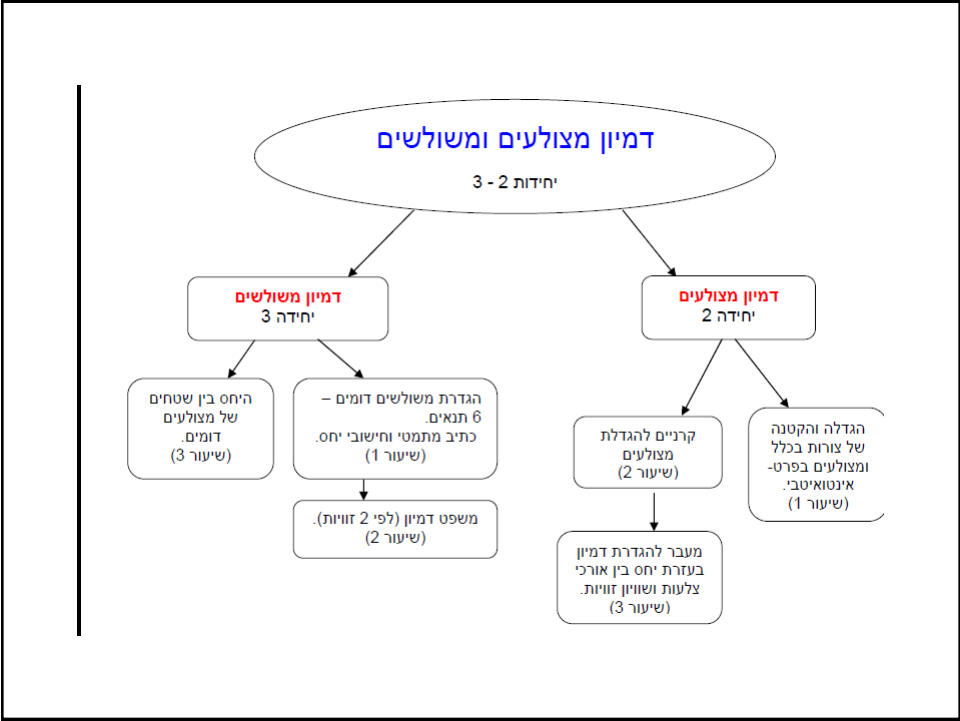




יחידה 2: דמיון מצולעים

עמוד 30

שיעור 1: הקטנה, הגדלה

מביטים על השכלול, בגבהים שונים, מבעד לזכוכית מגדלת.

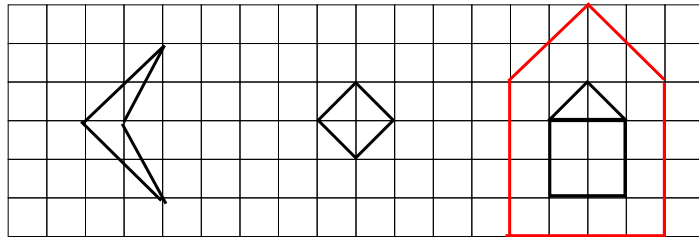
מי מהשכלולים הוא הגדלה של השכלול מתחת לזכוכית מגדלת?



מדוע השכלולים שציינתם הם הגדלה של השכלול מתחת לזכוכית המגדלת, והאחרים לא?

עמוד 31

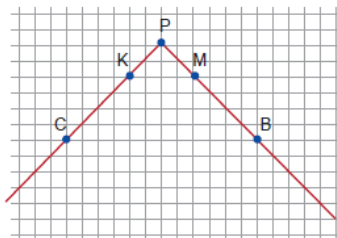
3. א) העתיקו את השרטוטים למחברותיכם ושרטטו הגדלה של כל אחת מהצורות.



בהגדלה/הקטנה של תמונה, כל פרט בתמונה הוגדל באותה מידה, כלומר, אין שום עיוות, ורק הגודל שונה, או כמו שהסביר אחד התלמידים, "התמונות נראות אותו דבר רק גודלן השתנה".

