

# יחידה 31: חופפים משולשים

נחפוף משולשים ונוכיח תכונות של אלכסוני משולשים שווה שוקיים ואלכסוני המלבן.

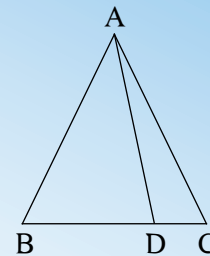
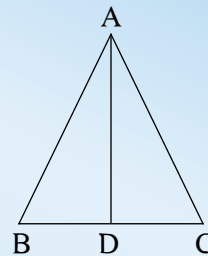
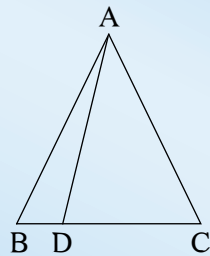
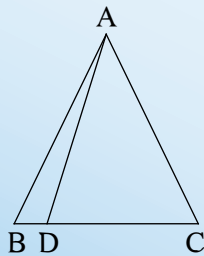
## שיעור 1. חופפים במשולש שווה שוקיים

נחקור ונוכיח תכונות של משולש שווה שוקיים



נתון משולש שווה שוקיים  $ABC$  שבו  $AC = AB$ .

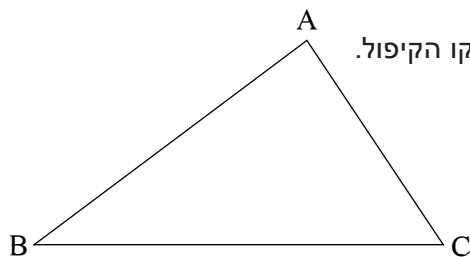
$D$  נקודה כלשהי על הבסיס  $BC$ , כך שנוצרים שני משולשים:  $\triangle ABD$  ו-  $\triangle ACD$ .



מהם הנתונים השווים לזוג משולשים  $\triangle ABD$  ו-  $\triangle ACD$  בכל שרטוט?

האם הקטע  $AD$  מחלק את המשולש  $ABC$  לשני משולשים חופפים?

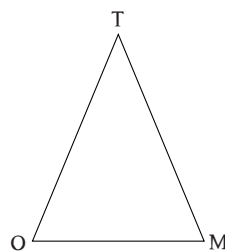
אם לא, היכן צריכה להיות הנקודה  $D$  כדי שיהיו חופפים?



1. גזרו משולש כלשהו.

- קפלו אותו לאורך חוצה הזווית  $A$ . פתחו וצבעו באדום את קו הקיפול.
- קפלו לאורך הגובה ל-  $BC$ , וצבעו את קו הקיפול בכחול.
- קפלו לאורך התיכון ל-  $BC$ , וצבעו את קו הקיפול בירוק.

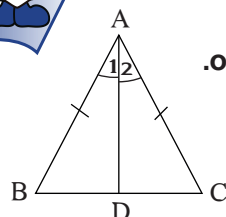
מה קיבלתם?



2. גזרו משולש שווה שוקיים.

- קפלו אותו לאורך חוצה זווית הראש  $(\sphericalangle T)$ .
- קפלו אותו לאורך הגובה לבסיס (גובה ל-  $OM$ ).
- קפלו אותו לאורך התיכון לבסיס (תיכון ל-  $OM$ ).
- סמנו בכל פעם את קו הקיפול בצבע אחר.

מה קיבלתם? מה קרה לקווי הקיפול?

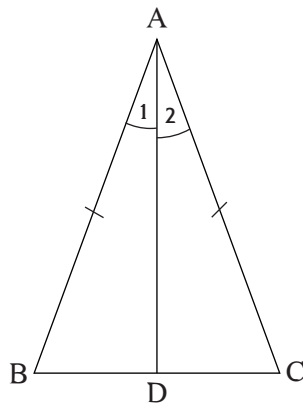


בעזרת קיפולים קיבלנו את התכונה הבאה:

במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש הוא גם תיכון לבסיס וגם גובה לבסיס.

נוכיח זאת, באמצעות חפיפת משולשים.

3. משפט: במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש הוא גם תיכון לבסיס וגם גובה לבסיס.



השלימו במחברותיכם.

נתון:  $AB = AC$

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

צריך להוכיח: \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  $\perp$  \_\_\_\_\_

מה צריך להראות כדי להסיק ששני הקטעים שווים?

כדי להראות ששני ישרים מאונכים צריך לדעת שהזוויות ביניהם היא

זווית \_\_\_\_\_

מצאו משולשים שלדעתכם חופפים, הראו את החפיפה על סמך הנתונים והשלימו את ההוכחה.

4. במשימה הקודמת הוכחנו בעזרת חפיפת המשולשים:  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ , שבמשולש שווה שוקיים

מתלכדים חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס.

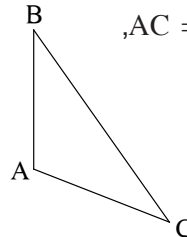
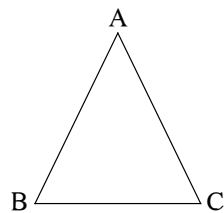
מצאו תכונה נוספת של משולש שווה שוקיים שנובעת מחפיפת המשולשים.



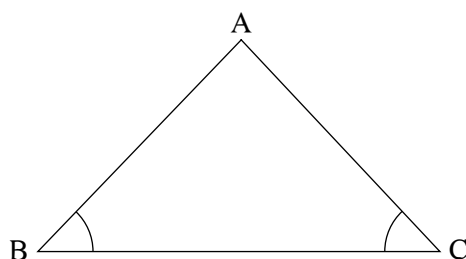
משפט: במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.

לדוגמה: במשולשים המשוורטטים  $AC = AB$ ,

לכן:  $\angle B = \angle C$ .



האם משולש בו שוות שתי זוויות הוא משולש שווה שוקיים?



5. במשולש שבשרטוט מתקיים:  $\angle B = \angle C$ .

העתיקו על דף את המשולש ABC וגזרו אותו.

צבעו צד אחד של המשולש.

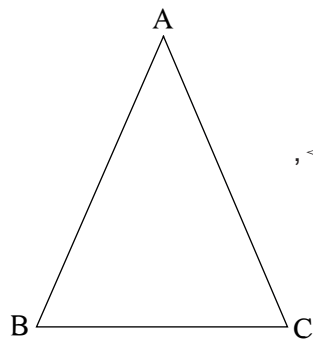
כסו בעזרת המשולש שגזרתם את המשולש ABC

פעם כשהצד הלבן כלפי מעלה ופעם כשהצד הצבעוני

כלפי מעלה (כלומר, פעם קודקוד B ייפול על B וקודקוד C

ייפול על C, ופעם קודקוד B ייפול על C וקודקוד C ייפול על B).

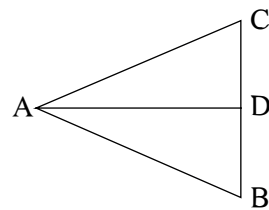
מה תוכלו להסיק לגבי הצלעות AB ו-AC?



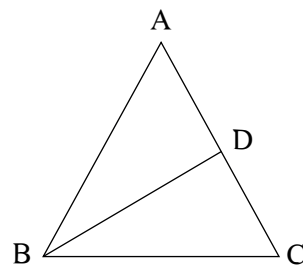
6. שרטטו או קפלו משולש שווה שוקיים לאורך חוצה זווית הבסיס  $\angle B$ ,  
לאורך הגובה לשוק AC, ולאורך התיכון לשוק AC.  
כמה קווים שונים קיבלתם?

7. לפניכם משולשים שווי שוקיים בהם  $AC = AB$ .

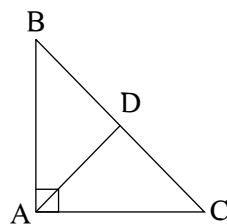
בכל סעיף רשומים נתונים נוספים. קבעו אם אפשר להסיק את המסקנה.  
אם כן, רשמו על סמך איזה משפט. אם לא, נמקו או שרטטו דוגמה נגדית.



