

יחידה 16: פותרים משוואות ריבועיות

שיעור 1. מזהים פונקציות ריבועיות



אילו מהפונקציות הבאות הן פונקציות ריבועיות?

$$\begin{array}{llll} y = (x + 8)(x - 1) & y = x(x + 1) - x^2 & y = x(x + 1) & y = x^2 \\ y = (x - 5)^2 & y = x^2 + 3x - 5 & y = x^2 + x^2 & y = x^4 - x^2 \\ & & & y = 4x^2 + 8x \end{array}$$

נזהה פונקציות ריבועיות $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ונרשום פונקציות ריבועיות על-פי פרמטרים.

1. א. פשוטו את החוקים של הפונקציות הרשומות בפתיחת השיעור.

ב. אילו מבין הפונקציות מפתחת השיעור, הן פונקציות ריבועיות?



פונקציה שאפשר להביאה לצורה $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) נקראת **פונקציה ריבועית**.
 a , b , c נקראים **הפרמטרים** של הפונקציה הריבועית.

דוגמאות:

- נתונה הפונקציה: $y = (x - 3)^2$ לאחר פישוט נקבל: $y = x^2 - 6x + 9$
הפונקציה היא פונקציה ריבועית.
בפונקציה זו: $a = 1$, $b = -6$, $c = 9$
- נתונה הפונקציה: $y = 2x(x + 5)$ לאחר פישוט נקבל: $y = 2x^2 + 10x$
הפונקציה היא פונקציה ריבועית.
בפונקציה זו: $a = 2$, $b = 10$, $c = 0$

2. לכל פונקציה ריבועית, נרשמו את ערכם של a , b , c .

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| א. $y = 2x^2 + 3x + 4$ | ד. $y = (x + 4)(x - 4)$ |
| ב. $y = x^2 - 2x$ | ה. $y = -2x^2$ |
| ג. $y = x^2 - 8 + 3x$ | ו. $y = 12 - 3x^2$ |

3. בכל סעיף, רשמו פונקציה ריבועית מתאימה, על פי הפרמטרים הנתונים.

$$a = -1, b = 3, c = 0$$

$$y = -x^2 + 3x \quad \text{הפונקציה:}$$

$$a = 2, b = -3, c = 6$$

$$y = 2x^2 - 3x + 6 \quad \text{הפונקציה:}$$

זלזל/ות:

$$a = -1, b = 3, c = 0 \quad \text{ג.}$$

$$a = 1, b = -1, c = 4 \quad \text{א.}$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 2, c = -1 \quad \text{ד.}$$

$$a = 8, b = 0, c = 3.5 \quad \text{ב.}$$



תזכורת

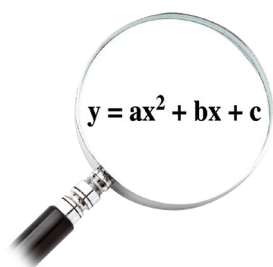
גרף של פונקציה ריבועית $y = ax^2 + bx + c$ (אם $a \neq 0$) הוא **פרבולה**.

אם $a > 0$ לפרבולה קודקוד **מינימום**.

אם $a < 0$ לפרבולה קודקוד **מקסימום**.

שיעורי **נקודת החיתוך** עם ציר y הם $(0, c)$

זלזל/ות:



$$y = ax^2 + bx + c$$

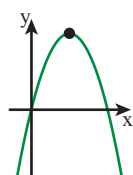
נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 4x$

בפונקציה זו $a = -1, b = 4, c = 0$

לפרבולה קודקוד מקסימום כי $a < 0$

שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, 0)$

שרטוט (בערך) של הפרבולה:



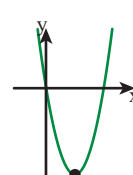
נתונה הפונקציה: $y = 2x^2 - 6x$

בפונקציה זו $a = 2, b = -6, c = 0$

לפרבולה קודקוד מינימום כי $a > 0$

שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, 0)$

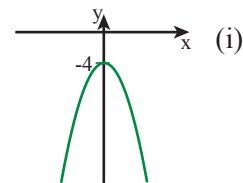
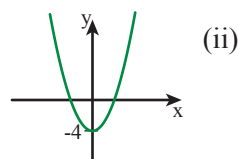
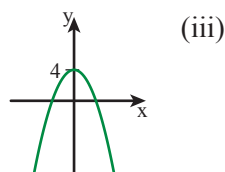
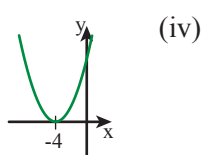
שרטוט (בערך) של הפרבולה:



4. א. רשמו פונקציה ריבועית שבה: $a = 1, b = 0, c = -4$

ב. איזה מבין השרטוטים הבאים יכול להיות שרטוט של גרף הפונקציה?

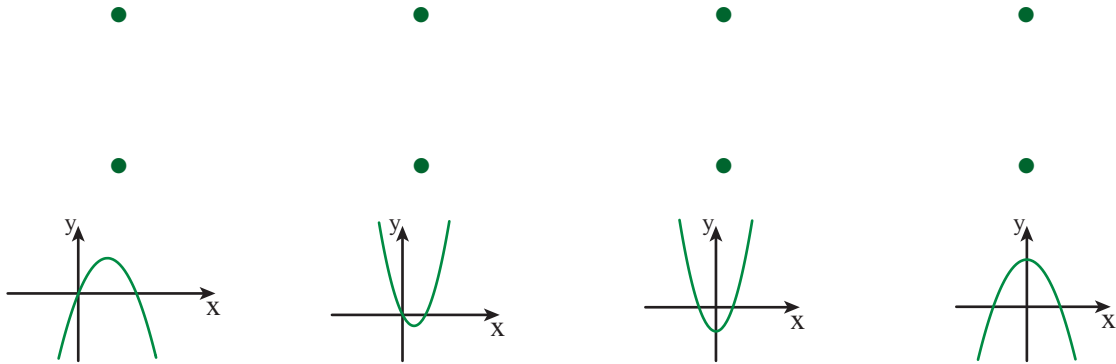
הסבירו מדוע הגרפים האחרים אינם מתאימים.



5. השלימו חוק של פונקציה ריבועית לפי ערכי a , b , c הנתונים.
התאימו פרבולה לכל חוק שרשמתם.

$a = 2, b = 0, c = -1$ $a = -1, b = 0, c = 2$ $a = -1, b = 2, c = 0$ $a = 2, b = -1, c = 0$

$y = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$



אוסף משימות



1. רשמו, לכל פונקציה ריבועית, את ערכם של a , b , c . (אם יש צורך, פשטו תחילה).
ציינו אם הקודקוד הוא מינימום או מקסימום.

$y = x^2 - 6x + 5$	ד.	$y = 2x^2 + 4x + 1$	א.
$y = 2x(x - 5)$	ה.	$y = x^2 + 8x$	ב.
$y = x(x + 5) - 3(x + 2)$	ו.	$y = 4 - 2x^2$	ג.

2. פשטו כל פונקציה וקבעו אם היא פונקציה ריבועית.
לכל פונקציה ריבועית, רשמו את ערכם של a , b , c .
ציינו אם הקודקוד הוא מינימום או מקסימום.

$y = (x + 1)^2 - x^2$	ה.	$y = (x + 3)(x - 1)$	א.
$y = (x + 2)^2 + (x + 6)^2$	ו.	$y = x(2x - 5) - 2x^2 + 1$	ב.
$y = x^2 - (x + 3)^2$	ז.	$y = x^2 + (x + 3)(2x - 1)$	ג.
$y = (x + 1)(2x + 1)$	ח.	$y = 3(x - 1)^2$	ד.



