

יחידה 26 : משוואה בשני משתנים

שיעור 1. פיצות וילדים

משאלה למשוואה בשני משתנים



עומרי עורך מסיבת יום הולדת לחבריו.

עומרי הזמין 7 פיצות לחבריו: חלק מהפיצות קטנות, וחלק מהן גדולות.

ננסה לגלות כמה פיצות הוזמנו מכל סוג.

1. א. האם תוכלו לקבוע כמה פיצות הוזמנו מכל סוג? הסבירו.

ב. הוזמנו 2 פיצות גדולות, כמה פיצות קטנות הוזמנו?

ג. הוזמנו 6 פיצות גדולות, כמה פיצות קטנות הוזמנו?

ד. הוזמנו 2 פיצות קטנות, כמה פיצות גדולות הוזמנו?

2. רשמו את האפשרויות השונות בטבלה:

			6	2	x מספר פיצות גדולות
		2			y מספר פיצות קטנות

3. מיכל הציעה לשרטט גרף.

הנקודה (2, 5) מסומנת במערכת הצירים. מה היא מייצגת?

סמנו את זוגות המספרים שמצאתם במערכת הצירים.

הוסיפו עוד נקודות מתאימות וחברו את כל הנקודות בקו.

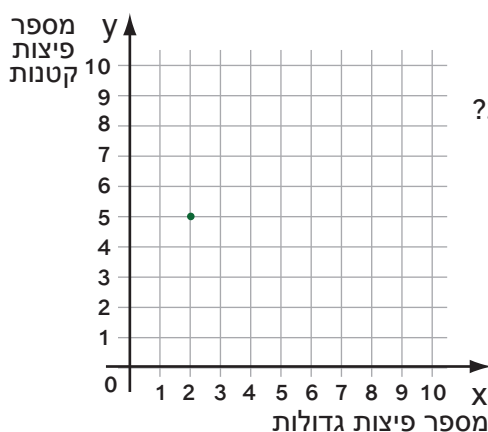
מה מתארות הנקודות על הישר שקיבלתם?

4. א. השלימו את המשוואה: $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. האם הנקודה (2, 5) מקיימת את המשוואה?

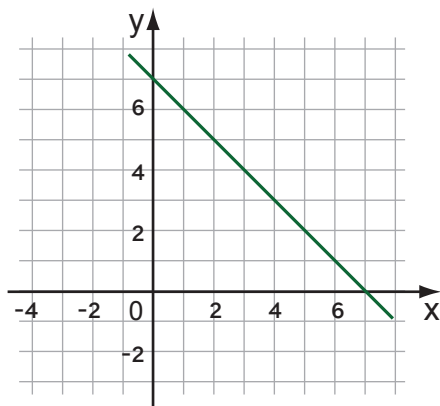
ג. האם הנקודה (3, 6) מקיימת את המשוואה? האם היא על הישר? בדקו.

ד. בחרו שתי נקודות על הישר והציבו שיעורי כל נקודה במשוואה. מה קיבלתם?





ראינו כי זוגות סדורים המקיימים משוואה כמו $x + y = 7$ נמצאים על ישר אחד.
זוג סדור כזה הוא פתרון של המשוואה.



הישר שבשרטוט נקרא **גרף הפתרונות** של המשוואה.
כל נקודה על הישר הזה מייצגת פתרון של המשוואה
 $x + y = 7$.

למשל, הנקודה $(2, 5)$ היא פתרון של המשוואה.
שיעורי הנקודה מקיימים את המשוואה $2 + 5 = 7$.



5. א. הציבו את שיעורי הנקודה $(2\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$ במשוואה $x + y = 7$.

האם הנקודה היא פתרון של המשוואה?

האם הזוג הסדור $(2\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$ יכול להיות פתרון של שאלת הפיצות?

ב. הציבו את שיעורי הנקודה $(9, -2)$ במשוואה $x + y = 7$.

האם הנקודה היא פתרון של המשוואה?

האם הזוג הסדור $(9, -2)$ יכול להיות פתרון של שאלת הפיצות?



כאשר פותרים שאלה קובעים אילו מספרים מתאימים להיות פתרון של השאלה.
דוגמה: בשאלת הפיצות רק זוגות של מספרים טבעיים (שלמים וחיוביים) יכולים להיות פתרונות. מדוע?





