

יחידה 2: הרחבת מושג החזקה

שיעור 1. מי מפחד ממספרים גדולים?

כתיב מדעי של מספרים גדולים

בשיעור מדעים, חקרו את נושא החלל.

התלמידים גילו את העובדות הבאות:

המעבורת, נעה במסלול מעגלי סביב כדור הארץ במהירות של 29,000,000 מטרים בשעה.

אורכה של טיסה רגילה הוא בין 5 ל- 16 יממות.



האם תוכלו לתאר, בעזרת מחשבון, את אורך מסלול הטיסה של מעבורות חלל?

נכיר דרך לרשום מספרים גדולים.

1. א. היעזרו בנתונים שבמסגרת והַסבירו כיצד אפשר לחשב את הדרך שעוברת המעבורת בטיסה של 16 יממות.

ב. חַשבו את הדרך במחשבון. מה קיבלתם?

ג. אורי רשם את המספר במחשבון וקיבל 1.11×10^{10}

התוצאה שהתקבלה על צג המחשבון של אלון, הייתה: 1.11E+10

שַערו מה משמעות התוצאה שנרשמה על צגי המחשבונים של אורי ושל אלון.

ד. בִּדקו את השערתכם בעזרת מספרים גדולים אחרים.

2. האוקיאנוס השקט, הוא האוקיאנוס בעל השטח הגדול ביותר ברחבי כדור הארץ.

האוקיאנוס השקט משתרע על שטח של 180,000,000,000 דונם.

רִשמו את המספר 180,000,000,000 במחשבון **שלכם** מה קיבלתם?

מה יקבלו אורי ואלון במחשבונים שלהם?

שימו לב: לאחר כתיבת המספר יש ללחוץ על מקש "=".





נוהגים לכתוב מספרים גדולים, כך: $a \cdot 10^n$, $1 \leqslant a < 10$ (כל המספרים הקטנים מ- 10 וגדולים או שווים ל-1).

כתיב כזה נקרא **כתיב מדעי של מספרים**.

דוגמה: 24,730,000,000,000 יירשם בכתיב מדעי כך: $2.473 \cdot 10^{13}$

כתיבת מספרים **גדולים** בצורה אחידה עוזרת לקריאת המספרים, לעריכת חישובים, ולזיהוי מידת הדיוק.

הכתיבה באופן זה מקובלת בכתבים מדעיים.

בהמשך נראה כי מספרים חיוביים קטנים נרשמים באופן דומה.

3. שַׁערו מה יופיע על צג המחשבון שלכם כשתבצעו את התרגילים. בִּדקו.

א. $30 \cdot 10^{12}$ ב. $500 \cdot 10^{15}$ ג. $8{,}000 \cdot 10^{10}$ ד. $7.2 \cdot 10^{12}$ ה. $720 \cdot 10^{15}$ ו. $1{,}952 \cdot 10^{13}$

4. בכל סעיף, כִּתבו את המספר בכתיב עשרוני רגיל.

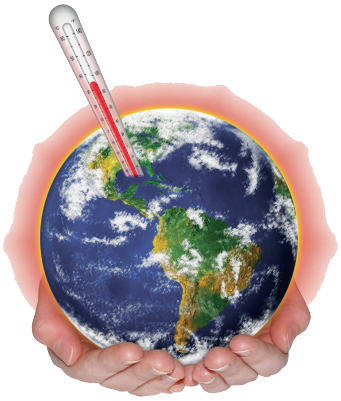
דוגמה: $3.65 \cdot 10^3 = 3{,}650$

א. $2.7 \cdot 10^3$ ב. $12.56 \cdot 10^5$ ג. $0.05 \cdot 10^4$

5. סַדרו את המספרים מהקטן אל הגדול.

א. $5000 \cdot 10^{10}$ ב. $500 \cdot 10^{10}$ ג. $50 \cdot 10^{13}$ ד. $5 \cdot 10^{15}$





6. על לוח רשום המספר 7,400,000

תרצה רשמה בכתיב מדעי כך: $7.4 \cdot 10^5$

תמר רשמה כך: $7.4 \cdot 10^6$

מה דעתכם? מי מהן צודקת?

7. לפניכם נתונים על טמפרטורות גבוהות שנכתבו בכתיב מדעי.

הטמפרטורה על פני השמש היא:	$6 \cdot 10^3$	מעלות צלזיוס
הטמפרטורה במרכז כדור הארץ היא:	$3 \cdot 10^3$	מעלות צלזיוס
הטמפרטורה במרכז השמש היא:	$3 \cdot 10^7$	מעלות צלזיוס
הטמפרטורה במרכז התפוצצות אטומית היא:	$1.2 \cdot 10^8$	מעלות צלזיוס

א. סַדרו את הטמפרטורות הללו לפי הסדר (מהקטן אל הגדול).

ב. פי כמה גבוהה הטמפרטורה במרכז השמש מהטמפרטורה על־פני השמש?

ג. פי כמה גבוהה הטמפרטורה במרכז התפוצצות אטומית, מהטמפרטורה במרכז השמש?

ד. פי כמה גבוהה הטמפרטורה במרכז התפוצצות אטומית, מהטמפרטורה במרכז כדור הארץ?

ה. רִשמו, בעזרת הנתונים, שאלה משלכם וענו עליה.



המספר 10^{100} נקרא גוּגוֹל. השם ניתן על־ידי אחיינו בן ה- 9 של מתמטיקאי אמריקאי בשנת 1938.

