

יחידה 11: דלתון וטרפז

שיעור 1. תכונות הדלתון



חברו בקצוות שני זוגות של רצועות קשיחות שוות.
(תוכלו להשתמש בקשיות, ברצועות בריסטול או ברצועות שקף.)

האם אפשר לקבל מרובע שאינו מקבילית?
איזה מרובע קיבלתם?

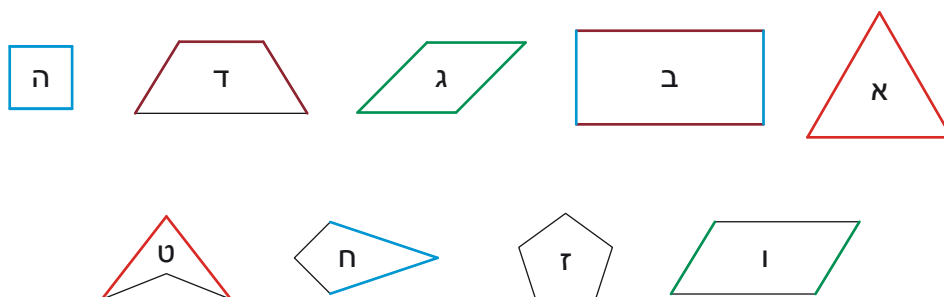
משכו את הקודקודים החוצה ופנימה. מה משתנה ומה אינו משתנה:
אורך הצלעות? גודל הזוויות? סכום הזוויות? ההקבלה של הצלעות? ההיקף? השטח?

נכיר את הדלתון ואת תכונותיו.

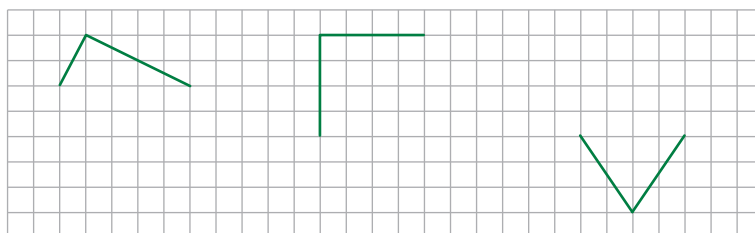


הגדרה: מרובע בעל שני זוגות נפרדים של צלעות סמוכות שוות זו לזו נקרא **דלתון**.

1. במצולעים הבאים צלעות שוות צבועות באותו צבע.
מצאו **דלתונים**. הסבירו מדוע הצורות האחרות אינן דלתונים.



2. בכל שרטוט שתי צלעות סמוכות של **דלתון**. השלימו לדלתון.

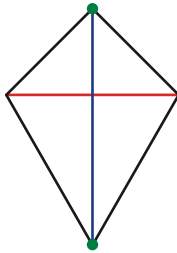


3. שרטטו דלתון.

- א. סמנו את הקודקודים שבהם נפגשות צלעות שוות.
ב. חברו את שני הקודקודים שסימנתם. איך נקרא הקטע שהעברתם?



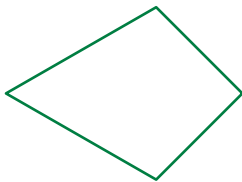
בדלתון:



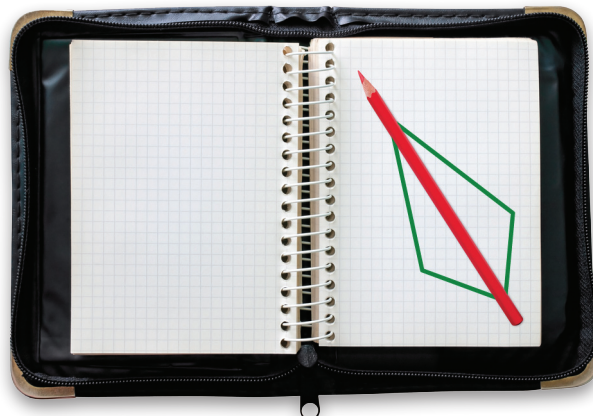
הקודקודים בהם נפגשות שתי צלעות שוות, נקראים **קודקודי הראש**.
האלכסון המחבר את שני קודקודי הראש, נקרא **אלכסון ראשי**,
האלכסון השני נקרא **אלכסון משני**.

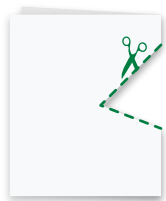


4. מניחים עיפרון על הדלתון. העיפרון מחלק את הדלתון לשתי צורות.



- א. הניחו עיפרון, כך שיחלק את הדלתון לשני משולשים חופפים.
ב. הניחו עיפרון, כך שיחלק את הדלתון לשני משולשים לא חופפים.
ג. **הדס** אמרה: קיבלתי שני משולשים לא חופפים **שווי שוקיים**.
סמנו על הדלתון היכן הניחה הדס את העיפרון.
ד. **מתן** אמר: אפשר ליצור דלתון משני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף.
האם מתן צודק? הסבירו.
ה. הניחו עיפרון, כך שיחלק את הדלתון לשני מרובעים.
ו. הניחו עיפרון, כך שיחלק את הדלתון למחומש ולמשולש.





5. קפלו נייר, וגזרו משולש, כך שאחת מצלעותיו על קו הקיפול.

א. מה קיבלתם?

ב. האם האלכסון הראשי של הדלתון חוצה את הזוויות?

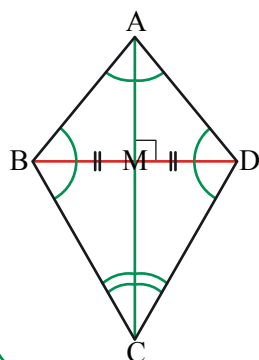
ג. קפלו את הדלתון לאורך האלכסון המשני.

האם גם האלכסון המשני חוצה את הזוויות?

איזו זווית נוצרת בין האלכסונים? איזה אלכסון חוצה את האחר?



תכונות הדלתון

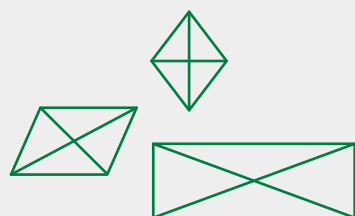


- שני זוגות נפרדים של צלעות סמוכות שוות: $AB = AD$, $BC = CD$
- האלכסון הראשי של דלתון חוצה את זוויות הראש:
 $\angle BCA = \angle DCA$, $\angle BAC = \angle DAC$
- האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני:
 $BM = MD$
- האלכסון הראשי מאונך לאלכסון המשני:
 $AC \perp BD$
- הזוויות שמול האלכסון הראשי שוות זו לזו: $\angle ABC = \angle ADC$

6. האם ייתכן דלתון קעור? אם כן, שרטטו דלתון קעור. אם לא, הסבירו מדוע.