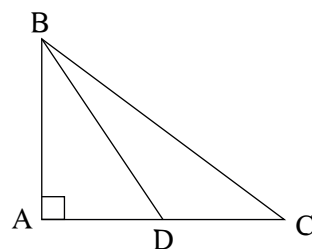
א. נתון:  $AC = AB$   
 $\angle A$  חוצה את AD  
האם אפשר להסיק:  $BD = CD$ ?



ב. נתון:  $AC = AB$   
BD חוצה את  $\angle B$   
האם אפשר להסיק:  $AD = CD$ ?



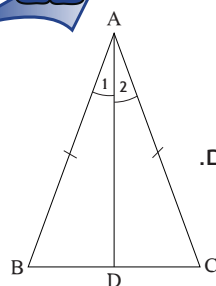
ג. נתון:  $AC = AB$   
 $\angle A$  חוצה את AD  
 $BA \perp AC$   
האם אפשר להסיק:  $BD = CD$ ?



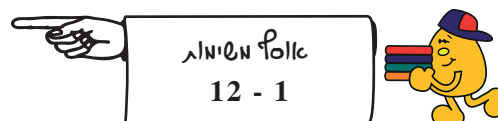
ד. נתון:  $AC = AB$   
BD חוצה את  $\angle B$   
 $BA \perp AC$   
האם אפשר להסיק:  $AD = CD$ ?



הראינו כי:

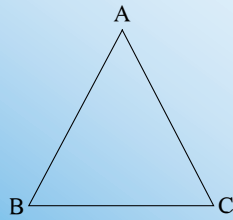


- במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
- במשולש שבו שתי זוויות שוות הוא משולש שווה שוקיים.  
לכן מספיק ששתי זוויות במשולש תהיינה שוות כדי להסיק שהוא שווה שוקיים.
- במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש הוא גם תיכון לבסיס וגם גובה לבסיס.
- מתקיים גם:
- אם הגובה במשולש הוא גם תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
- אם הגובה במשולש הוא גם חוצה זווית, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
- כלומר, משולש שבו מתלכדים הגובה, התיכון וחוצה הזווית הוא משולש שווה שוקיים.



## שיעור 2. חופפים ומחשבים במשולש שווה שוקיים

נבדוק אילו נתונים מספיקים כדי להסיק שמשולש הוא שווה צלעות.



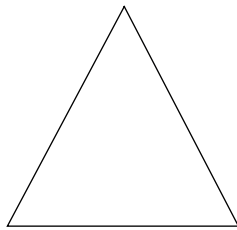
תזכורת:

משולש שכל צלעותיו שוות נקרא **משולש שווה צלעות**.

ביחידה 23 ראינו כי:

במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות, וגודל כל זווית הוא  $60^\circ$ .

בשיעור קודם הוכחנו שבמשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.  
**ומה במשולש שווה צלעות?**

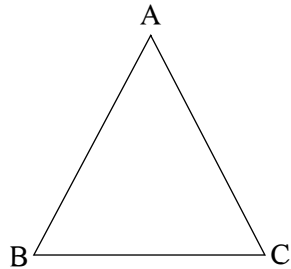


1. א. קפלו משולש שווה צלעות, כך שיתקבלו שני משולשים חופפים.

ב. קו הקיפול הוא ציר סימטריה של המשולש.

כמה צירי סימטריה יש במשולש שווה צלעות?

2. המורה נתנה לתלמידי הכיתה משולש, וביקשה לשרטט גובה, תיכון וחוצה זווית - שלושתם יוצאים מאותו קודקוד של המשולש.



אילה שרטטה את שלושת הקווים מקודקוד A.

רינה שרטטה אותם מקודקוד B.

דינה שרטטה אותם מקודקוד C.

אצל כל אחת מהבנות הקווים התלכדו.

איזה משולש נתנה המורה? הסבירו.



- כל משולש שווה צלעות הוא משולש שווה שוקיים.
- במשולש שווה שוקיים יש ציר סימטריה אחד ואילו במשולש שווה צלעות יש 3 צירי סימטריה.
- במשולש שווה צלעות הגובה, התיכון וחוצה הזווית היוצאים מאותו קודקוד (לא משנה איזה קודקוד נבחר) יתלכדו.



3. אילו מהנתונים הבאים מספיקים כדי לזהות שמשולש הוא שווה צלעות? נמקו.

א. כל הזוויות שוות.

ב. שתי זוויות שוות.

ג. שתיים מהזוויות בנות  $60^\circ$ .

ד. שתי צלעות שוות וגודל אחת הזוויות הוא  $60^\circ$ .

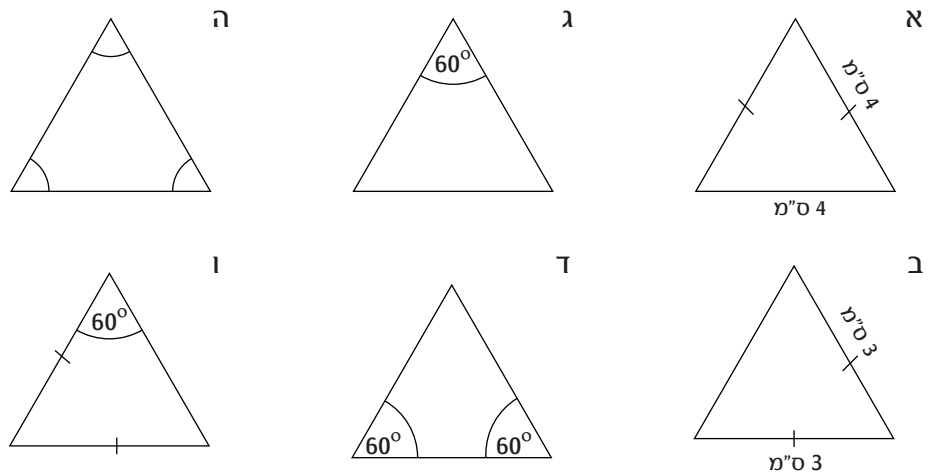
ה. כל הצלעות שוות.

ו. יש לפחות 2 צירי סימטריה.

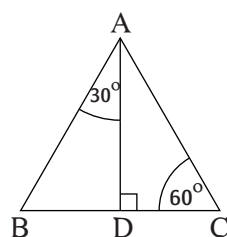


במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות וכל אחת מהן הוא  $60^\circ$ .  
 לכן כדי לקבוע שמשולש הוא שווה צלעות מספיק לזהות שתי זוויות בנות  $60^\circ$ ,  
 או משולש שווה שוקיים עם זווית אחת של  $60^\circ$  (לא חשוב איזו זווית).

4. אילו מהמשולשים הבאים הם משולשים שווים צלעות? נמקו.



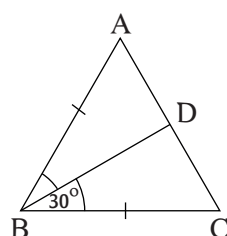
5. באילו מהסעיפים הבאים אפשר להסיק על סמך הנתונים, ש- $\triangle ABC$  הוא שווה צלעות? נמקו.  
(השרטוטים אינם על-פי הגדלים הרשומים).



א. נתון:  $AD \perp BC$

$\angle C = 60^\circ$

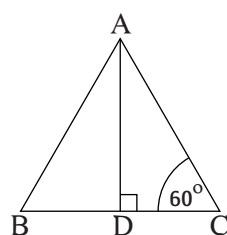
$\angle BAD = 30^\circ$



ב. נתון:  $AB = BC$

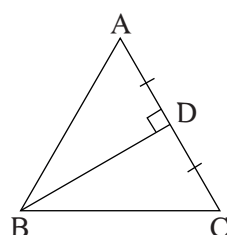
BD חוצה את  $\angle B$

$\angle DBC = 30^\circ$



ג. נתון:  $AD \perp BC$

$\angle C = 60^\circ$

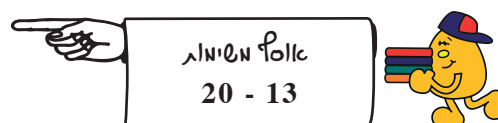


ד. נתון:  $AC = AB$

BD תיכון

BD גובה

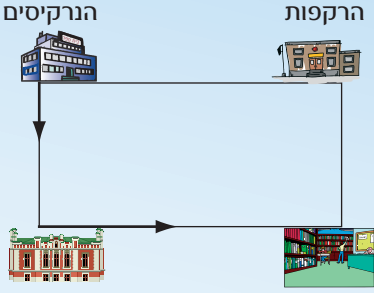
האם היו סעיפים שבהם לא ניתן להסיק ש- $\triangle ABC$  הוא שווה צלעות?  
הציעו נתון נוסף כך שיתקבל משולש שווה צלעות.