עמוד 31

הגדלת קטעים באמצעות קרניים



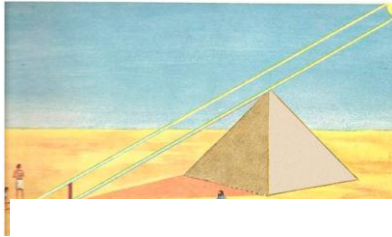
מנקודה P יוצאות שתי קרניים.

- א) פי כמה גדול אורך הקטע PB מאורך הקטע PM?
- ב) מה היחס בין אורכי הקטעים PK, PC?
- ג) פי כמה גדול אורך הקטע CB מאורך הקטע PC?

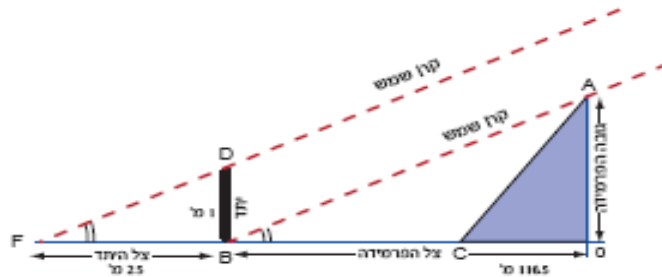
שתי קרניים היוצאות מנקודה אחת על דפי משבצות עזרו לנו להגדיל קטעים. בהמשך נשתמש בשיטה זו להגדלה/הקטנה של מצולעים.

שיעור שני: צללים וקרניים להגדלת מצולעים

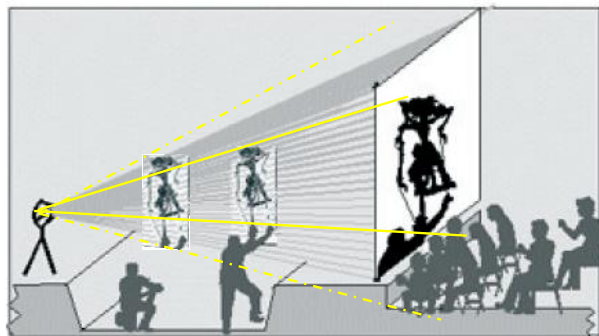
שילוב רקע היסטורי:



תלס (624-548 לפנה"ס), ביקר בפירמידות בגיזה שבמצרים ורצה לדעת מה גובה הפירמידה: לשם כך השתמש בצילה של הפירמידה ובצילו של יתד הנעוץ באדמה והתבסס על כך שקרני השמש מקבילות.



2. באיור שביאנדונזיה קיימת מסורת עתיקה יומין של סיפורי מעשיות בעזרת תיאטרון בובות על ידי צל. סיפורים אלה נקראים וואינג. כשצל הבובה צריך להיראות גדול יותר, המציג צריך להזיז את הבובה.



באיזה כיוון עליו להזיז את הבובה כדי שהצל שלה יגדל?



בתיאטרון צללים, הקרניים של הפנס מגדילות את הצללית שעל המסך. ככל שהדמויות קרובות יותר למקור האור, הצל שלהן על המסך גדול יותר.

עמוד 35



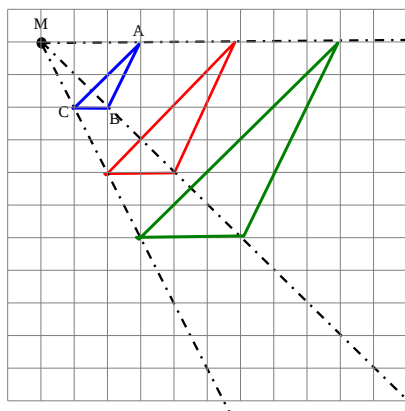
- א. האם המרובע MYAF הוא הגדלה של מרובע MERI?
 אם הוא הגדלה, מצאו פי כמה גדולות צלעות המרובע MYAF מצלעות המרובע MERI? הסבירו.
- ב. האם הצלע YA מקבילה לצלע ER? כיצד קבעתם?
- ג. האם הצלע AF מקבילה לצלע RI? כיצד קבעתם?



קרן היא מושג מתמטי אותו הכרתם בעבר.
 נעזרתם בקריניים היוצאות מנקודה אחת להגדלה של צורות.
 צורות שהן הגדלה או הקטנה אחת של השנייה הן **צורות דומות**.
 בהמשך נחקור מה מאפיין צורות דומות.