תזכורת: מרובע בעל זווית גדולה מזווית שטוחה נקרא **מרובע קעור**.



בגאומטריה, למילה אלכסון יש משמעות שונה מהשימוש היומיומי.

בשפת היומיום אלכסון הוא קו נטוי, שאינו אופקי או אנכי. דוגמה: חוצים את הכביש ישר ולא באלכסון.

בגאומטריה, אלכסון הוא קטע המחבר קודקודים שאינם סמוכים במצולע.

אלכסון במצולע הוא לעיתים נטוי ולעיתים אנכי או אופקי.

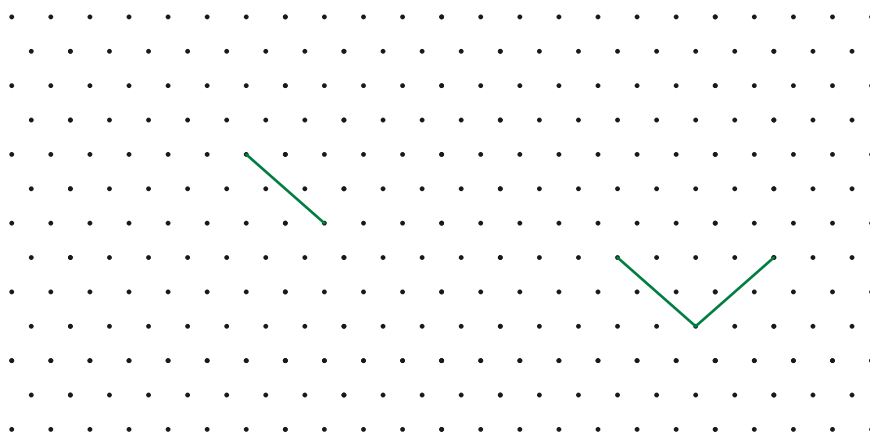
שרטטו מרובע שבו האלכסון נטוי, ומרובע שבו האלכסון אופקי.

האם תוכלו למצוא מילים נוספות בעברית שהמשמעות שלהן במתמטיקה שונה מהמשמעות שלהן בשפת היומיום?

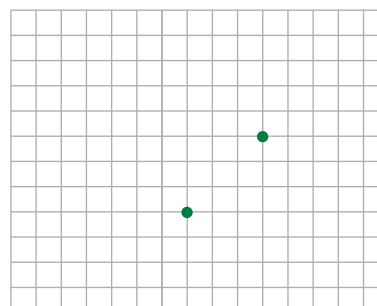




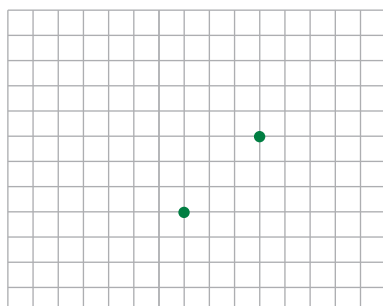
1. השלימו, כך שיתקבל דלתון.



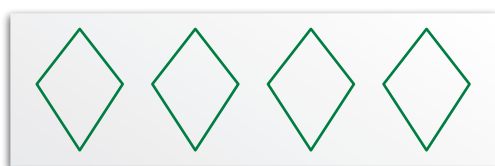
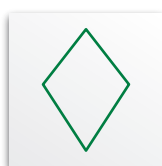
2. א. שרטטו דלתון, כך ששתי הנקודות הן קודקודים נגדיים בו.



ב. שרטטו דלתון, כך ששתי הנקודות הן קודקודים סמוכים.



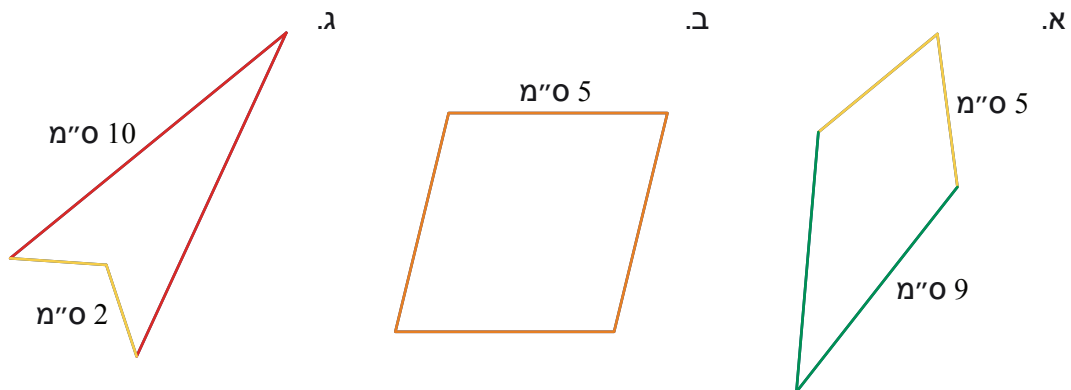
3. א. קפלו נייר וגזרו משולש, כך שתקבלו חלון בצורת דלתון:



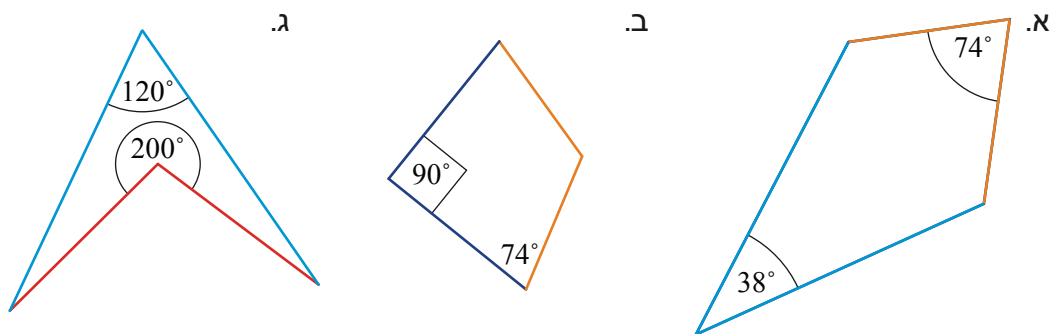
ב. כמה פעמים יש לקפל את הדף, כדי לגזור משולש אחד ולקבל 4 דלתונים?



