

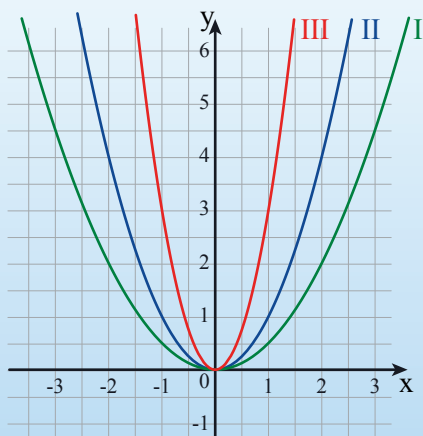


יחידה 6: מתיחות וכיווצים

שיעור 1. תכונות הפרבולה $y = ax^2$

במערכת הצירים שלפניכם

משורטטים שלושה גרפים של פונקציות מהצורה $y = ax^2$



חוקי הפונקציות הם:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 0.5x^2$$

$$h(x) = 3x^2$$

איזה חוק מתאים לכל אחד מהגרפים?

נחקור כיצד מותחים או מכווצים את הפרבולה $y = x^2$

1. א. איזה חוק מתאים לכל אחד מהגרפים?

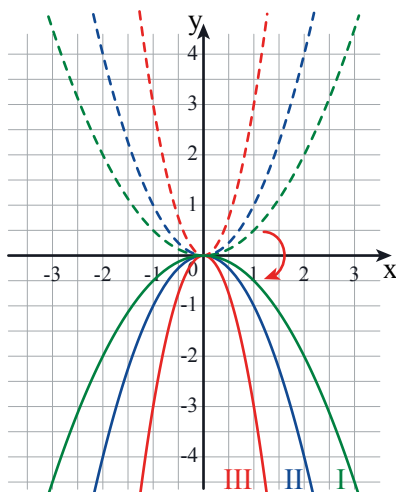
בדקו תשובתכם בעזרת הצבת שיעורי נקודות בחוק הפונקציה.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2$					
$g(x) = 0.5x^2$					
$h(x) = 3x^2$					

ב. איזו מהפונקציות היא ה"מכווצת" ביותר? איזו פונקציה היא ה"רחבה" ביותר?

ג. כיצד משפיע a המקדם של x^2 על צורת הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$?

(שימו לב, המקדם של x^2 בביטוי $f(x) = x^2$ הוא 1)



2. בשרטוט, שיקפנו את שלוש הפרבולות על ציר x.

א. התיאור חוק לכל אחת מן הפרבולות ההפוכות:

$$t(x) = -x^2 ; m(x) = -0.5x^2 ; s(x) = -3x^2$$

ב. איזו מהפונקציות היא ה"מכווצת" ביותר?

איזו פונקציה היא ה"מתוחה" ביותר?

ג. כיצד משפיע המקדם a של x^2 על צורת הגרפים

של הפונקציות $s(x)$, $m(x)$, $t(x)$?

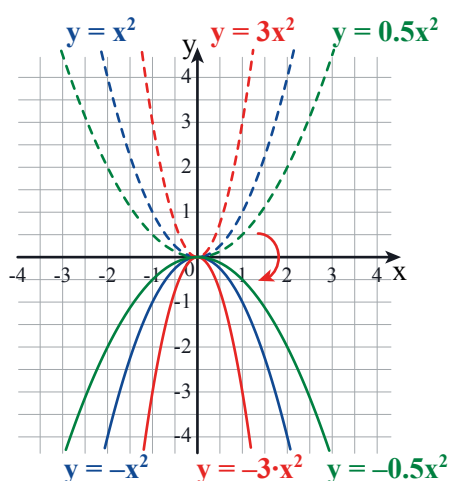


3. א. מהן התכונות המשותפות לכל הפונקציות מהצורה $y = ax^2$?
 ב. כיצד משפיע a המקדם של x^2 על צורת הגרף?



$y = ax^2$ היא משפחה של פונקציות.

הפונקציות של המשפחה $y = ax^2$ מתקבלות כשמציבים מספר כלשהו a ($a \neq 0$)



אם $a > 0$ חיובי

- הפרבולה ישרה ("צוחקת") ויש לה נקודת מינימום
- ככל ש- a גדול יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר
- הפרבולה יורדת בתחום $x < 0$
- הפרבולה עולה בתחום $x > 0$
- התחום בו הפונקציה חיובית: כל התחום פרט ל- $x = 0$
- התחום בו הפונקציה שלילית: אף מספר

אם $a < 0$ שלילי

- הפרבולה הפוכה ("בוכה") ויש לה נקודת מקסימום
- ככל ש- a קטן יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר
- הפרבולה עולה בתחום $x < 0$
- הפרבולה יורדת בתחום $x > 0$
- התחום בו הפונקציה חיובית: אף מספר
- התחום בו הפונקציה שלילית: כל התחום פרט ל- $x = 0$

תכונות משותפות למשפחה $y = ax^2$

- ככל ש- $|a|$ (הערך המוחלט של a) גדול יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר.



- משוואת ציר הסימטריה: $x = 0$
- שיעורי נקודת הקודקוד: $(0, 0)$
- שיעורי נקודת האפס: $(0, 0)$
- שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, 0)$



4. מפילים אבן מגובה רב. המרחק שעוברת האבן בזמן מסוים מתואר בקירוב, על ידי הפונקציה $y = 5x^2$

x מייצג את הזמן שעבר (בשניות) מרגע הנפילה, y מייצג את המרחק (במטרים).

א. השלימו מרחקים מתאימים בטבלה לפי הדוגמה:

x (זמן בשניות)	0	1	2	3	5	8
y (מרחק במטרים)				$5 \cdot 3^2 = 45$		

ב. אבי הפיל אבן מגובה 500 מטרים. כמה זמן ייקח לאבן להגיע לקרקע (בהזנחת החיכוך עם האוויר)?