$10^{10^{100}}$, נקרא גוּגוֹלפלקס (הספרה אחד ואחריה גוּגוֹל אפסים).

המספר הזה נוצר כדי להמחיש את ההבדל בין מספר מאוד גדול לבין אינסוף.

מַמציאי מנוע החיפוש google התכוונו לקרוא למנוע שלהם בשל גוּגוֹל (googol)

אך טעו באיות והוא נרשם, בתאריך 15.8.97 באיות המוכר: google.



8. לפניכם מספר עובדות המתוארות בעזרת מספרים גדולים ובכתיב מדעי.
הַעתיקו את הטבלה והַשלימו אותה.

	כתיב עשרוני רגיל	כתיב מדעי
א. מהירות האור	300,000,000 מטר בשנייה	
ב. שטחה של סין		$9.9\cdot10^6$ קמ״ר
ג. מספר התושבים בסין גדול מ-	מיליארד (אלף מליונים)	
ד. היקף כדור הארץ בקו המשווה		$4.1\cdot10^7$ מטר
ה. המרחק בין כוכב הלכת פלוטו לבין השמש	6,000,000,000 ק״מ	
ו. מהירותו של לווין	25,000 ק״מ לשעה	
ז. עומקו של האוקיינוס השקט		$1.08\cdot10^4$ מטר
ח. מהירות סיבוב כדור הארץ סביב השמש	101,000 ק״מ לשנייה	



אוסף משימות

1. מי מהמספרים הבאים שווה $7\cdot10^{13}$?

א. $7000\cdot10^{10}$ ב. $700\cdot10^{11}$ ג. $70\cdot10^{12}$ ד. $70000\cdot10^{8}$

2. מִצאו מספרים שווים. הַצדיקו את תשובתכם.

א. $3.2\cdot10^{17}$ ג. $320\cdot10^{14}$ ה. $32\cdot10^{16}$

ב. $3.20\cdot10^{17}$ ד. $32\cdot10^{15}$ ו. $3.2\cdot10^{16}$

3. לפניכם שלושה תרגילים.

$53.2\cdot10^7$ $5.32\cdot10^8$ $532\cdot10^6$

האם כולם מייצגים אותו מספר? אם כן, מהו?
אם לא, סַדרו את המספרים מהקטן אל הגדול.

4. רִשמו מעריכים עוקבים מתאימים.

א. $\square^{5} < 250 < \square^{5}$ ב. $\square^{3} < 250 < \square^{3}$ ג. $\square^{10} < 250 < \square^{10}$

5. רִשמו מעריכים עוקבים מתאימים.

א. $\square^{10} < 750 < \square^{10}$ ב. $\square^{10} < 1250 < \square^{10}$ ג. $\square^{10} < 15{,}200 < \square^{10}$

6. מִצאו את המספר השונה בכל שורה.

א. $0.02 \cdot 10^{12}$ $200 \cdot 10^{8}$ $0.2 \cdot 10^{11}$ $2 \cdot 10^{11}$

ב. $5.6 \cdot 10^{6}$ $0.056 \cdot 10^{9}$ $560 \cdot 10^{4}$ 5,600,000

7. מהירות לווין היא $2.5 \cdot 10^{4}$ ק״מ לשעה בקירוב.

המהירות בה נע כדור הארץ סביב השמש היא 10^{5} ק״מ לשעה בקירוב.

א. פי כמה גדולה מהירות תנועת הארץ ממהירותו של הלווין?

ב. מטוס טס כ- 500 ק״מ לשעה. פי כמה גדולה מהירותו של הלווין ממהירות המטוס?

8. חַפשו במקורות מידע, מרחקים בין השמש לכוכבי הלכת.
כִּתבו את המרחקים בכתיב מדעי ובכתיב עשרוני רגיל.
תוכלו להיעזר באתר האינטרנט (באנגלית)
http://www.galaxyzoo.org/ ובאתרים דומים.



9. אִמדו והַתאימו תוצאה של כל חזקה.

	חזקות		אומדן התוצאות
א.	4.1^{3}	I.	400
ב.	20.4^{2}	II.	10,000
ג.	7.2^{4}	III.	70
ד.	1.9^{3}	IV.	2,500
ה.	10.2^{4}	V.	7





משימות נוספות



10. היקף כדור הארץ בקו המשווה הוא 41,000,000 מטרים.
כִּתבו בכתיב מדעי את ההיקף בסנטימטרים ובקילומטרים.



11. חַשבו וכִתבו את התוצאה בכתיב מדעי.

א. $\frac{12\cdot10^5}{10^3\cdot4}$

ב. $\frac{18\cdot10^4}{2\cdot10}$

ג. $3\cdot10^4\cdot2\cdot10\cdot5$

ד. $10^5\cdot7\cdot10^3\cdot10$

דוגמה:

$$\frac{8\cdot10^5}{2\cdot10^2}=4\cdot10^3$$



12. כִּפלו וכִתבו את התוצאה בכתיב מדעי.

א. $1.5\cdot10^3\cdot3\cdot10^5$

ב. $2.5\cdot10^{17}\cdot3\cdot10^3$

ג. $2\cdot10^5\cdot3\cdot10^7$

ד. $4.5\cdot10^2\cdot2\cdot10^3$

דוגמה:

$$2.3\cdot10^2\cdot2\cdot10^7=2.3\cdot2\cdot10^{2+7}=4.6\cdot10^9$$



13. חַשבו וכִתבו את התוצאה בכתיב מדעי.