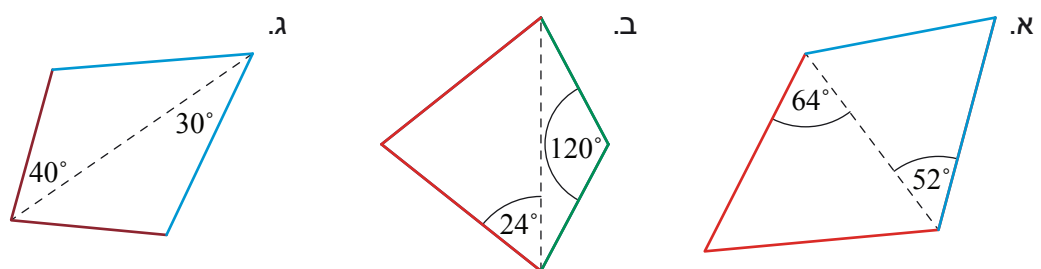
4. מצאו את אורכי הצלעות החסרות בכל דלתון. (צלעות שוות צבועות באותו צבע).



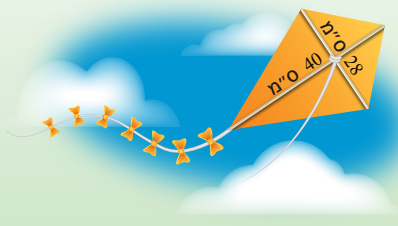
5. מצאו את הזוויות החסרות בכל דלתון. (צלעות שוות צבועות באותו צבע).



6. מצאו את גודל כל הזוויות של הדלתון לפי הנתונים בשרטוט (צלעות שוות צבועות באותו צבע).



שיעור 2. מזהים דלתון



אילן וגיא בִּנו עפיפונים בצורה של דלתונים.
הם יצרו את השלד משני מקלות,
באורך 40 ס"מ, 28 ס"מ (כמו בציור).
האם שניהם בִּנו אותו עפיפון? הסבירו.

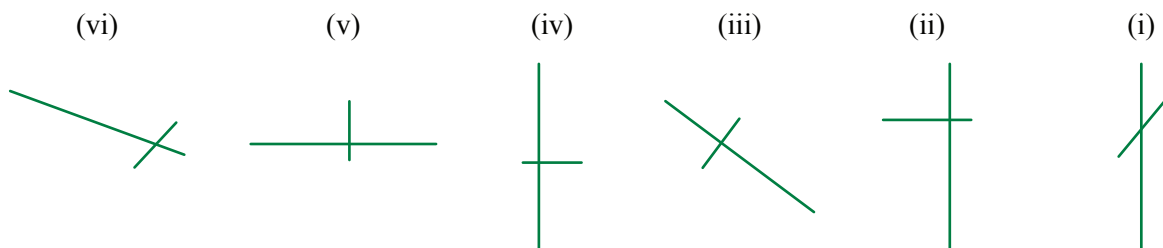
נכיר תנאים מספיקים לקיום דלתון.



1. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור פעילויות מחשב, תמצאו את הקובץ "בונים עפיפונים", בפעילות זו נחקור עפיפונים שצורתם דלתון. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



2. א. **אילן** ניסה לבנות שלד לעפיפון שלו. איזה שלד יכול להתאים לעפיפון בצורת דלתון? הסבירו.



- ב. האם בכל הדלתונים הזווית בין האלכסונים היא זווית ישרה?
ג. כמה עפיפונים שונים אפשר לבנות בעזרת אותם מקלות? הסבירו.



מקור העפיפון בסין. בסין העתיקה בנו את העפיפונים מנייר ומבמבוק ויצרו אותם בצורות של חרקים, ציפורים, חיות או דמויות מהמיתולוגיה. האגדה מספרת כי בעת מלחמה היו קושרים ילדים לעפיפונים ומעיפים אותם לגובה, לצורך תצפית ומודיעין.



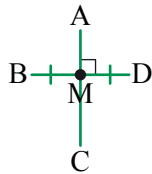


במשימה 2 ראינו **משפט**:

אם במרובע האלכסונים מאונכים זה לזה, ואלכסון אחד חוצה את האחר, אז המרובע הוא **דלתון**.



חלשים על...

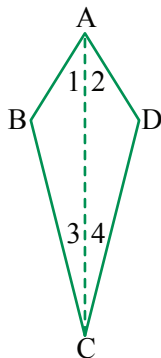


3. א. השלימו את השרטוט למרובע.

ב. כתבו לפי המשפט במסגרת: מה נתון? מה צריך להוכיח?

ג. **אפרים** אמר: הוכחתי את המשפט בעזרת חפיפת משולשים.

אילו משולשים הציע אפרים לחפוף? לפי איזה משפט חפיפה?



4. במרובע ABCD נתון: $\angle C_3 = \angle C_4$, $\angle A_1 = \angle A_2$

א. איזה מרובע הוא ABCD?

ב. סמנו בשרטוט את הזוויות השוות, באותו צבע.

ג. **אפרים** אמר: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

האם אפרים צודק? לפי איזה משפט חפיפה?

ד. סמנו צלעות שוות במשולשים החופפים.

ה. האם המרובע ABCD הוא דלתון? האם השערתכם בסעיף א נכונה? הסבירו.



כדי להראות שמרובע הוא דלתון, מספיק להראות שמתקיים אחד התנאים:

- במרובע שני זוגות נפרדים של צלעות שוות
- במרובע אלכסון אחד מאונך לאלכסון השני וגם חוצה אותו
- במרובע אלכסון אחד חוצה שתי זוויות נגדיות



תנאים מספיקים לזיהוי דלתון

אם במרובע שני זוגות נפרדים של צלעות שוות אז המרובע הוא דלתון

אם במרובע האלכסונים מאונכים זה לזה ואלכסון אחד חוצה את האחר אז המרובע הוא דלתון

אם במרובע אלכסון אחד חוצה שתי זוויות אז המרובע הוא דלתון

תכונות הדלתון

שני זוגות נפרדים של צלעות סמוכות שוות

הזוויות שמול האלכסון הראשי שוות

האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני

האלכסון הראשי מאונך לאלכסון המשני

האלכסון הראשי חוצה את זוויות הראש



אוסף משימות



1. קבעו אם ייתכן. נמקו את תשובתכם בעזרת שרטוט מתאים.

א. האם ייתכן דלתון שבו בדיוק שתי זוויות ישרות?

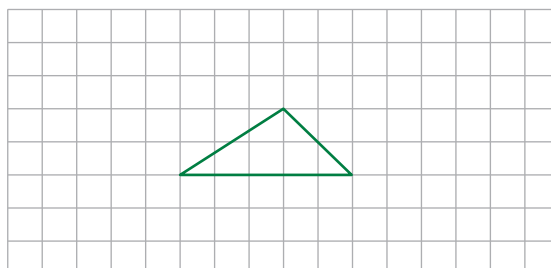
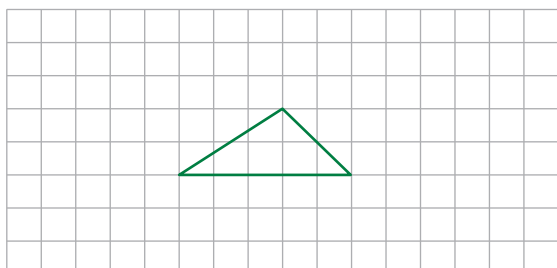
ב. האם ייתכן דלתון שבו בדיוק שלוש זוויות ישרות?