5. זיו רוצה למדוד עומק של באר על ידי הפלת אבן לתוכה (הפונקציה המתאימה היא $y = 5x^2$).

מהרגע שהפיל את האבן לבאר, ועד ששמע את רעש הפגיעה בתחתית, עברו 2.5 שניות.

מהו עומק הבאר?



קצב הנפילה של גופים משתנה מכוכב לכוכב,

והוא תלוי בכוח המשיכה של הכוכב.

כוח המשיכה של כוכב תלוי במסה וברדיוס שלו.

בטבלה מופיע המספר הקובע את קצב הנפילה של גוף על כוכבי לכת

שונים. מספר זה מסומן ב-g ונקרא **תאוצת הנפילה החופשית**

(באנגלית: Free Fall Acceleration).

המרחק שעובר גוף נופל בזמן מסוים, מתואר בקירוב על ידי הביטוי $y = \frac{1}{2}gx^2$,

x מייצג את הזמן שעבר (בשניות) מרגע הנפילה, y מייצג את המרחק (במטרים).

גוף שמימי	שמש	כדור הארץ	ירח	מאדים (מרס)	נוגה (ונוס)	שבתאי (סטורן)	צדק (יופיטר)
תאוצת הנפילה g	274	9.81	1.63	3.71	8.87	10.5	24.9

למשל, תאוצת הנפילה על הירח קטנה פי 6 מזו של כדור הארץ.

לכן, הגופים על הירח ייפלו לאט יותר מאשר על כדור הארץ.



אוסף משימות



1. שרטטו במערכת צירים אחת, סקיצות של הפונקציות.

א. $y = 2x^2$ ב. $y = -3x^2$ ג. $y = 4x^2$ ד. $y = -0.5x^2$

איזו מהפונקציות היא ה"מכווצת" ביותר? איזו פונקציה היא ה"רחבה" ביותר?



2. שרטטו סקיצה של הפונקציה $f(x) = 3x^2$, ומצאו:

א. מהי משוואת ציר הסימטריה שלה?

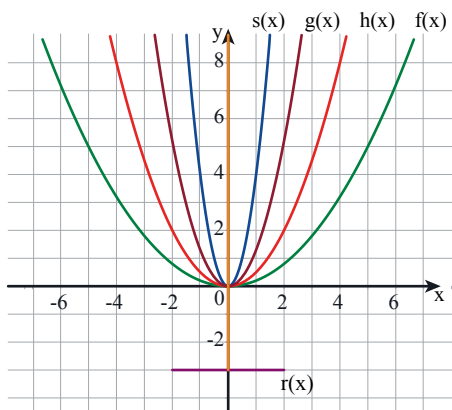
ב. מהם שיעורי נקודת הקודקוד? האם זו נקודת מינימום או מקסימום?



3. החנוכייה שלפניכם מורכבת מארבע פרבולות

ושני קטעים ישרים.

התאימו חוק לכל גרף.



$$y = 0.5x^2$$

$$y = 0.2x^2$$

$$y = 4x^2$$

$$y = -3$$

$$x = 0$$

$$y = 1.3x^2$$



4. מצאו את ערך הפונקציה $f(x) = 3x^2$ לפי ערך x הנתון.

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

ג. $f(0)$

ב. $f(-3)$

א. $f(5)$



5. פתרו את המשוואות.

$$5x^2 = 20 \quad / :5$$

זלזלה:

$$x^2 = 4$$

$$x = -2 \text{ או } x = 2$$

ה. $2x^2 = 50$

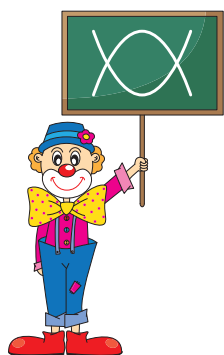
ג. $3(x^2 - 1) = 0$

א. $6x^2 = 24$

ו. $-5x^2 = 0$

ד. $-x^2 = 3x^2$

ב. $-2x^2 = 1$



6. נתונה הפונקציה $f(x) = -3x^2$. מצאו את x לפי ערך הפונקציה הנתון.

$$f(x) = -27$$

זלזלה:

$$-3x^2 = -27 \quad / :(-3)$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ או } x = -3$$

ג. $f(x) = -48$

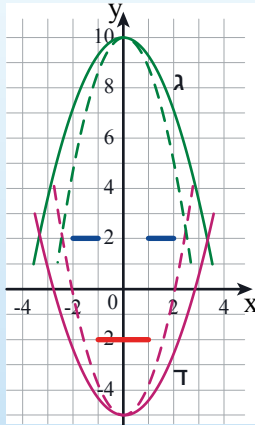
ב. $f(x) = 9$

א. $f(x) = -3$

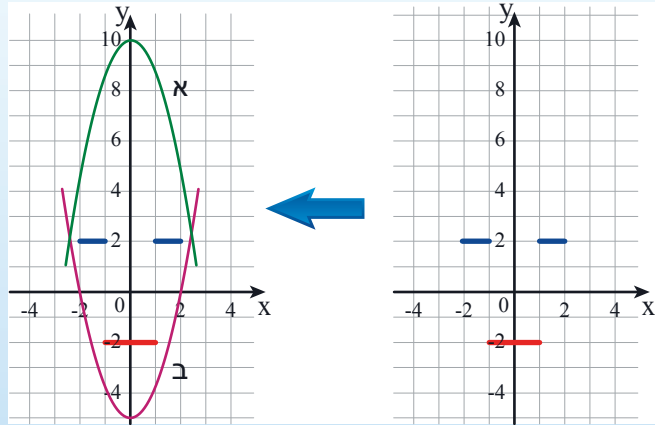
שיעור 2. מה קרה לפרצוף?