3. נסו להגיע אל המטמון. מותר לעבור רק דרך משבצות אשר בהן רשומה פונקציה ריבועית.
(פונקציה שאפשר להביאה לצורה $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$).

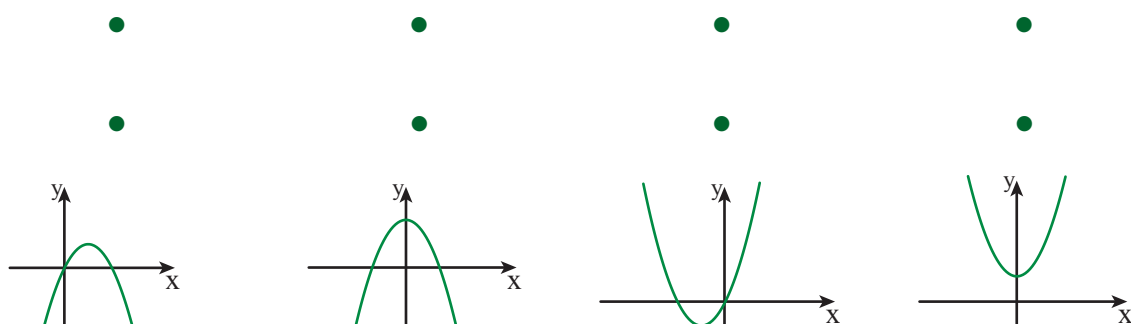
התחילו

$y = x^2 + 2$	$y = x^2 + 2x$	$y = 3x^2 + 2x$	$y = \frac{1}{x^2}$	$y = 3 - 5x$
$y = x \cdot x^2$	$y = x + x$	$y = 8 - x^2$	$y = (x + 1)(x - 1)$	$y = x^2 + x^3$
$y = 2x + 6$	$y = \frac{1}{3}x$	$y = 5$	$y = x^2 + x(x + 2)$	$y = x(x + 3)$
$y = -5x - 3$	$y = x(3 + x) - x^2$		$y = x^2 - x(x + 2)$	$y = 3x^2 - x$
$y = x(x^2 + 3)$	$y = 6 - 2x$	$y = 4x + 2x^2$	$y = x(x + 2) - 2x^2$	$y = (x + 2)^2$

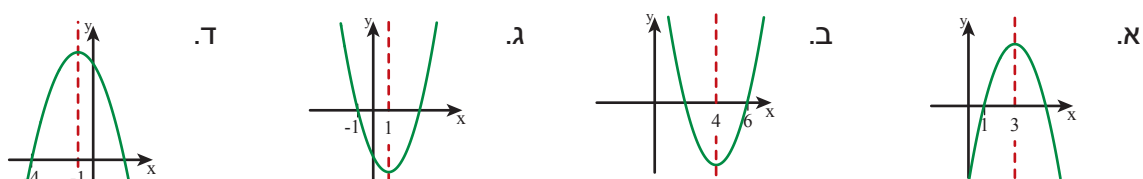


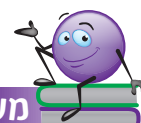
4. השלימו חוק של פונקציה ריבועית לפי ערכי a , b , c הנתונים.
התאימו פרבולה לכל חוק שרשמתם.

$a = 1, b = 0, c = 2$ $a = -1, b = 0, c = 2$ $a = -1, b = 2, c = 0$ $a = 1, b = 2, c = 0$
 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$



5. לכל פרבולה, מצאו את נקודת החיתוך (עם ציר x) החסרה. (הקו המקווקו הוא ציר הסימטריה).





משימות נוספות



6. אם תפשטו נכון את הפונקציות בטור א, תמצאו את הפשוט המתאים בטור ב. חברו זוגות.

טור ב

$$y = x^2 - 25$$

$$y = x^2 + 10x + 26$$

$$y = x^2 - 10x + 25$$

$$y = x^2 + 10x + 25$$

$$y = x^2 + 10x$$

טור א

$$y = (x + 5)^2$$

$$y = (x + 5)^2 + 1$$

$$y = (x + 5)^2 - 25$$

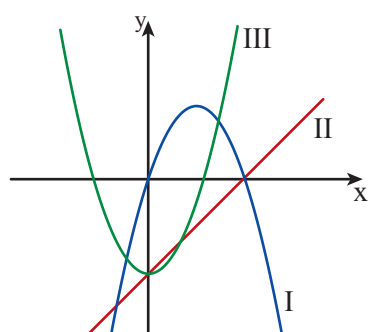
$$y = (x + 5)(x - 5)$$

$$y = (x - 5)^2$$



7. השלימו טבלה.

קודקוד מינימום/מכסימום	c	b	a	הפונקציה	
מכסימום	0	8	-1	$y = -x^2 + 8x$	זגזגה:
				$y = 3x^2 - 6x - 1$	א.
	-4	-5	2		ב.
	1	3	$\frac{1}{2}$		ג.
				$y = \frac{1}{4}x^2 - 6x$	ד.
				$y = 3x^2$	ה.
	-6	0	-4		ו.



8. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$y = x - 3$$

$$y = x^2 - 3$$

$$y = -x^2 + 3x$$

התאימו גרף לחוק. הסבירו.

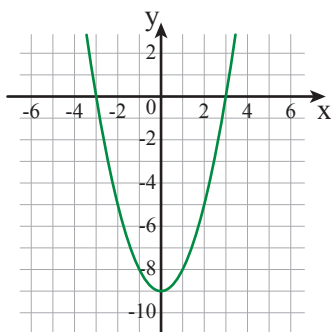
שיעור 2. פותרים משוואות מהצורה $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0$)



- (א) בחרתי מספר,
 (ב) הוספתי למספר 3,
 (ג) החסרתי מהמספר שבחרתי 3,
 (ד) כפלתי את התוצאות שקיבלתי בסעיפים (ב) ו- (ג).
יואב אמר: אני יכול לגלות, לפי התוצאה המתקבלת, את המספר שנבחר.
 האם יואב צודק?

נראה את הקשר בין פונקציה ריבועית למשוואה ריבועית,
 ונלמד לפתור משוואות ריבועיות מהצורה $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$).

1. א. בחרתי 10. איזה מספר קיבלתי?
 ב. בחרתי -5. איזה מספר קיבלתי?



2. א. נסמן ב- x את המספר שבחרתי, וב- y את התוצאה שקיבלתי.
 השלימו את חוק הפונקציה המתארת את הקשר בין כל מספר
 שנבחר, לתוצאה שהתקבלה. $y = \underline{\hspace{2cm}}$.
 ב. לפניכם גרף הפונקציה מסעיף א.
 מצאו מהגרף:
 - קיבלתי 0. אילו מספרים בחרתי?
 - קיבלתי -5. אילו מספרים בחרתי?

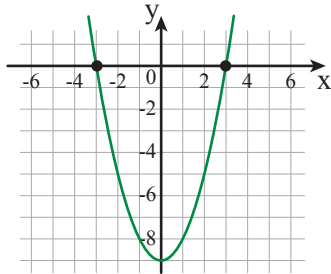
3. א. **אסף וחגי** בחרו כל אחד מספר אחר ושניהם קיבלו אותה תוצאה 16.
 הייתכן? אילו מספרים הם בחרו?
 ב. אם קיבלתי 91.
 מהו המספר שבחרתי?
 האם ייתכן שבחרתי מספר אחר? הסבירו.
 ג. **גל** אמר: המספר שבחרתי נתן את התוצאה הקטנה ביותר מבין כל התוצאות האפשריות.
 האם גל צודק?
 איזה מספר הוא בחר? מה התוצאה שהוא קיבל?