ג. האם ייתכן שכל הזוויות בדלתון הן זוויות ישרות?



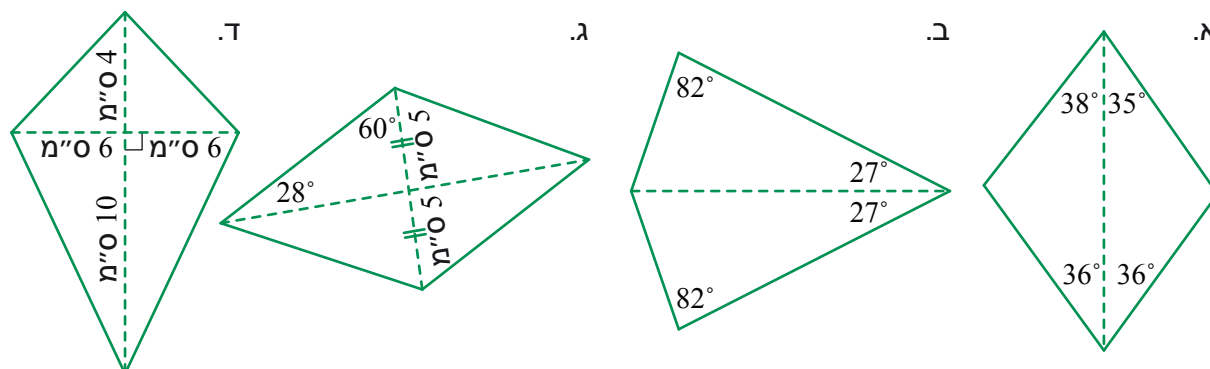
2. א. השלימו לדלתון.

ב. השלימו לדלתון בדרך אחרת.

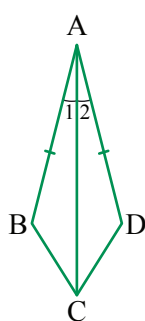




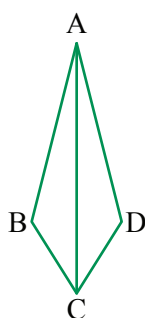
3. קבעו לפי הנתונים בשרטוט: האם המרובע הוא דלתון?



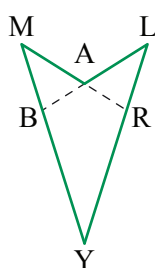
4. שרטטו 3 דלתונים שונים שאורך אלכסוניהם 6 ס"מ, 4 ס"מ.



5. במרובע ABCD נתון: $AB = AD$, $\angle A_1 = \angle A_2$. אילו משולשים צריך לחפוף כדי להוכיח שהמרובע הוא דלתון? לפי איזה משפט חפיפה?



6. ABCD הוא דלתון ($BC = CD$, $AB = AD$). סמנו נקודה E על האלכסון, ומצאו דלתונים נוספים בשרטוט. רשמו אותם.



7. נתון: $MY = LY$, $MA = AL$.
א. סמנו את הנתונים בשרטוט וקבעו: איזה מרובע הוא MALY?
ב. באיזה תנאי המרובע BARY הוא דלתון?

שיעור 3. שטח הדלתון



קפלו נייר:

גזרו משולש, שאחת מצלעותיו על קו הקיפול, מה קיבלתם?
גזרו משולש שווה שוקיים, שאחת מצלעותיו על קו הקיפול, מה קיבלתם?
גזרו משולש ישר זווית שווה שוקיים, שאחת מצלעותיו על קו הקיפול.
מה קיבלתם?

נכיר מרובעים נוספים המקיימים תכונות של דלתון, ונחשב את שטחם.

דלתונים מיוחדים



1. א. **שני** אמרה: גם המעוין הוא דלתון.

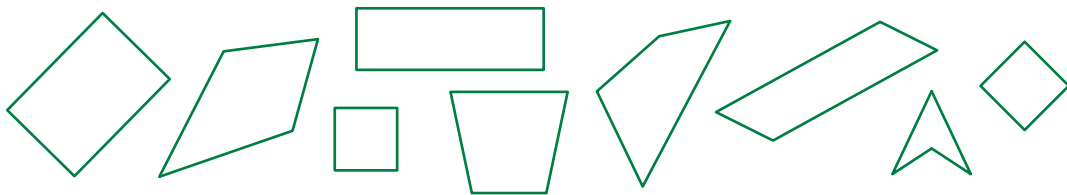
הודיה אמרה: המעוין הוא דלתון "משופץ".

האם הן צודקות? הסבירו.

ב. **אורית** אמרה: הריבוע הוא דלתון.

האם אורית צודקת? הסבירו.

2. א. סמנו את הדלתונים מבין המרובעים הבאים.



ב. אילו מרובעים מקיימים את כל תכונות הדלתון?

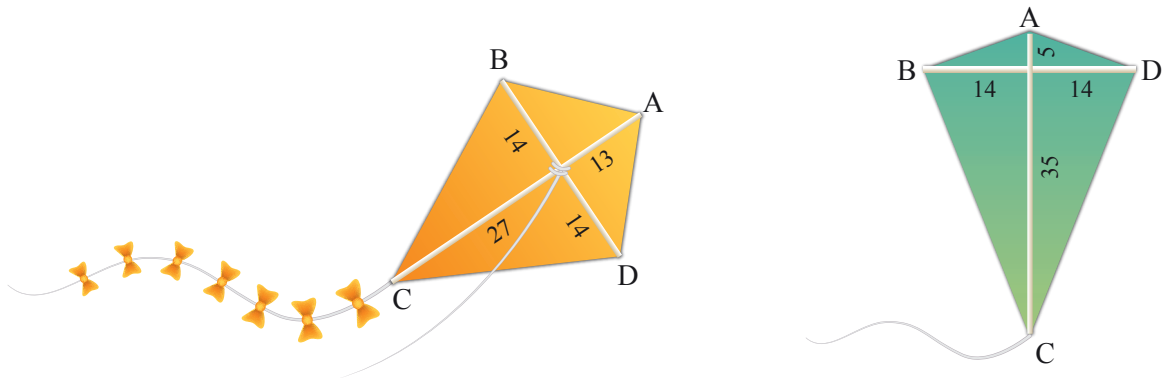


המעוין והריבוע מקיימים את תכונות הדלתון, ולכן הם דלתונים.

שטח הדלתון

3. בשיעור הקודם בדקנו אפשרויות לבניית עפיפון, ממקלות באורך 40 ס"מ ו- 28 ס"מ.

