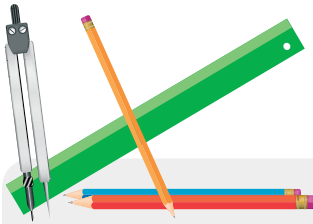


# יחידה 15: בניות הנדסיות

## שיעור 1. העתקת קטע

משתמשים בסרגל ובמחוגה



למה סרגל ומחוגה?



**אוקלידס**, שחי כמשוער בין השנים 365-275 לפנה"ס, ביסס ופיתח גאומטריה המבוססת על מספר קטן ככל שאפשר של הנחות יסוד.

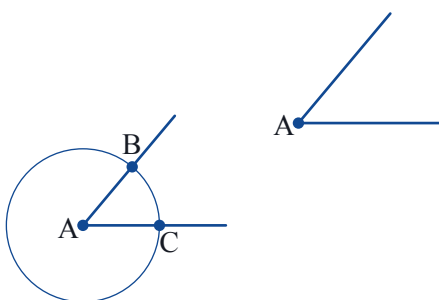
הנחות אלה הרשו שרטוט ישרים, בעזרת סרגל (ללא מידות) ומעגלים, בעזרת מחוגה בלבד. בעקבותיהם, הגאומטריה האוקלידית דרשה ביצוע בניות גאומטריות בעזרת סרגל ומחוגה בלבד, כשהבניות מבוססות על הנחות היסוד והמשפטים שהוכחו.

נלמד לבצע בניות גאומטריות בסרגל ומחוגה ובבסיס אותן על הגדרות ומשפטים שלמדנו.



- כדי לשרטט ישר או קטע העובר דרך נקודה, או שתי נקודות נתונות, משתמשים **בסרגל**.
- כדי לשרטט נקודות הנמצאות במרחק קבוע מנקודה נתונה, **משרטטים מעגל** שמרכזו בנקודה הנתונה ורדיוסו שווה למרחק הקבוע. (לעיתים מסתפקים בשרטוט חלק של המעגל - קשת).

### שרטוט קטעים שווים מנקודה נתונה



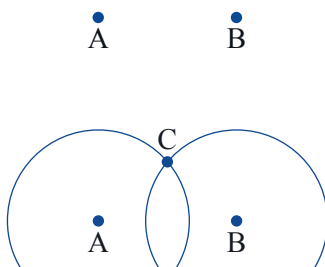
**1.** נתונה נקודה A. בְּנו שני קטעים שווים מנקודה A.

א. בַּצְעו את הוראות הבנייה:

- שְ�רַטְטו, בעזרת סרגל, זווית שקודקודה בנקודה A.
- שְ�רַטְטו, בעזרת מחוגה, קשת שמרכז A,
- שחותכת את שוקי הזווית בנקודות B ו-C.

ב. הַסְבִּירו מדוע  $AC = AB$ .

### שרטוט קטעים שווים משתי נקודות נתונות



**2.** נתונות שתי נקודות A ו-B. בְּנו שני קטעים שווים מ-A ומ-B.

א. בַּצְעו את הוראות הבנייה:

- סַמְנו שתי נקודות A ו-B.
- שְ�רַטְטו שתי קשתות באותו רדיוס, אחת מהנקודה A והשנייה מהנקודה B.
- סַמְנו את נקודת החיתוך של הקשתות באת C.

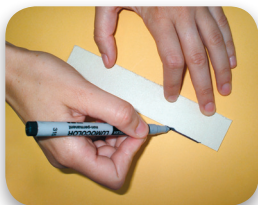
- חִבְרו את AC ואת BC.

ב. הַסְבִּירו מדוע  $AC = BC$ .

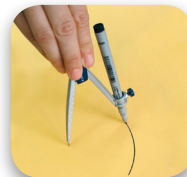


### 3. נקודה A נמצאת על ישר.

- בנו בעזרת מחוגה וסרגל משולש שווה צלעות ABC, שאחת מצלעותיו על הישר. תארו את מהלך הבנייה.
- הסבירו מדוע המשולש שבניתם שווה צלעות.



