



גיאומטריה בכיתה ט: מרובעים

מלבן, מעוין וריבוע
יחידות 9 - 10 (כחול + ירוק)

יחידה 9: מלבן שיעור 1. מהגדרה לתכונות



- לפניכם צילומים של חלונות במגדלי עזריאלי, תל-אביב.
- מדוע, לדעתכם, צורתם של מרבית החלונות בבניינים שונים היא מלבנית?
- מצאו בסביבתכם או באינטרנט, חלונות שאינם מלבניים. אילו צורות מצאתם?

נגדיר מלבן ונחקור את תכונותיו.

למעשה למדו את כל תכונות המלבן – אז מה ניתן לחדש?

הכנסת המלבן בהיררכיה של המרובעים.



ביחידה 8 הגדרנו מקבילית, כך:

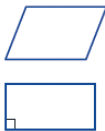
הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות מקבילות, נקרא **מקבילית**.

בכיתה ז, הגדרנו מלבן כמרובע בעל ארבע זוויות ישרות.

נגדיר מלבן כך:

הגדרה: מקבילית בעלת זווית ישרה אחת, נקראת **מלבן**.

נוכיח כי התכונה שבאמצעותה הגדרנו את המלבן בכיתה ז, מתקיימת לפי ההגדרה החדשה, וכל אחת מההגדרות האלה מתארת מלבן.



2. **משפט:** מרובע בעל ארבע זוויות ישרות, הוא מלבן.

א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. הוכיחו.

3. לפיכך תכונות של מרובעים.

א. אילו מהתכונות מתקיימות בכל המלבנים?

רשמו: בכל המלבנים, לא בכל המלבנים, או לא יודעים.

- (1) צלעות נגדיות מקבילות. (4) כל זוג זוויות נגדיות שוות.
- (2) צלעות נגדיות שוות. (5) סכום כל זוג זוויות סמוכות הוא 180° .
- (3) צלעות סמוכות שוות. (6) שלוש זוויות ישרות.
- (7) האלכסונים חוצים זה את זה. (8) האלכסונים מאונכים זה לזה.
- (9) האלכסונים שווים.

ב. שרטטו דוגמה נגדית, עבור התכונות שרשמתם "לא בכל המלבנים".

ג. בחרו תכונה אחת שרשמתם "בכל המלבנים" והוכיחו אותה.

4. א. אילו מהתכונות הרשומות במשימה 3 מתקיימות בכל המקביליות? רשמו אותן.

ב. האם התכונות שרשמתם בסעיף א מתקיימות בכל המלבנים? הסבירו.

ג. האם יש תכונות (מאלה הרשומות במשימה 3) שמתקיימות בכל המלבנים ואינן מתקיימות בכל המקביליות? רשמו אותן.

הוכיחו את תכונת האלכסונים במלבן.

ד. העתיקו את הדיאגרמה, ורשמו במקומות המתאימים: "מקבילית", "מלבנים".



ומה במשימות?



5. כל מלבן הוא מקבילית ולכן יש לו את כל תכונות המקבילית.
א. קישמו לפחות שלוש תכונות שהמלבן "ירש" מהמקבילית.
ב. קישמו שתי תכונות נוספות שיש למלבן ואין למקבילית (שאינה מלבן).



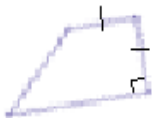
6. א. כמה זוויות ישחת צריכות להיות במרחב כדי שנוכל להסיק שהמרחב הוא מלבן?
ב. כמה זוויות ישחת צריכות להיות במקבילית כדי שנוכל להסיק שהמקבילית היא מלבן?
ג. כמה זוויות שוות צריכות להיות במרחב כדי שנוכל להסיק שהמרחב הוא מלבן?



7. האם המרחב הוא מלבן? אם כן, הוכיחו. אחרת, שרטטו דוגמה נגדית.
א. מרחב לו זוג צלעות שוות, זוג צלעות מקבילות, וזווית ישרה.
ב. מרחב לו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות ושוות, וזווית ישרה.
ג. מרחב לו שלוש צלעות שוות וזווית ישרה.
ד. מרחב לו שלוש צלעות שוות ושתי זוויות ישרות.

- א. מרחב לו זוג צלעות שוות, זוג צלעות מקבילות, וזווית ישרה.

לא. לדוגמא:



- ב. מרחב לו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות ושוות, וזווית ישרה.

נכון, לפי הגדרת המלבן מקבילית + זווית ישרה

- ג. מרחב לו שלוש צלעות שוות וזווית ישרה.

לא. לדוגמא:

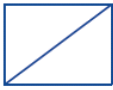


- ד. מרחב לו שלוש צלעות שוות ושתי זוויות ישרות.