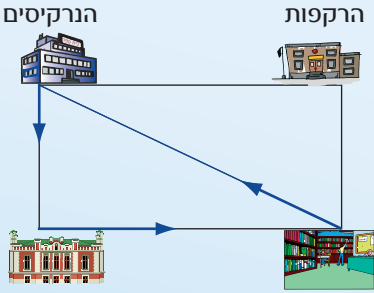
### שיעור 3. משולש ישר זווית ואלכסוני המלבן

תלמידי בתי הספר "הנרקיסים" ו"הרקפות" יצאו לסיור לימודי במוזיאון ובספרייה.

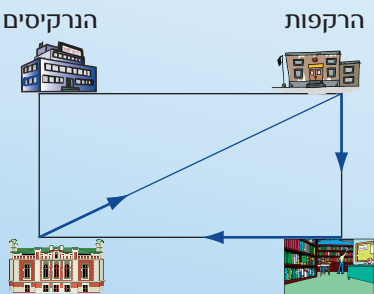
בבית הספר "הנרקיסים" החליטו לבקר קודם במוזיאון ומשם להמשיך לספרייה.



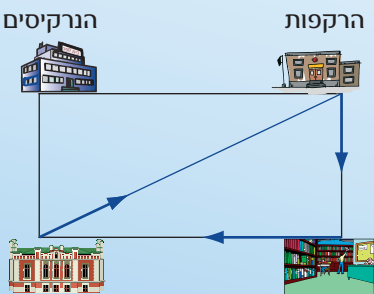
בסיום הסיור, החליטו לחזור בדרך הקצרה המחברת את הספרייה לבית הספר.



כדי להימנע מעומס, הוחלט בבית הספר "הרקפות" לבקר קודם בספרייה ואחר כך במוזיאון.



גם הם החליטו לחזור בדרך הקצרה המחברת את המוזיאון לבית הספר.



שערו, איזה בית ספר עשה, בדרך חזרה, מסלול ארוך יותר.

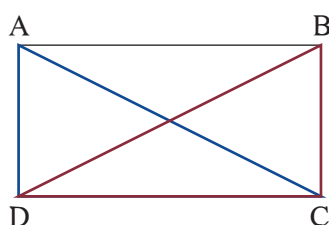
1. לפניכם מלבן.

- שרטטו משולש ישר זווית שניצביו שווים לצלעות המלבן.

- גזרו את המשולש.

- הניחו את המשולש על המלבן, כך שהיתר של המשולש יהיה אלכסון במלבן. שרטטו את האלכסון.

האם גם האלכסון השני במלבן שווה ליתר של המשולש שגזרתם? הסבירו כיצד תבדקו.



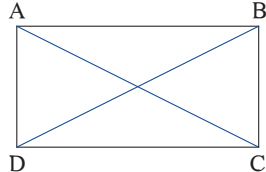
2. שרטטו מלבן, ושרטטו בו את שני האלכסונים (ראו שרטוט)
- צבעו במלבן בצבעים שונים שני משולשים בעלי ניצב משותף  $CD$  ( $\triangle ADC$ ,  $\triangle BCD$ ).
- א. הראו שהמשולשים חופפים. מהו משפט החפיפה המתאים?
- ב. מה תוכלו להסיק לגבי האלכסונים במלבן? נמקו.
- ג. רשמו שוויונות בין הצלעות ובין הזוויות של המשולשים החופפים.



3. מה תוכלו לומר על אורך המסלול בדרך חזרה של כל אחד מבתי הספר?



במשימות 1 - 2 הוכחנו:  
משפט: האלכסונים במלבן שווים זה לזה ( $BD = AC$ ).





4. רשמו "נכון", "לא נכון".

אם רשמם "נכון", ציינו על סמך איזה משפט חפיפה. אם רשמם "לא נכון", שרטטו דוגמה נגדית.

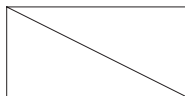
- א. שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר ובזווית חדה, חופפים.
- ב. שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר שלהם, חופפים.
- ג. שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה בהתאמה, חופפים.
- ד. שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה, חופפים.
- ה. שני משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים השווים בשוק, חופפים.
- ו. שני משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים השווים ביתר, חופפים.



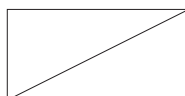
בחפיפה של משולשים ישרי זווית, הזווית הישרה היא אחד הנתונים. לכן, די לציין את שוויון הניצבים או שוויון היתר ואחת הזוויות החדות. כלומר, התנאי לחפיפה בין שני משולשים ישרי זווית יהיו:

- שני משולשים ישרי זווית השווים בשני הניצבים חופפים (על פי משפט החפיפה **צ.ז.צ.**).
- שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר ובזווית חדה חופפים (על פי משפט החפיפה **ז.צ.ז.**).
- שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה שלידו חופפים (על פי משפט החפיפה **ז.צ.ז.**).

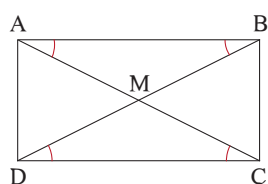
5. נעמי גזרה שני משולשים ישרי זווית חופפים, ויצרה מהם מלבן:



עדינה גזרה, אף היא, שני משולשים ישרי זווית חופפים ויצרה מלבן:  
הן קבלו שני **מלבנים חופפים**.



- א. האם גם המשולש ישר הזווית של נעמי חופף לזה של עדינה? הסבירו.
- ב. סמנו במשולשים של עדינה ושל נעמי זוויות שוות באותו צבע.

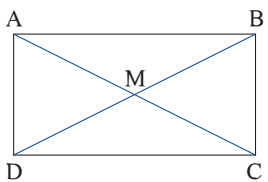


6. במלבן המשורטט נמצאים 4 המשולשים של נעמי ושל עדינה.

סימנו בכחול את כל הזוויות השוות לזווית  $\angle ABD$ .

א. על סמך הזוויות השוות, מצאו שני משולשים שווים שוקיים.

ב. האם יש עוד זוג של משולשים שווים שוקיים. מי הם?

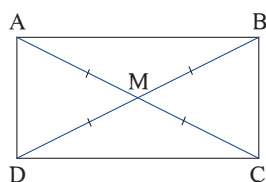


7. בשרטוט מלבן ובו משורטטים שני האלכסונים.

א. שער, אילו זוגות של משולשים שווים שוקיים, חופפים.

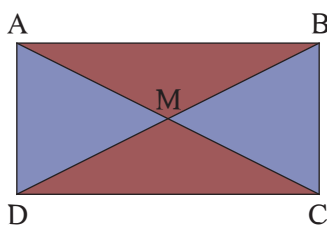
הסבירו השערתכם.

ב. איזו תכונה נוספת הקשורה באלכסוני המלבן אפשר להסיק מחפיפת משולשים אלה?



גילינו תכונות נוספות במלבן:

- האלכסונים במלבן חוצים זה את זה (כלומר:  $AM = MC = BM = MD$ ).