משפחת הפרבולות $y = ax^2 + k$

דפנה אמרה שהפרצוף "רזה" מדי.
היא מתחה אותו, כך (הפרבולות ג ו-ד):



רחל הוסיפה לקטעים שבשרטוט שתי פרבולות (א ו-ב),
ויצרה פרצוף:



התאימו חוק לכל אחת מהפרבולות א-ד שבשרטוטים.

$$s(x) = -x^2 + 10 \quad h(x) = -0.5x^2 + 10 \quad g(x) = 0.5x^2 - 5 \quad f(x) = x^2 - 5$$

נחקור את משפחת הפרבולות $y = ax^2 + k$

1. בכל סעיף, תנו דוגמה לשני חוקים של פרבולות שיוצרים:

א. פרצוף רחב יותר מזה שיצרה דפנה.

ב. פרצוף צר יותר מזה שיצרה רחל.

2. הפרצוף שלפניכם מורכב משלוש פרבולות מהמשפחות:

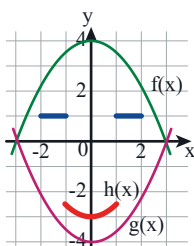
$$y = -0.5x^2 + k \quad \text{או} \quad y = 0.5x^2 + k$$

קשמו לכל פרבולה:

א. חוק מתאים.

ב. שיעורי נקודת הקודקוד.

ג. משוואת ציר הסימטריה.



3. הפרצוף שלפניכם מורכב משלוש פרבולות מהמשפחות:

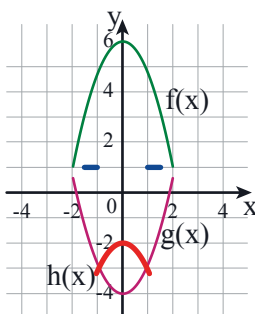
$$y = -1.2x^2 + k \quad \text{או} \quad y = 1.2x^2 + k$$

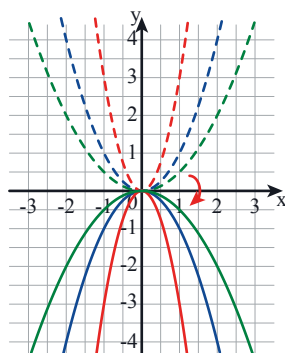
קשמו לכל פרבולה:

א. חוק מתאים.

ב. שיעורי נקודת הקודקוד.

ג. משוואת ציר הסימטריה.

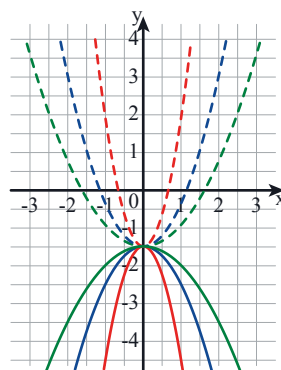
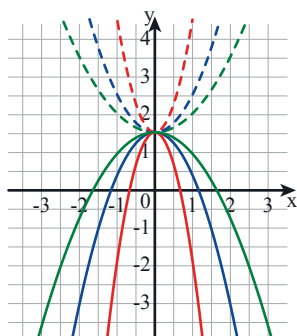




בפעילות הקודמת הכרנו את משפחת הפונקציות $y = ax^2$

בפעילות זו עסקנו בהזזה אנכית של $y = ax^2$ על ציר y ב- k יחידות.

כלומר, עסקנו במשפחת הפונקציות $y = ax^2 + k$



תכונות המשפחה $y = ax^2 + k$

- כלל ש- $|a|$ (הערך המוחלט של a) גדול יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר.
- משוואת ציר הסימטריה: $x = 0$
- שיעורי נקודת הקודקוד: $(0, k)$
- שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, k)$

דוגמה:

במשימה 2,

הפרצוף מורכב משלוש פרבולות:

$$f(x) = -0.5x^2 + 4$$

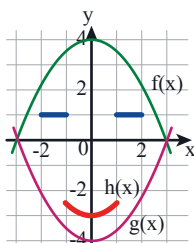
מתקבלת מהזזה אנכית של $y = -0.5x^2$ 4 יחידות כלפי מעלה.

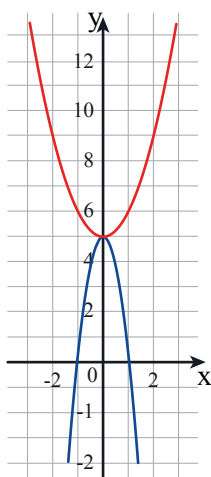
$$g(x) = 0.5x^2 - 4$$

מתקבלת מהזזה אנכית של $y = 0.5x^2$ 4 יחידות כלפי מטה.

$$h(x) = 0.5x^2 - 3$$

מתקבלת מהזזה אנכית של $y = 0.5x^2$ 3 יחידות כלפי מטה.





4. לפניכם גרפים של הפונקציות $f(x) = x^2 + 5$ ו- $g(x) = -5x^2 + 5$

א. התאימו חוק לכל פרבולה.

ב. רשמו במה הפונקציות שונות זו מזו? במה הן דומות?



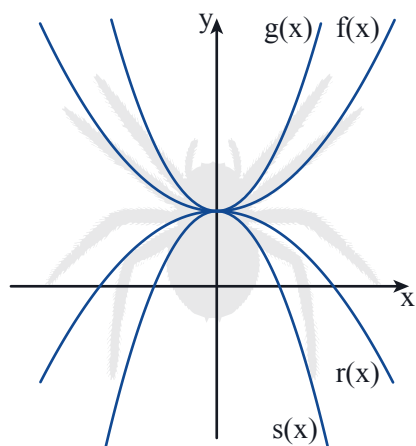
אוסף משימות



1. השלימו **תעודות זהות**.