אילן בנה עפיפון בצורת דלתון כך: **גיא** בנה כך:



- חשבו את שטח המשולש ABC בכל דלתון.
- חשבו את שטח המשולש DBC בכל דלתון.
- מהו השטח של כל דלתון?
- דניאל** אמר: השטח של כל דלתון שווה למחצית מכפלת האלכסונים שלו. האם דניאל צודק? הסבירו. חשבו את מחצית מכפלת האלכסונים של כל דלתון, ובדקו אם דניאל צודק.



שטח **דלתון** שווה למחצית מכפלת האלכסונים.

זמנה: בשרטוט דלתון שאורכי אלכסוניו: $BD = 15$ ס"מ, $AC = 22$ ס"מ

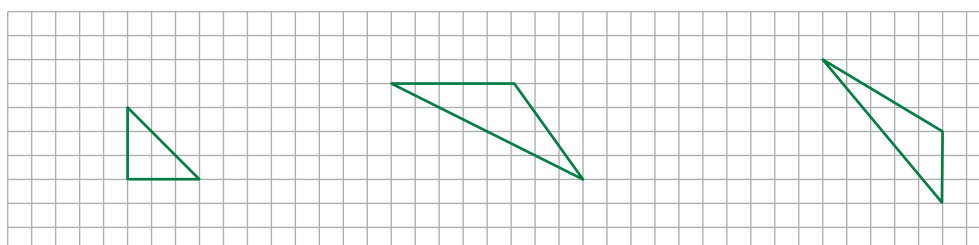
$$\text{שטח הדלתון} = 165 \text{ סמ"ר} = \frac{22 \cdot 15}{2}$$



4. **מנדי** אמר: השטח של כל הדלתונים הבנויים מאלכסונים באורך 40 ס"מ, 28 ס"מ שווה 560 סמ"ר, כי השטח של דלתון תלוי באלכסוניו בלבד. האם מנדי צודק? הסבירו.



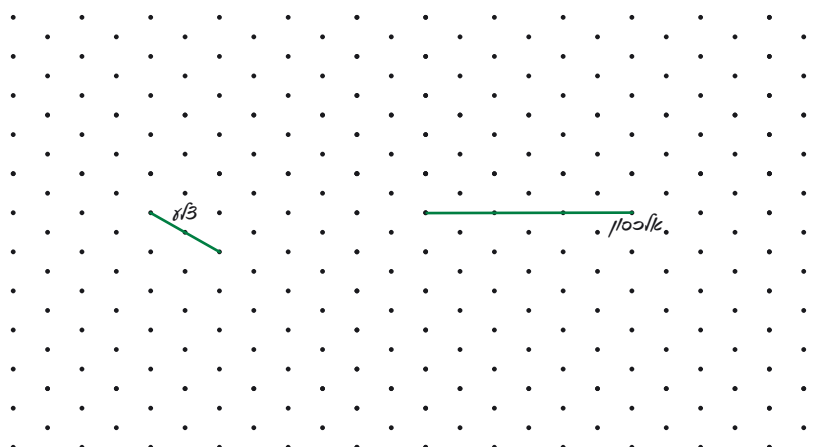
1. א. השלימו כל משולש לדלתון.



ב. איזה מרובע קיבלתם בכל פעם?

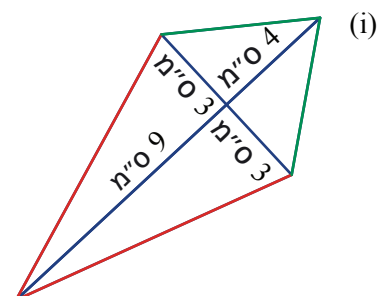
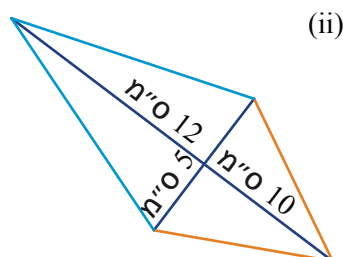


2. שרטטו דלתון שאינו מעוין (הקודקודים בנקודות).



3. לפניכם דלתונים (צלעות שוות צבועות באותו צבע).

חשבו לפי השרטוט:

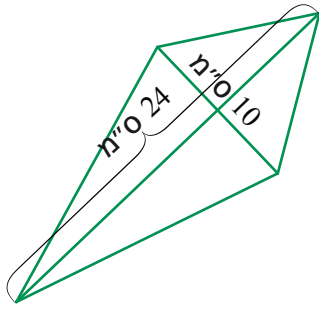


א. מהו השטח של כל דלתון?

ב. מהם אורכי הצלעות של הדלתון?

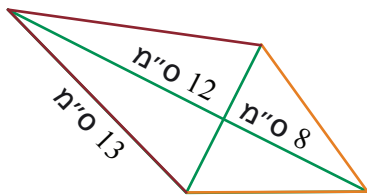


4. חשבו את שטח הדלתון.



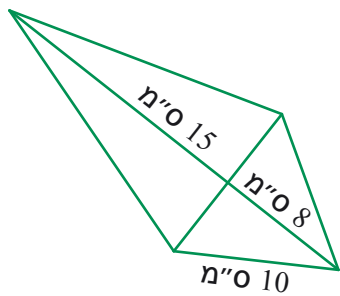
5. א. חשבו את אורך האלכסון המשני, לפי הנתונים בשרטוט.

ב. חשבו את שטח הדלתון.



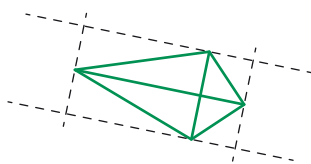
6. א. חשבו את אורך האלכסון המשני.

ב. חשבו את שטח הדלתון.

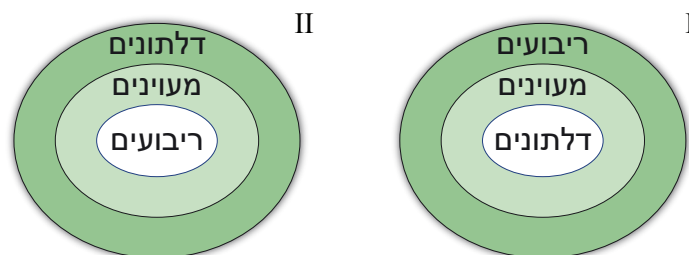


7. דרך קודקודי הדלתון, שרטטו ישרים מקבילים לאלכסונים.

איזה מרובע נוצר? הסבירו.

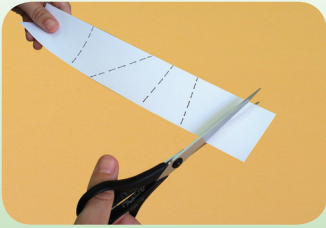


8. בחרו את התרשים הנכון:



שיעור 4. הטרפז

זוויות בטרפז ובטרפז ישר זווית



גזרו בקווים ישרים רצועת נייר כמו בציור.
אילו צורות קיבלתם? מה משותף לכל הצורות?