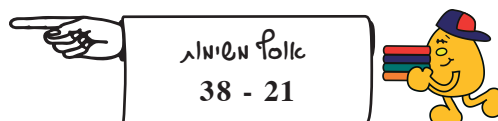
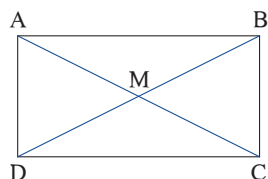


- האלכסונים במלבן מחלקים אותו לארבעה משולשים שווים שוקיים ( $\triangle BMC$ ,  $\triangle AMD$ ,  $\triangle DMC$ ,  $\triangle AMB$ ).

- המשולשים האדומים ( $\triangle DMC$  ו-  $\triangle AMB$ ) חופפים, וגם המשולשים הכחולים ( $\triangle BMC$  ו-  $\triangle AMD$ ) חופפים.



8. מה תפקידו של הקטע BM במשולש ABC? הסבירו.





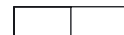
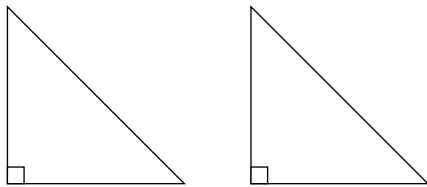
1. גזרו שני משולשים ישרי זווית חופפים.

הצמידו אותם כך שיתקבל משולש.

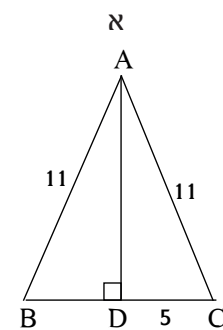
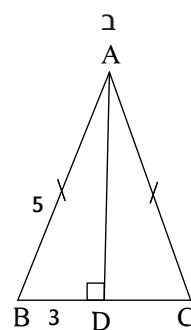
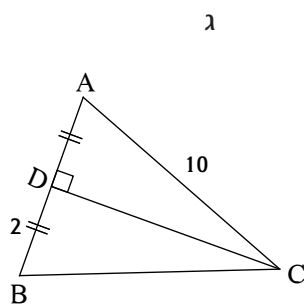
א. איזה משולש קיבלתם?

ב. כמה משולשים שונים אפשר לקבל בדרך זו? הסבירו.

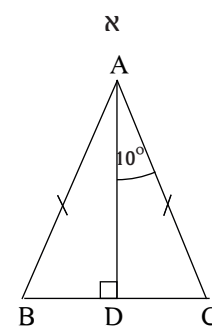
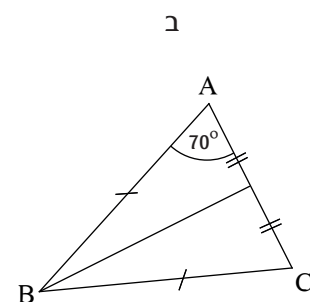
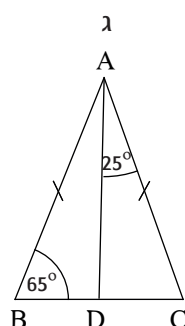
ג. הסבירו, מדוע בדרך כזו לא נוכל לקבל משולש שונה צלעות.



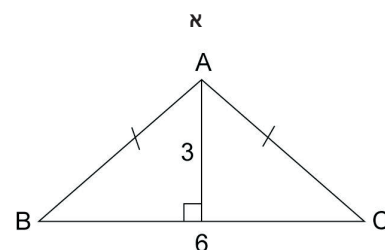
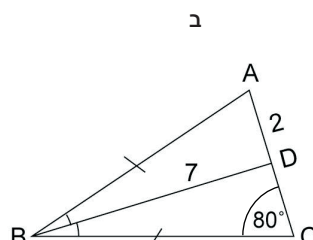
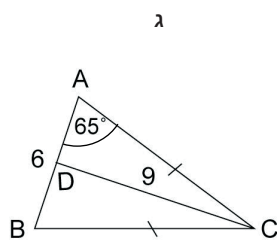
2. השלימו אורכי קטעים ומצאו את היקף המשולש  $\triangle ABC$  בכל סעיף (המידות בס"מ).



3. השלימו זוויות בשרטוטים ומצאו את זוויות המשולש  $\triangle ABC$ .

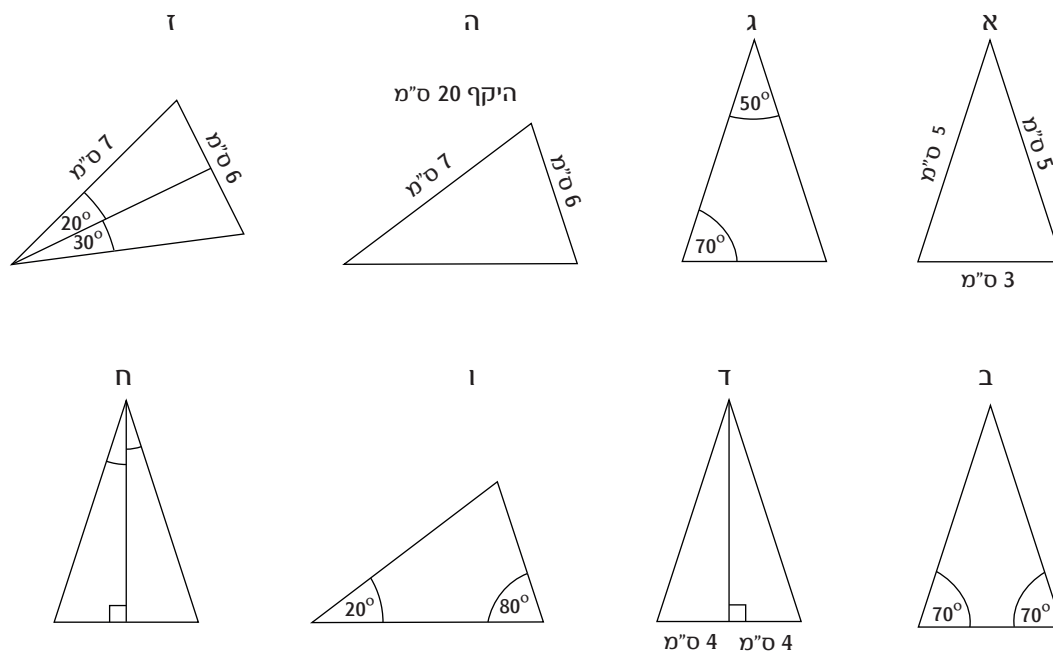


4. השלימו, אם אפשר, זוויות וקטעים ומצאו את שטח המשולש  $\triangle ABC$  (המידות בס"מ).

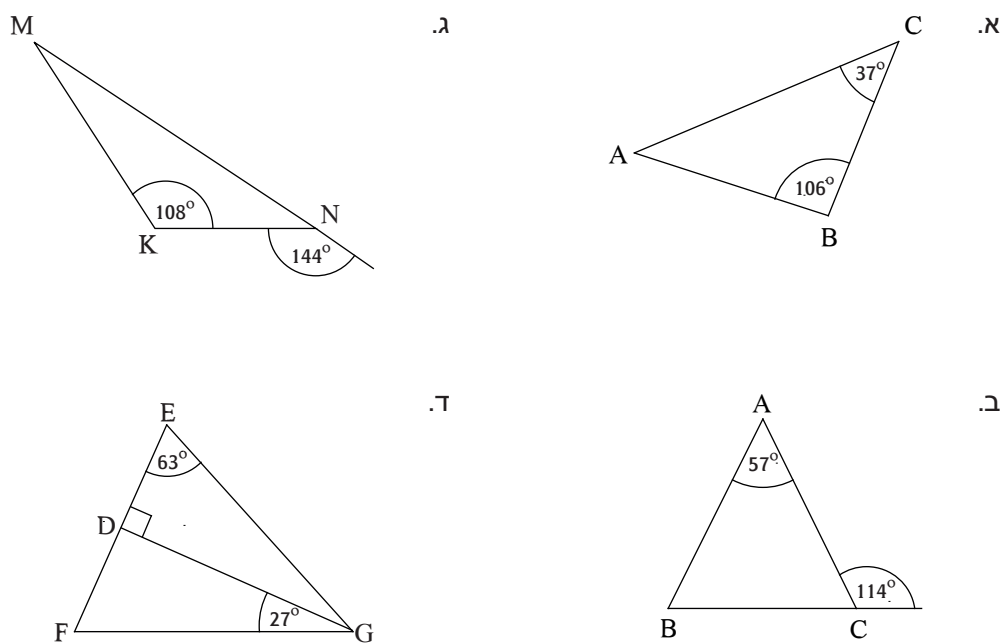




5. קבעו אם המשולש שווה שוקיים על-פי הנתונים הרשומים בכל שרטוט. אם כן, סמנו את השוקיים, ואם לא - נמקו (השרטוטים אינם לפי המידות).