משתמשים **בסרגל** לשרטוט ישרים ולחיבור נקודות לקטע.  
לא משתמשים במידות שעל הסרגל.



משתמשים **במחוגה** לשרטוט מעגלים, ולשרטוט נקודות, הנמצאות במרחק שווה מנקודה, או במרחק שווה מנקודות נתונות.

### העתקת קטע נתון בנקודה על ישר



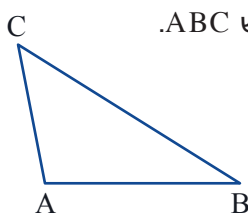
#### 4. נתונים קטע AB, וישר שעליו נקודה C.

בנו קטע CD השווה באורכו לקטע הנתון AB.

- בצעו את הוראות הבנייה:  
- שרטטו ישר ועליו נקודה C.  
- פתחו את המחוגה במפסק AB  
- שרטטו קשת במפסק זה החל בנקודה C.  
- סמנו את נקודת החיתוך של הקשת והישר באות D.
- הסבירו מדוע  $AB = CD$ .



#### 5. נתון משולש ABC.



בנו באמצעות סרגל ומחוגה משולש DER, שאורכי צלעותיו כאורכי צלעות משולש ABC.

- בצעו את הוראות הבנייה:  
- שרטטו נקודה D על ישר.  
- העתיקו את הצלע AB, בנקודה D על הישר.  
- המשיכו בעזרת המחוגה והסרגל.
- הסבירו מדוע, המשולש ששרטטתם חופף למשולש ABC.



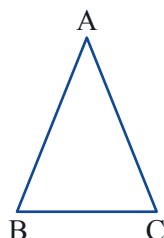
6. התוכנה גאוגברָה (Geogebra) מבצעת בניות יסודיות כמו: העתקת קטע או שרטוט מעגלים ליצירת קטעים שווים. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות מחשב, תמצאו את הקובץ "בניית משולש חופף לפי צ.צ.צ." בעזרתו תבצעו במחשב משימה דומה למשימה 5. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



באוסף זה, משימות בנייה באמצעות סרגל ומחוגה. אם משימה מסומנת ב\* תוכלו למצוא לה משימה חלופית באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות מחשב. מתחת למשימות שיש להן תחליף במחשב נרשום שם המשימה שבאתר.



1. נתון קטע AB. בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, קטע האורך פי 3 מאורכו של AB. (אין להשתמש במידות שעל הסרגל.)



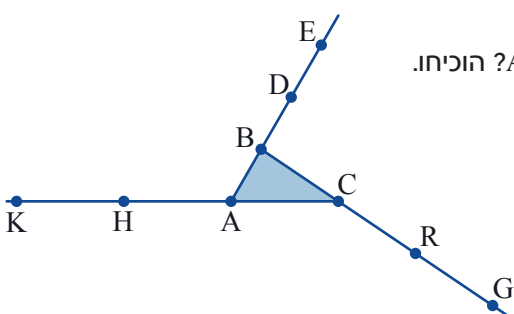
2\*. משולש ABC הוא שווה שוקיים. בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, משולש חופף למשולש המשורטט. שם המשימה החלופית באתר: "משולש שווה שוקיים חופף למשולש נתון".



3. בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, משולש שווה צלעות, שאורך צלעו כאורך הקטע AB המשורטט.



4\*. בנו מעוין שאורך צלעו כאורך הקטע AB המשורטט. שם המשימה החלופית באתר: "מעוין לפי צלע נתונה".



5\*. א. שרטטו משולש כלשהו. האריכו, באמצעות סרגל ומחוגה, את צלעות המשולש **פעמיים כאורכן**. (ראו שרטוט.)

ב. חברו את קודקודי המשולש DRH.

פי כמה גדול שטח המשולש DRH משטח המשולש ABC? הוכיחו.

ג. חברו את קודקודי המשולש EGK.

פי כמה גדול שטח המשולש EGK משטח המשולש ABC? הוכיחו.

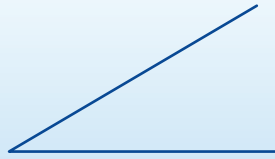
שם המשימה החלופית באתר:

"פי כמה גדול השטח משטח משולש ABC?"