נכיר סוגי טרפזים ונלמד על תכונותיהם.

1. א. כתבו על כל מרובע שגזרתם את שמו.
ב. מה התכונה המשותפת לכל הטרפזים?
ג. מה התכונה המשותפת לכל המרובעים האחרים?

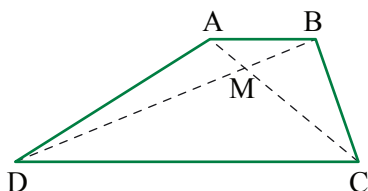


הגדרה: מרובע בעל זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות זו לזו נקרא **טרפז**.



הצלעות המקבילות נקראות **בסיסי הטרפז**.
הצלעות שאינן מקבילות נקראות **שוקי הטרפז**.

2. האם כל הצורות שגזרתם הם טרפזים? הסבירו.



3. האלכסונים בטרפז ABCD נחתכים בנקודה M.
הראו שהמשולשים ABM ו-CMD הם משולשים דומים.

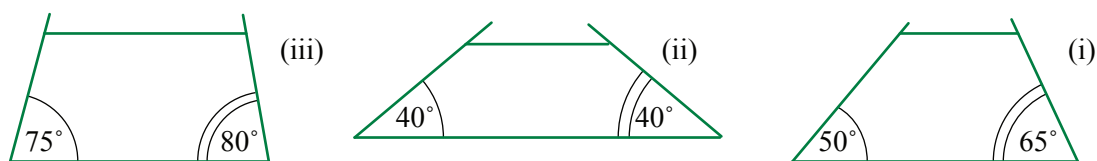


המילה **טרפז** מורכבת מהמילים היווניות טטרה (ארבע) ו-פזה (רגל). המתמטיקאי היווני אוקלידס השתמש בשם טרפז (ביוונית trapézion) לכל צורה בעלת 4 צלעות.



זוויות בטרפז

4. א. חשבו את הזוויות החסרות בכל טרפז.



ב. מצאו סכום זוויות שליד אותה שוק בכל טרפז.

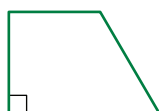


בטרפז, סכום זוג זוויות שליד אותה שוק, שווה 180° .

5. גזרו מרצועת הנייר טרפז ישר זווית.



תזכורת: טרפז בעל זווית ישרה נקרא **טרפז ישר זווית**.



א. האם בכל טרפז ישר זווית יש שתי זוויות ישרות? הסבירו.

ב. האם ייתכן שבטרפז יהיו יותר משתי זוויות ישרות? הסבירו.



טרפז הוא גם שמו של מכשיר התעמלות. הטרפז מורכב משני חבלים המשתלשלים מהתקרה וביניהם מתוח מוט. הלוליינים בקרקס מבצעים על הטרפז תרגילי אקרובטיקה. השם טרפז רומז למרובע הנוצר משני החבלים, מהמוט המחובר להם ומקטע התקרה התומך במכשיר.





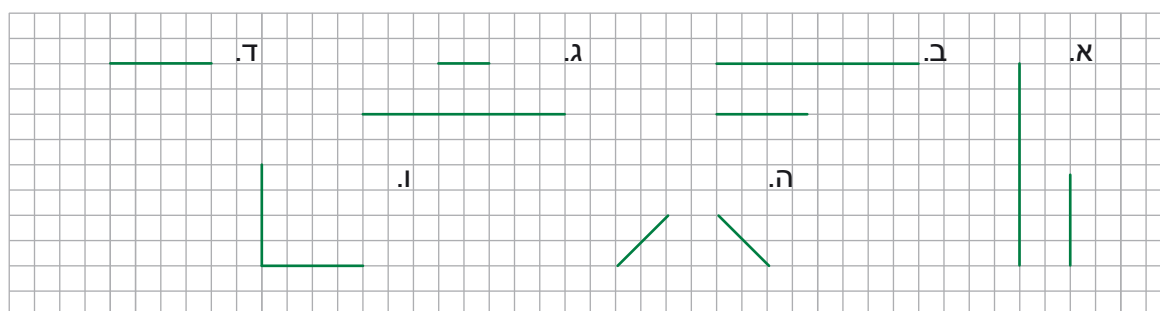
אוסף משימות



1. מצאו טרפזים בסביבה. הנה דוגמה:

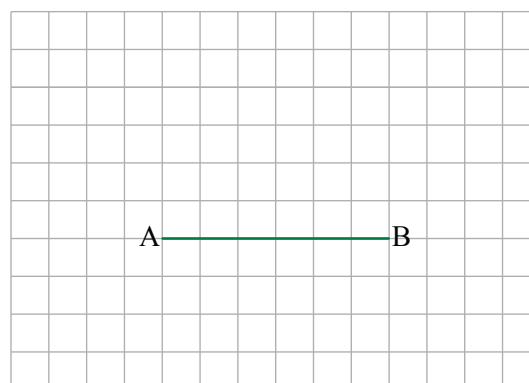
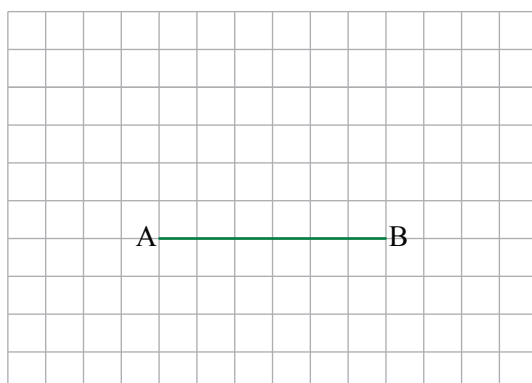


2. השלימו כל שרטוט, כך שיתקבל טרפז.



3. שרטטו טרפז ישר זווית שהקטע AB הוא:

א. הבסיס הגדול שלו ב. השוק שלו

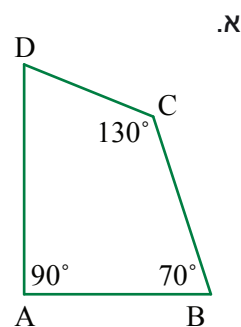
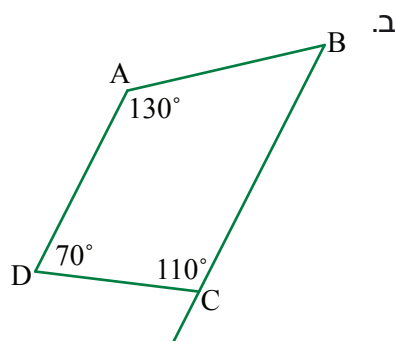
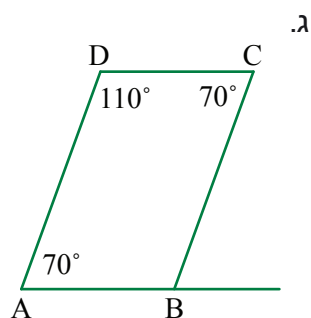