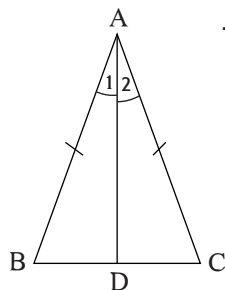


6. השלימו את כל הזוויות, קבעו לגבי כל אחד מהמשולשים אם הוא שווה שוקיים. אם כן, רשמו מהן הצלעות השוות.





7. משפט: במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מחלק אותו לשני משולשים חופפים.



נתון:  $AB = AC$

$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$

צריך להוכיח:  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$   
השלימו במחברותיכם את ההוכחה:

נימוקים

עובדות

הוכחה:

נתון  $AB = \underline{\hspace{2cm}}$

נתון  $\sphericalangle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

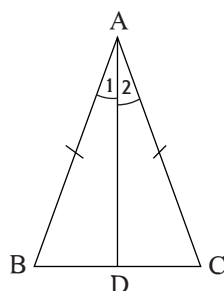
צלע משותפת  $AD = \underline{\hspace{2cm}}$



$\triangle ABD \cong \triangle ACD$  לפי משפט חפיפה:  $\underline{\hspace{2cm}}$



8. השלימו שוויונות במחברותיכם.

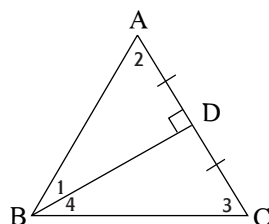


א. נתון:  $AB = AC$

$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$

לכן:  $BD = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle B = \underline{\hspace{2cm}}$



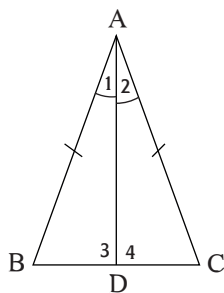
ב. נתון:  $BD \perp AD$

$AD = DC$

לכן:  $AB = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$



9. א. הוכיחו במחברותיכם את המשפט הבא:

אם אחד מהגבהים במשולש הוא גם חוצה זווית, אז המשולש שווה שוקיים.

נתון:  $\sphericalangle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$AD \perp \underline{\hspace{2cm}}$

צריך להוכיח:  $AB = \underline{\hspace{2cm}}$

נימוקים

עובדות

הוכחה:

נתון

$BD \perp AD$

$\Downarrow$

זווית בין קווים מאונכים

$\sphericalangle 3 = \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$

צלע משותפת

$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

נתון

$\Downarrow$

$\sphericalangle \underline{\hspace{2cm}} = \sphericalangle \underline{\hspace{2cm}}$

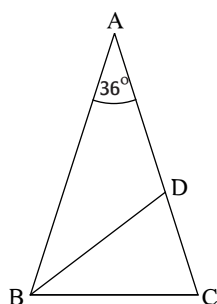
$\Downarrow$

$\Delta \underline{\hspace{2cm}} = \Delta \underline{\hspace{2cm}}$

$\Downarrow$

$AB = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. נסחו משפט נוסף: אם אחד התיכונים במשולש הוא גם חוצה זווית, אז המשולש שווה שוקיים.

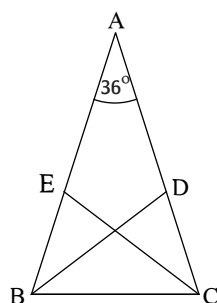


10.  $\triangle ABC$  שבשרטוט הוא משולש שווה שוקיים, בו זווית הראש היא  $36^\circ$ .

א. מצאו גודל כל אחת מזוויות הבסיס של המשולש.

ב. במשולש זה שרטטו את החוצה של זווית הבסיס (BD).

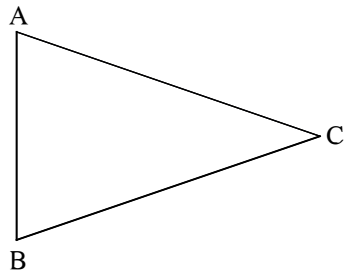
כמה משולשים שווים שוקיים בשרטוט?



11.  $\triangle ABC$  שבשרטוט הוא משולש שווה שוקיים, בו זווית הראש היא  $36^\circ$ .

במשולש זה שרטטו את שני החוצים של זוויות הבסיס (BD, CE).

מצאו בשרטוט משולשים שווים שוקיים רבים ככל האפשר.



12.  $\triangle ABC$  שבשרטוט הוא משולש שווה שוקיים, ( $AC = CB$ ).

א. הזווית A היא בת  $72^\circ$ . חשבו את גודל הזוויות האחרות.

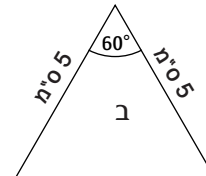
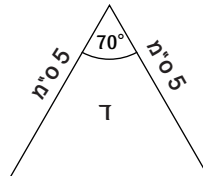
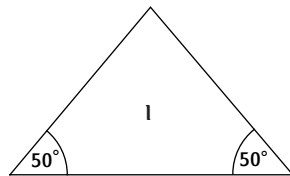
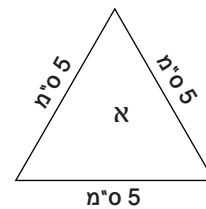
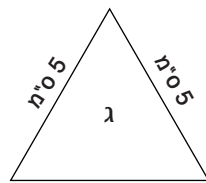
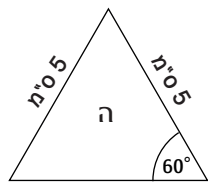
ב. שרטטו את חוצה הזווית A, וסמנו את הקצה השני ב-D.

ג. שרטטו את חוצה הזווית B, וסמנו את הקצה השני ב-E.

ד. כמה משולשים שווי שוקיים נוצרו? הסבירו.

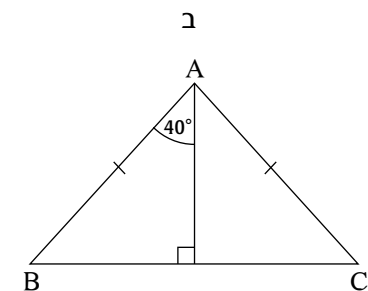
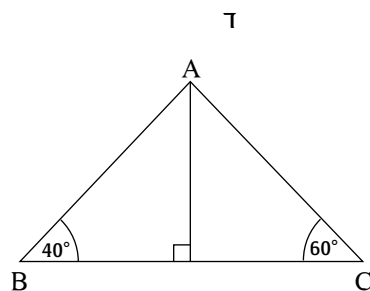
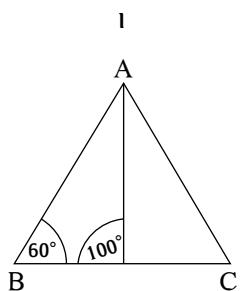
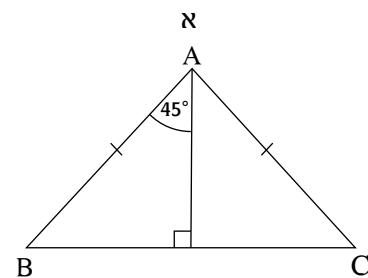
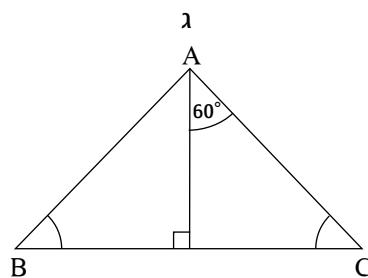
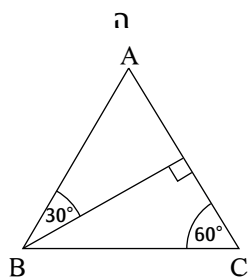


13. אילו מהמשולשים הבאים חייבים להיות שווי צלעות? הסבירו.