## שיעור 2. העתקת זווית

משתמשים בסרגל ובמחוגה

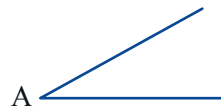


איך נעתיק זווית נתונה מבלי לדעת את גודלה?  
איך נבטיח שהזווית שהעתקנו שווה לזווית הנתונה?

נלמד להעתיק זווית באמצעות סרגל ומחוגה ונסביר, מדוע הבנייה מבטיחה את שוויון הזוויות.

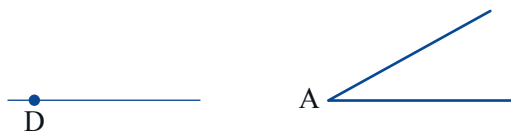
### העתקת זווית

#### 1. נתונה זווית A.

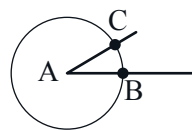


העתיקו את הזווית A על ישר בנקודה D.  
א. בצעו את הוראות הבנייה:

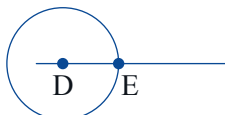
| הבנייה | הזווית הנתונה | הוראות הבנייה |
|--------|---------------|---------------|
|--------|---------------|---------------|



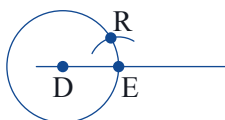
- שרטטו ישר ועליו נקודה D



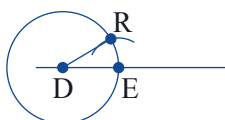
- שרטטו מעגל (או קשת), שמרכזו B-A, והוא חותך את שוקי הזווית הנתונה בנקודות B ו-C.



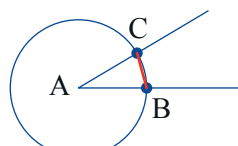
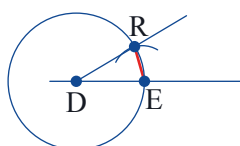
- שרטטו מעגל (או קשת), שמרכזו D, ורדיוסו שווה לרדיוס המעגל שמרכזו A. מעגל זה חותך את הישר בנקודה E.



- פתחו את המחוגה במפסק BC, ושרטטו מעגל (או קשת) שרדיוסו BC ומרכזו E. מעגל זה חותך את המעגל שמרכזו D בנקודה R.



- חברו את DR.



ב. הוכיחו כי  $\angle EDR = \angle BAC$   
(הוכיחו תחילה כי  $\triangle BAC \cong \triangle EDR$ )

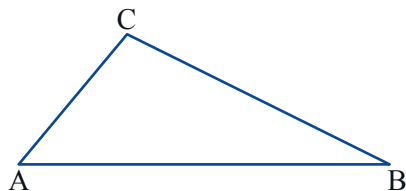




**העתקת זווית**, בעזרת סרגל ומחוגה, מבוססת על בניית משולשים חופפים לפי צ.צ.צ.



2. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות מחשב, תמצאו את הקובץ "משולש חופף לפי ז.צ.ז.". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



3. נתון משולש ABC.

בנו באמצעות סרגל ומחוגה משולש DER חופף למשולש ABC.

א. בצעו את הוראות הבנייה:

- שרטטו נקודה D על ישר.

- העתיקו את הקטע AB על ישר בנקודה מסומנת D.

- סמנו את קצה הקטע ב-E.

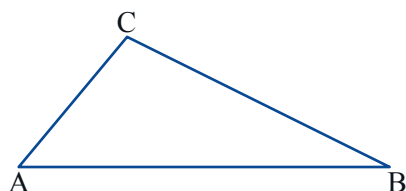
- העתיקו את הזווית A על הישר בנקודה D.

- העתיקו את הזווית B על הישר בנקודה E.

ב. הסבירו מדוע, המשולש ששרטטתם חופף למשולש ABC.



4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות מחשב, תמצאו את הקובץ "האם המשולשים חופפים?". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



5. נתון משולש ABC.

בנו באמצעות סרגל ומחוגה משולש DER.