4. א. פתרו את המשוואות: $x^2 - 9 = 0$, $x^2 - 9 = -5$.
 ב. מה הקשר בין הפתרונות שמצאתם, ובין המספרים שקיבלתם במשימה 2 סעיף ב (מתוך הגרף)?

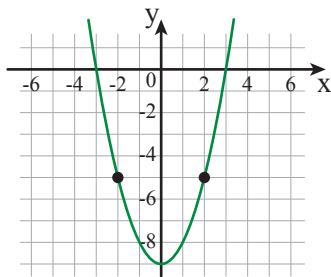


- פותרים משוואות מהצורה $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0$), ומקבלים **נקודות אפס** של הפונקציה $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$). נקודות אלה הן **נקודות החיתוך** של פרבולה עם ציר x והן מהצורה $(\text{---}, 0)$.



זלזלה: נפתור את המשוואה: $x^2 - 9 = 0$
נקבל: $x^2 = 9$
פתרונות המשוואה: $x = -3$ או $x = 3$
מכאן, נקודות האפס של הפונקציה $y = x^2 - 9$
הן: $(-3, 0)$, $(3, 0)$

- פותרים משוואות מהצורה $ax^2 + c = m$ ($a \neq 0$), ומקבלים נקודות על גרף הפונקציה $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$). בהן $y = m$, כלומר הן מהצורה $(\text{---}, m)$.



זלזלה: נפתור את המשוואה: $x^2 - 9 = -5$
נקבל: $x^2 = 4$
פתרונות המשוואה: $x = -2$ או $x = 2$
מכאן, הנקודות על גרף הפונקציה בהן $y = -5$
הן: $(-2, -5)$, $(2, -5)$

5. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 - 36 = 0$ ב. $x^2 - 36 = 28$ ג. $16 - x^2 = 0$ ד. $16 - x^2 = 7$

6. פתרו את המשוואות (פשטו תחילה).

$(x-1)(x-8) = 108 - 9x$	$(x-5)^2 = 74 - 10x$	זלזלה:
$x^2 - 9x + 8 = 108 - 9x \quad / +9x - 8$	$x^2 - 10x + 25 = 74 - 10x \quad / +10x - 25$	
$x^2 = 100$	$x^2 = 49$	
$x = -10$ או $x = 10$	$x = -7$ או $x = 7$	

א. $3x^2 + 2x - 75 = 2x$ ג. $(x+3)^2 = 6x + 10$

ב. $(x+2)(x-4) + 2x = 28$ ד. $(x+2)(x+5) = 2x^2 + 7x - 15$

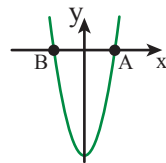


7. **ניר** בחר מספר, חישב לפי ההוראות שבשאלת הפתיחה, וקיבל תוצאה שלילית.
- א. האם ייתכן שהוא בחר 5? האם ייתכן שהוא בחר 1? האם ייתכן שהוא בחר -2? הסבירו.
- ב. אילו מספרים בחר ניר? הסבירו.

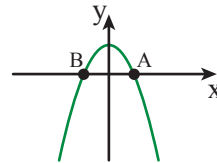


1. לכל פונקציה, מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B (נקודות האפס) ורשמו בשרטוט.

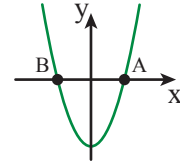
ג. $y = 2x^2 - 8$



ב. $y = -x^2 + 1$



א. $y = x^2 - 4$



2. (i) בחרתי מספר,

(ii) הוספתי למספר 4,

(iii) החסרתי מהמספר שבחרתי 4,

(iv) כפלתי את התוצאות שקיבלתי בסעיפים (ii) ו-(iii).

אילו מספרים בחרתי אם:

ג. קיבלתי 65?

ב. קיבלתי 20?

א. קיבלתי 0?



3. פתרו את המשוואות (פשטו תחילה).

$(x + 5)^2 = x^2 + 65$	$(x + 3)^2 = 6x + 34$	זלזל/ית:
$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 65 \quad / -x^2 - 25$	$x^2 + 6x + 9 = 6x + 34 \quad / -6x - 9$	
$10x = 40$	$x^2 = 25$	
$x = 4$	$x = -5 \text{ או } x = 5$	

ד. $(x + 3)^2 = 6x + 90$

א. $2x^2 - 50 = 0$

ה. $(x - 3)(x + 1) = 22 - 2x$

ב. $4x^2 + 36 = 100$

ו. $(x - 1)^2 + (x - 2)^2 = 2x^2 + 29$

ג. $x(x + 4) = 4x + 9$



4. פתרו את המשוואות (פשטו תחילה).

ד. $(x - 4)^2 - x(x + 8) = 0$

א. $x(x - 1) = 16 - x$

ה. $(x - 6)(x - 1) = 2x^2 - 7x - 3$

ב. $(x + 2)^2 - 4x = 20$

ו. $(3x - 4)(4x - 3) = 24 - 25x$

ג. $(x - 2)^2 + x^2 = x(2x + 4)$

5. **ניר** אמר: נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $y = x^2 + 16$ עם ציר x , הן $(4, 0)$ ו- $(-4, 0)$.
עמית אמר: לפונקציה זו אין נקודות חיתוך עם ציר x .
 מי צודק? הסבירו בשתי דרכים שונות.

6. לשתי הפונקציות $y = x^2 - 4$ ו- $y = -x^2 + 4$ יש אותן נקודות אפס. הייתכן? הסבירו.

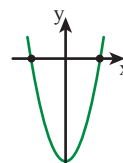
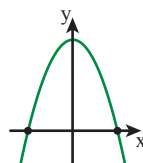
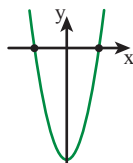
משימות נוספות

7. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 - 1 = 0$ ג. $2x^2 - 32 = 0$ ה. $81 - x^2 = 0$
 ב. $x^2 - 1 = 24$ ד. $2x^2 - 32 = -14$ ו. $81 - x^2 = 65$

8. בכל סעיף, מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x (נקודות האפס), ורשמו בשרטוט.

א. $y = x^2 - 25$ ב. $y = -x^2 + 9$ ג. $y = 3x^2 - 12$



9. פתרו את המשוואות (פשטו תחילה).

א. $(x + 6)(x - 6) = 0$ ג. $x^2 + 6(x + 1)(x - 1) = 22$
 ב. $4(x - 1)^2 + 8x = 2$ ד. $(2x - 3)^2 + 6x = 0$

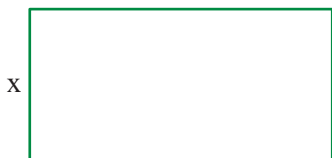
10. מקיפים בגדר מגרש מלבני שאורך צלע אחת ארוכה פי 2 מאורך צלע השנייה.

x מייצג את אורך הצלע הקצרה במלבן ($x > 0$).

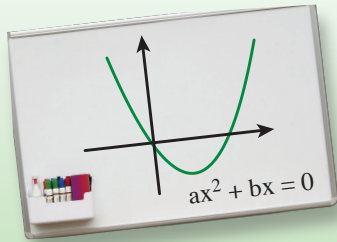
א. רשמו ביטוי לאורך הצלע השנייה, וביטוי לשטח המלבן.

ב. שטח המגרש הוא 392 מ"ר.