14. השלימו זוויות נוספות על סמך הנתונים שבשרטוט. סמנו צלעות שוות.

לפי צלעות ולפי זוויות קבעו את סוג המשולש  $\triangle ABC$  (השרטוטים אינם על-פי הנתונים הרשומים).





15. חשבו את הזוויות על סמך הנתונים, ורשמו את גודלן.

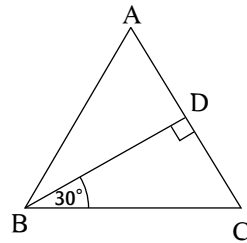
לפי צלעות ולפי זוויות קבעו את סוג המשולש  $\triangle ABC$ .  
 רשמו את הצלעות השוות, את הזווית הישרה או את הזווית הקהה  
 (השרטוטים אינם על-פי הנתונים הרשומים).

א. נתון:

$$AB = AC$$

BD גובה לשוק

$$\sphericalangle DBC = 30^\circ$$

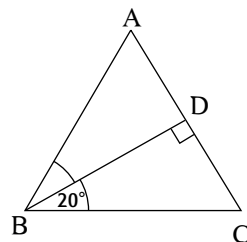


ב. נתון:

BD גובה במשולש

BD חוצה את B

$$\sphericalangle DBC = 20^\circ$$

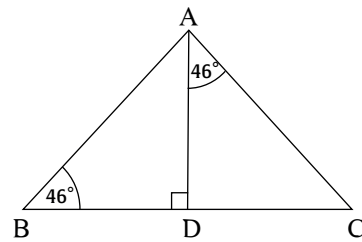


ג. נתון:

$$AD \perp BC$$

$$\sphericalangle DAC = 46^\circ$$

$$\sphericalangle B = 46^\circ$$

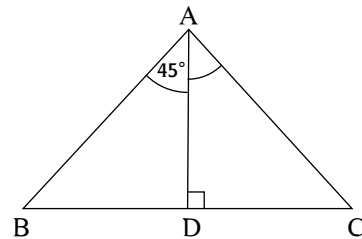


ד. נתון:

$$AD \perp BC$$

AD חוצה את A

$$\sphericalangle BAD = 45^\circ$$

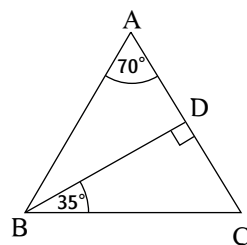


ה. נתון:

$$BD \perp AC$$

$$\sphericalangle DBC = 35^\circ$$

$$\sphericalangle A = 70^\circ$$

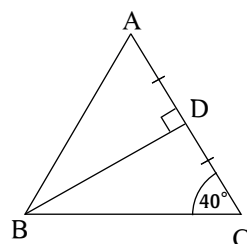


ו. נתון:

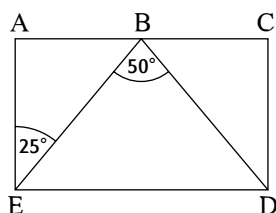
BD גובה במשולש

BD תיכון במשולש

$$\sphericalangle C = 40^\circ$$







16. בתוך מלבן משורטט משולש.

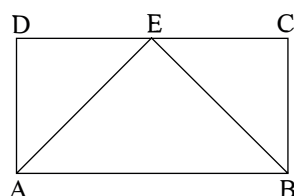
נתון:  $\angle EBD = 50^\circ$ ,  $\angle AEB = 25^\circ$ .

א. חשבו את כל הזוויות שבשרטוט.

ב. רשמו שני משולשים ישרי זווית. האם הם חופפים?

ג. האם  $\triangle BDE$  שווה צלעות? שווה שוקיים? שונה צלעות?

ד. האם  $\triangle BDE$  חד זווית? ישר זווית? קהה זווית?



17. נתון: ABCD מלבן.

חוצי הזוויות A ו-B של המלבן נפגשים בנקודה E שעל הצלע CD.

(i) מצאו את הגדלים של הזוויות ורשמו בשרטוט.

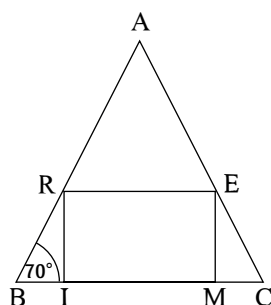
(ii) קבעו אלו מהטענות הרשומות להלן נובעות מהנתונים.

מחקו טענות שאינן נכונות, ונמקו את הטענות הנכונות.

א.  $\triangle ADE \cong \triangle BCE$  ד.  $\triangle AEB$  ישר זווית

ב.  $\triangle ADE$  שווה צלעות ה.  $AD = \frac{1}{2}CD$

ג.  $\triangle ADE$  שווה שוקיים ו.  $S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2}S_{\triangle AEB}$



18. נתון:  $\triangle ABC$  שווה שוקיים.

REMI מלבן.  $\angle B = 70^\circ$

(i) מצאו את הגדלים של הזוויות ורשמו בשרטוט.

(ii) קבעו אלו מהטענות הבאות נובעות מהנתונים.

מחקו טענות שאינן נכונות, ונמקו טענות נכונות.

א.  $BI = IR$  ד.  $MI = RE$

ב.  $\triangle ARE$  שווה שוקיים ה.  $MI = AR$

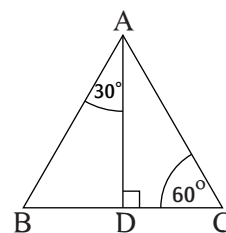
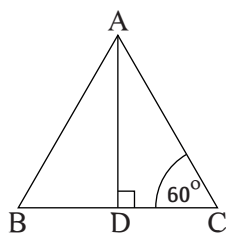
ג.  $AR = RB$  ו.  $\triangle ARE$  שווה צלעות



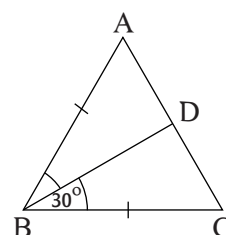
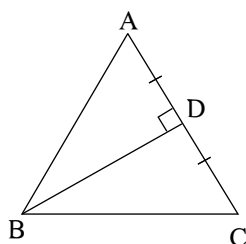
19. באילו מהסעיפים הבאים אפשר להסיק על-סמך הנתונים, כי  $\triangle ABC$  הוא שווה צלעות? נמקו.

(השרטוטים אינם על-פי הגדלים הרשומים).

א. ג.

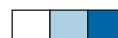
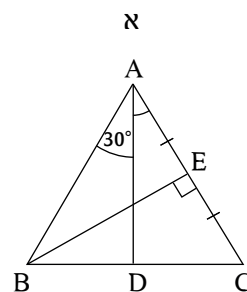
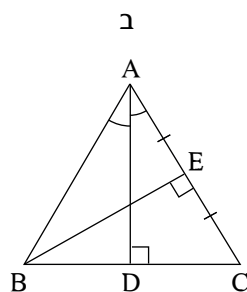
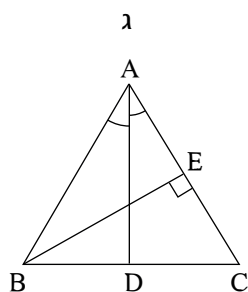
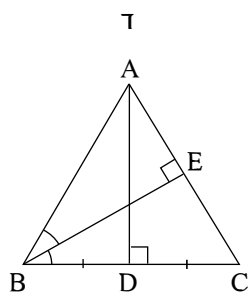


ב. ד. נתון:  $AB = AC$



20. האם אפשר לקבוע על סמך הנתונים המסומנים בשרטוט אם  $\triangle ABC$  הוא משולש שווה צלעות או משולש

שווה שוקיים (שאינו שווה צלעות)? הסבירו.