א. $\frac{6\cdot10^4}{1.5\cdot10}$

ב. $\frac{3.6\cdot10^7}{3\cdot10^2}$

ג. $\frac{3.9\cdot10^{13}}{3\cdot10^7}$

ד. $\frac{4.8\cdot10^3}{2\cdot10^2}$

דוגמה:

$$\frac{5\cdot10^{13}}{2.5\cdot10^2}=\frac{5}{2.5}\cdot10^{13-2}=2\cdot10^{11}$$



14. בַּצעו את הפעולות וכִתבו את התוצאה של $(5\cdot10^7)^2$ בכתיב מדעי.



15. בַּצעו את הפעולות וכִתבו את התוצאה בכתיב מדעי.

א. $(1.5\cdot10^7)\cdot(2.4\cdot10^6)$

ב. $(2.6\cdot10^8):(5.2\cdot10^7)$

ג. $(4.2\cdot10^8):(2\cdot10^4)$

ד. $(2.1\cdot10^8):(4.2\cdot10^3)$



שיעור 2. חזקות ושלוליות

חזקה עם מעריך שלילי

ביום גשם נוצרה שלולית ששטחה 8 מ״ר.
למחרת יצאה השמש והשלולית החלה להתייבש.
בכל יום, השטח של השלולית קטן פי 2.

נתאר את תהליך ההצטמצמות של שטח השלולית בדרכים שונות.

1. קִבעו איזו סדרה מתארת את שטח השלולית, הַסבירו.

סדרה א: $8, 6, 4, 2, 0, -2, -4, \ldots$

סדרה ב: $8, 4, 2, 1, -2, -4, -8, \ldots$

סדרה ג: $8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$

2. **רחל** הכינה טבלה.
בשורה העליונה רשמה את הסדרה המתאימה לשטח השלולית, ובשורה התחתונה רשמה את הסדרה כחזקות של 2.

בכתיב מספרים	8	4					
בכתיב חזקות	2^3	$2^{\square}$	$2^{\square}$	2^0	$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^{\square}}$	$\frac{1}{2^{\square}}$

מהם המספרים החסרים בטבלה של רחל?



תזכורת: מגדירים: $a^0 = 1$. *לדוגמה:* $2^0 = 1$



3. **רחל** אמרה: בתחילת הסדרה
המעריכים קטֵנים ב-1

$2^3, \quad 2^2, \quad 2^1, \quad \frac{1}{2^1}, \quad \frac{1}{2^2}, \quad \frac{1}{2^3}, \ldots$

נמשיך באותה הדרך ונרשום:

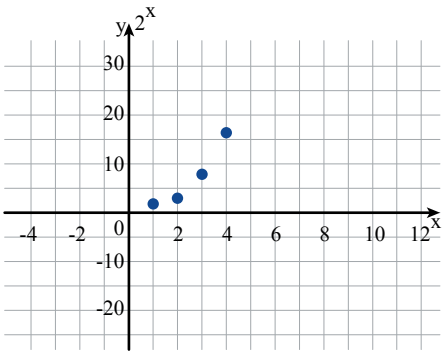
$2^3, \quad 2^2, \quad 2^1, \quad 2^0, \quad 2^{-1}, \quad 2^{-2}$

לכן, נוכל לקבוע, כי: $\frac{1}{2^1} = 2^{-1}$ $\frac{1}{2^2} = 2^{-2}$ $\frac{1}{2^3} = 2^{-3}$ וכך הלאה.

דונו בהצעה של רחל.

4. **עומרי** הכין טבלה כזאת:

x	…	3	2	1	0	–1	–2	–3	…	x
y	…	8	4	2	1				…	2^x



א. הַעתיקו את הטבלה של עומרי והַשלימו אותה.

ב. **עומרי** סימן במערכת צירים ארבע נקודות.
הַכינו מערכת צירים כמו של עומרי.
הוסיפו נקודות בעזרת הטבלה.

ג. מהו 2^x כאשר $x = (-3)$?
מהו 2^x כאשר $x = 0$?
הַסבירו כיצד מצאתם.

ד. קבעו מהו x כאשר $2^x = \frac{1}{16}$. הַסבירו כיצד מצאתם.



מתמטיקה היא שפה. ככל השפות, יש בה חוקים, הסכמים וסימונים.

את הסדרה:

$$8,\quad 4,\quad 2,\quad 1,\quad \frac{1}{2},\quad \frac{1}{4},\quad \frac{1}{8},\ldots$$

רושמים בעזרת חזקות, כך:

$$2^3,\quad 2^2,\quad 2^1,\quad 2^0,\quad \frac{1}{2^1},\quad \frac{1}{2^2},\quad \frac{1}{2^3},\ldots$$

ואפשר גם כך:

$$2^3,\quad 2^2,\quad 2^1,\quad 2^0,\quad 2^{-1},\quad 2^{-2},\quad 2^{-3},\ldots$$

ובאופן כללי מגדירים:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

במקום לרשום כשבר, כותבים בעזרת חזקה שלילית. *לדוגמה:* את $\frac{1}{2^3}$ כותבים כך: 2^{-3}





5. א. הַעתיקו את הטבלה והַשלימו אותה.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$\frac{1}{2^x}$	8						

ב. הַשוו בין הערכים בטבלה הזאת לערכים בטבלה שבמשימה 4. במה הם דומים במה שונים?