כן. המרחב הוא ריבוע



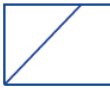
8. התלמידים שרטטו חוצה של אחת מזוויות המלבן.



אסף שרטט
את האלכסון:



נועה שרטטה
חוצה זווית שחותך
את הצלע הקצרה:

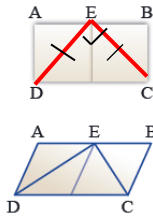


אריאל שרטטה
חוצה זווית שחותך
את הצלע הארוכה:

- א. האם יש מלבן שהשרטוט של **אריאל** מתאים? הסבירו.
ב. האם יש מלבן שהשרטוט של **נועה** מתאים? הסבירו.
ג. האם יש מלבן שהשרטוט של **אסף** מתאים? הסבירו.



12. אבן דומינו היא מלבן הבנוי משני ריבועים.



- א. מה היחס בין אורכי צלעות המלבן?
ב. חזרו את הנקודות, כדי לקבל משולש DEC.
מהו סוג המשולש שנוצר? הוכיחו.
ג. האם תשובתכם לסעיף ב תשתנה אם המרובע ABCD הוא מקבילית?
($AE = EB = BC = AD$)

מה בשיעור זה?

חשיפה נוספת למבנה הדדוקטיבי של הגיאומטריה
יצאנו מהמקבילית אל המלבן.

אילו תכונות "ירש" המלבן מהמקבילית?

נעזרנו בידע קודם של התלמידים על תכונות המלבן

התלמידים כן נדרשים להוכיח, אך הם בוחרים מה להוכיח

מראים שניתן לצאת מהגדרה אחרת .

אוסף המשימות כולל משימות זיהוי, חישוב, שרטוט, בדיקת נכונות של טענות, הוכחת
הטענות הנכונות והפרכה של הלא נכונות..



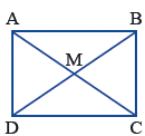
שיעור 2. עוד על תכונות של מלבן ותנאים מספיקים



לחקלאי מדשאה מלבנית שמידותיה 8 מ' X 6 מ'.
הוא רוצה להציב ממטרה שתשקה את כל המדשאה,
אך שבזבז המים יהיה מינימאלי.
הממטרה מתיזה מים במעגל שלם, או בחלק ממנו.
היכן כדאי לחקלאי להציב את הממטרה?*

נבדוק תכונות נוספות של המלבן ותנאים מספיקים לקבל מלבן.

ביחד
האלכסונים חוצים
האלכסונים שווים



1. בשרטוט מלבן ושני אלכסונים.

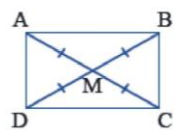
יפתח אמר: $MD = MB$.

ניתאי אמר: $MA = MB$.

א. האם ייתכן ששניהם צודקים? אם כן, הוכיחו. אם לא, הראו דוגמה נגדית.

ב. מצאו בשרטוט משולשים שווים שוקיים. כמה משולשים כאלה יש?

האם מבין המשולשים שרשמתם, יש משולשים חופפים? אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו.



- האלכסונים במלבן חוצים זה את זה (כי כל מלבן הוא מקבילית).
- האלכסונים במלבן שווים זה לזה, לכן חצאי האלכסונים שווים.

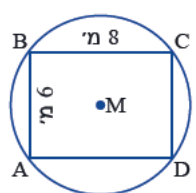
תזכורת

כל הנקודות שעל המעגל נמצאות במרחק שווה מהנקודה M.

הנקודה M היא מרכז המעגל.

מוצאים שטח עיגול בעזרת הנוסחה: $S = \pi \cdot R^2$.

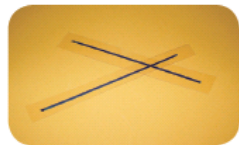




2. לפניכם המלבן משאלת הפתיחה. **קודקודי המלבן על המעגל.**
מציבים את הממטרה בנקודת מפגש האלכסונים M.
א. חשבו את אורך MA. באילו תכונות של המלבן נעזרתם?
ב. הסבירו מדוע רדיוס המעגל שווה באורכו לאורך MA.
ג. חשבו את גודל השטח שבו יש בזבז מים.

$25\pi - 48 = 30.5$ מ"ר

מתנסים לפני ניסוח המשפט



3. הכינו שתי רצועות שוות. (אפשר גם להיעזר בשני עטים שאורכם שווה)
צרו מרובעים שונים כך ששתי הרצועות יישמשו כאלכסונים.
א. האם ייתכן שקיבלתם מלבן? הסבירו או שרטטו דוגמה נגדית.
ב. האם ייתכן שקיבלתם מקבילית שאינה מלבן?
הסבירו או שרטטו דוגמה נגדית.
ג. האם ייתכן שקיבלתם ריבוע? הסבירו או שרטטו דוגמה נגדית.