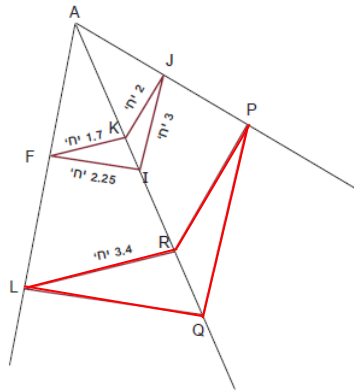
עמוד 36

נעזרים בקריניים ומגדילים את המשולש
 פי 2 ופי 3.



האם המשולשים דומים?
 האם הצלעות מקבילות?
 מודדים זוויות ובודקים אם הן שוות בהתאמה.

יוצאים מהקרניים



מרובע LRPQ הוא הגדלה של מרובע FKJI

א. פי כמה גדולים אורכי צלעות מרובע LRPQ מאורכי צלעות מרובע FKJI?

ב. חשבו את אורכי הצלעות האחרות של מרובע LRPQ.

ג. קעתיקו את מרובע LRPQ על נייר שקוף, הציזו אותו מחוץ לקרניים וסובבו אותו.
האם המרובע המועתק הוא הגדלה של מרובע LRPQ?



במשימה 2 הוצאנו את המצולע מתוך קרני ההגדלה.

ראינו כי הצלעות של המצולע שמחוץ לקרניים אינן בהכרח מקבילות לצלעות המצולע הקטן ובכל זאת הוא הגדלה של המצולע הקטן.

מצולעים שבהם מתקיים:

1. כל הזוויות שוות בהתאמה,

2. קיים אותו יחס בין אורכי צלעות מתאימות,

הם **מצולעים דומים**.

היחס בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות במצולעים דומים הוא **יחס הדמיון**.

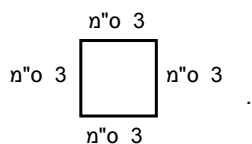
שיפתרו שאלה 4 עמוד 39

עמוד 39

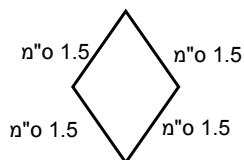


דני אמר: "אני כתבתי בשאלה הקודמת שריבוע ומלבן דומים, כי בשניהם כל הזוויות הן ישרות, ולכן שוות ביניהן".

רמי אמר: "ריבוע ומלבן אינם דומים, כי אם היחס בין אורך הצלע הארוכה של המלבן לצלע הריבוע נניח 2 לא ייתכן שהיחס בין אורך הצלע הקצרה של המלבן לצלע הריבוע יהיה גם כן 2".



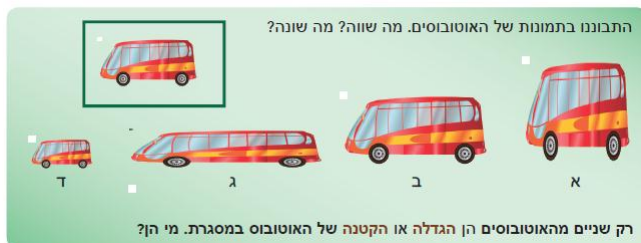
האם יחס קבוע בין צלעות מתאימות של מרובעים מספיק כדי שהמרובעים יהיו דומים זה לזה? הסבירו. (תוכלו להיעזר בדוגמאות מהתרגיל הקודם).



עד כאן יחידה אחת הכוללת שלושה שיעורים

עמוד 48

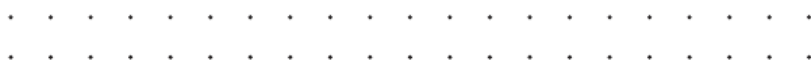
ומה בירוק?



2. א. מצאו זוג מלבנים בו מלבן אחד הוא הגדלה או הקטנה של האחר.



ב. ציירו על לוח הנקודות שני מלבנים שהם הגדלה או הקטנה זה של זה.