האם תספיק גדר, באורך 80 מטר, להקיף את המגרש? הסבירו.



שיעור 3. פותרים משוואות מהצורה $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$)



ביחידה 7 מצאנו, בדרך גרפית ובדרך אלגברית, את נקודות האפס של פונקציות ריבועיות שהחוק שלהן הוא מהצורה $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$).

נפתור משוואות ריבועיות מהצורה $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$).

1. פתרו את המשוואות.

$$2x^2 - 16x = 0$$

נפרק לגורמים: $2x(x - 8) = 0$

$$2x = 0 \quad \text{או} \quad x - 8 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{או} \quad x = 8$$

$$x^2 + 3x = 0$$

נפרק לגורמים: $x(x + 3) = 0$

$$x = 0 \quad \text{או} \quad x + 3 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{או} \quad x = -3$$

זלזלתי:

$$2x^2 - 5x = 0 \quad \text{ד.}$$

$$x^2 - 3x = 0 \quad \text{א.}$$

$$5x - x^2 = 0 \quad \text{ה.}$$

$$3x^2 - 12x = 0 \quad \text{ב.}$$

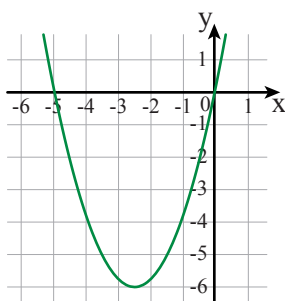
$$-x^2 - 5x = 0 \quad \text{ו.}$$

$$3x^2 + 12x = 0 \quad \text{ג.}$$



תזכורת

- כדי לפתור משוואות מהצורה $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$) יש לפרק תחילה לגורמים.
- אם מכפלת שני גורמים שווה לאפס, אז אחד הגורמים חייב להיות אפס.



$$2. \text{ א. פתרו את המשוואה: } x^2 + 5x = 0$$

ב. בשרטוט גרף הפונקציה $y = x^2 + 5x$

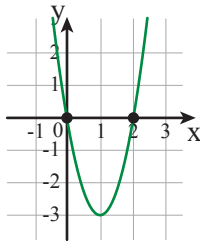
מהן נקודות האפס של הפונקציה (נקודות החיתוך עם ציר x)?

ג. מה הקשר בין הפתרונות שמצאתם בסעיף א, לנקודות האפס בסעיף ב?



פותרים משוואות מהצורה $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$) ומקבלים **נקודות אפס** של הפונקציה $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$).

נקודות אלה הן **נקודות החיתוך** של פרבולה עם ציר x , והן מהצורה $(\text{---}, 0)$.



מל/3: נפתור את המשוואה $3x^2 - 6x = 0$

נפרק לגורמים: $3x(x - 2) = 0$

נקבל: $3x = 0$ או $x - 2 = 0$

פתרונות המשוואה: $x = 0$ או $x = 2$

נקודות האפס של הפונקציה: $y = 3x^2 - 6x$ הן: $(0, 0)$, $(2, 0)$

3. (I) פתרו את המשוואות.

א. $8x - x^2 = 0$

ד. $x^2 + 15x = 0$

ב. $4x^2 - 8x = 0$

ה. $-2x^2 + 15x = 0$

ג. $\frac{1}{2}x^2 - x = 0$

ו. $\frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$

(II) היעזרו בתוצאות שקיבלתם ורשמו את שיעורי נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות הבאות עם ציר x (נקודות האפס של הפונקציה).

א. $y = 8x - x^2$

ד. $y = x^2 + 15x$

ב. $y = 4x^2 - 8x$

ה. $y = -2x^2 + 15x$

ג. $y = \frac{1}{2}x^2 - x$

ו. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$

4. נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - 8x$

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x .

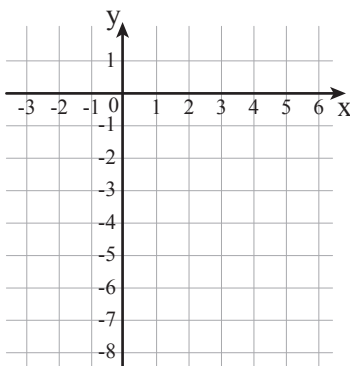
ב. סמנו במערכת הצירים את הנקודות שמצאתם.

ג. האם לפרבולה קודקוד מינימום או מקסימום?

ד. קודקוד הפרבולה הוא בנקודה $(2, -8)$. בדקו.

סמנו אותו במערכת הצירים.

ה. שרטטו (בערך) את הפרבולה.



5. נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - 8$

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x .

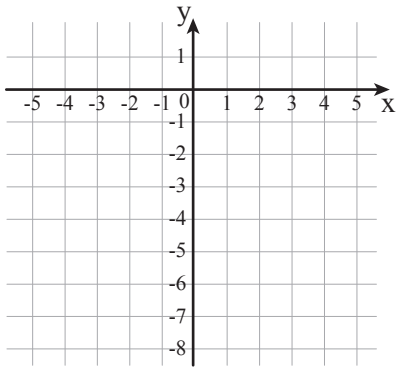
ב. סמנו במערכת הצירים את הנקודות שמצאתם.

ג. האם לפרבולה קודקוד מינימום או מקסימום?

ד. קודקוד הפרבולה הוא בנקודה $(0, -8)$.

סמנו אותו במערכת הצירים.

ה. שרטטו (בערך) את הפרבולה.



6. השלימו **תעודת זהות** לכל פונקציה (היעזרו במשימות 4 ו-5).



פונקציה	$y = 2x^2 - 8x$	$y = 2x^2 - 8$
שרטוט (בערך)		
ציר הסימטריה		
שיעורי נקודת הקודקוד		
חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)		
חיתוך עם ציר y ($x = 0$)		
תחום עלייה		
תחום ירידה		
תחום בו הפונקציה חיובית		
תחום בו הפונקציה שלילית		



אוסף משימות



1. (I) פתרו את המשוואות.

א. $3x^2 - 9x = 0$ ג. $-5x^2 + 30x = 0$ ה. $x^2 - 4x = 0$

ב. $3x^2 + 9x = 0$ ד. $-2x^2 + 4x = 0$ ו. $x^2 - 4 = 0$

(II) היעזרו בתוצאות שקיבלתם ורשמו את שיעורי נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות הבאות עם ציר x (נקודות האפס של הפונקציה).

א. $y = 3x^2 - 9x$ ג. $y = -5x^2 + 30x$ ה. $y = x^2 - 4x$

ב. $y = 3x^2 + 9x$ ד. $y = -2x^2 + 4x$ ו. $y = x^2 - 4$



2. (I) פתרו את המשוואות.

א. $4x^2 - 16x = 0$ ד. $\frac{1}{2}x^2 + 18x = 0$

ב. $4x^2 + 16x = 0$ ה. $\frac{1}{2}x^2 - 18x = 0$

ג. $4x^2 - 16 = 0$ ו. $\frac{1}{2}x^2 - 18 = 0$

(II) היעזרו בתוצאות שקיבלתם ורשמו את שיעורי נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות הבאות עם ציר x (נקודות האפס של הפונקציה).

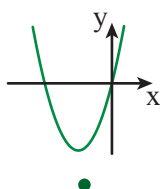
א. $y = 4x^2 - 16x$ ד. $y = \frac{1}{2}x^2 + 18x$

ב. $y = 4x^2 + 16x$ ה. $y = \frac{1}{2}x^2 - 18x$

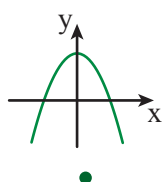
ג. $y = 4x^2 - 16$ ו. $y = \frac{1}{2}x^2 - 18$



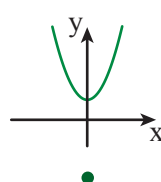
3. התאימו חוק לפרבולה.