4. התלמידים התבקשו לכתוב תנאי מספיק לקבלת מלבן, כאשר האלכסונים שווים.
גיא רשם: אם במרובע האלכסונים שווים, אז המרובע הוא מלבן.
רחלי רשמה: אם במקבילית האלכסונים שווים, אז המקבילית היא מלבן.
א. האם גיא צודק? אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
ב. האם רחלי צודקת? אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

רפלקציה

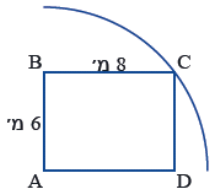


5. רשמו בכל סעיף, אם הטענה נכונה. אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
א. אם במרובע האלכסונים שווים, אז המרובע הוא מלבן.
ב. אם במרובע בו האלכסונים שווים, יש זוג אחד של צלעות מקבילות, וזוג אחר של צלעות שוות, אז המרובע הוא מלבן.
ג. אם במרובע בו האלכסונים שווים, יש זוג אחד של צלעות מקבילות ושוות, אז המרובע הוא מלבן.

ומה במשימות?



8. נחזור לבעיית הפתיחה. נציג שתי הצעות נוספות להצבת הממטרה.

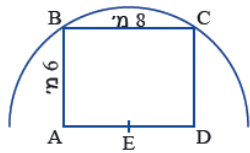


א. הצבת הממטרה בפינה, בנקודה A.
הממטרה מתיזה רבע עיגול שרדיוסו כאורך אלכסון המלבן $100:4=25$
חשבו את השטח שבו יש בזבז מים.

ב. הצבת הממטרה באמצע הצלע הארוכה של המלבן.
הממטרה מתיזה חצי עיגול שרדיוסו EC.

חשבו את השטח שבו יש בזבז מים. $52:2=26$

ג. באיזו אפשרות (כולל זו שהוצגה במשימה 2 בשיעור) כדאי לחקלאי לבחור כדי שכמות המים המבזבזים תהיה מינימלית? הסבירו.



בזבז המים במשימת הפתיחה שווה לסעיף א



11. קבעו מהו התנאי המספיק, עבור האלכסונים כדי ש-:

א. מרובע יהיה מקבילית. ב. כדי שמקבילית תהיה מלבן. ג. כדי שמרובע יהיה מלבן.



13. א. הנקודות A, C הן קודקודים נגדיים של מלבן.

שרטטו מלבן מתאים על דף משובץ. כמה מלבנים כאלה אפשר לשרטט?
באילו תכונות נעזרתם כדי למצוא את הקודקודים האחרים?



ב. הנקודה C היא קודקוד של מלבן, M היא נקודת מפגש האלכסונים של המלבן.

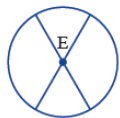
שרטטו על דף משובץ מלבן מתאים. כמה מלבנים כאלה אפשר לשרטט?
באילו תכונות נעזרתם כדי למצוא את הקודקודים האחרים?



16. בשרטוט מעגל שמרכזו E.

א. שרטטו מרובע על-ידי חיבור קצות הקטרים.
מהו סוג המרובע שקיבלתם?

ב. האם חיבור הקצוות של שני קטרים במעגל יוצר תמיד מרובע מאותו סוג? הוכיחו.

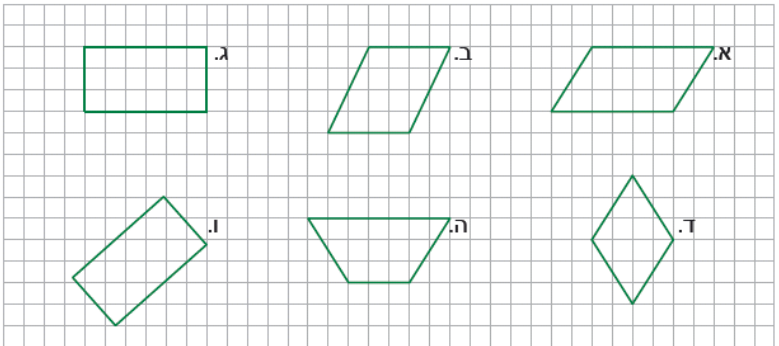


ומה בירוק? שיעורים 1 - 2

- ❖ עוסקים באותם נושאים כמו בספר במסלול הכחול- תכונות המלבן ותנאים מספיקים.
- ❖ המהלך דומה לזה שבמסלול הכחול, אך המשימות והסיטואציות מהחיים פשוטות יותר.
- ❖ מזהים תכונות בעזרת שרטוטים.
- ❖ מחשבים, משרטטים ומנמקים חישובים, אך לא נדרשת כתיבה פורמאלית.

