \\ \text{הפתרון הוא } (1, 4) \end{array}$	$\begin{array}{r} 6x + 4y = 22 \quad / \cdot (-3) \\ -5x + 3y = 7 \quad / \cdot 4 \\ \hline -18x - 12y = -66 \\ + \quad -20x + 12y = 28 \\ \hline -38x = -38 \quad / : (-38) \\ x = 1, \quad y = 4 \\ \text{הפתרון הוא } (1, 4) \end{array}$	$\begin{array}{r} 6x + 4y = 22 \quad / \cdot 3 \\ -5x + 3y = 7 \quad / \cdot 4 \\ \hline 18x + 12y = 66 \\ - \quad -20x + 12y = 28 \\ \hline 38x = 38 \quad / : 38 \\ x = 1, \quad y = 4 \\ \text{הפתרון הוא } (1, 4) \end{array}$	$\begin{array}{r} 6x + 4y = 22 \\ + \quad -5x + 3y = 7 \\ \hline x + 7y = 29 \\ \text{למשוואה יש אינסוף} \\ \text{פתרונות למשל,} \\ (1, 22) \end{array}$

נשווה בין הפתרונות של איתי, של גיא, של מאיה ושל אלון.

- א. השוו בין הפתרונות של איתי, של גיא, של מאיה ושל אלון. במה הם דומים? במה הם שונים?
- ב. קבעו אם דרכי הפתרון נכונות.



בשיעור 3 ראינו כי אפשר לפתור מערכת משוואות על-ידי **השוואת המקדמים**: השוונו בין המקדמים בשתי המשוואות על-ידי הכפלת האגפים של **אחת** המשוואות במספר מתאים. לפעמים כדי להשוות מקדמים של אחד המשתנים, מכפילים את האגפים של **שתי** המשוואות במספרים.

- הציעו דרך פתרון משלכם למערכת המשוואות שלמעלה.



- איזו דרך פתרון (של איתי, של גיא, של מאיה, של אלון או שלכם) יעילה יותר לדעתכם? הסבירו.
- פתרו כל אחת מהמערכות בדרך אחרת: שיקולים, גרף, טבלת ערכים, שיטת ההצבה או השוואת מקדמים. הציעו את שיקולכם בבחירת דרך הפתרון.

א. $3x + 5y = 11$	ב. $6x + y = -33$	ג. $y = -2x - 4$	ד. $2x + 3y = 5$
$x - 2y = -11$	$3x + 3y = -24$	$y - x = 6$	$5x - 2y = 3$



מסכמים,

- אפשר לתאר קשר בין שני משתנים x ו- y במשוואה.
את המשוואה אפשר לתאר בעזרת ישר. על הישר יש אינסוף נקודות – זוגות סדורים המתאימים לישר.
- **מערכת משוואות** בשני משתנים מורכבת משתי משוואות. כל אחת מהמשוואות מוסיפה תנאי.
- הזוג הסדור המקיים את שני התנאים יחד הוא פתרון המשוואה.
- אפשר למצוא את **הפתרון** של מערכת משוואות :
 - באופן מיידי בעזרת שיקולים
 - בעזרת טבלאות ערכים
 - בעזרת גרף
 - בדרך אלגברית: בשיטת ההצבה או בשיטת השוואת המקדמים אם אין צורך להשוות מקדמים, מחברים או מחסרים את האגפים המתאימים של שתי המשוואות.
- בסיום הפתרון, **בודקים** אם הצבת הפתרון בשתי המשוואות המקוריות אכן יוצרת שוויון.
- כאשר המערכת מתארת שאלה מילולית, בודקים אם הפתרון מקיים את תנאי השאלה.



$$2x + 5y = 49$$

$$2x + 2y = 34$$

1. תלמידי הכיתה פתרו את מערכת המשוואות:

א. **חיה** החסירה משוואות, כך:

$$2x + 5y = 49$$

$$\underline{- 2x + 2y = 34} \quad \text{המשיכו את הפתרון של חיה.}$$

ב. **אסתי** כפלה את המשוואה השנייה ב- (-1) , ואחר כך חיברה את המשוואות, כך:

$$2x + 5y = 49$$

$$\underline{- 2x + 2y = 34} \quad / \cdot (-1)$$

$$+ 2x + 5y = 49$$

$$\underline{- 2x - 2y = -34} \quad \text{המשיכו את הפתרון של אסתי.}$$

ג. **בתי** כפלה את המשוואה הראשונה ב-2, ואת המשוואה השנייה ב-5, ואחר כך חיסרה משוואות, כך:

$$2x + 5y = 49 \quad / \cdot 2$$

$$2x + 2y = 34 \quad / \cdot 5$$

$$4x + 10y = 98$$

$$\underline{- 10x + 10y = 170} \quad \text{המשיכו את הפתרון של בתי.}$$

ד. האם בכל דרכי הפתרון הגעתם לאותה תוצאה?



2. פתרו את מערכת משוואות: בדרך הנוחה לכם.