6. **גיא** אמר: לפי חוקי החזקות $2^{-3}\cdot 2^{-5}=2^{-3-5}=2^{-8}$

מיה אמרה: $2^{-3}\cdot 2^{-5}=\frac{1}{2^3}\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{1}{2^3\cdot 2^5}=\frac{1}{2^{3+5}}=\frac{1}{2^8}=2^{-8}$

הייתכן ששניהם צודקים?



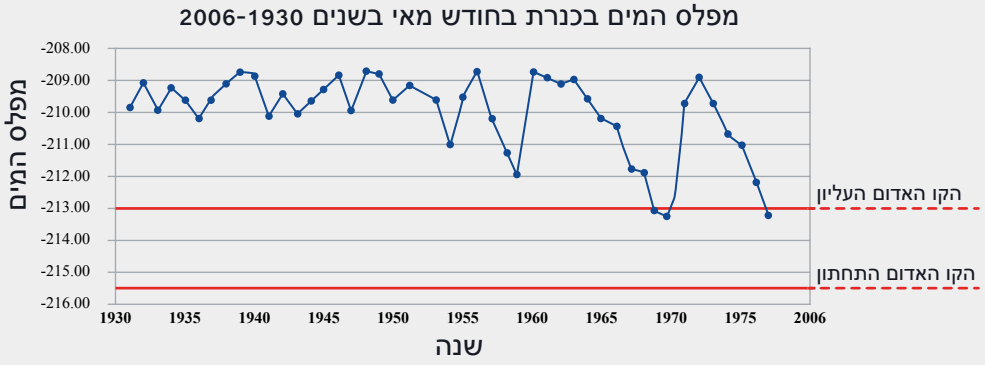
7. קִבעו מהם המספרים החסרים. בִּדקו בעזרת מחשבון.

	חזקה	שבר פשוט	מספר עשרוני
דוגמה:	2^{-3}	$\frac{1}{8}$	0.125
	10^{-2}		
	$10^{\square}$		0.1
	$2^{\square}$		0.5
	$2^{\square}$	$\frac{1}{4}$	





ישראל סובלת ממחסור כבד במים. בישראל, כמו במדינות רבות בעולם, המחסור מחמיר עם השנים. גידול האוכלוסייה והעלייה ברמת החיים מביאים לחלחול מי־שפכים למקורות המים ולשאיבת יתר, אשר גורמים להמלחת הקרקע ומי התהום, ומחמירים את מצב משק המים של ישראל. גורמים נוספים הם: מיקומה הגיאוגרפי של ישראל על גבול המדבר, רצף של שנים שחונות שבהן חלה ירידה בכמות המשקעים, ושינוי משמעותי בפיזור הגשם ועוצמתו. בעקבות כל זאת, מפלסי מקורות המים של ישראל ירדו לשפל מדאיג ביותר.



תוכלו לקרוא עוד על משבר המים, באתר רשות המים ובאתרי אינטרנט נוספים.



אוסף משימות

1. הַעתיקו את הטבלה והַשלימו אותה.

כתיב עשרוני רגיל	...				1000	100	10				...
כתיב חזקות	...				10^3	10^2	10^1				...

2. הַעתיקו את הטבלה והַשלימו אותה.

כתיב עשרוני רגיל	...						4	8	16		...
כתיב חזקות	...						2^2	2^3			...

3. הַעתיקו את הטבלה והַשלימו אותה.

כתיב עשרוני רגיל	...										...
כתיב חזקות	...						5^2	5^3	5^4		...

4. א. שַערו כיצד ייראה גרף הסדרה:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$\frac{1}{2^x}$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

ב. שַרטטו גרף מתאים ובִדקו את השערתכם.

5. רִשמו כשבר פשוט.

א. 4^{-2} ד. 8^{-1}

ב. 7^{-1} ה. 12^{-2}

ג. 10^{-2} ו. 4^{-3}

דוגמה:

$$2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$$

6. מִצאו שלשות של מספרים שווים.

א. $3^{-5},\ 3^5,\ 3^3\cdot 3^2,\ \frac{3^7}{3^2},\ \frac{1}{3^5},\ \frac{3^4}{3^9}$

ב. $5^3,\ 5^{-3},\ 5^2,\ 5^2\cdot 5,\ \frac{5^7}{5^4},\ \frac{5^4}{5^7},\ \frac{1}{5^3}$

7. פַּרקו לגורמים וקִבעו מהם מעריכי החזקה החסרים.

א. $144 = 2^{\square}\cdot 3^{\square}$ ג. $500 = 2^{\square}\cdot 5^{\square}$

ב. $\frac{1}{144} = 2^{\square}\cdot 3^{\square}$ ד. $\frac{1}{500} = 2^{\square}\cdot 5^{\square}$

דוגמה:

$$\frac{1}{864}=\frac{1}{2^5\cdot 3^5}$$
$$\frac{1}{2^5}\cdot\frac{1}{3^5}=2^{-5}\cdot 3^{-5}$$

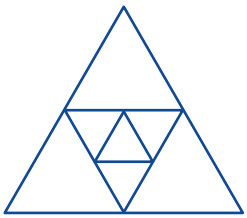


8. לפניכם סדרה של משולשים שווי צלעות ההולכים וקטנים.

כל משולש מתקבל מקודמו על־ידי חיבור אמצעי הצלעות של המשולש הגדול יותר.

א. אם אורך הצלע של המשולש הגדול הוא יחידת אורך אחת,
מה יהיה **היקפו** של המשולש השני? השלישי? הרביעי? הַסבירו.