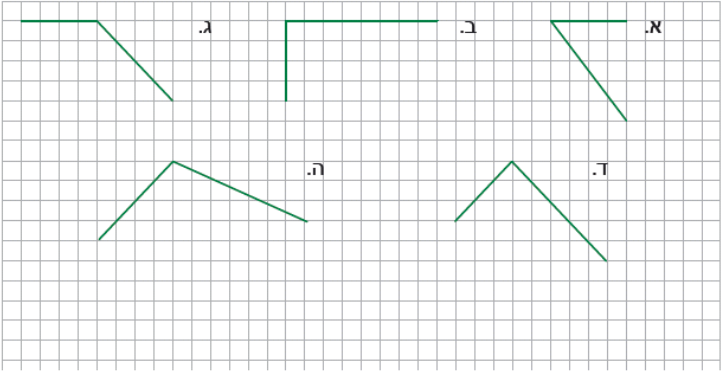
נעזרים בשרטוטים לזיהוי

1. א. אילו מרובעים הם מקביליות? קשמו "מקבילית" בתוך כל מרובע שהוא מקבילית.



- ב. אילו מרובעים הם מלבנים? קשמו "מלבן" בכל מרובע שהוא מלבן.
- ג. באילו מרובעים רשום מקבילית וגם מלבן?

2. א. בכל סעיף, משורטטות שתי צלעות סמוכות של מקבילית. השלימו כל שרטוט למקבילית.



ב. אילו מהמקביליות הן גם מלבנים? הסבירו.

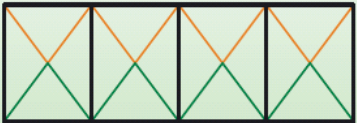
משרטים מקביליות ומזהים מלבנים



4. בשיעור זה ראינו כי כל מלבן הוא מקבילית ולכן יש לו את כל תכונות המקבילית.
- א. רשמו לפחות שלוש תכונות שהמלבן "ירש" מהמקבילית.
 - ב. רשמו תכונה נוספת שיש למלבן ואין למקבילית (שאינה מלבן).

שיעור 2. האלכסונים במלבן

סיטואציה פשוטה יותר מאשר הממטרה



בגן של "רבקה", קשטו את החלון בסרט כתום ובסרט ירוק.

הסרטים מונחים לאורך האלכסונים.

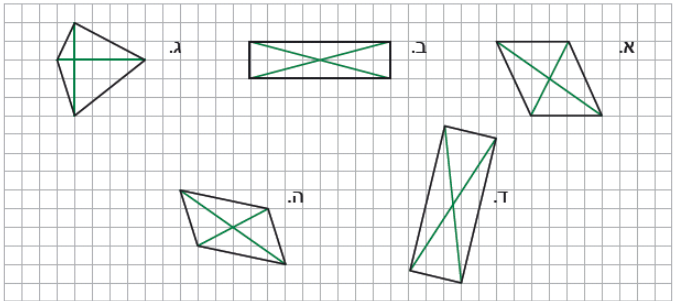
האם אורך הסרט הכתום:

גדול, שווה, קטן, מאורך הסרט הירוק? הסבירו.

נבדוק אילו תכונות נוספות יש למלבן.

תכונות האלכסונים במלבן

1. א. באילו מהמרובעים האלכסונים חוצים זה את זה?



ב. באילו מהמרובעים האלכסונים שווים זה לזה?

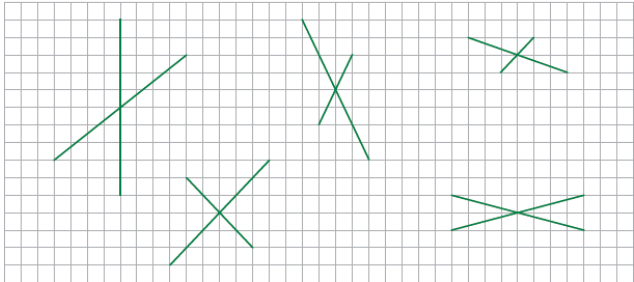
ג. באילו מהמרובעים האלכסונים חוצים זה את זה וגם שווים זה לזה?

זיהוי מלבן

3. בכל שרטוט שני קטעים החוצים זה את זה.

א. חברו את קצות הקטעים למרובעים, כך שהקטעים המשוורטטים יהיו אלכסוני המרובע.

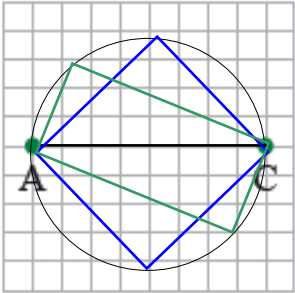
אילו מרובעים קיבלתם? הסבירו.