1. בחוג מחשבים 11 ילדים.



א. האם תוכלו לקבוע כמה בנים וכמה בנות משתתפים בחוג? הסבירו.

בחוג 4 בנים, כמה בנות בחוג?

בחוג 7 בנים, כמה בנות בחוג?

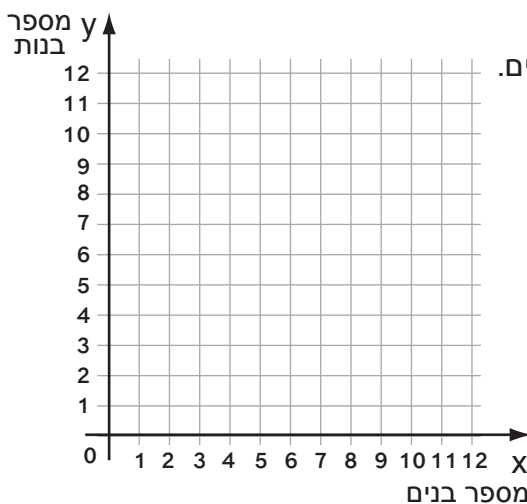
בחוג 8 בנות, כמה בנים בחוג?

האם ייתכן שבחוג רק בנים? אם כן, כמה בנים בחוג?

ב. קשמו בטבלה אפשרויות שונות למספר הבנים והבנות בחוג.

				x מספר הבנים
				y מספר הבנות

ג. כתבו משוואה $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ מספר בנים מספר בנות



ד. סמנו את זוגות המספרים שמצאתם במערכת הצירים.

הוסיפו עוד נקודות מתאימות,

והברו את כל הנקודות בקו.

מה מתארות הנקודות על הישר שקיבלתם?

ה. האם הנקודה (9, 2) מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בדקו.

האם הנקודה (7, 5) מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בדקו.

האם הנקודה (0, 11) מקיימת את המשוואה? האם היא על הישר? בדקו.

ו. הציבו את שיעורי הנקודה $(4\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2})$ במשוואה. האם הנקודה היא פתרון של המשוואה?

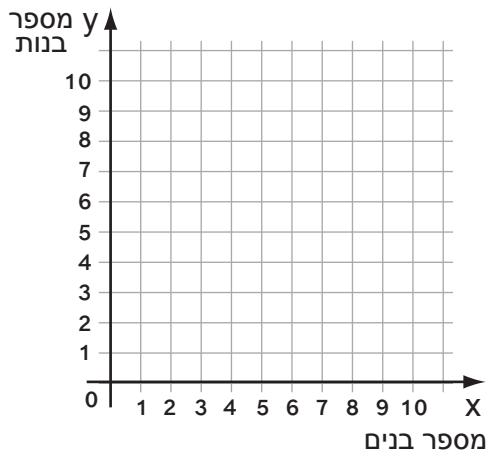
האם הזוג הסדור $(4\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2})$ יכול להיות פתרון של השאלה? הסבירו.

2. בפעולה בצופים מספר הבנות גדול פי 2 ממספר הבנים.

א. סִמְנו: x - מספר הבנים, y - מספר הבנות.

השלימו את הטבלה.

4	3	2	1	x מספר הבנים
				y מספר הבנות



ב. סִמְנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו בקו.

ג. כתבו משוואה מתאימה $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ד. האם הנקודה (4, 8) מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בִּדְקוּ.

האם הנקודה (8, 4) מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בִּדְקוּ.

3. בחוג שחמט מספר הבנות גדול ב-2 ממספר הבנים.

א. איזו טענה מבין הטענות הבאות נכונה?

- מספר הבנים 7 מספר הבנות 5.

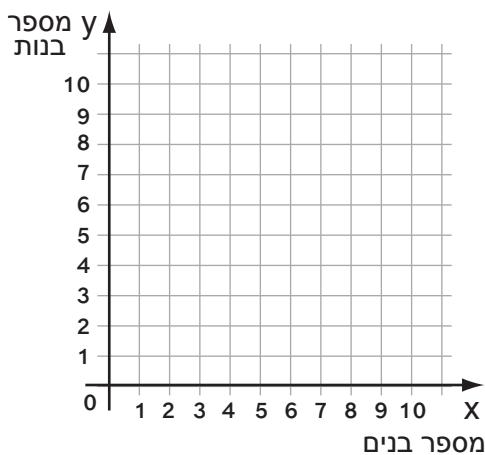
- מספר הבנים 5 מספר הבנות 7.