עמוד 53



במצולעים דומים: הזוויות המתאימות **שוות** זו לזו.
קיים **אותו יחס** בין זוגות הצלעות המתאימות.



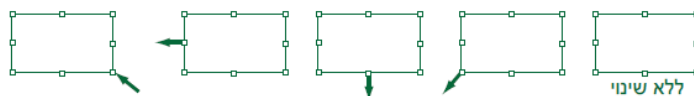
4. ציירו **תמונות דומות** בעזרת מעבד התמלילים WORD

א. בחרו הוספה > תמונה >

בחרו תמונה של כלב.

צרו על המסך 5 עותקים זהים של הכלב.

השאירו תמונה אחת ללא שינוי. שנו כל אחת מהתמונות האחרות בעזרת החיצים:



הדפיסו את התמונות.

כתבו ליד כל תמונה אם היא הגדלה, הקטנה או מתיחה.

עד כאן שיעור אחד

גם **בכחול** וגם **בירוק** הגענו בשלב זה להגדרה של
מצולעים דומים .

בכחול עשינו זאת בשלושה שיעורים

בירוק בשיעור אחד. המהלך קצר יותר.

בכחול ו**בירוק** יצאנו מההבנה האינטואיטיבית של הגדלה/הקטנה של צורות

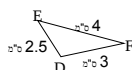
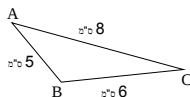
זיהינו ושרטטנו צורות דומות.

רק **בכחול** למדנו את "שיטת הקרניים" להגדלה/להקטנה של מצולעים.

עמוד 50

יחידה 3 : שיעור ראשון: משולשים דומים

השיעור זה מוכן על בסיס ורישום היחסים



חשבו את $\frac{AC}{EF}$, כלומר את היחס בין הצלעות AC ו-EF.
 (ד) חשבו גם את היחסים: $\frac{AB}{ED}$, $\frac{BC}{DF}$.
 (ה) האם הזוויות של שני המשולשים האלו שוות?
 (ו) האם המשולשים דומים? הסבירו.

המשולשים ABC ו-EDF דומים כי:
 לשני המשולשים זוויות שוות: $\angle A = \angle E$, $\angle B = \angle D$, $\angle C = \angle F$.

$$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{EF} \quad \text{יחס הצלעות המתאימות שווה:}$$

מסמנים דמיון: $\Delta ABC \sim \Delta EDF$. גורם ההגדלה/הקטנה נקרא יחס הדמיון.

עמוד 51

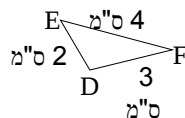
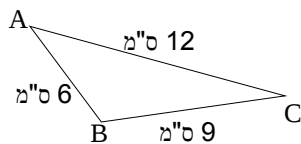
חשיבות הפקאית

$$\frac{6}{2} \neq \frac{12}{3} \neq \frac{9}{4}$$

יואב אמר: המשולשים לא דומים כי היחס בין הצלעות לא שווה:

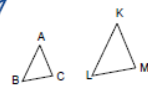
$$\frac{12}{4} = \frac{9}{3} = \frac{6}{2}$$

נתאי אמר: המשולשים דומים כי היחס בין הצלעות המתאימות שווה:
 מי צודק? הסבירו.



על מנת לרשום נכון את היחסים בין הצלעות, נוח לרשום את קודקודי משולשים דומים בהתאמה.

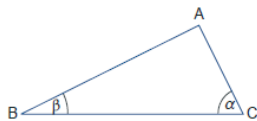
השלימו: $\Delta ABC \sim \Delta E$ _____.



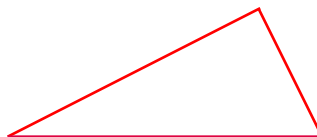
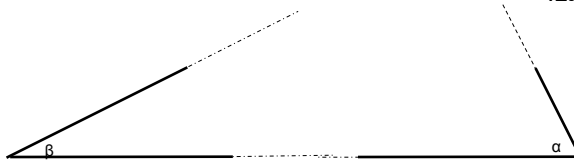
על מנת להקל בכתיבת היחסים של הצלעות במשולשים דומים,
 אפשר להיעזר בקשתות: $\Delta ABC \sim \Delta KLM$
 $\frac{AB}{KL} = \frac{BC}{LM} = \frac{AC}{KM}$