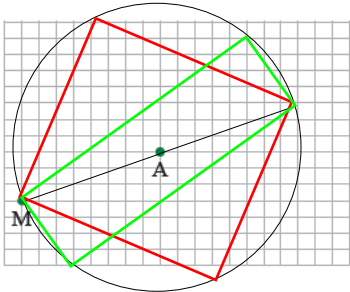
ב. באילו מרובעים האלכסונים גם שווים? (אפשר גם למדוד)



10. הנקודות A, C הן קודקודים נגדיים של מלבן.
- א. שרטטו מלבן ש-A, C הם קודקודיו.
 - ב. כמה מלבנים כאלה אפשר לשרטט?
 - ג. על מה הסתמכתם כדי למצוא את הקודקודים האחרים?



11. הנקודות M היא קודקוד של מלבן.
- הנקודה A היא נקודת המפגש של אלכסוני המלבן.
- א. שרטטו מלבן אחד עם הקודקוד M והנקודה A.
 - ב. כמה מלבנים מתאימים כאלה אפשר לשרטט?
 - ג. באילו תכונות נעזרתם כדי למצוא את הקודקודים האחרים?



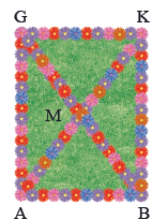
שיעור 3. על משולשים ישרי זווית ומלבנים

תיכון ליתר במשולש ישר זווית, משולש שזוויותיו הן: $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$



בגינה יש חלקת דשא בצורת משולש ישר זווית.
אורך היתר 30 מ' ואורך אחד הניצבים 18 מ'.
כדי לגוון את מראה החלקה, החליט הגנן לחלק אותה לשתי חלקות נפרדות.
הוא חיבר את אמצע היתר עם קודקוד הזווית הישרה.
סביב שתי החלקות שתל הגנן רצועה של פרחים.
הגנן מעוניין לדעת את אורכה הכולל של רצועת הפרחים.
האם אתם יכולים לעזור לו?

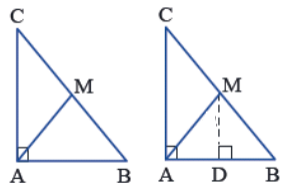
נעסוק בתכונות של משולשים ישרי זווית ונראה איך הן קשורות למלבנים.



- 1. הגנן קיבל חלקה נוספת (צמודה לקיימת), זהה לקודמתה, כמו בשרטוט.
MK הוא המשך של AM.
א. איזה מרובע הוא ABKG? הוכיחו.
ב. מה היחס בין אורך התיכון AM לאורך היתר GB? הסבירו.
ג. נסחו משפט מתאים למה שהוכחתם בסעיף ב.

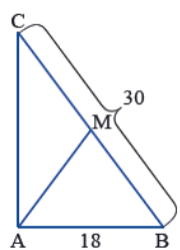


הוכחה נוספת



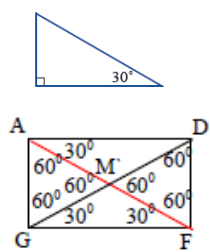
במשימה 1 הוכחנו את המשפט:
במשולש ישר זווית אורך התיכון ליתר שווה למחצית אורך היתר.
א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח, לפי השרטוט.
ב. נסו להוכיח בדרך אחרת:
משורטט אנך DM. הסבירו מדוע $MD \parallel AC$.
ג. הראו ש $AD=BD$ והשלימו את ההוכחה.

ג. $\angle CAB = 90^\circ$, $\angle MDB = \angle B$, משותפת, לכן $\triangle MDB \sim \triangle CAB$ (לפי משפט דמיון ז.ז.), לכן $\frac{BD}{AB} = \frac{BM}{BC}$
AM תיכון לכן $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2}$, ולכן $\frac{BD}{AB} = \frac{1}{2}$, ומכן מקבלים $AD = DB$
אפשר גם להוכיח את השוויון $AD = DB$ על-ידי בנייה נוספת, גובה מ-M ל-AC ולהיעזר בחפיפת משולשים במלבן שנוצר.



3. לפניכם שרטוט של חלקת הדשא משאלת הפתיחה.
- א. חשבו את אורך הקטע AM. הסבירו.
 - ב. חשבו את אורכה הכולל של רצועת הפרחים.

הוכחות שונות



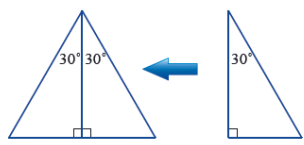
4. בשרטוט משולש ישר זווית שאחת מהזוויות החדות שלו היא 30° .
- א. השלימו את המשולש למלבן, כך שהיתר הוא אלכסון המלבן. שרטטו את האלכסון השני וחשבו את כל הזוויות שנוצרו.
 - ב. מה היחס בין אורך הניצב, מול הזווית בת ה- 30° , לאורך היתר?
 - ג. הוכיחו את הטענה.