- מספר הבנים 3 מספר הבנות 6.



ב. בַּחֲרוּ זוגות מספרים מתאימים ורשמו בטבלה:

				x מספר הבנים
				y מספר הבנות



ג. סִמְנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו בקו.

ד. כתבו משוואה מתאימה $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ה. תנו דוגמה לזוג מספרים הנמצא על הישר,

אך אינו מתאים להיות פתרון של השאלה.

ו. האם הנקודה (10, 12) מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בִּדְקוּ.

ז. האם יכולה להיות רק בת אחת בחוג? הסבירו.

שיעור 2. היקף מלבנים



גרף של משוואה בשני משתנים במערכת צירים שלמה

ההיקף של כל אחד מהמלבנים בשרטוט הוא 16 ס"מ.

1 ס"מ



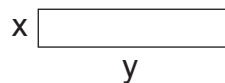
3 ס"מ



6 ס"מ

נחקור מלבנים שהיקפם 16 ס"מ בעזרת משוואה, גרף ומספרים.

1. א. חשבו את אורך הצלע החסרה בכל מלבן.



ב. בחרו משוואה המתאימה להיקף המלבן.

$$x \cdot y = 16$$

$$2x + 2y = 16$$

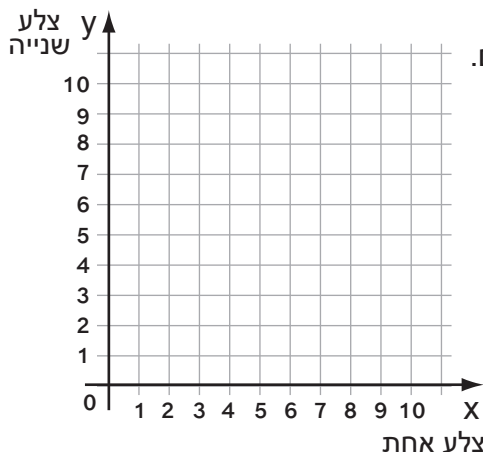
$$x + y = 16$$

ג. הציבו במשוואה שבחרתם את אורך הצלעות של כל מלבן ובדקו אם הם פתרון של המשוואה.

ד. הקיפו את זוגות המספרים המקיימים את המשוואה:

(4, 4) (6, 10) (7, 1) (1, 9) (3, 7) (2, 6)

(2, 8) $(2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2})$ $(\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$ (5, 3) (3, 5)



ה. סמנו את זוגות המספרים שהקפתם במערכת הצירים.

חברו את הנקודות בקו.

ו. היעזרו בגרף ומצאו מלבן נוסף שהיקפו 16 ס"מ.

הציבו את המספרים במשוואה.

האם זוג המספרים הוא פתרון של המשוואה?



ז. האם הישר שבשרטוט הוא גרף יורד?

הסבירו מדוע.

2. נתונה המשוואה $2x + 3y = 12$.

א. הציבו $x = 0$ ומצאו את y .

הציבו $x = 3$ ומצאו את y .

הציבו $y = 0$ ומצאו את x .

הציבו $y = 2$ ומצאו את x .

ב. השלימו את זוגות המספרים שמצאתם בטבלה.

		3	0	x
2	0			y

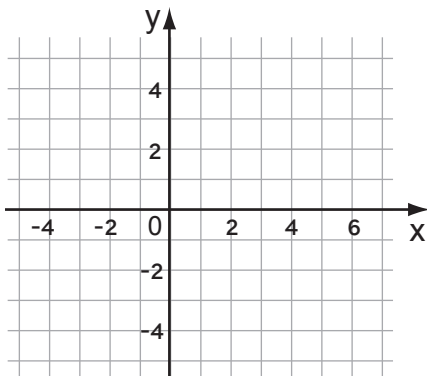
ג. סמנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו בקו.

ד. האם הנקודה $(2, 4)$ מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בדקו.