ב. אם **שטח** המשולש הגדול הוא יחידת שטח אחת,
מה יהיה שטחו של המשולש השני? השלישי? הרביעי? הַסבירו.



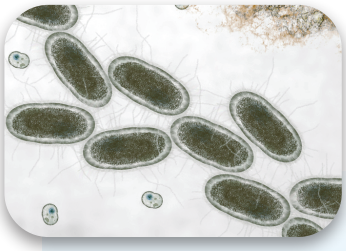
9. רִשמו סדרה מתאימה לשלולית ששטחה a^4 וכל יום שטחה קטן פי a.

10. גודלו של כתם שמן כיום הוא 2304 מ״ר. בשל טיפול להכחדתו, גודל הכתם קטֵן בכל שנה פי 0.75.

א. רִשמו את סדרת גדלי הכתם בעוד שנה, בעוד שנתיים, בעוד 4 שנים, לפני שנה ולפני שנתיים.

ב. האם לדעתכם הכתם ייכחד אי פעם?





שיעור 3. מי מפחד ממספרים קטנים?

כתיב מדעי של מספרים קטנים

מורה למדעים מתכננת עבור תלמידיה ניסוי באמצעות מיקרוסקופ אור.
העצם הקטן ביותר שאפשר לראות במיקרוסקופ הזה הוא $3 \cdot 10^{-5}$ מטר.
אילו מהבאים יוכלו התלמידים לראות באמצעות המיקרוסקופ הזה?

- חיידק (בַּקְטֶרְיָה) e–coli, בעל קוטר של $1.1 \cdot 10^{-6}$ מטר
- חיידק מיקופלסמה שקוטרו $3 \cdot 10^{-7}$ מטרים
- כחוליות (חיידקים כחולים) שקוטרן $0.6 \cdot 10^{-6}$ מטר
- תאי דם לבנים שקוטרם $0.73 \cdot 10^{-5}$ מטר

נתאר מספרים קטנים מאוד בכתיב מדעי - בעזרת חזקות של 10.

1. רִשמו את המידות שבמסגרת בכתיב עשרוני רגיל, וסַדרו אותם מן הקטן אל הגדול.

2. אילו חיידקים יוכלו התלמידים לראות בעזרת המיקרוסקופ העומד לרשותם? הַסבירו.



תזכורת

בשיעור 1 הכרנו את הכתיב המדעי של מספרים גדולים $a \cdot 10^n$, $1 \leqslant a < 10$

בדומה לזה, הכתיב המדעי של מספרים חיוביים קטנים הוא: $a \cdot 10^{-n}$, $1 \leqslant a < 10$.

דוגמה: בכתיב מדעי רושמים את אורך הקוטר של תאי דם לבנים (0.0000073 מטר) כך: $7.3 \cdot 10^{-6}$



3. א. על לוח רשום המספר 0.000053

מעין רשמה מספר זה בכתיב מדעי, כך: $5.3 \cdot 10^{-5}$

שולמית רשמה, כך: $0.53 \cdot 10^{-4}$

מה דעתכם? מי מהן צודקת?

ב. משקלה הממוצע של ביצת דבורה הוא 0.00015 גרם.
רִשמו גודל זה **בכתיב מדעי**.





הגודל 10^{-6} מטר ($\frac{1}{1,000,000}$ או 0.000001 מיליונית המטר) נקרא במדעים מיקרומטר או מיקרון. נהוג לסמן גודל זה באות μ.

חיידקים מופיעים במגוון צורות וגדלים. אורכם הוא לרוב 0.5 עד 5.0 מיקרומטרים.

ישנם חיידקים קטנים במיוחד (למשל, חיידקי מיקרופלסמה - Mycroplasma) שאותם אפשר לראות רק דרך מיקרוסקופ, וחיידקים המגיעים לאורך של עד חצי מילימטר (למשל, Thiomargarita namibiensis או Epulopiscium fishelsoni) שאותם אפשר לראות גם בעין.



4. קִבעו איזה מהבאים שווה ל- 0.000071.

א. $71 \cdot 10^{-4}$ ב. $7.1 \cdot 10^{-6}$ ג. $7.1 \cdot 10^{-5}$ ד. $7.1 \cdot 10^{-4}$

5. קִבעו = או ≠.

א. $27 \cdot 10^{-6}$ ◯ $2.7 \cdot 10^{-5}$

ב. $27 \cdot 10^{-4}$ ◯ $2.7 \cdot 10^{-3}$

ג. $27 \cdot 10^{-5}$ ◯ $2.7 \cdot 10^{-6}$

6. לפניכם טבלה ובה מספר עובדות. הַעתיקו את הטבלה והַשלימו אותה.

	כתיב עשרוני רגיל	כתיב מדעי
א. עובי שערה	כ- 0.1 מ״מ	
ב. קוטר של אטום		10^{-7} מ״מ
ג. רדיוס גרעין האורניום		$8 \cdot 10^{-15}$ מ״מ
ד. גרגר של מלח	0.5 מ״מ	
ה. גודל תא עור		$3 \cdot 10^{-5}$ מטר



7. משקלה של טבלית תרופה לטיפול בחום הוא כ- 650 מיליגרם, כלומר $6.5 \cdot 10^{-1}$ גרם.

משקל החומר הפעיל בה הוא $5 \cdot 10^{-1}$ גרם, ומשקל המרכיבים הבלתי פעילים בה הוא $1.5 \cdot 10^{-1}$ גרם.

א. מהו היחס בין משקל החומר הפעיל למשקל הכולל?