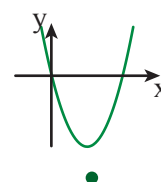
$y = x^2 + 4$



$y = x^2 - 4x$



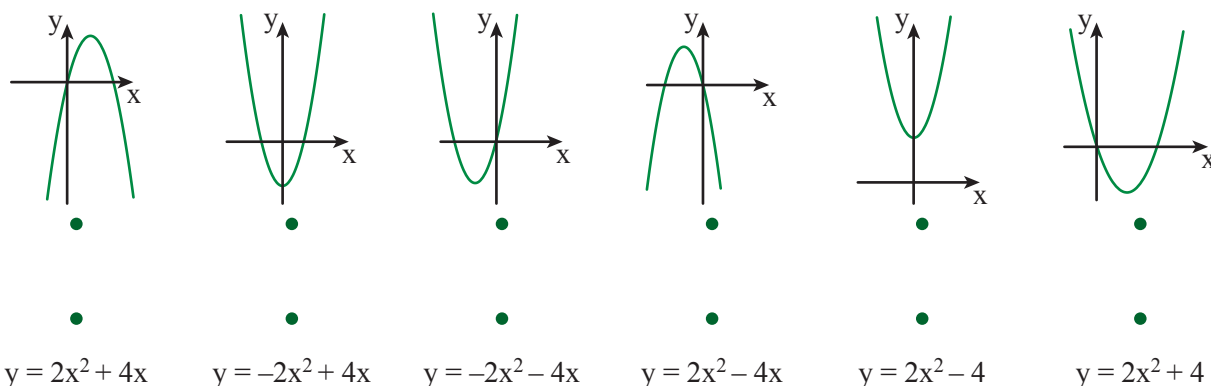
$y = x^2 + 4x$



$y = -x^2 + 4$

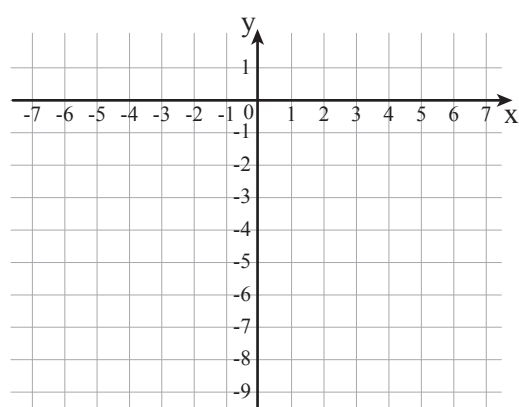


4. התאימו חוק לפרבולה.



5. חברו כל משוואה לפתרונות שלה.

- | | | |
|----|---|--------------------|
| 0 | • | א. $x(x + 2) = 0$ |
| -3 | • | ב. $x(-x + 3) = 0$ |
| 3 | • | ג. $x^2 - 9 = 0$ |
| -2 | • | ד. $x(x + 3) = 0$ |
| 2 | • | ה. $x(x - 2) = 0$ |
| | • | ו. $x^2 - 4 = 0$ |



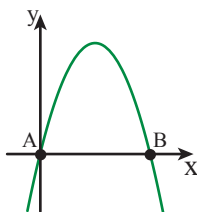
6. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 6x$

- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x .
- סמנו במערכת הצירים את הנקודות שמצאתם.
- האם לפרבולה קודקוד מינימום או מקסימום?
- קודקוד הפרבולה הוא בנקודה $(-9, 3)$. בדקו. סמנו אותו במערכת הצירים.
- שרטטו (בערך) את הפרבולה.



7. השלימו **תעודת זהות** לכל פונקציה.

פונקציה	$y = x^2 - 6x$	$y = -x^2 + 6x$
שרטוט (בערך)		
ציר הסימטריה		
שיעורי נקודת הקודקוד		
חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)		
חיתוך עם ציר y ($x = 0$)		
תחום עלייה		
תחום ירידה		
תחום בו הפונקציה חיובית		
תחום בו הפונקציה שלילית		



8. א. פתרו את המשוואה $-2x^2 + 5x = 0$
 ב. לפניכם שרטוט (בערך) של גרף הפונקציה $y = -2x^2 + 5x$.
 מה שיעורי הנקודות A ו-B?



משימות נוספות

9. פשטו ורשמו את הערכים של a , b , c .
 האם הקודקוד הוא נקודת מינימום או מקסימום? הסבירו.
 רשמו את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y .

א. $y = 5x^2 + 2(x + 3) + 4$ ג. $y = (x + 4)^2 - 3x^2$
 ב. $y = 2(x + 5)(x - 5)$ ד. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 8$



10. פֶּשְׁטוּ וּרְשְׁמוּ אֶת הָעֲרִיכִים שֶׁל a , b , c .

הָאֵם הַקּוֹדֵקוֹד הוּא נְקוּדַת מִינִימוּם אוּ מַכְסִימוּם? הַסְבִּירוּ.

רְשְׁמוּ אֶת שִׁיעוּרֵי נְקוּדַת הַחִיתוּךְ עִם צִיר y .

א. $y = 5(x + 1)^2$ ד. $y = 10x^2 + 3(x + 1)(x - 1)$

ב. $y = 4(x + 2)(x - 2)$ ה. $y = \frac{1}{2}(4x - 2)^2 - 1$

ג. $y = (2x + 3)^2 - 9$ ו. $y = -4(x - 1)^2 + 8x$



11. חֲבֵרוּ כָל פֻּונְקְצִיָּה לְנְקוּדוֹת הָאֵפֶס שֶׁלָּהּ. אִם אֵין לְפֻונְקְצִיָּה נְקוּדַת חִיתוּךְ עִם צִיר x , צִיֵּינוּ זֹאת.

א. $y = x^2 - 9$ • $(1, 0)$, $(-1, 0)$

ב. $y = x^2 + 3x$ • $(0, 0)$

ג. $y = -x^2 - 4$ • $(0, 0)$, $(5, 0)$

ד. $y = -x^2 + 1$ • $(5, 0)$, $(-5, 0)$

ה. $y = -2x^2 + 8$ • $(0, 0)$, $(-3, 0)$

ו. $y = 3x^2 - 75$ • $(3, 0)$, $(-3, 0)$

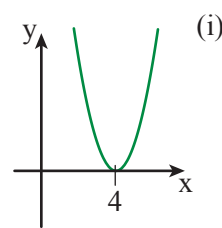
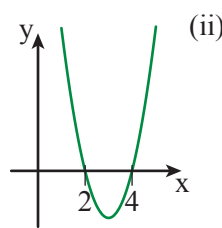
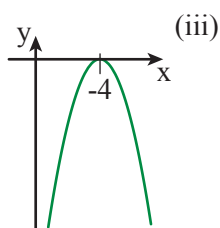
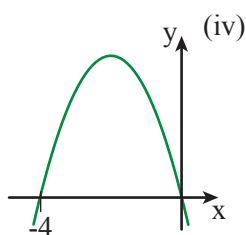
ז. $y = -2x^2$ • $(2, 0)$, $(-2, 0)$

ח. $y = -x^2 + 5x$ •



12. א. פְּתֹרוּ אֶת הַמשוואה: $2(x - 4)^2 = 0$.