ה. האם הנקודה $(-3, 6)$ מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בדקו.



כאשר משרטטים ישר מתאים למשוואה נתונה, בוחרים זוגות של מספרים המקיימים את המשוואה. את זוגות המספרים נוח לרשום בטבלה.

כדאי לבחור ערך אחד של x להציב במשוואה ולמצוא את ערך ה- y המתאים.

בדרך כלל, כדי שהחישובים יהיו קלים, כדאי לבחור בנקודה אחת ששיעור ה- x שלה הוא 0,

ובנקודה שנייה ששיעור ה- y שלה הוא אפס.

דוגמה: במשימה 2 במשוואה $2x + 3y = 12$

אם מציבים $x = 3$ החישוב יהיה קשה יותר.

אם מציבים $x = 0$ או $y = 0$ החישוב קל יותר.

$$y = 0$$

$$2x + 3 \cdot 0 = 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$x = 0$$

$$2 \cdot 0 + 3y = 12$$

$$3y = 12$$

$$y = 4$$

$$x = 3$$

$$2 \cdot 3 + 3y = 12$$

$$6 + 3y = 12$$

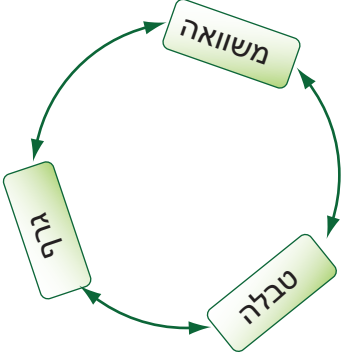
$$3y = 6$$

$$y = 2$$



בשיעור ראינו קשרים בין שלושה ייצוגים שונים.
משוואה, טבלה (זוגות מספרים), וגרף.

אם נתון ייצוג אחד אפשר למצוא בעזרתו את שני הייצוגים האחרים.



אוסף משימות




1. עומר קנה שתי קופסאות צבע ומברשת אחת ושילם 18 ש"ח.

א. האם מחיר קופסת צבע יכול להיות 5 ש"ח? 8 ש"ח? 9 ש"ח? 11 ש"ח?

ב. אם מחיר מברשת 10 ש"ח. מה מחיר קופסת צבע?

אם מחיר מברשת 8 ש"ח. מה מחיר קופסת צבע?

ג. סמנו: x - מחיר קופסת צבע, y - מחיר מברשת.

בחרו משוואה מתאימה לסיפור.

$$x + y = 18 \qquad 2x + 2y = 18$$

$$x + 2y = 18 \qquad 2x + y = 18$$

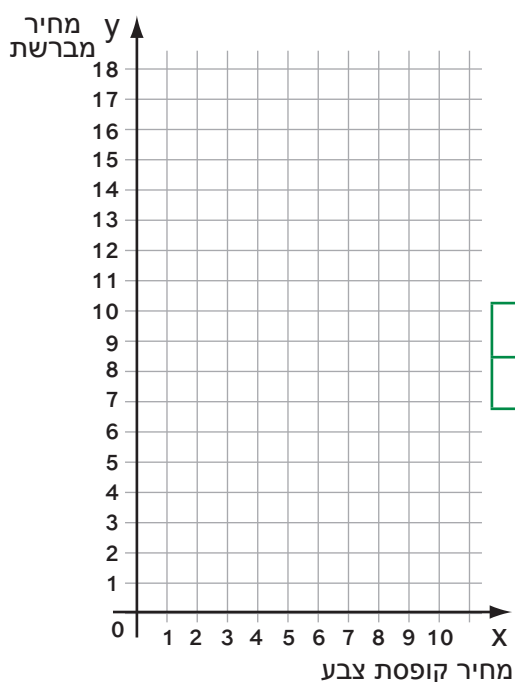
ד. השלימו את הטבלה.

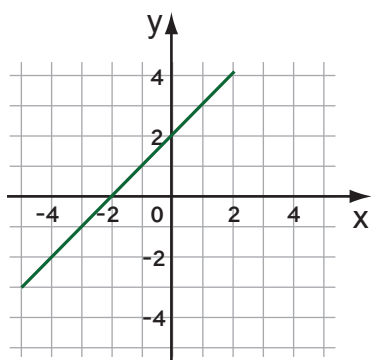
					x מחיר קופסת צבע
					y מחיר מברשת

ה. סמנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו בקו.