$y = -4x^2 + 1$	$y = 4x^2 + 1$	חוק הפונקציה
		סקיצה
		משוואת ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקודקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



2. העכביש שבשרטוט התחיל את טיולו בראשית הצירים

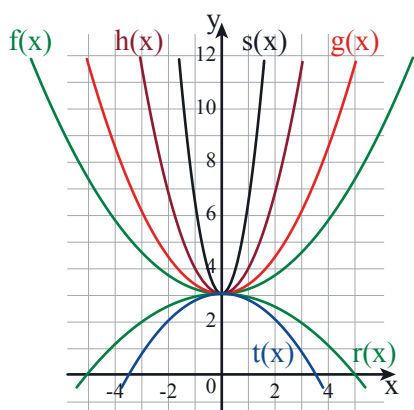
ועלה לאורך ציר y . רגליו מורכבות מארבע הפרבולות:

$$y = 1.2x^2 + 3 \quad y = 0.5x^2 + 3$$

$$y = -1.2x^2 + 3 \quad y = -0.5x^2 + 3$$

א. התאימו חוק לכל פרבולה.

ב. כמה יחידות עלה העכביש לאורך ציר y ?



3. התאימו חוק לכל אחת מהפרבולות המרכיבות את החנוכייה.

$$y = 4x^2 + 3 \quad y = 0.4x^2 + 3 \quad y = 0.2x^2 + 3$$

$$y = -0.5x^2 + 3 \quad y = 1.1x^2 + 3 \quad y = -0.2x^2 + 3$$

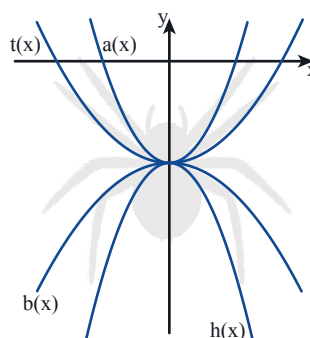
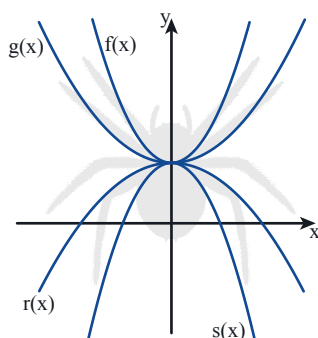


4. רגלי העכבישים שלפניכם מורכבות מהפרבולות:

$$y = -0.3x^2 - 8 \quad y = -0.3x^2 + 8 \quad y = 0.3x^2 - 8 \quad y = 0.3x^2 + 8$$

$$y = -0.6x^2 - 8 \quad y = -0.6x^2 + 8 \quad y = 0.6x^2 - 8 \quad y = 0.6x^2 + 8$$

התאימו חוק לכל אחת מן הפרבולות.



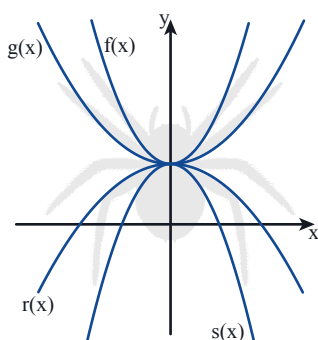
5. העכביש שלפניכם התחיל את טיולו בראשית הצירים

ועלה 9 יחידות לאורך ציר y.

רגליו מורכבות מארבע פרבולות מהמשפחה $y = ax^2 + k$.

בשתיים מהפרבולות: $|a| = 0.5$, ובשתיים האחרות: $|a| = 0.2$.

מצאו את חוקי הפרבולות המרכיבות את רגלי העכביש.



6. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציות הבאות.

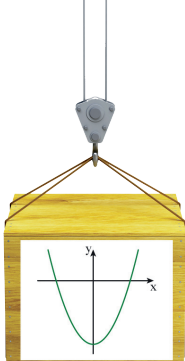
$$\begin{array}{lll} \text{א.} & y = 2x^2 - 8 & \text{ג.} & y = -3x^2 + 27 & \text{ה.} & y = -x^2 + 25 \\ \text{ב.} & y = -x^2 + 4 & \text{ד.} & y = 6x^2 - 6 & \text{ו.} & y = 2 - 2x^2 \end{array}$$



7. א. מצאו חוק של פונקציה מהמשפחה $y = ax^2 + 6$ המקיימת: $f(2) = 20$

ב. מצאו חוק של פונקציה מהמשפחה $y = ax^2 + k$ המקיימת: $f(0) = 1$ ו- $f(1) = 3$

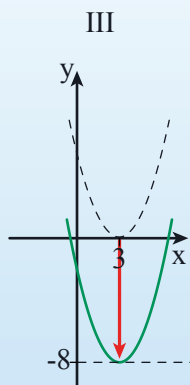
מהם שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?



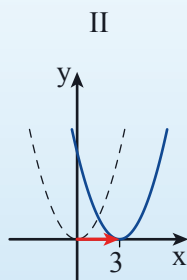
שיעור 3. $y = ax^2$ מטיילת על הצירים

משפחת הפרבולות $y = a(x - p)^2 + k$

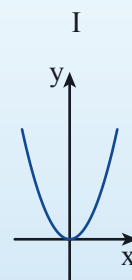
הזיז אותה 8 יחידות למטה
(הזזה אנכית)



הזיז אותה 3 יחידות ימינה על
ציר x (הזזה אופקית)



רועי שרטט את
הפונקציה $y = 2x^2$



החוק המתאים לפונקציה בשרטוט III הוא $y = 2(x - 3)^2 - 8$

מהו החוק המתאים לפונקציה בשרטוט II?

נחקר פרבולות מהמשפחה $y = a(x - p)^2 + k$



1. היעזרו בסקיצות שבפתיח והשלימו את **תעודות הזהות** של הפונקציות.