ב. אִיזָה מֵהַגְרָפִים הַבָּאִים יִכּוֹל לִהְיוֹת גֵּרַף הַפּוֹנְקְצִיָּה $y = 2(x - 4)^2$? הַסְבִּירוּ.



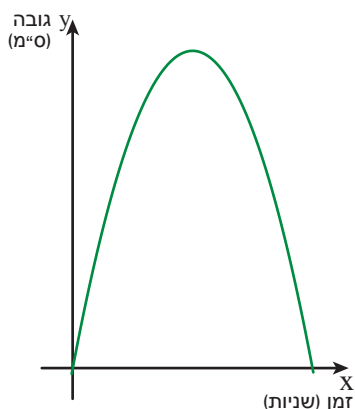


שיעור 4. פותרים שאלות

במשחק כדורגל **אסף** בעט את הכדור אנכית כלפי מעלה. הפונקציה המתאימה למספר השניות שחלפו מרגע הבעיטה (x) , את גובה הכדור מעל פני האדמה (במטרים) היא $y = 45x - 5x^2$. שער, אם ייתכן שהכדור יגיע לגובה 120 מטר. אילו מספרים מתאימים לנתוני השאלה? הסבירו.

נחקור את גובה הכדור בזמנים שונים.

1. לפניכם שרטוט (בערך) של גרף הפונקציה המתארת את גובה הכדור משאלת הפתיחה. חשבו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x (נקודות האפס). רשמו בשרטוט.



- מה משמעות נקודות אלה בשאלה שבפתיחת השיעור?
 ב. מהי משוואת ציר הסימטריה של הפונקציה?
 ג. מהי שיעורי נקודת הקודקוד? רשמו בשרטוט.
 מה משמעות שיעורי נקודה זו?
 ד. האם ייתכן שהכדור יגיע לגובה 120 מטר? הסבירו.
 מה יהיה גובה הכדור כעבור 3 שניות?
 ה. האם הכדור יגיע שוב לגובה זה? אם כן, כעבור כמה שניות? אם לא, הסבירו.

2. פתרו את המשוואות (פשוטו תחילה).

$$x(x + 2) + 5(x + 7) = 35$$

$$x^2 + 2x + 5x + 35 = 35 \text{ נכפול:}$$

$$x^2 + 7x = 0 \text{ נפשט:}$$

$$x(x + 7) = 0 \text{ נפרק לגורמים:}$$

$$x = -7 \text{ או } x = 0 \text{ הפתרון:}$$

$$(x + 3)^2 + (x - 2)(x - 4) = 25$$

$$x^2 + 6x + 9 + x^2 - 6x + 8 = 25 \text{ נכפול:}$$

$$2x^2 = 8 \quad / :2 \text{ נפשט:}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = -2 \text{ או } x = 2 \text{ הפתרון:}$$

זמן/א/ת:

$$(x - 2)^2 + (x + 1)(x - 6) + 2 = 0 \quad \text{ג.}$$

$$x^2 - 4(x + 8) + 32 = 0 \quad \text{ד.}$$

$$5x^2 + 20 = 4x^2 + 84 \quad \text{א.}$$

$$(x + 4)(x + 7) = 28 \quad \text{ב.}$$

3. אורך צלע אחת של מלבן גדול פי 3 מאורך הצלע השנייה. נסמן את אורך הצלע הקצרה ב- x ($x > 0$).



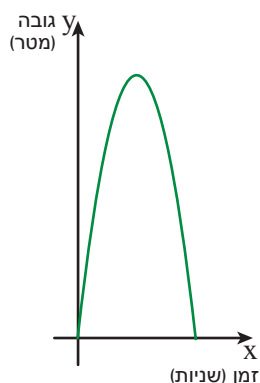
- א. רשמו ביטוי לשטח המלבן.
 ב. אם שטח המלבן 75 סמ"ר. חשבו את אורכי צלעותיו ואת היקפו.
 ג. אם שטח המלבן 192 סמ"ר. חשבו את אורכי צלעותיו.



אוסף משימות



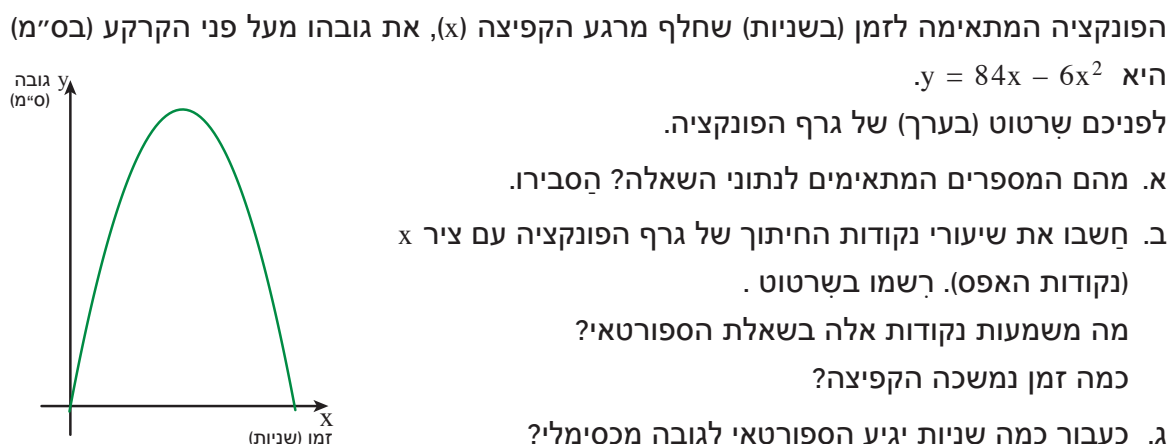
1. קליע נורה מתחת.



- הפונקציה המתאימה לזמן (בשניות) שחלף מרגע שהקליע נורה (x) , את גובהו מעל פני הקרקע (במטרים) היא $y = 15x - 5x^2$. לפניכם שרטוט (בערך) של גרף הפונקציה.
- מהם המספרים המתאימים לנתוני השאלה? הסבירו.
 - באיזה גובה היה הקליע כעבור 1 שנייה? כעבור 2 שניות?
 - לאחר כמה זמן יגיע הקליע שוב לקרקע? רשמו ערכים מתאימים בשרטוט.
 - כעבור כמה שניות יגיע הקליע לגובה מכסימלי? מה הגובה המכסימלי אליו הגיע הקליע?



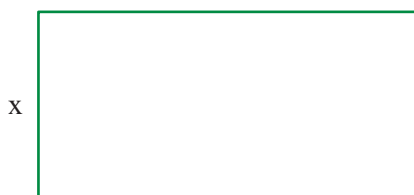
2. ספורטאי מתאמן בקפיצה במוט.



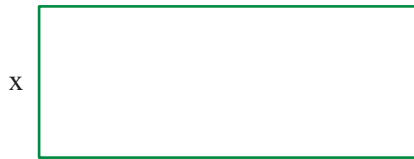
- הפונקציה המתאימה לזמן (בשניות) שחלף מרגע הקפיצה (x) , את גובהו מעל פני הקרקע (בס"מ) היא $y = 84x - 6x^2$. לפניכם שרטוט (בערך) של גרף הפונקציה.
- מהם המספרים המתאימים לנתוני השאלה? הסבירו.
 - חשבו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x (נקודות האפס). רשמו בשרטוט.
 - מה משמעות נקודות אלה בשאלת הספורטאי? כמה זמן נמשכה הקפיצה?
 - כעבור כמה שניות יגיע הספורטאי לגובה מכסימלי?
 - מה הגובה המכסימלי אליו הגיע הספורטאי?
 - כמה פעמים יגיע הספורטאי לגובה 200 ס"מ? הסבירו.