ו. האם הנקודה (3, 12) נמצאת על הישר?

מה משמעותה לפי תוכן הבעיה?





2. א. השלימו את הטבלה על-פי הגרף.

x				
y				

ב. בחרו משוואה מתאימה לגרף.

$$x + y = 0 \quad y = x + 2 \quad 2y - 2x = 0$$

3. נתונה המשוואה $x + 2y = 8$.

א. השלימו את הטבלה.

x	0			-2
y		0	1	

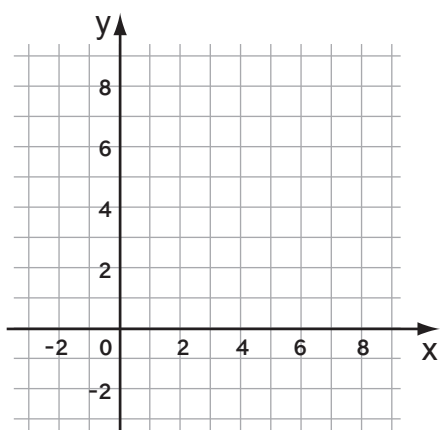
ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו בקו.

ג. האם הנקודה (2, 3) מקיימת את המשוואה.

האם היא על הישר? בדקו.

האם הנקודה (5, -2) מקיימת את המשוואה.

האם היא על הישר? בדקו.



4. נתונה המשוואה $5x + 3y = 15$.

א. השלימו את הטבלה.

x	0		-3	
y		0		-5

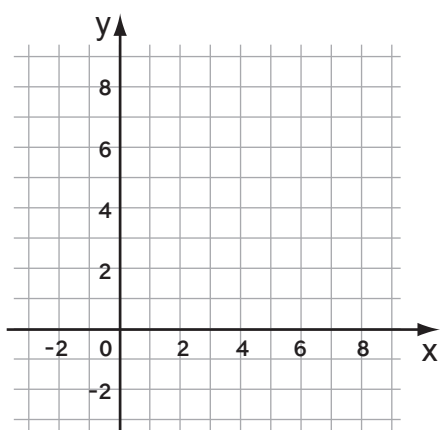
ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו בקו.

ג. האם הנקודה (2, 3) מקיימת את המשוואה.

האם היא על הישר? בדקו.

האם הנקודה $(-1, \frac{2}{3})$ מקיימת את המשוואה.

האם היא על הישר? בדקו.



5. לפניכם משוואה $4x + y = 8$.

איזו טבלה מתאימה למשוואה?

א.

x	0	8	4
y	2	0	4

ב.

x	0	2	1
y	8	0	4

6. לפניכם משוואה $5x - y = 10$.

איזו טבלה מתאימה למשוואה?

א.

x	0	-2	1
y	10	0	5

ב.

x	0	2	1
y	-10	0	-5

ג.

x	0	2	5
y	10	0	5

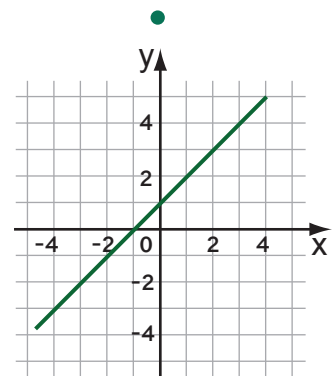
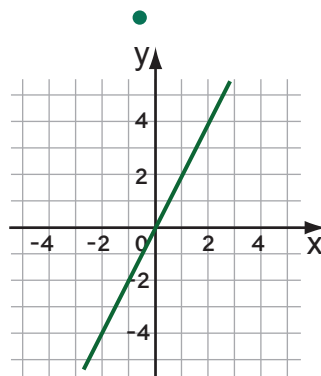
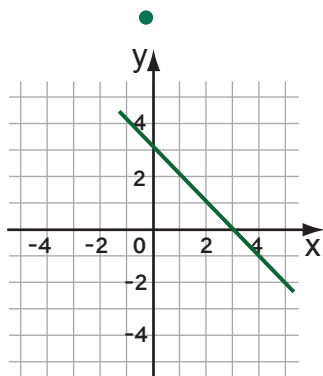


7. התאימו לכל גרף משוואה וטבלה.