שיעור שני: ואולי פחות תנאים

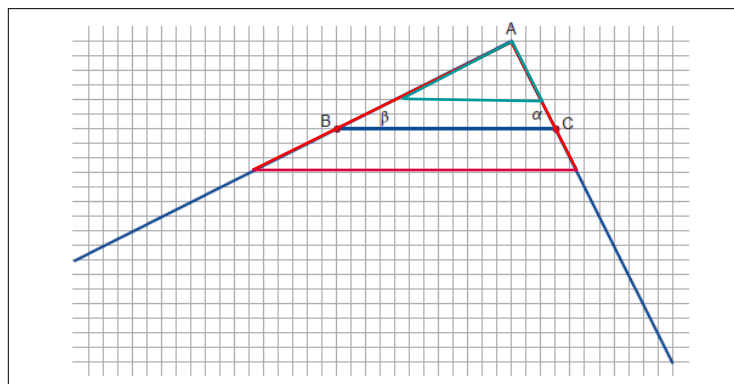
שוויון זוויות הוא תנאי מספיק לצאיון משולש



העתיקו את זוויות β ו- α על נייר פרגמנט או על שקף.
האריכו את הקרניים (ראו שרטוט למטה).
צרו משולשים שונים באמצעות הזוויות השוות ל- α ו- β
כך שהקרניים של שתי הזוויות יהיו חלק מצלעות
המשולש שיצרתם.

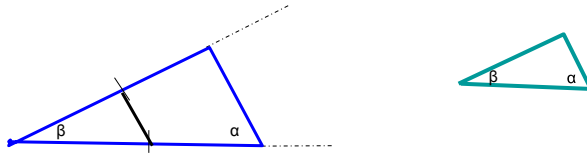


הניחו את המשולשים שיצרתם כך שהזווית השלישית תתלכד עם זווית A.



האם המשולש שהנחתם הוא הגדלה/ הקטנה של המשולש ABC? הסבירו.
בדקו אצל חברים האם המשולש שהם יצרו הוא הגדלה/ הקטנה של המשולש
ABC?

שוויון זוויות הוא תנאי מספיק לדמיון משולשים
 תרגיל: אלה וכוהן לאמה כאן אי אפשר עדיין

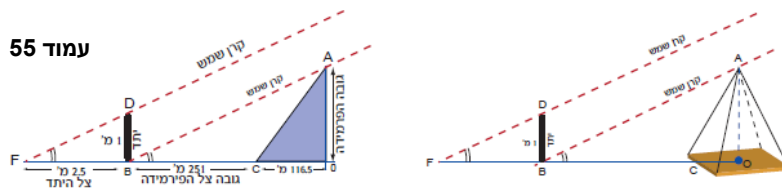


במשימה 1 ראינו כי אם לשני משולשים שתי זוויות שוות בהתאמה, אז משולש אחד הוא הגדלה או הקטנה של המשולש השני, כלומר המשולשים דומים.
 אם לשני משולשים שני זוגות של זוויות שוות בהתאמה, אז המשולשים דומים.



3. השרטוט מדגים את הדרך שבה נעזר תלס לחישוב גובה הפירמידה (בשרטוט $\angle ABO = \angle DFB$).

עמוד 55



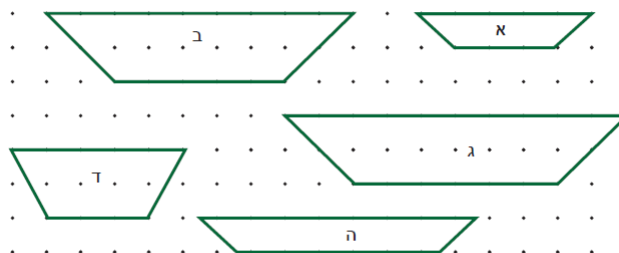
חשבו גם אתם את גובה הפירמידה, לפי הנתונים הרשומים.