הוכחה בעזרת למלבן



5. מאיה אמרה: אני הוכחתי אחרת את הטענה במשימה 4. השלמתי את המשולש הנתון למשולש שווה צלעות.

הוכחה בעזרת משולש שווה צלעות



היעזרו בשרטוטים והוכיחו את הטענה בדרך של מאיה.

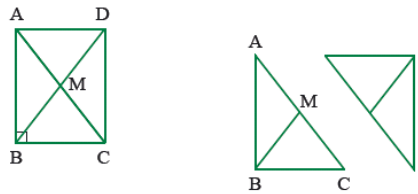
ומה בירוק? שיעור 3

- ❖ עוסקים באותם משפטים כמו בספר הכחול- התיכון ליתר, משולש 30° , 60° , 90° .
- ❖ המהלך דומה, אך פשוט וקצר יותר. רק הוכחה אחת. מוכיחים את שני המשפטים על ידי יציאה מהמלבן.

1. א. משורטטים משולשים ישרי זווית. שרטטו בכל משולש תיכון ליתר.



ב. שרטטו משולש ישר זווית ושרטטו את התיכון ליתר.

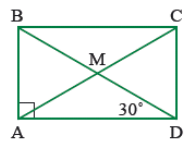


2. משורטט מלבן ABCD עם שני אלכסונים. גזרו את המלבן לאורך האלכסון AC. התקבלו שני משולשים ישרי זווית.

- א. האם שני המשולשים חופפים?
- ב. **דני** אמר: BM הוא תיכון ליתר במשולש ABC. האם דני צודק? הסבירו.
- ג. מצאו במשולש ABC קטעים השווים ל- BM.
- ד. **נועה** אמרה: אורך התיכון BM, הוא חצי מאורך היתר. האם נועה צודקת? הסבירו.



מחשבות...



3. משורטט מלבן ABCD עם שני אלכסונים ומסומנת זווית של 30° .

א. חשבו את כל הזוויות בשרטוט.

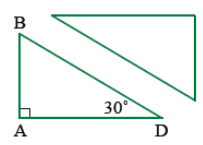
ב. מצאו משולשים שווי צלעות. כמה יש?

ג. מצאו משולשים שווי שוקיים (שאינם משולשים שווי צלעות). כמה יש?

ד. מצאו את כל הקטעים השווים לניצב AB. רשמו אותם.

ה. פי כמה גדול האלכסון BD מהצלע AB?

ו. גזרו את המלבן לאורך האלכסון BD. התקבלו שני משולשים ישרי זווית. פי כמה גדול היתר, BD מהניצב מול הזווית של 30° ?





הגדרה מתימטית

מינימלית

מסתמכת על מושגים שהוגדרו כבר (וכמובן לא מעגלית)

מחוקקת: משמשת כלי למיון בין היצור המוגדר לכל היצורים האחרים

ובכן, הגדירו מעוין...

הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות נקרא מקבילית.

ייתכנו הגדרות שקולות



הגדרה מקבילית בעלת זוג צלעות סמוכות שוות נקראת מעוין.

כמו במלבן, יוצאים ממקבילית

2. אייל אמר: אפשר להגדיר מעוין כמרובע וכל הצלעות שלו שוות.
- א. בדקו אם ההגדרה של אייל מתאימה להגדרה שבמסגרת.
מה צריך להוכיח כדי להראות זאת?
- ב. על מה מסתמכים כדי להוכיח?



משפט: אם מרובע הוא מעוין, אז כל הצלעות שלו שוות.

גם פה עוסקים באפשרויות שונות להגדרה

מההגדרה לתכונות

קפלו וגזרו:



- מה קיבלתם?
- מה למדתם מהקיפול?
- מה הקשר בין סוג המשולש שגזרתם לסוג המרובע שהתקבל?

הוכחות שונות



חלשים...!

תכונות של משולש שווה שוקיים

7. הראו בשלוש דרכים שונות, שהאלכסונים במעוין חוצים זה את זה.

תכונות שמעוין יורש ממקבילית

חפיפת משולשים

משפט לוטס הפאטו

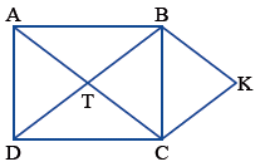
1. בשיעור הקודם הוכחנו: **אם** מרובע הוא מעוין **אז** כל הצלעות שלו שוות.

א. המשפט ההפוך הוא **אם** במרובע כל הצלעות שוות, **אז** הוא מעוין.
רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. האם המשפט ההפוך נכון? הסבירו.