$y = x + 1$

$y = 2x$

$x + y = 3$



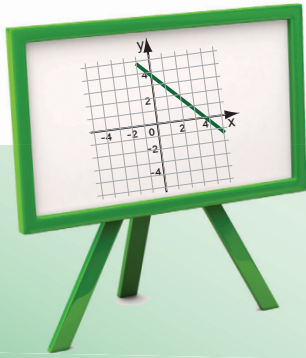
x	0	-1	1
y	0	-2	2

x	0	3	1
y	3	0	2

x	0	-1	1
y	1	0	2

שיעור 3. פישוטים והתאמות

קשר בין משוואה טבלה וגרף



נתונות המשוואות:

$$2(x + y) - 3 = 5$$

$$3(x + 2) + y = 18$$

$$3(x + y) = 2x + y$$

$$4x + 5 + y = 3x + 11$$

המורה ביקשה מהתלמידים לשרטט גרף מתאים לכל משוואה.

מה כדאי, לדעתכם, לעשות כדי למצוא זוגות של מספרים מתאימים לכל משוואה?

1. פשטו את המשוואות (כך ששני המשתנים יהיו באגף אחד והמספרים באגף שני) והשלימו את הטבלה.

א. $2(x + y) - 3 = 5$

x			
y			

ב. $3(x + 2) + y = 18$

x			
y			

ג. $3(x + y) = 2x + y$

x			
y			

ד. $4x + 5 + y = 3x + 11$

x			
y			



כאשר נתונה משוואה בשני משתנים, כדאי לכתוב אותה בצורה הפשוטה ביותר האפשרית, בעזרת פעולות מותרות.

משוואה נקראת **משוואה פשוטה** כאשר היא כתובה בצורות הבאות:

• $\square \cdot x + \square \cdot y = \square$ שני המשתנים יהיו באגף אחד והמספרים באגף שני.

דוגמה: $3x + 5y = 15$.

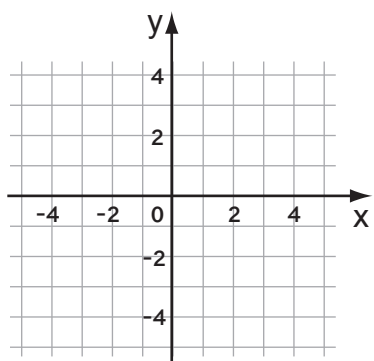
או

• $y = mx + b$ כפי שלמדנו בפרק פונקציה קווית.

דוגמה: $y = 2x - 5$

במשימה 1 פישטנו את המשוואה $3(x + 2) + y = 18$

אפשר לכתוב את המשוואה בצורה הפשוטה, כך: $3x + y = 12$ או כך: $y = 12 - 3x$

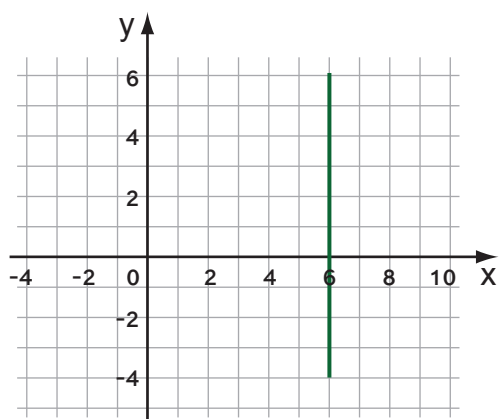


2. א. פֶּשְׁטוּ אֶת הַמִּשְׁוואה $2(x + 4) + y = 2x + 11$.

ב. הִשְׁלִימוּ אֶת הַטַּבְלָה.

x			
y			

ג. סָמְנוּ אֶת הַנְּקוּדוֹת בַּמַּעֲרֶכֶת הַצִּירִים וְחִבְרוּ בְּקוּ.