5. קבעו לגבי כל טענה אם היא נכונה?
אם הטענה נכונה, נמקו. אחרת, הביאו דוגמה נגדית.
- (א) משולשים שווי שוקיים השווים בזווית הראש, דומים.
- (ב) משולשים שווי שוקיים השווים בזווית אחת, דומים.
- (ג) כל זוג של משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים, דומים.
- (ד) כל זוג של משולשים שווי הצלעות, דומים.
- (ה) כל זוג של מלבנים דומים.
- (ז) כל זוג של משושים משוכללים דומים

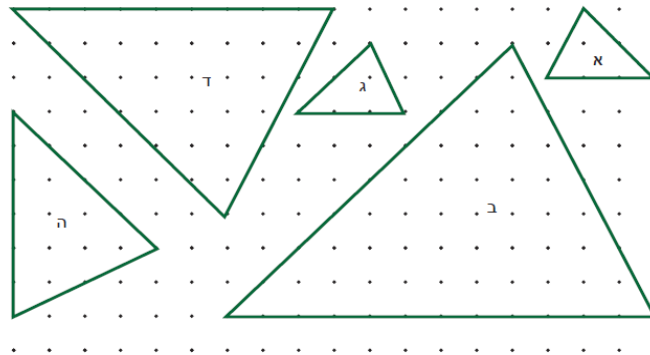
ומה בירוק?

2. א. מצאו טרפזים שהזוויות שלהם שוות בהתאמה לזוויות של טרפז א.
ב. בדקו את היחס בין הצלעות של הטרפזים שמצאתם.
האם כל הטרפזים שהזוויות שלהם שוות בהתאמה, דומים?



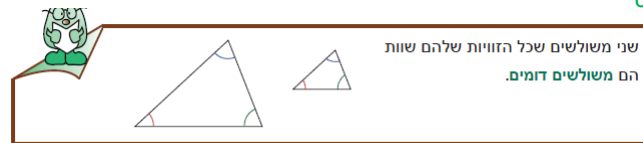
ראינו שיש טרפזים שהזוויות שלהם שוות בהתאמה, אך אינם דומים.

3. א. לכל המשולשים בשרטוט זוויות שוות. סמנו זוויות שוות באותו צבע.



ב. בדקו אם היחסים בין האורכים של הצלעות המתאימות שווים.

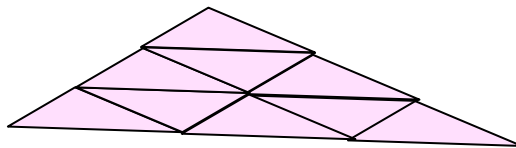
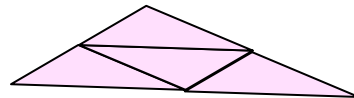
ואז המשפט



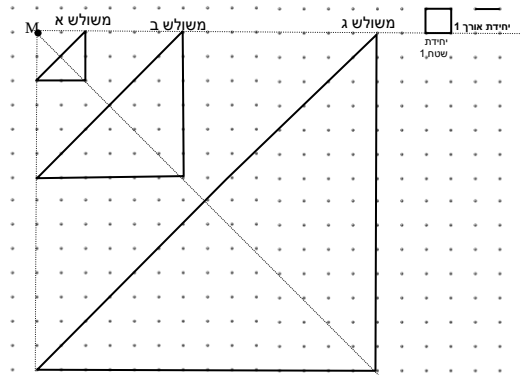
עמוד 57

שיעור שלישי: שטחים של משולשים דומים

גזרו 10 משולשים חופפים למשולש המשורטט כאן.
(באתר ובמדריך למורה תמצאו דף להדפסה או לצילום ובו 10 משולשים כאלה.)
נבנה באמצעות המשולשים האלה משולשים דומים למשולש המשורטט.



2. יצרנו שלושה משולשים דומים על ידי הגדלה בעזרת קרניים. עמוד 58
(א) רשמו את אורכי הניצבים של כל אחד מהמשולשים המשוורטטים.



(ב) רשמו את השטחים של כל אחד מהמשולשים.
(ג) פי כמה גדולים אורכי הצלעות של משולשים ב' ו-ג' מאורכי הצלעות המתאימות של משולש א'?
(ד) פי כמה גדול שטח משולש ב' ושטח משולש ג' מהשטח של משולש א'?