א. בצעו את הוראות הבנייה:

- שרטטו נקודה D על ישר.

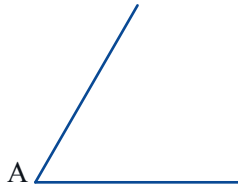
- העתיקו את הקטע AB על ישר בנקודה מסומנת D.

- סמנו את קצה הקטע ב-E.

- העתיקו את הזווית A על הישר בנקודה D.

- העתיקו את הזווית C על הישר בנקודה E.

ב. האם המשולש שבניתם חופף למשולש ABC?



6. מצאו את גודל הזווית A בעזרת העתקת זווית, לפי ההוראות:

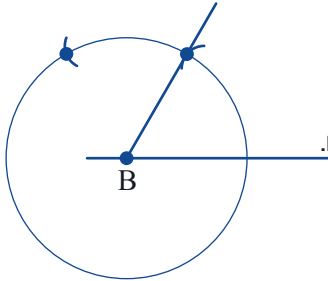
א. בצעו את ההוראות הבנייה:

- העתיקו את הזווית A על ישר בנקודה B.

- על השוק שהתקבלה, בנקודה B, העתיקו שוב את הזווית A.

- המשיכו להעתיק את הזווית על השוק המתקבלת עד שתשלימו מעגל שלם.

ב. כמה פעמים העתקתם את הזווית? מה גודלה? הסבירו.



## בניית מקביל לישר בנקודה נתונה



7. נתון ישר a ונקודה A מחוץ לישר.

בנו מקביל לישר a בנקודה A.

א. בצעו את ההוראות הבנייה:

- שרטטו ישר b העובר דרך A וחותך את הישר a.

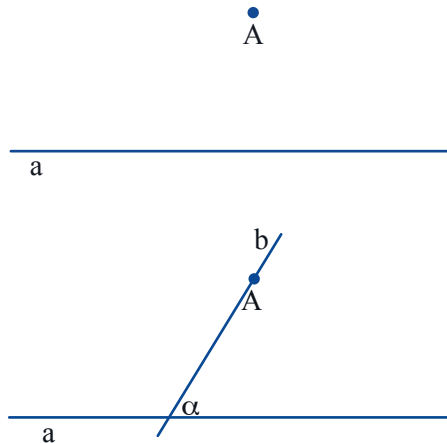
- סמנו את הזווית שנוצרה באות  $\alpha$ .

- העתיקו את הזווית  $\alpha$  בנקודה A על הישר b,

כך שתתקבל זווית מתחלפת (או מתאימה) שווה ל-  $\alpha$ .

- סמנו את השוק השנייה של הזווית שהתקבלה באות c.

ב. הסבירו מדוע  $a \parallel c$ .



## אוסף משימות

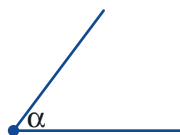
באוסף זה, משימות בנייה באמצעות סרגל ומחוגה. אם משימה מסומנת ב\* תוכלו למצוא לה משימה חלופית באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות מחשב.

מתחת למשימות שיש להן תחליף במחשב כשום שם המשימה שבאתר.



1. א. העתיקו, באמצעות סרגל ומחוגה, את הזווית  $\alpha$ .

ב. בנו באמצעות סרגל ומחוגה, זווית הגדולה פי 2 מזווית  $\alpha$ .





2. א. בְּנוּ, בעזרת סרגל ומחוגה, משולש שווה צלעות.  
 ב. היעזרו במשולש שבניתם בסעיף א, ובְּנוּ, בעזרת סרגל ומחוגה, משולש שונה צלעות, שאחת מזוויותיו  $60^\circ$ .



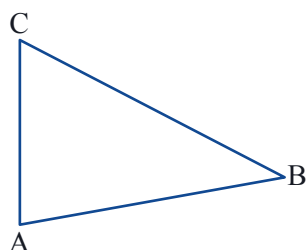
- 3\*. שְׁרַטְטוּ משולש.  
 בְּנוּ, באמצעות סרגל ומחוגה, משולש שווה שטח למשולש ששרטטתם.  
 (היעזרו בבניית מקביל בעזרת סרגל ומחוגה.)  
 שם המשימה החלופית באתר: "משולש שווה שטח".