חוק הפונקציה	$y = 2(x - 3)^2$	$y = 2(x - 3)^2 - 8$
סקיצה		
משוואת ציר הסימטריה		
שיעורי נקודת הקודקוד		
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)		
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)		
תחום עלייה של הפונקציה		
תחום ירידה של הפונקציה		
התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)		
התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)		



אפשר למצוא את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה $y = a(x - p)^2 + k$

על ידי פתרון המשוואה: $a(x - p)^2 + k = 0$

דוגמאות:

הפונקציה: $y = -2(x + 1)^2 - 8$

$$-2(x + 1)^2 - 8 = 0$$

$$-2(x + 1)^2 = 8 \quad / :2$$

$$(x + 1)^2 = -4$$

אין פיתרון למשוואה
מכאן, לפונקציה אין נקודות אפס

הפונקציה: $y = 2(x - 1)^2 - 18$

$$2(x - 1)^2 - 18 = 0$$

$$2(x - 1)^2 = 18 \quad / :2$$

$$(x - 1)^2 = 9$$

$$x - 1 = 3 \quad \text{או} \quad x - 1 = -3$$

$$x_1 = 3 + 1 = 4 \quad x_2 = -3 + 1 = -2$$

שיעורי נקודות האפס הם: $(4, 0)$ ו- $(-2, 0)$

2. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציות הבאות.

א. $y = 2(x + 5)^2 - 18$

ב. $y = -2(x + 5)^2 + 18$

ג. $y = 4(x - 1)^2 - 36$

ד. $y = -4(x + 1)^2 - 36$

ה. $y = -4(x + 1)^2 + 36$

דוגמה: $y = 5(x + 3)^2 - 20$

פתרון:

$$5(x + 3)^2 - 20 = 0$$

$$5(x + 3)^2 = 20 \quad / :5$$

$$(x + 3)^2 = 4$$

$$x + 3 = -2 \quad \text{או} \quad x + 3 = 2$$

$$x_1 = -5 \quad x_2 = -1$$



3. א. נתונה הפונקציה $y = 5(x + 3)^2 - 20$.

הסבירו כיצד אפשר לדעת (מבלי לשרטט סקיצה)

האם לפונקציה נקודת מינימום או מקסימום?

מהם שיעורי נקודת הקודקוד?

ב. קבעו מבלי לפתור משוואות, כמה נקודות אפס יש לכל אחת מהפונקציות הבאות. הסבירו.

א. $f(x) = -2(x - 1)^2$

ב. $g(x) = 5(x + 2)^2 + 3$

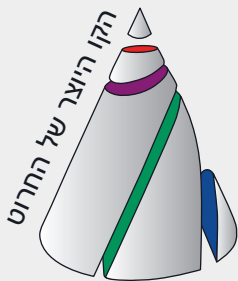
ג. $h(x) = -3(x + 1)^2 + 4$

המתמטיקאי והאסטרונום היווני אפולוניוס מפרגה שחי בין 262 ל-190 לפנה"ס, חקר את התכונות של הצורות המתקבלות מחתכי חרוט. תוצאות חקירתו פורסמו בספר בן שמונה חלקים ששמו "Conics" ("חיתכי החרוט"). רק שבעה מתוך שמונת החלקים של הספר נשתמרו עד היום.



אם פורסים פרסה של חרוט, הצורה הגאומטרית של החתך תלויה בזווית שבה נעשה החיתוך.

באיור אפשר לראות כיצד מתקבלים: **המעגל**, **האליפסה**, **הפרבולה**, ו**ההיפרבולה**.



היפרבולה
חיתוך בזווית גדולה מנטיית הקו היוצר

פרבולה
חיתוך מקביל לקו היוצר של החרוט

אליפסה
חיתוך לא מקביל לבסיס, בזווית קטנה מנטיית הקו היוצר של החרוט

מעגל
חיתוך מקביל למעגל הבסיס



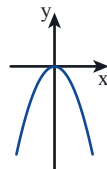
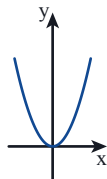
$$y = a(x - p)^2 + k$$

בשיעורים האחרונים הכרנו את המשפחות: $y = ax^2$

החוק המתאים לפרבולה שקודקודה בראשית הצירים

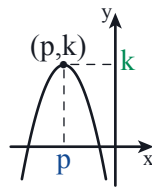
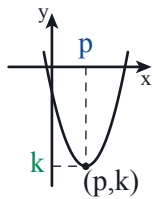
הוא המשפחה: $y = ax^2$

נקרא לה: **פרבולה יסודית**



• אם $a > 0$ הפרבולה ישרה ("צוחקת") ויש לה **נקודת מינימום**.

• אם $a < 0$ הפרבולה הפוכה ("בוכה") ויש לה **נקודת מקסימום**



• אם מזיזים את הקודקוד לנקודה (p, k)

החוק המתאים הוא המשפחה: $y = a(x - p)^2 + k$

נקרא לה **פרבולה מוזזת**

משוואת ציר הסימטריה שלה: $x = p$



• אם $a > 0$ הפרבולה **יורדת** בתחום $x < p$ ואחר כך **עולה** בתחום $x > p$

• אם $a < 0$ הפרבולה **עולה** בתחום $x < p$ ואחר כך **יורדת** בתחום $x > p$



אוסף משימות



1. השלימו את תעודת הזהות של הפונקציה $y = -2(x - 3)^2 + 2$

חוק הפונקציה	$y = -2(x - 3)^2 + 2$
סקיצה	
משוואת ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקודקוד	
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)	
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
תחום עלייה של הפונקציה	
תחום ירידה של הפונקציה	
התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	



2. קבעו מבלי לפתור משוואות, כמה נקודות אפס יש לכל אחת מהפונקציות הבאות. הסבירו.