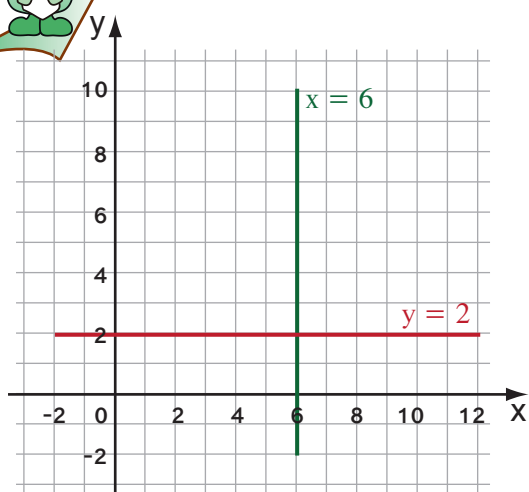


3. א. מְצְאוּ שִׁיעוּרֵי אַרְבַּע נְקוּדוֹת עַל הַיֵּשֶׁר וְכָתְבוּ בַּטַּבְלָה.

x				
y				

ב. הָקִיפוּ אֶת הַמִּשְׁוואה הַמַּתְאִימָה לַגֵּרֶף.

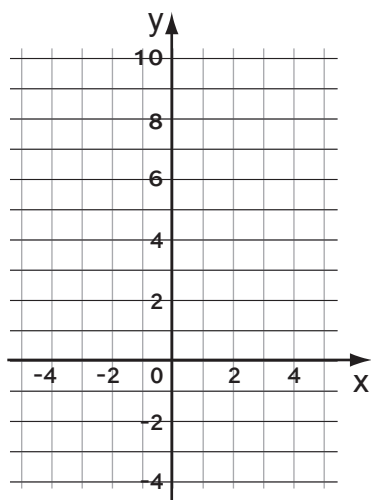
$$y = 6 \quad x + y = 6 \quad x = 6$$



בִּשְׂרֻט גֵּרָפִים מְקַבִּילִים לַצִּירִים.

הַגֵּרֶף שֶׁל הַמִּשְׁוואה $x = 6$ מְקַבֵּיל לַצִּיר y .

הַגֵּרֶף שֶׁל הַמִּשְׁוואה $y = 2$ מְקַבֵּיל לַצִּיר x .



1. א. פשטו את המשוואה $3(x + y) - 2y = 9$.

ב. השלימו את הטבלה.

x	0		2
y		0	

ג. סמנו את הנקודות במערכת הצירים, וחברו אותן בקו.

2. פשטו את המשוואות הבאות.

א. $3(x - 1) - 2y = 2$

ב. $5x + 7 = 18 - y$

ג. $4(x + 3) = 16$

ד. $3x - 4y = 2x + 6$

3. פשטו את המשוואות הבאות.

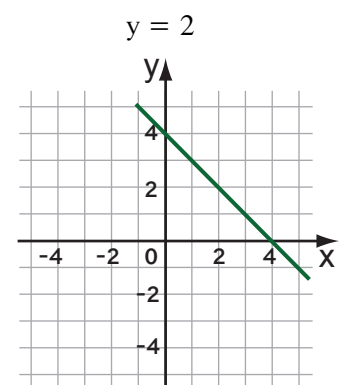
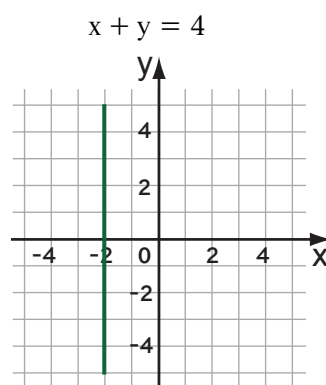
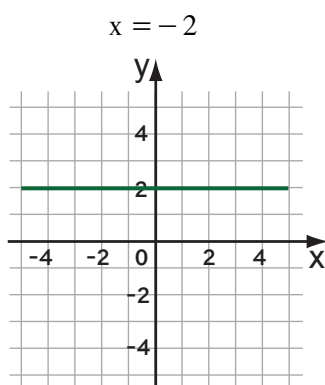
א. $2(3x - 1) = 8 - 3y$

ב. $3x - 4y - 4 = 2x + 6$

ג. $4(x + 3) = 2x + 14$

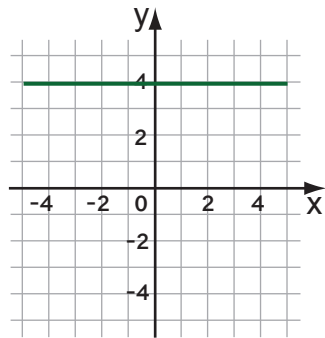
ד. $4(x + 1) - x = 2y + 5$

4. התאימו משוואה לגרף.