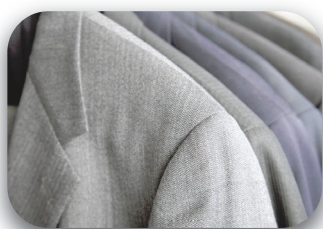
$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$



3. א. פתרו את מערכת המשוואות $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$ בדרך גרפית.
 ב. כפלו את המשוואה הראשונה ב-3 ואת השנייה ב-4 כך: $\begin{cases} 2x + 3y = 4 & / \cdot 3 \\ x - 2y = -5 & / \cdot 4 \end{cases}$
 חברו את המשוואות שקיבלתם, ושרטטו גרף מתאים. הסבירו מה קיבלתם.



4. יורם ואמנון קנו בולים.
 יורם קנה 5 בולים למשלוח לחו"ל ו-20 בולים למכתב בתוך הארץ. הוא שילם 90 ש"ח.
 אמנון קנה 3 בולים לחו"ל ו-8 בולים למכתב בארץ, ושילם 46 ש"ח.
 סמנו: x – מספר הבולים לחו"ל, y – מספר הבולים לארץ.
 א. כתבו מערכת משוואות מתאימה לסיפור, ופתרו אותה.
 ב. מה מחיר בול לחו"ל? מה מחיר בול בארץ?



5. במתפרה תופרים מ-16 מ' בד 4 חליפות לגברים ו-2 חליפות לילדים.
 מ-21 מ' של אותו בד תופרים 5 חליפות לגברים ו-3 חליפות לילדים.
 בשני המקרים לא נשאר בד עודף.
 כמה מטרים בד דרושים לתפירת חליפה לגבר?
 כמה מטרים דרושים לחליפה לילד?



6. באכסניית נוער שני סוגי חדרים לאירוח: חדרים גדולים וחדרים קטנים.
 בקומה הראשונה 5 חדרים גדולים ו-3 חדרים קטנים. בחדרים אלה מקום ל-29 אורחים.
 בקומה השנייה 4 חדרים גדולים ו-4 קטנים, ובחדרים האלה מקום ל-28 אורחים.
 א. כמה מיטות בכל חדר גדול? כמה מיטות בכל חדר קטן?
 ב. ביום ראשון היה חדר קטן אחד ריק בקומה הראשונה. בקומה השנייה, כל החדרים היו מלאים, פרט לחדר גדול אחד שבו התארחו 3 אורחים בלבד.
 כמה אורחים התארחו באכסניה ביום ראשון?



7. אם נקטין את צלע אחת של מלבן ב-3 מ' ואת הצלע השנייה נגדיל ב-4 מ', יקטן שטח המלבן ב-23 מ"ר.
 אם נגדיל את צלעו האחת של המלבן ב-5 מ', ונקטין את השנייה ב-2 מ', יגדל שטח המלבן ב-83 מ".
 מהן מידות המלבן המקורי?



8. השטח של משולש ישר זווית שווה למחצית מכפלת ניצביו.

אם נגדיל את שני הניצבים של משולש ישר זווית ב- 5 ס"מ, יגדל שטח המשולש ב- 55 סמ"ר.

אם נגדיל את אחד הניצבים ב- 3 ס"מ, ונקטין את הניצב השני ב- 2 ס"מ, יגדל שטח המשולש ב- 5 סמ"ר.

מה אורכי הניצבים של המשולש המקורי?



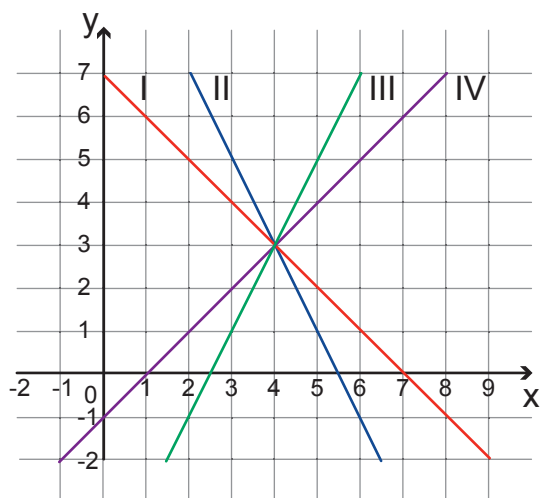
9. פתרו את מערכת המשוואות, בדקו את תשובותיכם.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} \begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ -5x + 4y = 90 \end{cases} & \text{ב.} \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases} & \text{ג.} \begin{cases} 3x - 4y = 14 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases} & \text{ד.} \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x - 2y = 3 \end{cases} \end{array}$$



10. פשטו ופתרו:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} \begin{cases} \frac{x}{6} - \frac{y}{6} = 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{4} = \frac{6+y}{4} \end{cases} & \text{ב.} \begin{cases} y(x-5) = (x+2)(y+4) - 1 \\ x(y+3) = (x-7)y - y \end{cases} \end{array}$$