ב. מהו היחס בין משקל החומר הפעיל למשקל המרכיבים הבלתי פעילים?

ג. מהו היחס בין משקל המרכיבים הבלתי פעילים למשקל הכולל?





אוסף משימות



1. מִצאו שלשות של מספרים המייצגים אותו מספר. איזה מספר נשאר?

א. $\frac{1}{10,000}$ ב. $\frac{1}{100}$ ג. 0.000001 ד. $\frac{1}{1,000,000}$ ה. 0.0001 ו. 0.01 ז. 10^{-2} ח. 10^{-4} ט. 10^{-8} י. 10^{-6}



2. קִבעו $=$ או $\neq$. בִּדקו בעזרת מחשבון.

א. $10^{-3} \cdot 1.4 \bigcirc 0.0014$ ב. $10^{-4} \cdot 1.06 \bigcirc 0.001060$ ג. $10^{-5} \cdot 1.02 \bigcirc 102000$ ד. $10^{-4} \cdot 8.5 \bigcirc 0.000850$



3. קִבעו אילו מבין המספרים הבאים שווה 0.000532

א. $532 \cdot 10^{-4}$ ב. $532 \cdot 10^{-8}$ ג. $532 \cdot 10^{-6}$ ד. $5.32 \cdot 10^{-3}$ ה. $5.32 \cdot 10^{-6}$ ו. $53.2 \cdot 10^{-5}$ ז. $5.32 \cdot 10^{-4}$ ח. $53.2 \cdot 10^{-4}$



4. חַשבו ורִשמו את התוצאה בכתיב מדעי.

א. $\frac{6 \cdot 10^{-12}}{3 \cdot 10^{-3}}$ ב. $\frac{6 \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{-2}}$ ג. $\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}}$ ד. $\frac{2 \cdot 10^{-2}}{10^{-5}}$ ה. $\frac{7 \cdot 5 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-2}}$ ו. $\frac{a \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-1}}{b \cdot 10^{2}}$

דוגמה:

$$\frac{4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^{-6-(-4)} = 2 \cdot 10^{-2}$$

5. הַעתיקו את הטבלה והַשלימו אותה.

	בשבר פשוט	כתיב מדעי
דוגמה: 1 מילימטר הוא:	$\frac{1}{1000}$ של מטר	10^{-3} מטר
א. 1 ס"מ הוא	$\frac{1}{100,000}$ של קילומטר	
ב. 1 גרם הוא		10^{-3} ק"ג
ג. 1 סמ"ר הוא		10^{-4} מ"ר



6. קוטר אטום נחושת הוא בערך $2.5 \cdot 10^{-8}$ ס"מ.
מיכל הכינה דגם של אטום נחושת בקוטר 5 ס"מ.
פי כמה גדול הדגם מהאטום?

7. משקלה של טבלית תרופה לטיפול במחלה הוא $8.5 \cdot 10^{-2}$ גרם.
משקל החומר הפעיל בה הוא $5 \cdot 10^{-2}$ גרם.
א. מהו היחס בין משקל החומר הפעיל למשקל הכולל?
ב. מהו היחס בין משקל החומר הפעיל למשקל המרכיבים הבלתי פעילים?
ג. מהו היחס בין משקל המרכיבים הבלתי פעילים למשקל הכולל?

8. משקלה הממוצע של ביצת דבורה הוא 0.00015 גרם.
משקלה הממוצע של ביצת תרנגולת הוא $6 \cdot 10$ גרם.
מה משמעות היחס $\frac{6 \cdot 10}{1.5 \cdot 10^{-4}}$? רִשמו בכתיב מדעי את תוצאת התרגיל .

9. לסבתא שפרה 10 נכדים.
סבתא שפרה רשמה בצוואתה כי נכדה הבכור יקבל 300,000 שקלים. הנכד השני יקבל $\frac{1}{4}$ מהראשון, הנכד השלישי יקבל $\frac{1}{4}$ מהשני וכך הלאה, כל נכד קיבל רבע מהסכום שקיבל הנכד הקודם.
איזה סכום קיבל הנכד האחרון? רִשמו תשובה בכתיב חזקות.



שיעור 4. מתרגלים חזקות

תרגול חזקה שלילית, כתיב מדעי של מספרים קטנים ושל מספרים גדולים

תזכורת

ביחידות 1 ו- 2 עסקנו בחזקות בעלות מעריך שלם; חיובי, שלילי, או אפס.

- $a^k \cdot a^n = a^{n+k}$, n ו- k טבעיים
- $\frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}$ $k \geq n$, $a \neq 0$
- $a^0 = 1$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $b \neq 0$
- $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$ n ו- k טבעיים
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a \neq 0$
- למדנו לכתוב כתיב מדעי של מספרים גדולים מאוד או קטנים מאוד, בעזרת חזקות של עשר.

נתרגל את השימוש בחוקי החזקות.

1. פִּתרו את התרגילים וסַדרו אותם מן הקטן אל הגדול.

א. $7^5 \cdot 7^{-2}$

ב. $7^{-6} \cdot 7^4$

ג. $\frac{7^2}{7^5}$

ד. $\frac{7^{-2}}{7^5}$

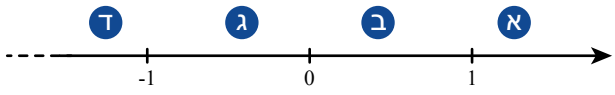
ה. $\frac{7^2}{7^{-5}}$

ו. $\frac{7^{-2}}{7^{-5}}$

ז. $(7^2)^{-1}$

ח. $(7^{-2})^3$

2. ציר המספרים שלפניכם חולק ל- 4 תחומים.