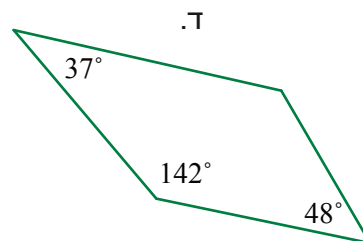
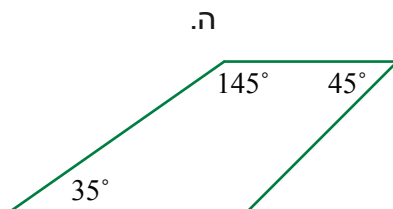
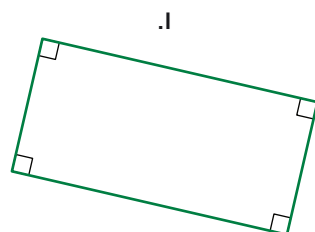
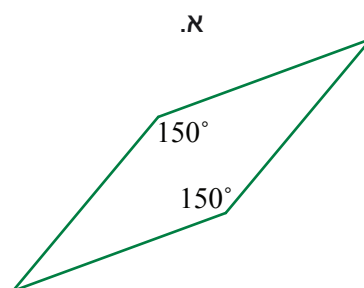
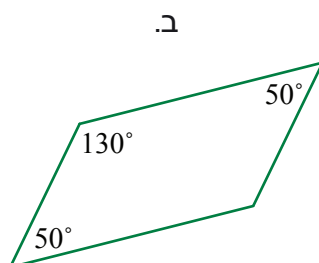
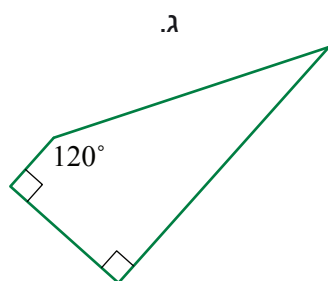
4. א. שרטטו קטע המחלק את המקבילית לשתי מקביליות.
 ב. שרטטו קטע המחלק את המקבילית לשני טרפזים.
 ג. שרטטו קטע המחלק את המקבילית למשולש ולטרפז.



5. אילו מהמרובעים הם טרפזים?



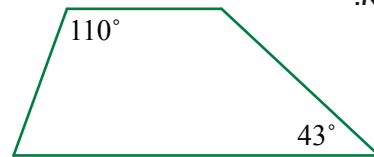
6. אילו מהמרובעים הם טרפזים?





7. לפניכם טרפזים. חשבו את הזוויות החסרות.

א.

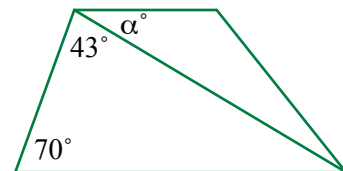


ב.

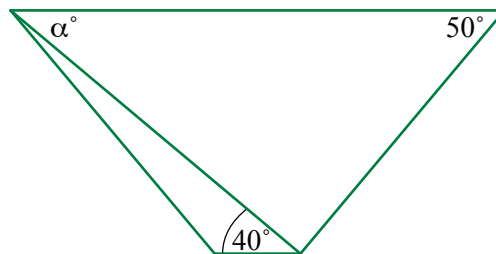


8. לפניכם טרפזים. חשבו את הזווית α בכל טרפז.

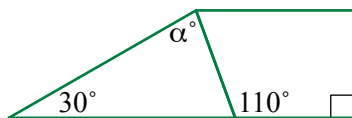
א.



ב.



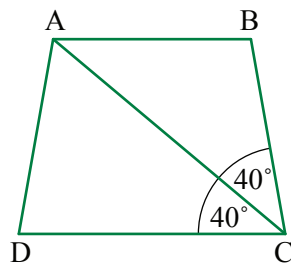
ג.



9. בשרטוט טרפז שבו האלכסון AC חוצה את הזווית C.

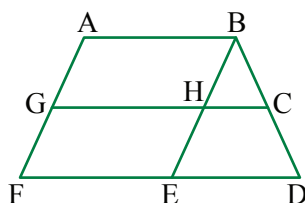
א. חשבו את זוויות המשולש ACB.

ב. איזה סוג משולש הוא ACB? הסבירו.



10. בשרטוט $AF \parallel BE$, $AB \parallel GC \parallel FD$,

כמה טרפזים וכמה מקביליות בשרטוט?



שיעור 5. אלכסונים בטרפז

תכונות טרפז שווה שוקיים, שטח טרפז



קפלו נייר, וגזרו טרפז ישר זווית שהשוק שלו על קו הקיפול.

איזה מרובע קיבלתם?

נכיר את התכונות של הטרפז שגזרתם.

טרפז שווה שוקיים



תזכורת: טרפז בעל שוקיים שוות נקרא **טרפז שווה שוקיים**.

1. היעזרו בטרפז שגזרתם:

א. סִמְנו מה נכון:

בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד הבסיס הגדול: שוות / שונות.

בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד הבסיס הקטן: שוות / שונות.

ב. השלימו: בטרפז שווה שוקיים סכום הזוויות שליד אותה שוק משלימות ל- ____.

ג. פתחו את הקיפול, ושרטטו את אלכסוני הטרפז.

השלימו: בטרפז שווה שוקיים האלכסונים _____

ד. האם **בכל** טרפז האלכסונים שווים זה לזה? האם זו תכונה מיוחדת לטרפז שווה שוקיים?



תכונות טרפז שווה שוקיים

● הבסיסים מקבילים

● השוקיים שוות

● הזוויות שליד אותו בסיס שוות

● הזוויות שליד אותה שוק משלימות ל- 180°

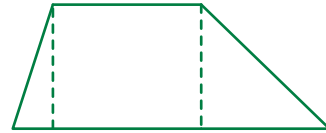
● האלכסונים שווים



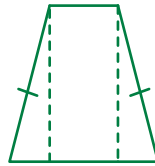
שטח טרפז

2. הורידו גבהים בטרפז. אילו צורות קיבלתם? הסבירו.

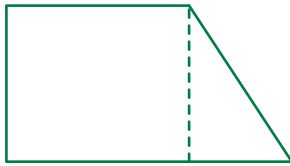
א.



ב.



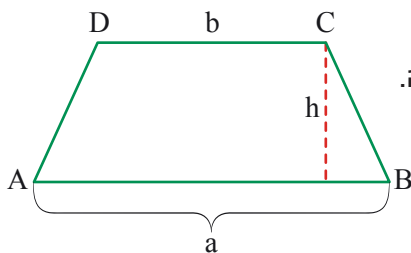
ג.