4. מצאו בעזרת העתקת זווית, מה גודלה של הזווית המשרטטת.



- 5\*. נתון משולש ABC.  
 בְּנוּ, באמצעות סרגל ומחוגה, משולש חופף למשולש ABC לפי צ.ז.צ.  
 תארו את שלבי הבנייה.  
 שם המשימה החלופית באתר: "משולש חופף למשולש נתון לפי צ.ז.צ".



6. א. בְּנוּ, באמצעות סרגל ומחוגה, מרובע ABDC, על פי ההוראות:  
 - שְׁרַטְטוּ קטע AB.  
 - מהנקודה A שְׁרַטְטוּ קטע AC השווה ל-AB. (AC אינו המשך של AB).  
 - שְׁרַטְטוּ קשת ברדיוס AB מהנקודה C.  
 - שְׁרַטְטוּ קשת ברדיוס AB מהנקודה B.  
 - סִמְנוּ את נקודת החיתוך של שתי הצלעות באות D.  
 ב. מהו סוג המרובע ABDC? הסבירו.



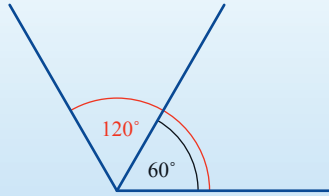
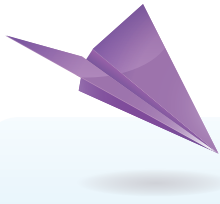
7. א. בְּנוּ, באמצעות סרגל ומחוגה, את המרובע ABDC, על פי ההוראות:  
 - שְׁרַטְטוּ קטע AB.  
 - מהנקודה A שְׁרַטְטוּ קטע AC (AC אינו המשך של AB).  
 - שְׁרַטְטוּ מקביל לקטע AB מהנקודה C.  
 - שְׁרַטְטוּ מקביל לקטע AC מהנקודה B.  
 - סִמְנוּ את נקודת החיתוך של שני המקבילים באות D.  
 ב. מהו סוג המרובע ABDC? הסבירו.



8. בְּנוּ, בעזרת סרגל ומחוגה, משושה משוכלל חסום במעגל.  
 (שְׁרַטְטוּ תחילה את המעגל שיחסום את המשושה.)

## שיעור 3. חציית זווית

### משתמשים בסרגל ומחוגה



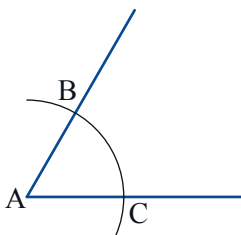
**יערה** שאלה: האם אפשר לבנות, באמצעות סרגל ומחוגה, זוויות בעלות גודל נתון?

**עופר** אמר: בנינו זוויות שגודלן  $60^\circ$  ו-  $120^\circ$ .

**יערה** שאלה: ומה עם זוויות אחרות? האם תמיד אפשר?

נלמד לחצות זווית באמצעות סרגל ומחוגה, וניעזר בבנייה זו כדי לבנות זוויות בגדלים שונים.

### חציית זווית

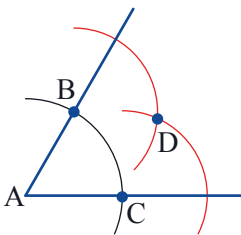


**1.** נתונה זווית A. חלקו את הזווית לשני חלקים שווים.

א. בצעו את הוראות הבנייה:

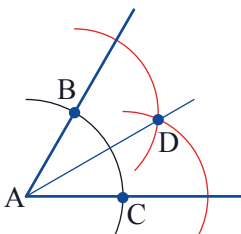
- שרטטו זווית כלשהי A.

- שרטטו קשת החותכת את שוקי הזווית, וסמנו את נקודות החיתוך ב- B ו- C.



- שרטטו שתי קשתות בעלות אותו רדיוס: קשת אחת מ- B וקשת אחת מ- C.

סמנו את נקודת החיתוך של הקשתות באות D.



- חברו את AD.