משפט: אם מרובע הוא מעוין, אז כל הצלעות שלו שוות.
המשפט ההפוך: אם במרובע כל הצלעות שוות, אז הוא מעוין.

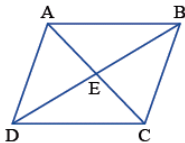


2. נתון: ABCD מלבן.

$AT = BK$

$DT = KC$

- א. האם מרובע BKCT הוא מעוין? הסבירו.
ב. איזה מרובע היה מתקבל אם מרובע ABCD היה מקבילית ולא מלבן? הסבירו.



4. א. במעוין ABCD אורכי האלכסונים הם:

$BD = 10$ ס"מ, $AC = 8$ ס"מ

מצאו את שטח המעוין.

- ב. הוכיחו בשלוש דרכים שונות כי שטח המעוין שווה למחצית מכפלת אלכסוניו.

הוכחות שונות



6. נתון: EYAL מעוין.

ABCD מקבילית.

רק מסקנה אחת מבין המסקנות הבאות נכונה, איזו היא? הוכיחו אותה.

א. $EA \parallel BD$

ב. $\angle EYA = \angle BCD$

הוכחות

שרשרת משימות

ספירלה:

חזרה לנושאים שנלמדו בעבר



7. נתון: ABCD מעוין.

ERTC מקבילית.

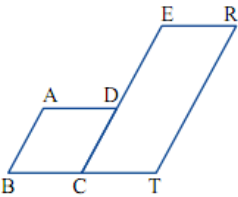
$AB = ER$

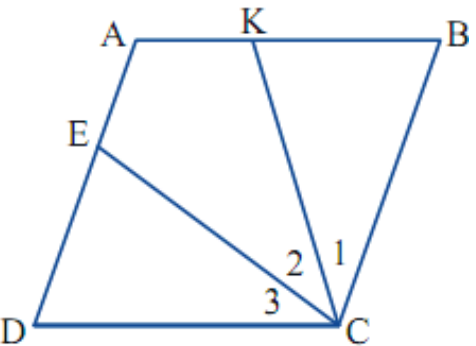
אילו מהמסקנות הבאות נכונות? הוכיחו.

א. $\angle A = \angle T$

ב. $\triangle BDT$ הוא משולש שווה שוקיים.

ג. מרובע ADT מקבילית.





7. ABCD מעוין.

$\angle C_1 = \angle C_2 = \angle C_3 = \alpha$

א. הוכיחו: דלתון AECK.

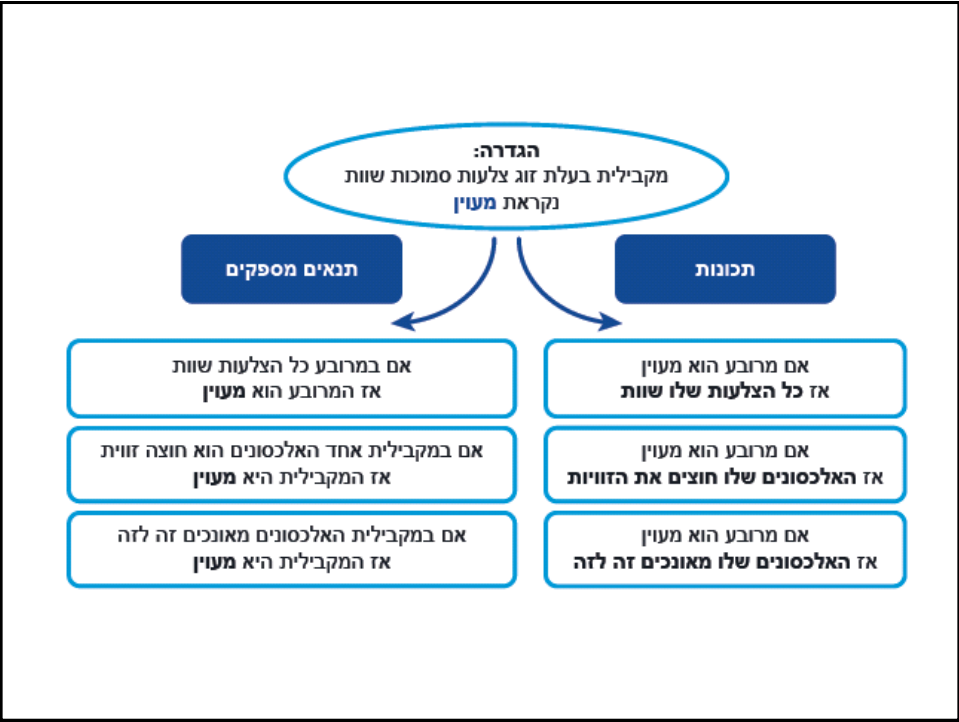
ב. נתון גם: $AB = CK$. מה תוכלו לומר על משולש KCB?