3. אורך צלע אחת של מלבן היא פי 2 מאורך הצלע השנייה.



- נסמן את אורך הצלע הקצרה ב- x ($x > 0$).
- רשמו ביטוי לשטח המלבן.
 - נתון $x = 15$ ס"מ מה היקף המלבן? מה שטח המלבן?
 - אם שטח המלבן 72 סמ"ר. חשבו את אורכי צלעותיו ואת היקפו.



4. אורך צלע אחת של מלבן היא פי 2.5 מאורך הצלע השנייה.

נסמן את אורך הצלע הקצרה ב- x ($x > 0$).

א. קשמו ביטוי לשטח המלבן.

ב. אם שטח המלבן 90 סמ"ר.

חשבו את אורכי צלעותיו ואת היקפו.

ג. אם היקף המלבן 84 ס"מ. מהם אורכי צלעות המלבן?



5. פתרו את המשוואות (פשטו תחילה).

ג. $3(x - 3) + 2x(x + 2) = 7x + 9$

א. $(x + 2)(x + 3) = 3(x + 8) + 2(x + 9)$

ד. $\frac{1}{2}(2x - 16) + (x + 4)^2 = x + 8$

ב. $(x - 2)(x - 4) = 4(x + 2)$



6. פתרו את המשוואות (פשטו תחילה).

ג. $3(1 - x) + (x + 2)(x + 1) = 70$

א. $(2x - 1)^2 - (x + 7)^2 + 48 = 0$

ד. $\frac{1}{2}(x - 2)^2 + (2x + 1)(x - 2) = 0$

ב. $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 36$



7. אבן נופלת מגג של בניין.

הפונקציה המתאימה לזמן (בשניות) שחלף מאז שהחלה האבן ליפול (x) , את גובהה

מעל פני האדמה (במטרים) היא $y = 125 - 5x^2$.

א. מהום המספרים המתאימים לנתוני השאלה?

ב. באיזה מרחק מן האדמה הייתה האבן אחרי 3 שניות?

ג. כעבור כמה שניות תגיע האבן לקרקע?

ד. מה גובה הבנין מעל פני האדמה?

ה. שרטטו (בערך) את גרף הפונקציה המתארת את נפילת האבן.



ו. נניח שהאבן נפלה מן הגג לתוך בור שעומקו 30 מטר.

כיצד ישתנה הגרף, בעקבות זאת?

שיעור 5. פותרים משוואות ריבועיות בעזרת גרף

בשיעורים קודמים למדנו לזהות תכונות של פונקציה ריבועית שהחוק שלה

$$y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

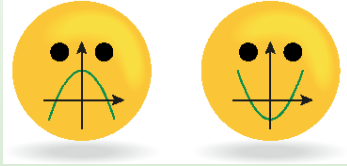
1. אם $a > 0$ לפרבולה קודקוד מינימום

אם $a < 0$ לפרבולה קודקוד מקסימום

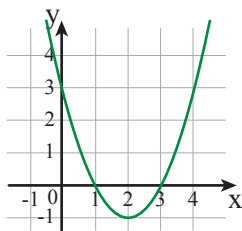
2. שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, c)$

3. ציר הסימטריה עובר דרך נקודת האמצע בין שתי נקודות האפס

4. הקודקוד נמצא על ציר הסימטריה



נפתור, בעזרת הגרף, משוואות ריבועיות מהצורה $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$.

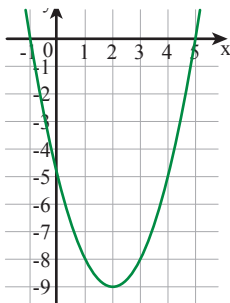


1. לפניכם גרף הפונקציה: $y = x^2 - 4x + 3$

א. מהם שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?

ב. מהם פתרונות המשוואה $x^2 - 4x + 3 = 0$?

ג. בדקו על-ידי הצבה.

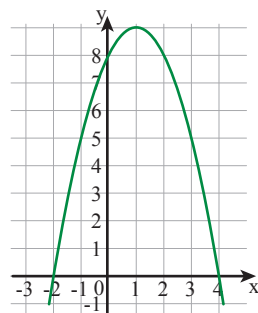


2. לפניכם גרף הפונקציה: $y = x^2 - 4x - 5$

א. פתרו, בעזרת הגרף, את המשוואה $x^2 - 4x - 5 = 0$

ב. כמה פתרונות יש?

ג. בדקו על-ידי הצבה.



3. לפניכם גרף הפונקציה: $y = -x^2 + 2x + 8$

א. פתרו, בעזרת הגרף, את המשוואה $-x^2 + 2x + 8 = 0$

ב. כמה פתרונות יש?

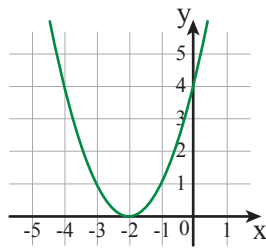
ג. בדקו על-ידי הצבה.



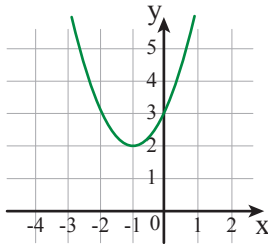
במשימות 1 – 3 פתרנו משוואות ריבועיות בעזרת הגרף.

ראינו כי על-ידי פתרון משוואה ריבועית מהצורה $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$ מוצאים את נקודות

החיתוך של גרף הפונקציה $y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$ עם ציר x (נקודות האפס של הפונקציה).



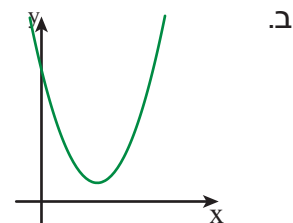
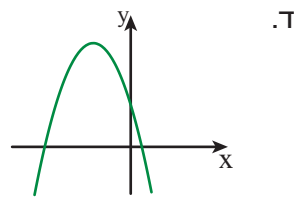
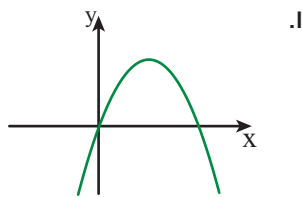
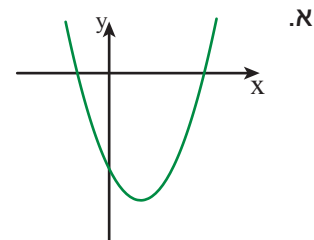
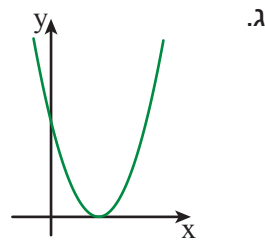
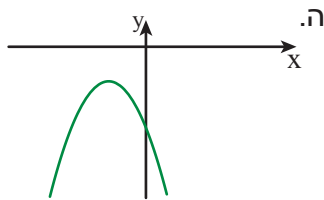
4. א. לפניכם גרף הפונקציה $y = x^2 + 4x + 4$
האם יש פתרון למשוואה $x^2 + 4x + 4 = 0$?
הסבירו.



ב. לפניכם גרף הפונקציה: $y = x^2 + 2x + 3$
האם יש פתרון למשוואה $x^2 + 2x + 3 = 0$?
הסבירו.



5. לפניכם גרפים של פונקציות מהצורה $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).
כמה פתרונות יש למשוואה $ax^2 + bx + c = 0$, בכל אחד מהמקרים? הסבירו.