ב. הוכיחו כי AD חוצה את זווית A.



**חציית זווית**, בעזרת סרגל ומחוגה, מבוססת על בניית משולשים חופפים לפי צ.צ.צ (או לפי תכונות הדלתון).

**2.** שרטטו זווית כלשהי וחלקו אותה, בעזרת סרגל ומחוגה, ל- 4 זוויות שוות.

### חלוקת זווית לשלושה חלקים שווים



בעיית שילוש הזווית (טריסקציה של זווית), העסיקה את היוונים ובעקבותיהם מתמטיקאים רבים, במשך מאות שנים, ונחשבה לאחת מהבעיות הגאומטריות הבלתי פתורות. המתמטיקאי הצרפתי **אוריסט גלואה** (1832 - 1811) עסק באלגברה ופיתח את תורת החבורות ואת תורת גלואה הנקראת על שמו. בעקבות התפתחות תורתו, מתמטיקאים הצליחו **להוכיח** כי, פרט לזוויות מסוימות, אי אפשר לחלק זווית לשלושה חלקים שווים בעזרת סרגל ומחוגה. גלואה נהרג בדו קרב בגיל 21.

### אנך לישר בנקודה על הישר



3. שרטטו זווית שטוחה וחצו אותה.



4. בְּנוּ אֵנָךְ לִישֵׁר מִנְקוּדָה שֶׁמֵּחוּץ לִישֵׁר.

א. בַּצְעוּ אֶת הוֹרָאוֹת הַבִּנְיָה:

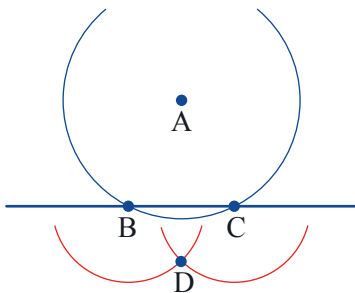
- שְׁרַטְטוּ יִשֵּׁר וּנְקוּדָה A מֵחוּץ לִישֵׁר.

- שְׁרַטְטוּ קֶשֶׁת שֶׁמֵּרְכֶּזָּה בְּנְקוּדָה A וְהִיא חוֹתֶכֶת אֶת הִישֵׁר בְּשְ�תֵי נְקוּדוֹת B ו- C.

- שְׁרַטְטוּ שְׁתֵּי קֶשֶׁתוֹת בְּעִלּוֹת רַדִּיּוֹס שׁוֹוֶה מִ- B וּמִ- C.

- סַמְנוּ אֶת נְקוּדַת חִיתּוֹךְ בְּאוֹת D, וְחִבְרוּ אֶת AD.

ב. חִבְרוּ אֶת הַמְּרֻבֵּעַ ABDC וְהוֹכִיחוּ כִּי  $AD \perp BC$ .

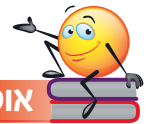


5. הַשְׂווּ אֶת הַבִּנְיָה שֶׁל אֵנָךְ מִנְקוּדָה שֶׁמֵּחוּץ לִישֵׁר, עִם חֲצִיַּית זְווִית שְׁטוּחָה וְהַסְבִּירוּ מְדוּעַ הַבִּנְיּוֹת דּוּמוֹת.



**חֲצִיַּית זְווִית שְׁטוּחָה**, יוצרת אֵנָךְ לִישֵׁר בְּנְקוּדָה שֶׁעַל אוֹתוֹ יִשֵּׁר.

בְּנִיַּית אֵנָךְ לִישֵׁר מִנְקוּדָה שֶׁמֵּחוּץ לִישֵׁר, דּוּמָה לַחֲצִיַּית זְווִית שְׁטוּחָה.



באוסף זה משימות בנייה באמצעות סרגל ומחוגה. אם משימה מסומנת ב\* תוכלו למצוא לה משימה חלופית באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות מחשב.  
מתחת למשימות שיש להן תחליף במחשב כשום שם המשימה שבאתר.



### 1. שרטטו ישר ועליו נקודה.

בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, אנך לישר בנקודה.  
חצו אחת מהזוויות הישרות שהתקבלו.  
בניתם בעזרת סרגל ומחוגה, זווית בת  $45^\circ$ .