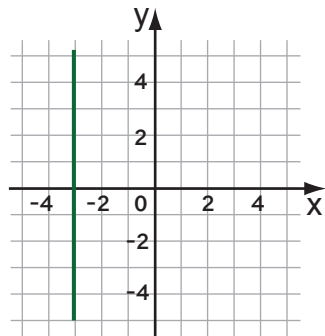




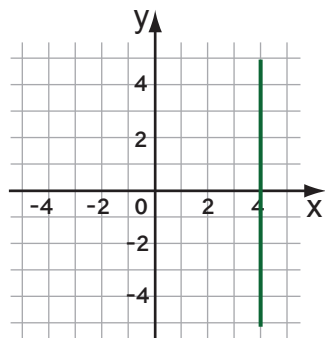
5. התאימו משוואה לגרף.



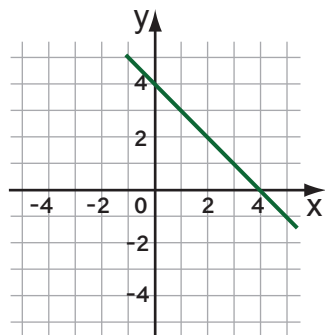
• $x + y = 4$



• $y + 3 = 7$



• $2x = 8$



• $x = -3$



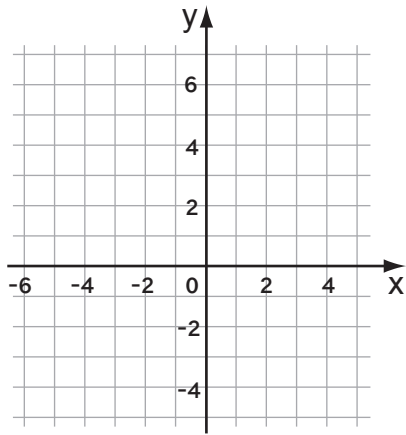
6. לפניכם שתי טבלאות.

x	6	6	6
y	8	0	4

x	0	8	4
y	4	4	4

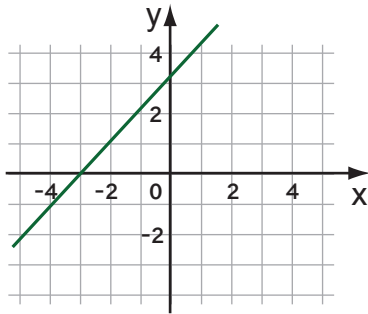
א. רשמו משוואה מתאימה לכל טבלה.

ב. איך ייראה הגרף המתאים לכל טבלה? שרטטו.



7. א. פֿשטו את המשוואה $2(x + y) - x = 2y + 5$ ושרטטו גרף מתאים.

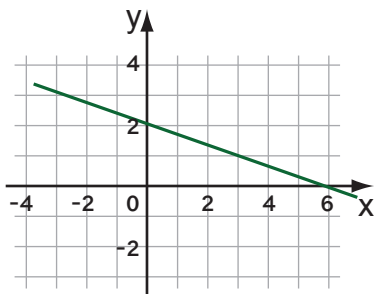
ב. פֿשטו את המשוואה $4(x + y) - 4x = 3y - 5$ ושרטטו גרף מתאים.



8. בַּחרו את המשוואה המתאימה לגרף.

א. $y = x + 3$

ב. $x + y = 0$



9. בַּחרו את המשוואה המתאימה לגרף.

א. $3y + 2x = 6$

ב. $x + y = 3$

ג. $x + 3y = 6$

מתוך מבחן מיצ"ב תשס"ט 

10. נתונה המשוואה: $2x + 3y = 52$

א. האם הזוג הסדור $(2, 16)$ הוא פתרון של המשוואה הנתונה?

נמקו את תשובתכם בתרגיל או במילים: _____

ב. האם הזוג הסדור $(16, 2)$ הוא פתרון של המשוואה הנתונה?

נמקו את תשובתכם בתרגיל או במילים: _____

ג. קְתְבו זוג סדור אחר שהוא פתרון של המשוואה הנתונה. _____