א. $y = -0.5(x - 1)^2 - 3$ ב. $y = 5(x + 9)^2$ ג. $y = -7(x + 1)^2 + 4$



3. בכל סעיף, שרטטו סקיצה ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

א. $y = 2(x - 1)^2 - 8$ ב. $y = -(x + 7)^2 + 25$



4. בכל סעיף, שרטטו סקיצה ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

א. $y = -0.5(x - 10)^2 + 8$ ב. $y = -0.1(x + 7)^2 + 0.9$ ג. $y = -0.5(x + 3)^2 + 2$



5. נתונה פונקציה מהמשפחה $y = a(x - p)^2 + k$.

בכל סעיף, מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים לפי הנתונים:

א. $a = 0.5$ הקודקוד בנקודה $(3, -2)$ ב. $a = -4$ הקודקוד בנקודה $(3, -2)$



6. נתונה פונקציה מהמשפחה $y = a(x - p)^2 + k$.

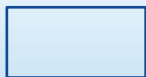
מצאו את חוק הפונקציה אם ידוע כי $a = 2$ ונקודות האפס שלה: $(5, 0)$ ו- $(2, 0)$.



שיעור 4. משוואות ושאלות

פתרון שאלות מילוליות ומשוואות

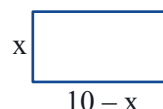
מחוט שאורכו 20 ס"מ יוצרים מלבן ששטחו 16 סמ"ר.
מה אורכי צלעות המלבן?



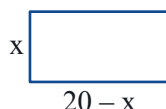
ניעזר בפתרון משוואות ריבועיות, לפתרון שאלות מילוליות.

1. א. קשמו ביטויים מתאימים לאורכי הצלעות.

דני רשם:



רון רשם:



מי מהילדים צודק? הסבירו.

ב. דני פתר את המשוואה: $x(10 - x) = 16$

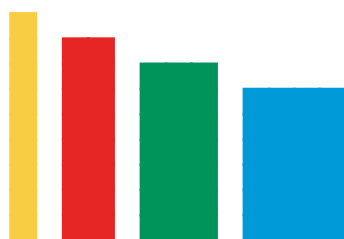
$$10x - x^2 - 16 = 0$$

$$-x^2 + 10x - 16 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

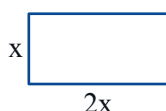
השלימו את הפיתרון של דני.



ג. הציבו כל אחד מן הפתרונות שקיבלתם בביטויים המתארים את אורכי הצלעות ומצאו את אורכי צלעות המלבן המתאים לכל פתרון.
מה תוכלו לומר על שני המלבנים שקיבלתם?

2. אורך צלע אחת של מלבן גדולה פי 2 מאורך הצלע השנייה.

שטח המלבן 72 סמ"ר. מהם אורכי צלעותיו?



3. אורכי הצלעות של משולש ישר זווית הם שלושה מספרים עוקבים.

א. קשמו ביטויים מתאימים לאורכי הניצבים והיתר.

ב. קשמו משוואה, פתרו אותה ומצאו את אורכי צלעות המשולש.



4. מספר אחד גדול ב- 6 ממספר שני.

א. קשמו ביטויים מתאימים לשני המספרים.

ב. מצאו את שני המספרים אם ידוע כי מכפלתם 40.

(שימו לב, יש שתי תשובות אפשריות).

5. שיעורי נקודות האפס של פונקציה ריבועית הם: $(-2, 0)$ ו- $(2, 0)$

א. מהי משוואת ציר הסימטריה של הפרבולה?

ב. מהו חוק הפונקציה? כמה פונקציות כאלה תוכלו למצוא?

6. שיעורי נקודות האפס של פונקציה ריבועית הם: $(2, 0)$ ו- $(4, 0)$.
בדקו אילו מהחוקים הבאים מתאימים לפונקציה בעלת נתון זה.

א. $y = (x + 2)(x + 4)$ ג. $y = (x - 2)(x - 4)$ ה. $y = -(x - 2)(x - 4)$

ב. $y = 3(x - 2)(x - 4)$ ד. $y = (x - 3)^2 - 1$ ו. $y = -(x - 3)^2 + 1$

7. משוואת ציר הסימטריה של פונקציה ריבועית היא: $x = 5$
אילו מהחוקים הבאים מתאימים לפונקציה?

א. $y = (x + 2)(x + 8)$ ג. $y = (x - 2)(x - 8)$ ה. $y = x(x - 10)$

ב. $y = 3(x - 1)(x + 11)$ ד. $y = (x - 5)^2 + 7$ ו. $y = -(x + 5)^2 - 1$



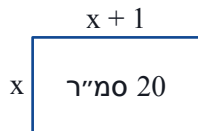
אוסף משימות



1. מחוט שאורכו 30 ס"מ יוצרים מלבן ששטחו 50 סמ"ר.

א. רשמו ביטויים מתאימים לאורכי צלעות המלבן.

ב. מצאו את אורכי צלעות המלבן.



2. צלע אחת של מלבן גדולה בס"מ אחד מהצלע השנייה. שטח המלבן 20 סמ"ר.

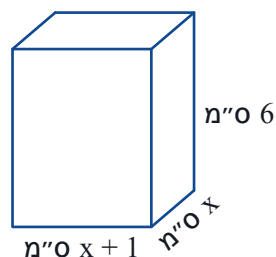
רשמו משוואה מתאימה, פתרו אותה ומצאו את אורכי צלעות המלבן.



3. היקפו של מלבן 18 ס"מ.

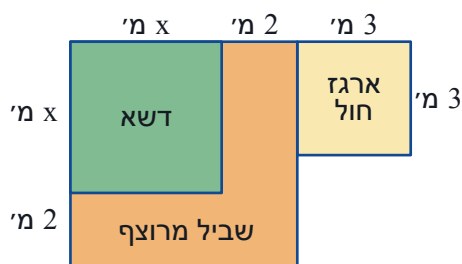
א. x מייצג את אורך אחת הצלעות. רשמו ביטוי מתאים לאורך הצלע השנייה.