השטחים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כריבוע היחס בין הצלעות המתאימות (כריבוע יחס הדמיון).

עמוד 59

יש להדגיש שגובה העוגה לא השתנה



5. איילת אכלה עוגת שוקולד מעולה וקיבלה את המתכון המיועד לתבנית ריבועית שמידותיה: 20 ס"מ x 20 ס"מ. לאיילת יש תבנית מלבנית שמידותיה: 30 ס"מ x 20 ס"מ

א. פי כמה עליה להגדיל כמות של כל מרכיב במתכון? (כמובן שהיא רוצה שהעוגה תהיה גבוהה, וטעימה בדיוק כמו זו שאכלה).
ב. לפניכם המתכון של העוגה שאיילת קיבלה. חשבו את הכמויות שעל איילת להכין לעוגה הגדולה שלה.

ואיך מכינים? פשוט וקל:

מכינים את כל החומרים, ללא המים, לקערה של מעבד מזון ומערבלים עד שנוצרת תערובת חלקה בלי גושים.
לבסוף מוסיפים עוד חצי כוס מים פושרים, מערבבים, שופכים לתבנית, ואופים בחום של 175 מעלות כ-40 דקות.

2 כוסות קמח תופא

1 שקית אבקת אפיה

1 שקית סוכר וניל

2 כוסות סוכר

1/2 כוס קקאו

1/2 כוס מלח

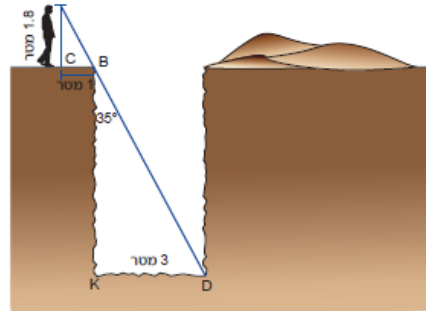
1/2 כוס מים פושרים

3 ביצים

ומה במשימות?



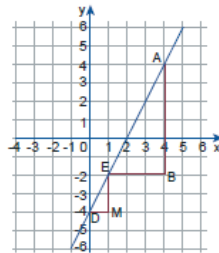
14. בשרטוט שלפניכם דינאל מתבונן לתחתית הבור.



- חשבו את זוויות המשולשים ACB , BKD .
- הסבירו מדוע שני המשולשים דומים.
- חשבו את עומק הבור (את BK).



15. משורטט הישר $y = 2x - 4$.



- ושתי מדרגות, עם רוחב מדרגה שונה (ראו שרטוט).
נוצרו שני משולשים מהמדרגות והישר.
- א. $\angle EDM = 63^\circ$ חשבו את שאר הזוויות במשולשים.
האם המשולשים דומים? אם כן, רשמו את יחס הדמיון. אם לא, הסבירו.
- ב. רשמו את היחס בין גובה המדרגה לרוחב המדרגה (לגבי כל מדרגה).



16. א. שרטטו את הישר $y = 3x - 6$.

- שרטטו שתי מדרגות שונות (רוחב המדרגה שונה), כך שתהיה לכל אחת מהן נקודה משותפת על הישר (כמו בשרטוט למעלה).
- האם המשולשים שנוצרו דומים? הסבירו. אם כן, מצאו את יחס הדמיון.
- ד. מצאו, בכל מדרגה, את היחס בין גובה המדרגה לרוחבה.
- ה. גלעד אמר: היחס שקיבלנו הוא המקדם של ה- x במשוואה? האם גלעד צודק? הסבירו.

עמודים 71-72



28. מחיר שטיח ריבועי שאורך כל צלע מטר אחד הוא 300 ₪.
קונה רצה לקנות שטיח ריבועי שאורך צלעותיו 2 מ' והציע לשלם 600 ₪.
בעלת החנות דרשה 1000 ₪ ואף טענה שמחיר זה הוא לאחר הנחה ניכרת.
האם טענתה צודקת? הסבירו.



31. פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 15 ס"מ עולה 5 ש"ח.
א. כמה תעלה פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 30 ס"מ?
ב. כמה תעלה פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 45 ס"מ?