א. אִמדו את התוצאה וקִבעו לאיזה תחום היא מתאימה.

-5^2	5^{-2}	$(-5)^2$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$	$(-5)^{-1}$
$(-5)^{-2}$	$\left(\frac{1}{5}\right)^2$	$\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$	5^{-1}	5^2

ב. בִּדקו את האומדן בעזרת מחשבון.

3. סַדרו את המספרים מהקטן לגדול.

א. $7^5 \cdot 7^{-2}$ ג. $\frac{7^2}{7^{-5}}$

ב. $7^{-6} \cdot 7^4$ ד. $\frac{7^{-2}}{7^{-5}}$

4. רִשמו את התוצאה כחזקה.

א. $5^0 \cdot 5^{-8}$ ד. $5^8 \cdot 5^{-2}$

ב. $(5^2)^3$ ה. $5^3 \cdot 5 \cdot 5^2$

ג. $\frac{5^2}{5^{-4}}$ ו. $\frac{(5^2)^{-3}}{5^2}$

דוגמה:

$$\frac{6^3 \cdot 6^{-4}}{6^8 \cdot 6^{-10}} = 6^{3-4-8+10} = 6^1 = 6$$

5. רִשמו את הגדלים הבאים בכתיב מדעי, בעזרת חזקות של 10.

א. המרחק בין כדור הארץ והשמש הוא 150,000,000 ק"מ בקירוב.

ב. אֵדי מים מורכבים מפרודות (מולקולות). הנפח של פרודה אחת הוא 0.000000004 ממ"ק.
כמה פרודות דרושות ליצירת טיפת מים שהנפח שלה 4 ממ"ק?

6. המַסה של כדור הארץ היא בערך $6 \cdot 10^{24}$ ק"ג.
המַסה של כוכב הלכת מרקורי (כוכב חמה) היא 0.05 של המסה של כדור הארץ.
כִּתבו בכתיב מדעי את המסה של מרקורי.





אוסף משימות

1. כִּתבו כחזקות.

א. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ ב. $(-3) \cdot (-3)$ ג. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ ד. $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$

2. כִּתבו כמכפלות.

א. 2^5 ב. 8^3 ג. $(-4)^2$ ד. $(-3)^4$

3. הַשלימו.

א. $7^3 = \square$ ב. $9^{\square} = 81$ ג. $\square^4 = 81$ ד. $10^{\square} = 1000$

4. חַשבו ורִשמו בכתיב חזקות.

א. $10^5 \cdot 10^7$ ב. $10^{13} \cdot 10^8$ ג. $10^{23} \cdot 10^{14}$ ד. $10^{25} \cdot 10^{13}$

5. פַּרקו לגורמים ראשוניים. כִּתבו את המספר כמכפלת חזקות.

דוגמה: $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

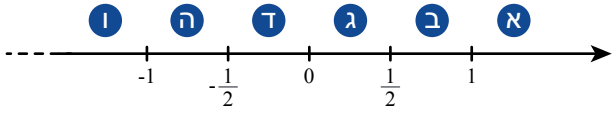
א. 24 ב. 512 ג. 2187 ד. 448000

6. פַּרקו לגורמים ראשוניים. כִּתבו את המספר כמכפלת חזקות.

דוגמה: $\frac{30^2 \cdot 5^2}{5^2 \cdot 3} = \frac{(3 \cdot 5 \cdot 2)^2 \cdot 5^2}{5^2 \cdot 3} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2}{5^2 \cdot 3} = \frac{3^2 \cdot 5^4 \cdot 2^2}{5^2 \cdot 3} = 3 \cdot 5^2 \cdot 2^2$

א. $\frac{30^3 \cdot 5^3}{2^2 \cdot 15^2}$ ב. $\frac{6^5 \cdot 5^4}{15^2 \cdot 2}$ ג. $\frac{21^3 \cdot 14^2}{7^5 \cdot 6^2}$

7. ציר המספרים שלפניכם חולק ל- 6 תחומים.



א. אִמדו את התוצאה וקִבעו לאיזה תחום היא מתאימה.

3^{-1} $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$ $(-3)^{-1}$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$

3^{-4} $\left(-\frac{1}{3}\right)^{4}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ -3^{-4} $(0.9)^2$ $(-0.9)^2$

ב. בִּדקו את האומדן בעזרת מחשבון.

ג. הוסיפו מספר מתאים לַתחום שנשאר ריק.

8. כִּתבו את התוצאה כחזקה.

דוגמה: $2^{-7} \cdot 2^{-3} = 2^{-7+(-3)} = 2^{-10}$

א. $13^2 \cdot 13^{-5}$ ב. $3^{-6} \cdot 3^2$ ג. $8^{-4} \cdot 8^{-9}$

9. פַּשטו.

א. $\frac{2^7 \cdot 2^{-3}}{2^{-1}}$ ג. $\frac{(2 \cdot 3)^3}{2^3}$ ה. $(7^{-2})^{-1}$

ב. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ ד. $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4$ ו. $\frac{1}{(7^2)^{-1}}$

10. פַּשטו.

א. $\frac{4^{-3}}{4^{-2} \cdot 4^{-1}}$ ג. $a \neq 0,\ \frac{(3a)^2}{a^3}$

ב. $\frac{1}{5^{-3}}$ ד. $a \neq 0,\ \frac{a^6 \cdot a^{-2}}{(a^2)^2}$



משימות נוספות

11. קִבעו = או ≠. הַציגו את שיקוליכם.

א. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$; 5^2 ד. $(-5)^2$; 5^{-2}

ב. $\left(\frac{1}{3}\right)^1$; 3 ה. 4^2 ; $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

ג. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$; 5^{-2} ו. $\left(\frac{1}{5}\right)^3$; 5^{-3}

12. קִבעו, בכל שורה, את התרגיל שתוצאתו יוצאת דופן.

א. 3^{-2} $\quad \frac{1}{3^2}$ $\quad \left(\frac{1}{3}\right)^2$ $\quad \frac{1}{3^{-2}}$

ב. 5^3 $\quad 5^{-3}$ $\quad \frac{1}{5^{-3}}$ $\quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

ג. 7^0 $\quad \frac{1}{7^0}$ $\quad \left(\frac{1}{7}\right)^0$ $\quad \frac{7}{1^0}$

13. כִּתבו את התוצאה כחזקה.

א. $a^7 \cdot a^{-3} \cdot a^{-5}$ $\quad$ ב. $b^5 \cdot b^0 \cdot b^{-2} \cdot b^4$

דוגמה: $a^{-2} \cdot a^{-10} = a^{-2+(-10)} = a^{-12}$

14. כִּתבו את התוצאה כחזקה.

א. $a^{-4} \cdot a^{-5} \cdot a^3$ $\quad$ ב. $a^1 \cdot a^{-5} \cdot a^9 \cdot a^{-3}$ $\quad$ ג. $a^3 \cdot a^0 \cdot a^{-8}$

15. כִּתבו את התוצאה כחזקה.

א. $\frac{c^{-3} \cdot c^{11}}{c^{-7}}$ $\quad$ ב. $\frac{10^4 \cdot 10^8 \cdot 10^{-4}}{10^2}$



16. כִּתבו את התוצאה כחזקה.

א. $\frac{4^{-5} \cdot 4^{-5}}{4^4 \cdot 4^{-3}}$ $\quad$ ב. $\frac{a^3 \cdot a^{-4}}{a^2 \cdot a^{-3}}$

17. חַשבו ורִשמו את התוצאה בכתיב מדעי.

דוגמה: $(2.5 \cdot 10^3) \cdot (6 \cdot 10^6) = 2.5 \cdot 6 \cdot 10^9 = 1.5 \cdot 10^{10}$

א. $3.2 \cdot 10^7 \cdot 8 \cdot 10^7$ $\quad$ ג. $\frac{18 \cdot 10^7 \cdot 16 \cdot 10^8}{9 \cdot 10^5}$ $\quad$ ה. $\frac{2.5 \cdot 10^{12}}{0.5 \cdot 10^8}$

ב. $1.25 \cdot 10^8 \cdot 16 \cdot 10^3$ $\quad$ ד. $\frac{4.2 \cdot 10^5 \cdot 35 \cdot 10^{12}}{7 \cdot 10^{15} \cdot 3.5 \cdot 10^2}$ $\quad$ ו. $\frac{1.6 \cdot 10^7 \cdot 10^5}{0.2 \cdot 10^9}$



שומרים על כושר

1. פִּתרו (פַּרקו לגורמים במידת הצורך).

א. $(x-2)x=0$

ב. $(x-2)(x+8)=0$

ג. $x^2-3x=0$

ד. $3x^2-6x=0$

ה. $3x^2-3x=0$

ו. $x^3-x=0$

2. פִּתרו (היעזרו בחוקי הפילוג ופַּשטו).

א. $x(x+2)=x^2+24$

ב. $(x+2)(x+1)=3x+6$

ג. $(x-2)(x+1)=7-x$

ד. $(x-1)(x+3)=2(x+3)$

ה. $(3+x)(x-3)=16$

ו. $(x+3)(x+1)=4x+4$

3. פִּתרו (היעזרו בחוקי הפילוג ופַּשטו).

א. $x^2+7x<(x+20)(x+5)$

ב. $x^2+14x+40=(x+1)(x+4)$

ג. $(x+5)(x+1)=x^2+6x+1$

ד. $(x+4)(x-4)>-16$

4. פִּתרו את מערכות המשוואות הבאות.

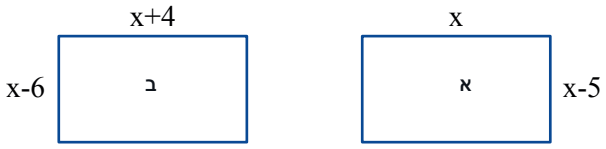
א. $\begin{cases}(x+5)(y-2)=xy\\2x+y=14\end{cases}$

ב. $\begin{cases}(3-y)(x+2)=7-xy\\7x+2y=9\end{cases}$

ג. $\begin{cases}(x+2)(x+3)-y=x^2\\5x+y=-4\end{cases}$

ד. $\begin{cases}(x+y)(x+2)=x^2+xy+20\\x-2y=10\end{cases}$

5. נתונים שני מלבנים.



רִשמו ביטויים לשטחים ולהיקפים שלהם.

רִשמו משוואות לכל סעיף, ומִצאו את אורכי צלעות המלבנים בכל מקרה.

א. שטחי מלבנים שווים.

ב. שטח מלבן **א** קטן ב־ 6 ס״מ משטח מלבן **ב**.

ג. היקף מלבן **א** קטן ב־ 6 ס״מ מהיקף המלבן **ב**.