ב. מצאו את אורכי צלעות המלבן אם נתון כי שטחו 20 סמ"ר.



4. נפח התיבה שבשרטוט 120 סמ"ק.

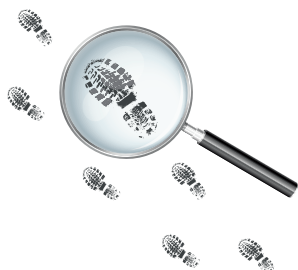
מצאו את אורך צלעות התיבה.



5. לפניכם שרטוט של גן משחקים ששטחו הכולל 90 מ"ר. מצאו את שטח השביל המרוצף.



6. א. מכפלת זוג מספרים עוקבים היא 0.
 ב. מכפלת זוג מספרים עוקבים היא 2.
 רשמו משוואה ומצאו את המספרים. כמה זוגות כאלה יש?



7. בחרתי מספר, הוספתי לו 2. את הסכום כפלתי בעצמו.
 א. כתוצאה קיבלתי 0. מהו המספר שבחרתי? הסבירו.
 ב. כתוצאה קיבלתי 9. מהו המספר שבחרתי? הסבירו.
 ג. כתוצאה קיבלתי 9-. הייתכן? הסבירו.



8. דני גדול מיואל ב-10 שנים. מכפלת הגילים של דני ויואל 39. בן כמה דני?



9. רשמו משוואה מתאימה לכל סעיף ומצאו מי אני?
 א. אם תכפלו את המספר הקודם לי במספר העוקב לי, תקבלו 24.
 ב. ריבועי שווה למכפלתי ב-6.
 ג. ריבועי שווה לסכום שלי עם 2.
 ד. ריבוע הסכום שלי ושל העוקב לי, שווה לסכום הריבועים שלנו.



10. שיעורי נקודות האפס של פונקציה ריבועית הם: $(-1, 0)$ ו- $(5, 0)$.
 א. מהי משוואת ציר הסימטריה של הפרבולה?
 ב. מהו חוק הפונקציה? כמה פונקציות כאלה תוכלו למצוא?



11. שיעורי נקודות האפס של פונקציה ריבועית הם: $(-2, 0)$ ו- $(6, 0)$.

אילו מהחוקים הבאים מתאימים לפונקציה הנתונה?

א. $y = (x + 2)(x + 6)$ ג. $y = (x - 2)(x - 6)$ ה. $y = (x + 2)(x - 6)$

ב. $y = (x - 2)(x + 6)$ ד. $y = -(x + 2)(x - 6)$ ו. $y = 5(x + 2)(x - 6)$



12. משוואת ציר הסימטריה של פונקציה ריבועית היא: $x = 1$

אילו מהחוקים הבאים מתאימים לפונקציה הנתונה?

א. $y = (x + 1)(x - 3)$ ג. $y = x(x - 2)$ ה. $y = -x(x - 2)$

ב. $y = 3(x - 1)^2$ ד. $y = (x - 1)^2 + 7$ ו. $y = (x + 1)^2 - 1$



משימות נוספות



13. מצאו מבלי לפתור משוואות, כמה נקודות אפס יש לכל פונקציה.

היעזרו בסקיצות, אין צורך למצוא את שיעורי הנקודות.

א. $y = -3(x - 1)^2 - 3$ ג. $y = -x^2 + 1$ ה. $y = 2(x + 6)^2$

ב. $y = 64 - 2x^2$ ד. $y = 8(x + 6)^2 - 2$ ו. $y = 8x^2$



14. א. שרטטו פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 3$.

כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט?

ב. שרטטו פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 3$ שיעורי נקודת הקודקוד $(3, -2)$.

כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט?

ג. שרטטו פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 3$ ויש לה נקודת מינימום ב- $(3, -2)$.

כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט?

ד. שרטטו פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 3$, יש לה נקודת מינימום ב- $(3, -2)$.

ידוע כי ערכו של a הוא 2. כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט?

שיעור 5. בעיית הגדר

פתרון בעיות מינימום ומכסימום



בית הספר אורנים קיבל בתרומה גדר של 40 מטרים לגידור חלקה עבור גן ירק. האם אפשר לדעת מהן מידות גן הירק? שערן, מהן מידות החלקה ששיטחה הוא הגדול ביותר?

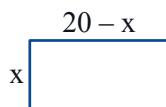
ניעזר בפתרון משוואות ריבועיות ובגרף, לפתרון שאלות מילוליות.

1. א. השלימו מידות של החלקות הבאות, ומצאו את שטחה של כל חלקה.

19	12	8	5	2	1	0.5	אורך צלע אחת
			15				אורך צלע שנייה
			75				שטח החלקה

ב. תנו דוגמה למידות חלקה ששטחה קטן יותר מהשטחים שמצאתם בסעיף א.

ג. תנו דוגמה למידות חלקה ששטחה גדול יותר מהשטחים שמצאתם בסעיף א.



2. א. מהי קבוצת המספרים המתאימה לתוכן השאלה?