21. אילו מהמשפטים הבאים נכונים? רשמו צ.ז.צ. או ז.צ.ז. על-פי משפט החפיפה ממנו הוא נובע.

א. שני משולשים ישרי זווית השווים בשני הניצבים - חופפים.

ב. שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר ובזווית חדה - חופפים.

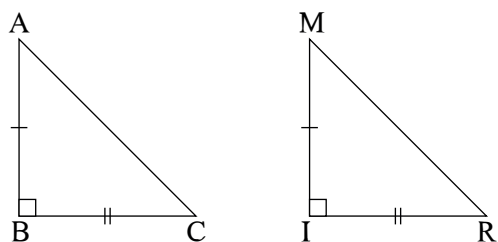
ג. שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה - חופפים.

ד. שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה בהתאמה - חופפים.

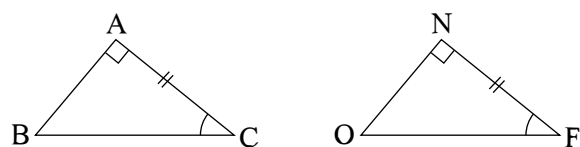


22. השלימו במחברותיכם ונמקו.

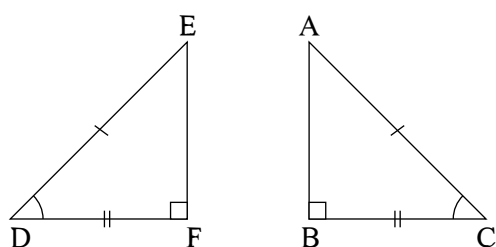
א.  $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$



ב.  $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$

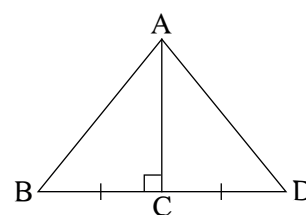


ג.  $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$

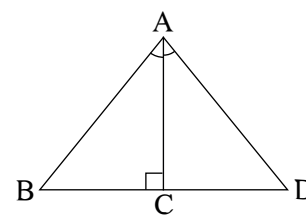


23. השלימו במחברותיכם ונמקו.

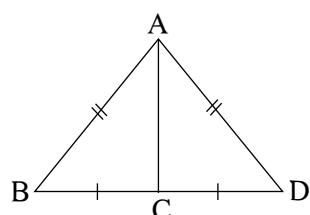
א.  $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$



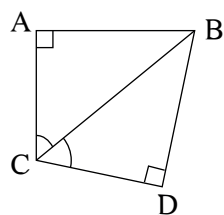
ב.  $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$



ג.  $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$



ד.  $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$



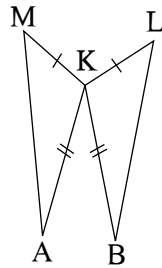


24. על סמך הנתונים שבשרטוט קבעו  $\cong$  או  $\neq$ .

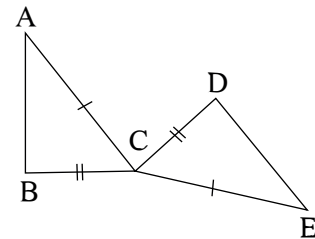
אם סימנתם  $\cong$  ציינו את משפט החפיפה.

אם סימנתם  $\neq$  שרטטו דוגמה המראה ששני משולשים בעלי נתונים כאלה אינם חייבים להיות חופפים.

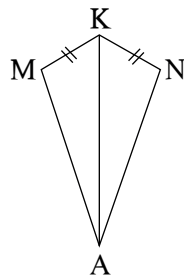
ג.  $\triangle MKA \square \triangle LKB$



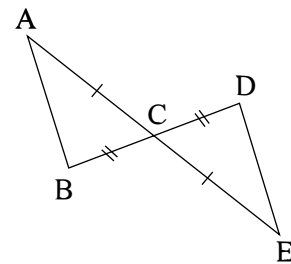
א.  $\triangle ABC \square \triangle EDC$



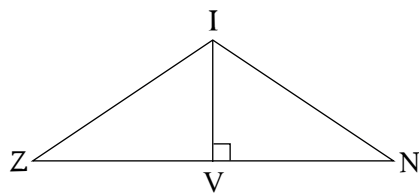
ד.  $\triangle MKA \square \triangle NKA$



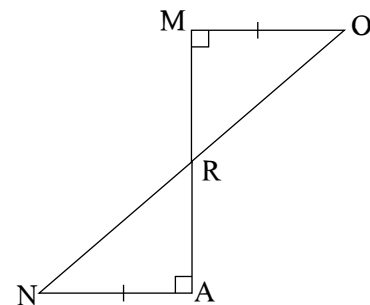
ב.  $\triangle ABC \square \triangle EDC$



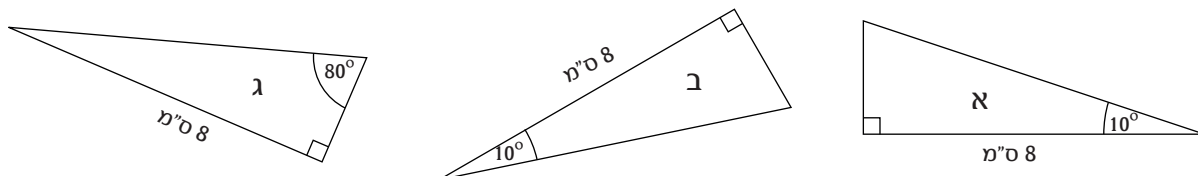
ה.  $\triangle NIV \square \triangle ZIV$



ג.  $\triangle MOR \square \triangle RAN$



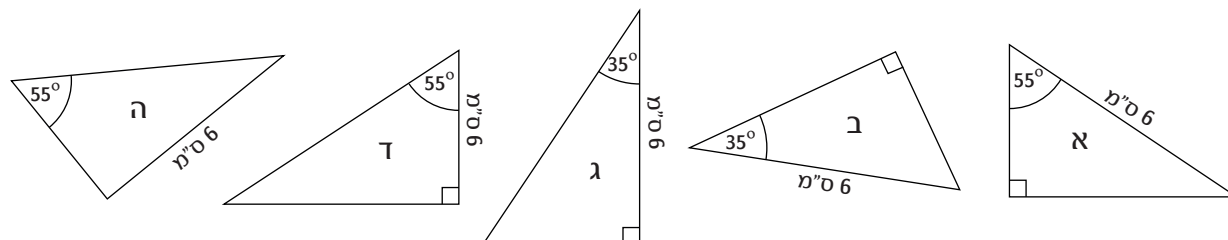
25. חשבו את הזוויות, וקבעו אילו משולשים חופפים.





26. מצאו זוגות של משולשים חופפים. (השרטוטים אינם לפי המידות).

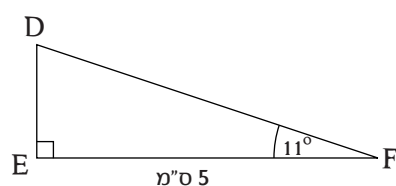
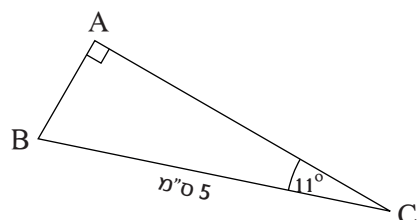
לאיזה משולש אין משולש חופף?



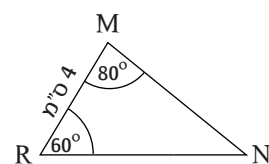
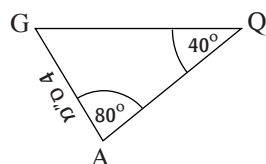
27. חשבו את הזוויות החסרות ורשמו את גודלן. מצאו כמה גדלים שווים יש בשני המשולשים.