- למשוואה ריבועית מהצורה $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) יכולים להיות:
- **שני פתרונות** - אם לגרף הפונקציה המתאימה **שתי נקודות חיתוך** עם ציר x (משימות 1 - 3).
 - **פתרון אחד** - אם לגרף הפונקציה המתאימה **נקודת חיתוך אחת** עם ציר x (משימה 4א).
 - **אין פתרון** - אם לגרף הפונקציה המתאימה **אין נקודות חיתוך** עם ציר x (משימה 4ב).



1. בכל סעיף, השלימו את פתרון המשוואה הריבועית הנתונה מתוך הגרף המפורט.

הפונקציה	גרף הפונקציה	המשוואה	הפתרון
א. $y = 2x^2 - 8x + 6$		$2x^2 - 8x + 6 = 0$	
ב. $y = x^2 + x - 6$		$x^2 + x - 6 = 0$	
ג. $y = -x^2 + 5x$		$-x^2 + 5x = 0$	
ד. $y = x^2 - 6x + 9$		$x^2 - 6x + 9 = 0$	



2. א. נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $y = x^2 - 3x - 4$ עם ציר x הן $(-1, 0)$, $(4, 0)$.

כמה פתרונות למשוואה $x^2 - 3x - 4 = 0$? מה הם?

ב. נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $y = -x^2 + 2x + 3$ עם ציר x הן $(-1, 0)$, $(3, 0)$.

כמה פתרונות למשוואה $-x^2 + 2x + 3 = 0$? מה הם?

ג. לגרף הפונקציה $y = 2x^2 + 3x + 5$ אין נקודות חיתוך עם ציר x .

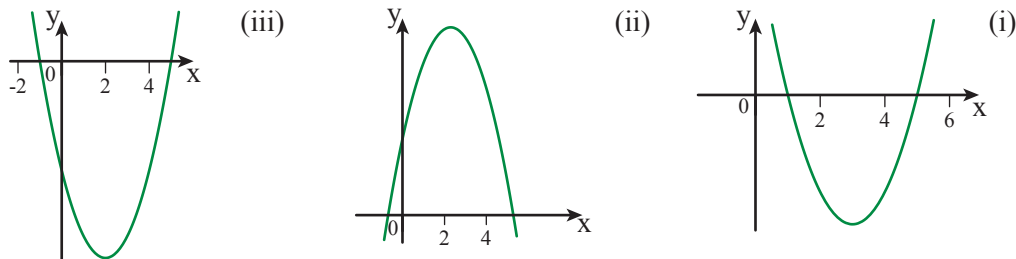
האם למשוואה $2x^2 + 3x + 5 = 0$ יש פתרון? אם כן, מהו? אם לא, הסבירו.

ד. נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $y = 2x^2 + 12x + 18$ עם ציר x היא $(-3, 0)$.

כמה פתרונות למשוואה $2x^2 + 12x + 9 = 0$? מה הם?



3. א. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 6x + 5$
איזה מהגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה? הסבירו.



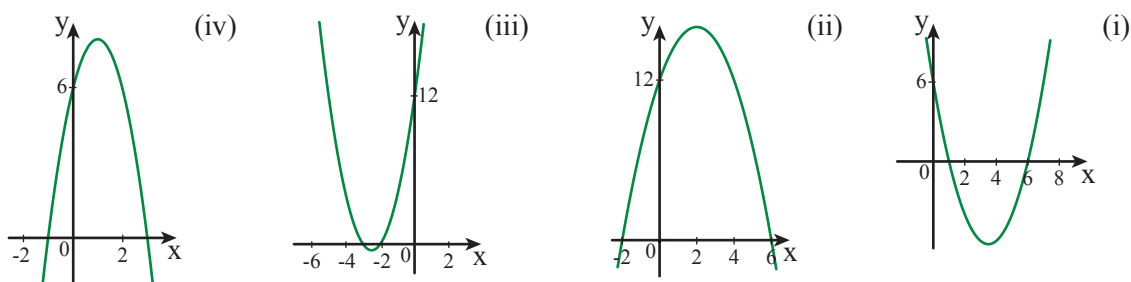
ב. מהם פתרונות המשוואה $x^2 - 6x + 5 = 0$?



4. לפניכם מספר פונקציות והגרפים שלהם.

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

$$\begin{array}{ll} y = x^2 - 7x + 6 & y = -2x^2 + 4x + 6 \\ y = -x^2 + 4x + 12 & y = 2x^2 + 10x + 12 \end{array}$$



ב. פתרו, בעזרת הגרפים, את המשוואות הבאות.

$$\begin{array}{l} -2x^2 + 4x + 6 = 0 \\ 2x^2 + 10x + 12 = 0 \\ x^2 - 7x + 6 = 0 \\ -x^2 + 4x + 12 = 0 \end{array}$$



5. לכל סעיף קשמו שתי דוגמאות של פונקציות ריבועיות מתאימות.

- לפונקציה קודקוד מינימום, ויש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר x .
- לפונקציה קודקוד מכסימום, ויש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר x .
- לפונקציה קודקוד מינימום, ויש לה נקודות חיתוך אחת עם ציר x .
- לפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר x .
- לפונקציה קודקוד מינימום בנקודה $(0, -3)$.



שומרים על כושר

1. רשמו את תחום ההצבה, וצמצמו.

ה. $\frac{12xy^2}{3x^2y} =$	ג. $\frac{16x^3}{2x} =$	א. $\frac{10x}{2} =$
ו. $\frac{3x}{12xy} =$	ד. $\frac{10xy^2}{20x} =$	ב. $\frac{24xy}{6x} =$

2. רשמו את תחום ההצבה, וצמצמו.

ה. $\frac{x(x+6)}{2(x+6)} =$	ג. $\frac{3x^2(x-1)}{6x(x-1)} =$	א. $\frac{25(x-2)}{10(x-2)} =$
ו. $\frac{3(x-1)(x+2)}{6(x+2)(x+3)} =$	ד. $\frac{12(x+5)}{4(x+5)} =$	ב. $\frac{3x(y+4)}{2(y+4)} =$

3. כתבו ביטוי קצר ככל האפשר. בכל הסעיפים $x \neq 0$.

ד. $\frac{3x}{3} \cdot \frac{8}{4x^2} =$	ג. $\frac{x}{3} \cdot \frac{6}{2x} =$	ב. $\frac{18x^2}{9x} \cdot \frac{6}{2x} =$	א. $\frac{x^2}{12} \cdot \frac{6}{x} =$
--	---------------------------------------	--	---

4. בכל סעיף סדרה של 5 משוואות.

לכל משוואה, רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{3}{x} = 1$	ב. $\frac{10}{x} = 2$	ג. $\frac{1}{x-1} = 1$
$\frac{3}{x+1} = 1$	$\frac{10}{x-1} = 2$	$\frac{2}{x-1} = 1$
$\frac{3}{x+2} = 1$	$\frac{10}{x-2} = 2$	$\frac{3}{x-2} = 1$
$\frac{3}{x+3} = 1$	$\frac{10}{x-3} = 2$	$\frac{4}{x-1} = 2$
$\frac{3}{x+4} = 1$	$\frac{10}{x-4} = 2$	$\frac{5}{x-1} = 2$

5. מכפלת שני מספרים היא 72.

סמנו ב- x את אחד המספרים.

א. אילו מספרים יכול x לקבל? הסבירו.

ב. רשמו ביטוי למספר השני.

ג. מספר אחד הוא פי 2 מהמספר השני. מהם המספרים?