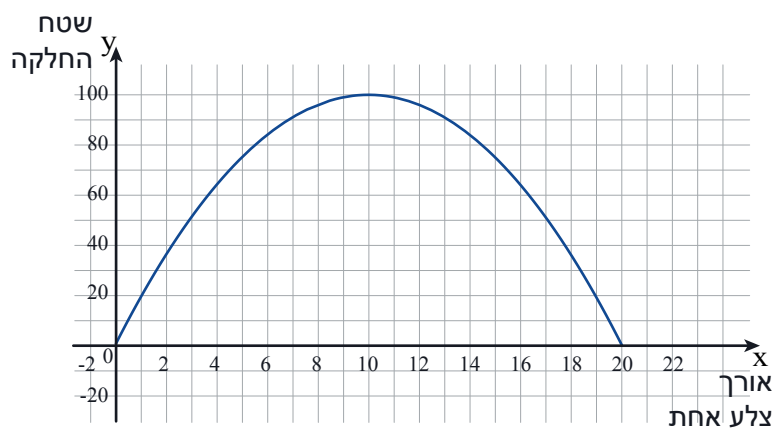
ב. מהן מידות החלקה ששטחה הוא הגדול ביותר האפשרי (מכסימאלי)?

נעמי אמרה: הביטויים המתאימים למידות החלקה הם: x ו- $20 - x$

צריך למצוא מתי המכפלה $x(20 - x)$ היא הגדולה ביותר.

לכן שרטטתי את גרף הפונקציה המתארת את שטח החלקה: $y = x(20 - x)$

הסבירו כיצד עוזר הגרף לענות על השאלה.



ג. מהן מידות החלקה ששטחה הוא הקטן ביותר האפשרי (מינימאלי)? הסבירו.

3. ערן זורק כדור לגובה.

הפונקציה $y = -5(x - 1)^2 + 20$ מתארת את גובה הכדור (במטרים) לפי הזמן (בשניות).

x מייצג את מספר השניות מרגע הזריקה.

שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה ומצאו:

א. מהו הגובה המכסימאלי אליו הגיע הכדור?

ב. מהו הגובה ההתחלתי ממנו זרק ערן את הכדור?

ג. לאיזה גובה הגיע הכדור כעבור $\frac{1}{2}$ שנייה? כעבור שלוש שניות?

ד. באילו שניות היה הכדור בגובה 15 מטרים?



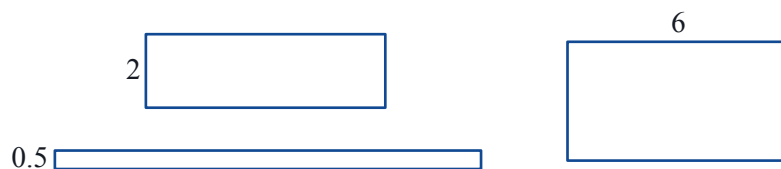
ראינו כי תופעות שונות בטבע מתנהגות לפי חוקיות של פונקציה ריבועית. חקירת הפונקציה הריבועית (נקודות קיצון, עלייה, ירידה, נקודות אפס וכדומה) יכולה לעזור להבנת תופעות אלה. **מציאה:** בבעיית הגדר ראינו כי השטח של מלבנים בעלי היקף נתון, משתנה לפי חוקיות של פונקציה ריבועית.



אוסף משימות



1. א. היקף כל אחד מן המלבנים שבשרטוטים הבאים הוא 20 ס"מ. השלימו אורכים מתאימים לצלעות החסרות, ומצאו את שטחו של כל מלבן.



- ב. תָּנוּ דוגמה למידות של מלבן שהיקפו 20 ס"מ ושטחו קטן יותר משטחי המלבנים שמצאתם בסעיף א.
ג. תָּנוּ דוגמה למידות של מלבן שהיקפו 20 ס"מ ושטחו גדול יותר משטח המלבנים שמצאתם בסעיף א.
ד. מהן מידות המלבן שהיקפו 20 ס"מ ושטחו הוא הגדול ביותר האפשרי?



2. מחוט שאורכו 12 ס"מ יוצרים מלבן.
א. רשמו ביטויים מתאימים לאורכי צלעות המלבן.
ב. מהן מידות המלבן בעל השטח המכסימאלי שאפשר ליצור?



3. מחוט שאורכו 24 ס"מ יוצרים מלבן. מהן מידות המלבן בעל השטח המכסימאלי שאפשר ליצור?



4. בחרתי מספר, הוספתי לו 3. את הסכום כפלתי בעצמו. מהמכפלה חיסרתי 4. מהי התוצאה הנמוכה ביותר (המינימאלית) שאוכל לקבל?



5. בחרתי שני מספרים עוקבים וכפלתי ביניהם. מהי המכפלה המינימאלית שאוכל לקבל?



6. ההפרש בין שני מספרים הוא 9. כופלים את המספרים זה בזה. עבור אילו מספרים תהייה המכפלה מינימאלית?



7. דויד ויהונתן מתחרים ביניהם מי זורק כדור לגובה רב יותר. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מתארות את גובה הכדור (במטרים) לפי הזמן שעבר (בשניות). x מייצג את מספר השניות מרגע הזריקה.
- הפונקציה $f(x) = -5(x - 1)^2 + 7$ מתארת את גובה הכדור של דויד.
- הפונקציה $g(x) = -5(x - 1)^2 + 11$ מתארת את גובה הכדור של יהונתן.
- א. שרטטו סקיצה של כל אחת מן הפונקציות.
- ב. האם התחרות הייתה הוגנת? (האם התנאים ההתחלתיים היו שווים?) הסבירו.
- ג. מהו הגובה המכסימאלי אליו הגיע הכדור של דויד? הכדור של יהונתן? מי ניצח בתחרות?



משימות נוספות



8. בחרתי מספר, הוספתי לו 2. את הסכום כפלתי בעצמו. מהמכפלה חיסרתי 5. מהי התוצאה הנמוכה ביותר (המינימאלית) שאוכל לקבל?



9. בחרתי מספר, כפלתי אותו במספר קטן ממנו ב-2. מהי המכפלה המינימאלית שאוכל לקבל?



10. מספר אחד גדול ממספר שני ב-10. כופלים את המספרים זה בזה. עבור אילו מספרים תהייה המכפלה מינימאלית?