11. הישרים בשרטוט מתארים את המשוואות הבאות:

$$x + y = 7 \quad 2x - y = 5$$

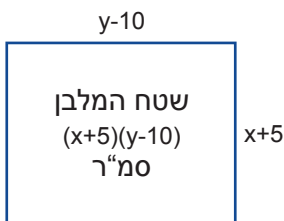
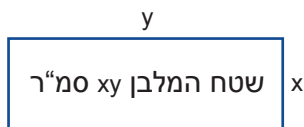
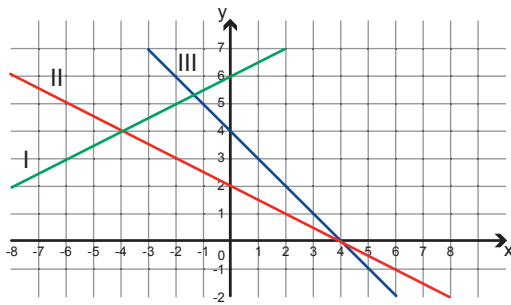
$$y = -2x + 11 \quad x - y = 1$$

א. הרכיבו מהמשוואות 4 מערכות משוואות שונות.

ב. פתרו כל מערכת משוואות בדרך הנוחה לכם.

ג. האם הפתרונות שלכם מתאימים לשרטוט?

הסבירו.



12. א. מצאו משוואות מתאימות לישרים בשרטוט.
 ב. הרכיבו מהמשוואות שמצאתם 3 מערכות-משוואות שונות.
 ג. פתרו כל מערכת בדרך הנוחה לכם.
 ד. בדקו את הפתרונות על ידי הצבה ומתוך הגרף.

13. נסמן אורך צלע אחת של המלבן - x ס"מ, צלע שנייה - y ס"מ.
 הגדילו צלע אחת של המלבן ב- 5 ס"מ,
 הקטינו את הצלע השנייה ב- 10 ס"מ.
 שטח המלבן לא השתנה.
 מצאו מידות מתאימות למלבן המקורי.
 הציעו 3 אפשרויות שונות של אורכי צלעות מתאימים למלבן.

14. אם נגדיל צלע אחת של מלבן ב- 8 ס"מ ונקטין את הצלע השנייה ב- 4 ס"מ, שטח המלבן לא ישתנה.
 א. כתבו משוואה מתאימה.
 ב. הציעו 3 אפשרויות שונות של אורכי צלעות מתאימים למלבן.

15. אם נגדיל צלע אחת של מלבן ב- 6 ס"מ, ונקטין את צלעו השנייה ב- 3 ס"מ, נקבל מלבן חדש ששטחו שווה לשטח המלבן הנתון.
 שטח המלבן לא ישתנה גם אם נקטין את הצלע האחת ב- 2 ס"מ ונגדיל את הצלע השנייה ב- 1.5 ס"מ.
 מהן מידות המלבן הנתון?



16. ההנהלה מחלקת אריזות שי לעובדים. האריזה מכילה בקבוקי יין.
 אם יקבלו הנחה של 4 ש"ח לכל בקבוק, ויוסיפו בקבוק לחבילה, מחיר החבילה לא ישתנה.
 אם יקבלו הנחה של 5 ש"ח לכל בקבוק, ויוסיפו 2 בקבוקים לחבילה, מחיר החבילה יעלה ב- 4 ש"ח.
 כמה בקבוקים היו בחבילת השי המקורית? הסבירו.



1. התאימו לכל אי שוויון את אחד הפתרונות: $x < -\frac{1}{2}$, $x > -\frac{1}{2}$, $x < \frac{1}{2}$, $x > \frac{1}{2}$
- א. $2x < -1$ ב. $-2x < 1$ ג. $-2x < -1$ ד. $2x < 1$

2. בכל סעיף מצאו, אם אפשר, שלושה מספרים שהם פתרונות של האי שוויון, ושלושה מספרים שאינם פתרונות שלו.

- א. $2x + 6 < 10$ ג. $2x + 6 < -10$ ה. $2x < 0$ ז. $x^2 < 0$
- ב. $2x + 6 > 10$ ד. $2x + 6 > -10$ ו. $2x > x$ ח. $x^2 > 0$

3. פשטו ופתרו.

- א. $2(x - 1) - (x - 2) > 6(2x + 3) - 2x$
- ב. $(x + 2)(-3) + 3x > (3 - x) 2 + 3x - 6$
- ג. $-12 > x + 2(3 - 2x) - 64$

4. פתרו.

- א. $11 - \frac{3x}{5} > \frac{x}{3} - 3$ ג. $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} > 1 + \frac{x}{4}$
- ב. $\frac{2-x}{3} < 1 + \frac{x}{2}$ ד. $1 + \frac{x+2}{4} < \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$

5. פתרו.

- א. $-x + 4x = 6$ ו. $-4x + 9 + 7x = 5x + 9$
- ב. $x - 4x = 3$ ז. $5 + 3x = 3x - 5$
- ג. $-4 + 5x = 6x + 6$ ח. $3x = 3(x - 1) + 3$
- ד. $9x - 4 = 6x - 28$ ט. $3(x + 1) = 2(x - 2)$
- ה. $8 < 3 + 3x - 4$ י. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1\frac{1}{4}x = -10$