32. הרס"ר פקד על מושיק לחפור בור שעומקו, אורכו ורוחבו מטר אחד, כדי להחביא ציוד.
מושיק הציע לחפור במקום זה שני בורות, כל אחד בעומק, אורך ורוחב של $\frac{1}{2}$ מטר.
הרס"ר הסכים ומושיק יצא לעבודה. מה דעתכם? הסבירו.

ומה בירוק?

עמוד 69

נושא השטחים נמצא ביחידה ארבע ונלמד בשלושה שיעורים
לעומת **בכחול** שהוא נלמד בשיעור אחד.

עם מלבנים ומעוינים קל
יותר

בונים צורות הבנות את עצמן

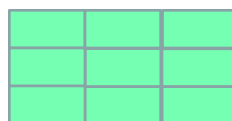
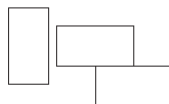
1. נסו לבנות ממלבנים חופפים מלבן גדול, שהוא הגדלה של המלבנים הקטנים.

תוכלו להיעזר בדף הגזירה.

א. בכמה מלבנים השתמשתם כדי לבנות מלבן גדול?

האם הוא **דומה** למלבן הנתון?

ב. הוסיפו עוד מלבנים. בן מלבן דומה גדול יותר. כמה מלבנים צריך?

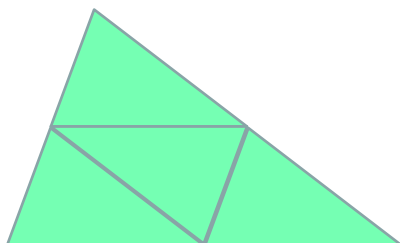
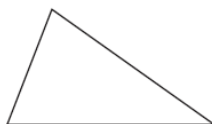




2. גזרו מדף הגזירה 4 משולשים כאלו:

האם המשולש הזה בונה את עצמו?

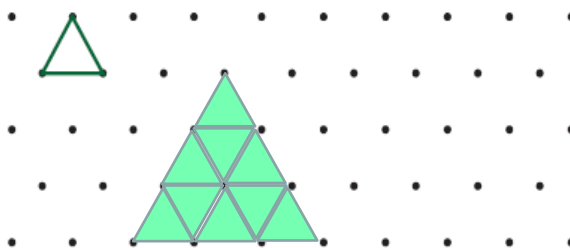
עמוד 71



עמוד 72

ב. ציירו על דף המקודדות משולש גדול הבנוי מ- 9 משולשים קטנים.

ג. פי כמה ארוכה צלע המשולש שציירתם מצלע משולש קטן?



מהלך ההוראה

- ❖ הגדלה/הקטנה פעילויות חזותיות
- ❖ הגדלה/הקטנה של קטעים באמצעות קרניים
- ❖ הגדלנו/הקטנו מצולעים באמצעות קרניים וראינו כי: במצולעים דומים אורכי הצלעות של מצולע אחד מתייחסות לאורכי הצלעות המתאימות של המצולע הדומה באותו יחס, הצלעות המתאימות מקבילות והזוויות המתאימות שוות.
- ❖ יוצאים מהקרניים – מגדירים דמיון מצולעים בעזרת יחס שווה של אורכי צלעות מתאימות ושוויון זוויות מתאימות.
- ❖ רק שוויון זוויות לא מספיק ורק יחס קבוע בין אורכי צלעות מתאימות לא מספיק לדמיון מצולעים
- ❖ ממצולעים דומים למשולשים דומים 5 (או 4) תנאים דרושים לדמיון משולשים.
- ❖ לדמיון משולשים מספיק שוויון של הזוויות בשני המשולשים.
- ❖ יחסי השטחים של משולשים דומים (וגם של מצולעים דומים) הם כריבוע יחס הדמיון.

עקרונות

1. ממושג אינטואיטיבי ויזואלי אל המושג המתמטי.
2. קצת רקע היסטורי.
3. מהמוחשי המעשי אל המסקנה המתמטית.
4. התייחסות לסביבה ולשאלות "מהחיים".
5. תרגול מגוון הכולל שרטוט, חישובי יחס הסקת מסקנות ושוב בעיות "מהחיים" ...