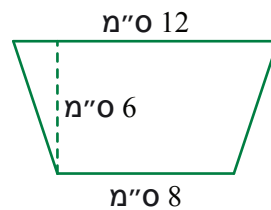
תזכורת

שטח הטרפז שווה למחצית המכפלה של סכום הבסיסים בגובה.

$$S = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$



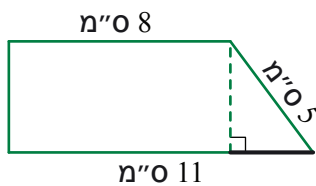
3. חשבו את שטח הטרפז לפי הנתונים בשרטוט.



4. א. חשבו את אורך הקטע המודגש בשרטוט.

ב. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את גובה הטרפז.

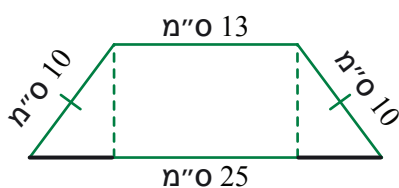
ג. חשבו את שטח הטרפז.



5. א. חשבו את אורך הקטעים המודגשים בשרטוט.

ב. חשבו את גובה הטרפז.

ג. חשבו את שטח הטרפז.

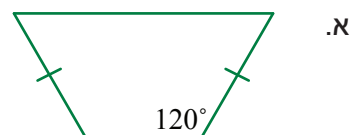




אוסף משימות



1. חשבו את הזוויות החסרות בטרפז שווה שוקיים:

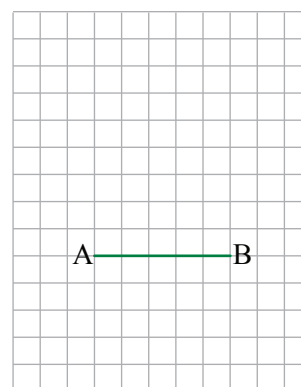
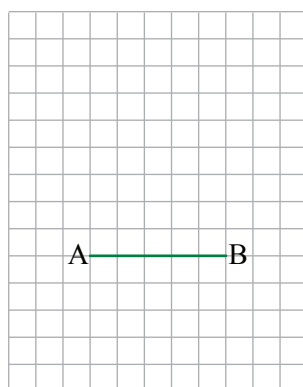
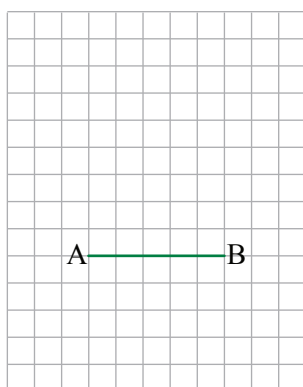


2. שרטטו טרפז שווה שוקיים שהקטע AB הוא:

ג. השוק שלו

ב. הבסיס הקטן שלו

א. הבסיס הגדול שלו



3. גזרו שני טרפזים שווי שוקיים חופפים.

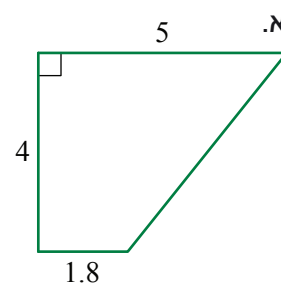
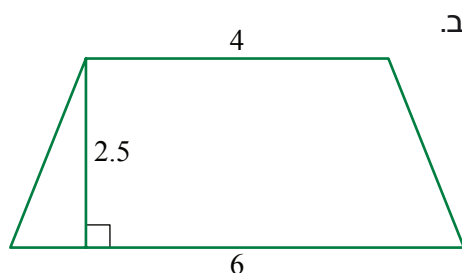
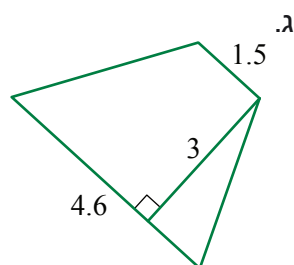
א. הצמידו את הטרפזים, כך שתתקבל מקבילית. שרטטו את המקבילית.

ב. הצמידו את הטרפזים, כך שיתקבל משושה. שרטטו את המשושה.

ג. שי ורון פתרו את סעיף ב, וקיבלו שרטוטים שונים. הייתכן?



4. חשבו את השטח של כל טרפז.

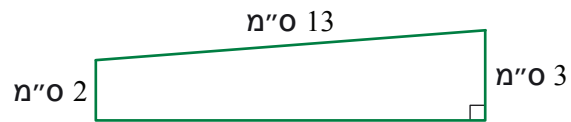
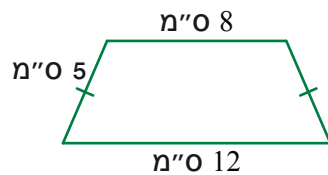




5. חשבו שטח והיקף של כל טרפז, היעזרו במחשבון.

א.

ב.



שומרים על כושר

1. בכד 3 כדורים שחורים, 2 כדורים לבנים.

מוציאים 4 כדורים מהכד, בלי להסתכל.

רשמו לכל מאורע אם הוא: בלתי אפשרי, אפשרי או וודאי.

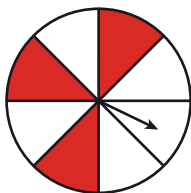
א. לכל ארבעת הכדורים צבע זהה.

ב. שניים מהכדורים לבנים ושניים שחורים.

ג. לכל אחד מארבעת הכדורים צבע שונה.

ד. שלושה מהכדורים לבנים וכדור אחד שחור.

ה. לשניים מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.



2. מסובבים את המחוג שבשרטוט.

א. מה ההסתברות שהוא ייעצר על החלק האדום?

ב. מסובבים את המחוג 40 פעמים,

כמה פעמים המחוג יעצור על החלק האדום?

סמנו תשובות אפשריות.

40 5 15 1 32 17 50

3. בקופסה יש 5 סוכריות צהובות, 3 סוכריות אדומות, 6 סוכריות ירוקות.

בוחרים סוכרייה מבלי להסתכל.

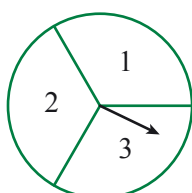
לאיזה צבע של סוכרייה יש את הסיכוי הגבוה ביותר להיבחר?

חשבו את ההסתברות של סוכרייה בצבע זה להיבחר.

4. מטילים קובייה רגילה. מצאו את ההסתברויות הבאות:

א. לקבל את המספר 3 ג. לקבל לכל היותר 2

ב. לקבל מספר אי זוגי ד. לקבל לפחות 4



5. מסובבים את המחוג שבשרטוט.

א. מה ההסתברות לקבל 2?

ג. מה ההסתברות לקבל 1 או 3?

ב. מה ההסתברות לקבל 4?

ד. מה ההסתברות לא לקבל 3?