### 2. בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, זווית בת $45^\circ$ .



### 3\*. נתונה מקבילית (שרטטו).



בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, את חוצי הזוויות שלה.  
ביחידה 12 הוכחנו כי חוצי הזוויות במקבילית יוצרים מלבן.  
האם התקבל מלבן בבנייה שביצעתם?  
שם המשימה החלופית באתר: "בנו חוצי זוויות במקבילית."



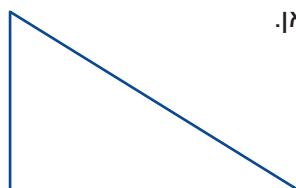
### 4\*. א. שרטטו משולש קהה זווית ובנו, באמצעות סרגל ומחוגה, גובה מקודקוד הזווית הקהה.

ב. שרטטו משולש קהה זווית ובנו, באמצעות סרגל ומחוגה, גובה מקודקוד של אחת הזוויות החדות.  
שם המשימה החלופית באתר: "בניית גבהים במשולש."



### 5\*. בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, משולש ישר זווית חופף למשולש המשורטט כאן.

שם המשימה החלופית באתר: "בניית משולש ישר זווית."





## 6. חציית קטע

בצעו את ההוראות של הבנייה היסודית הבאה:

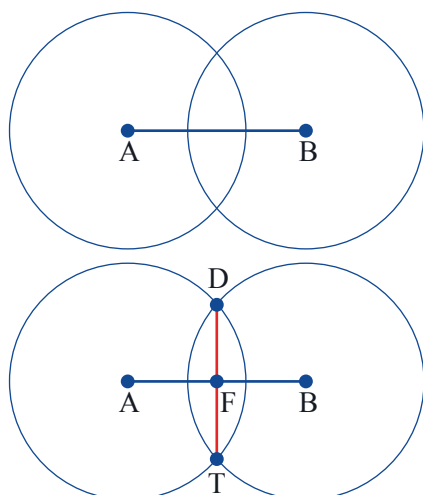
- שרטטו קטע AB.

- שרטטו שני מעגלים בעלי אותו רדיוס: האחד מרכזו ב-A והשני מרכזו ב-B.

- חברו את נקודות החיתוך של שני המעגלים.

הקטע ששרטטתם חוצה את הקטע AB.

הסבירו מדוע F היא אמצע AB.



## 7. שרטטו משולש.

בנו, באמצעות מחוגה וסרגל, תיכון לאחת מצלעותיו.



## 8\*. שרטטו מרובע.

שרטטו, באמצעות מחוגה וסרגל, את אמצעי צלעותיו.

חברו את אמצעי הצלעות.

ביחידה 13 הוכחנו כי אמצעי צלעות במרובע יוצרים מקבילית.

האם התקבלה מקבילית בבנייה שביצעתם?

שם המשימה החלופית באתר: "בניית מרובע של אמצעי צלעות."



## 9. שרטטו משולש.

א. בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, גובה לאחת הצלעות.

ב. בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, מלבן ששטחו כפול משטח המשולש.



## 10\*. שרטטו משולש.

א. בנו, באמצעות סרגל ומחוגה, מלבן ששטחו כפול משטח המשולש.

ב. בנו באמצעות סרגל ומחוגה מלבן ששטחו כשטח המשולש.

שם המשימה החלופית באתר: "מלבן שווה שטח."



**11.** בָּנוּ, באמצעות סרגל ומחוגה, משולש שווה צלעות.  
קצו אחת מהזוויות של המשולש.  
בניתם, באמצעות סרגל ומחוגה, זווית בת  $30^\circ$ .



**12.** בָּנוּ, באמצעות סרגל ומחוגה, זווית בת  $30^\circ$ .



**13\*.** בָּנוּ באמצעות סרגל ומחוגה מלבן.  
שם המשימה החלופית באתר: "בָּנוּ מלבן."



**14.** בָּנוּ באמצעות סרגל ומחוגה, מתומן משוכלל החסום במעגל.  
(התחילו משרטוט המעגל).