קבעו על סמך הנתונים הרשומים אם המשולשים חופפים. אם כן, רשמו את החפיפה.

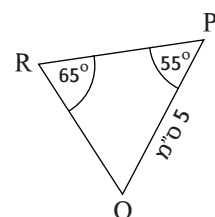
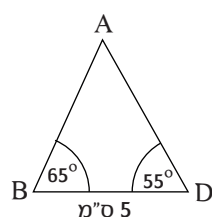
א.



ב.



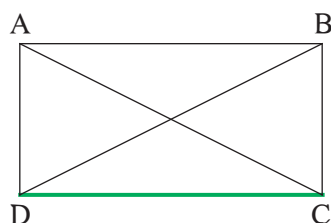
ג.

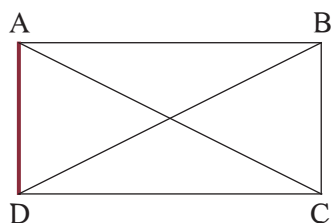


28. הצלע הצבועה משותפת לשני משולשים ישרי זווית.

רשמו מיהם.

האם המשולשים שרשמתם חופפים?





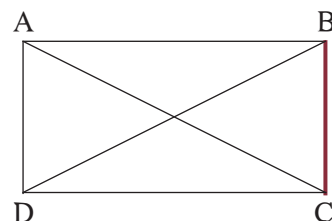
29. הצלע הצבועה משותפת לשני משולשים ישרי זווית.

רשמו מיהם.

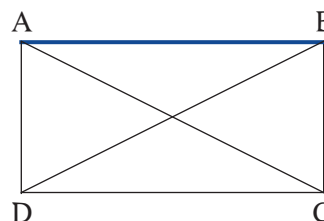
האם המשולשים שרשמתם חופפים? הסבירו.



30. מצאו בכל מלבן משולשים ישרי זווית שהצלע הצבועה משותפת להם. האם הם חופפים? הסבירו.



ב.



א.

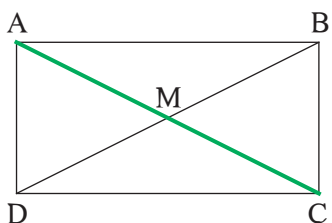


31. ABCD הוא מלבן.

$\angle CAB = 25^\circ$ ,  $AC = 8$  ס"מ.

א. חשבו את אורכי הקטעים  $BM$ ,  $AM$ ,  $BD$ .

ב. חשבו את זוויות המשולשים  $\triangle BMC$ ,  $\triangle AMB$ .

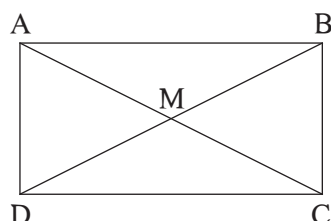


32. במלבן ABCD נתון:  $\angle CAB = 45^\circ$ .

א. חשבו זוויות נוספות בשרטוט.

ב. רשמו מסקנות שאפשר להסיק לגבי המשולשים, הצלעות והזוויות.

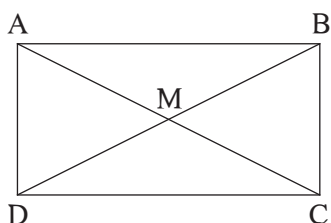
ג. איזה מלבן הוא ABCD?

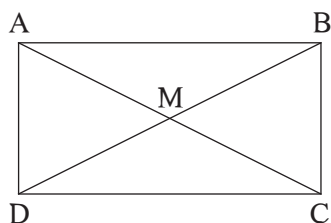


33. במלבן ABCD נתון:  $\angle CAB = 30^\circ$ .

א. חשבו זוויות נוספות בשרטוט.

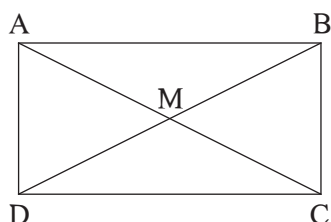
ב. איזה סוג משולש הוא  $\triangle BMC$ ? הסבירו.





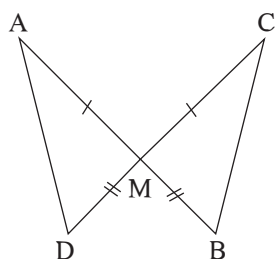
34. במלבן שבשרטוט העברנו את שני האלכסונים.

מצאו משולשים השווים בשטחם.



35. במלבן שבשרטוט העברנו את שני האלכסונים.

האם ארבעת המשולשים שיווי השוקיים שווים בשטחם? הסבירו.



36. הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.

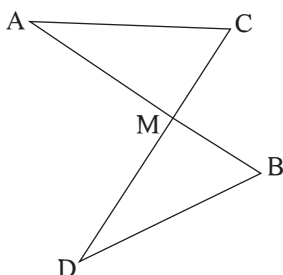
נתון:  $BM = DM$ ,  $MC = AM$ .

א. הראו שהמשולשים  $\triangle ADM$  ו- $\triangle CBM$  חופפים.

ב. נתון:  $\angle A = 20^\circ$ ,  $\angle B = 70^\circ$ .

חשבו את גודל הזוויות של שני המשולשים.

מאיזה סוג המשולשים?



37. הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.

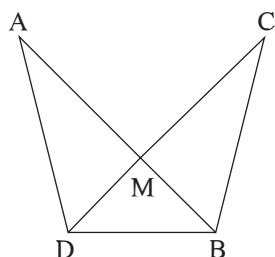
נתון:  $\angle D = \angle A$ ,  $BD = AC$ .

א. הראו שהמשולשים  $\triangle ADM$  ו- $\triangle CBM$  חופפים.

ב. נתון:  $\angle A = 35^\circ$ ,  $\angle B = 55^\circ$ .

חשבו את גודל הזוויות של שני המשולשים.

מאיזה סוג המשולשים?



38. הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.

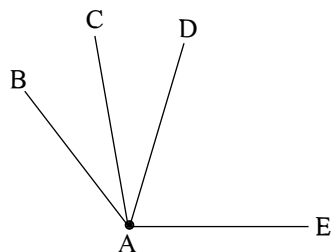
נתון:  $\angle BDC = \angle DBA$ ,  $\angle ADC = \angle ABC$ .

א. הראו שהמשולשים  $\triangle ADB$  ו- $\triangle CBD$  חופפים.

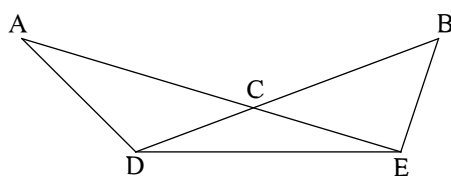
ב. האם גם המשולשים  $\triangle ADM$  ו- $\triangle BCM$  חופפים? הסבירו.

# שוארים על כושר

1. מצאו בשרטוט זוויות רבות ככל האפשר.



2. בשרטוט זה לפחות ארבעה משולשים.

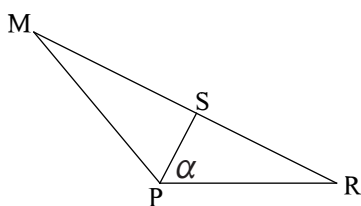


3. במשולש MPR שבשרטוט נתון:

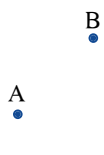
$$\sphericalangle R = 45^\circ, \sphericalangle M = 25^\circ$$

PS חוצה את הזווית P.

חשבו את  $\alpha$ .



4. נתונות הנקודות A, B, C.



א. שרטטו שלושה ישרים מקבילים כך שכל ישר יעבור דרך אחת מהנקודות A, B, C.

ב. שרטטו שני ישרים דרך שלוש הנקודות, כך שהישרים יהיו מקבילים.

ג. דני, יצחק ומשה פתרו נכון את סעיף ב, אך כל אחד מהם קיבל פתרון אחר, וכולם נכונים.

מהם הפתרונות השונים?

5. מחלקים את המעגל שבציור ל- 8 חלקים חופפים.

מהו גודלה של כל אחת מהזוויות?