מצאו את α במקרה זה.

ג. מצאו את α אם נתון $CK \perp AB$.

שרטטו שרטוט מתאים למקרה זה.

ספירלה



וגם במסלול הירוק:

• הגדרה



• תכונות



• תנאים מספיקים לזיהוי

הגדרה: מרובע בעל צלעות שוות נקרא מעוין.

- תכונות המעוין
- כל הצלעות שוות
 - צלעות נגדיות מקבילות
 - זוויות נגדיות שוות
 - האלכסונים חוצים זה את זה
 - האלכסונים חוצים את הזוויות
 - האלכסונים מאונכים זה לזה

כדי להראות שמרובע הוא מעוין, מספיק להראות שמתקיים אחד מהתנאים:
• כל הצלעות שוות. • האלכסונים חוצים זה את זה וגם מאונכים זה לזה.

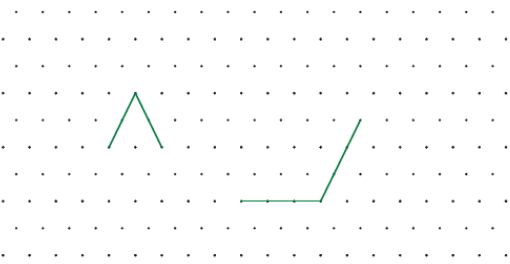
עמוד 188

ומה במשימות?

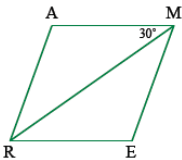


1. השלימו למעוינים על ידי שרטוט.

שרטוט

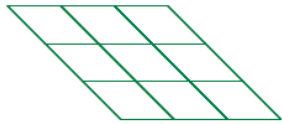


חישוב



- ☒ ☐
4. נתון: AMER מעוין.
 $\angle RMA = 30^\circ$
מצאו את גודל זווית A ו-E.

זיהוי וספירה



8. השרטוט מורכב מ- 9 מעוינים קטנים.

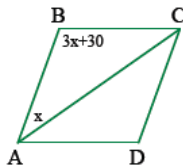
כמה מקביליות יש בשרטוט?

כמה מעוינים יש בשרטוט?

קישור לאלגברה



10. ABCD מעוין. (גודל הזוויות בשרטוט במעלות)
מצאו את גודל זוויות המעוין לפי הנתונים בשרטוט.



עמוד 189

הנמקה

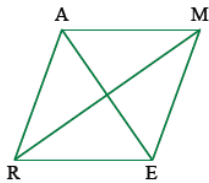


5. נתון: AMER מעוין.

$\angle RME = 25^\circ$

מצאו את גודל זוויות המעוין.

באילו משפטים השתמשתם?

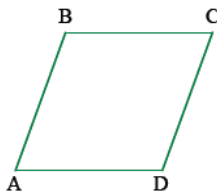


12. נתון: ABCD מעוין.

שרטטו BM גובה לצלע AD

שרטטו BP גובה לצלע CD

לפי איזה משפט חפיפה אפשר להסיק כי $BP = BM$?



8. נתון: KLMR מעוין.
 $TL = OK$
 $KT = OL$
איזה מרובע הוא מרובע KTLO? הסבירו.

שיעור 2. האם המרובע הוא מעוין?

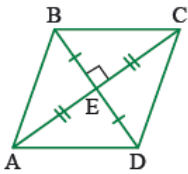
עמוד 191

הקטעים המשוורטים הם זוגות אלכסונים של מרובעים. שרטטו את המרובעים.

אילו מרובעים קיבלתם?

עמוד 191

1. במשימת הפתיחה שרטטתם מרובעים. אילו מהם מעוינים?
מה מאפיין את האלכסונים במעוינים?
אייל אמר: אם האלכסונים מאונכים זה לזה מקבלים מעוין.
עידן אמר: אם האלכסונים חוצים זה את זה מקבלים מעוין.
עומר אמר: אם האלכסונים מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה מקבלים מעוין.
מי מהילדים צודק? הסבירו.



2. א. האלכסונים מחלקים את המרובע ל- 4 משולשים חופפים.
לפי איזה משפט חפיפה?
ב. הסבירו מדוע מרובע ABCD הוא מעוין?

עמוד 193



תנאים מספיקים לזיהוי מעוין

אם במרובע כל הצלעות שוות
אז המרובע הוא מעוין

אם במרובע האלכסונים
חוצים זה את זה וגם מאונכים זה לזה
אז המרובע הוא מעוין

תכונות המעוין

הצלעות הנגדיות מקבילות

כל הצלעות שוות

הזוויות הנגדיות שוות

האלכסונים חוצים זה את זה

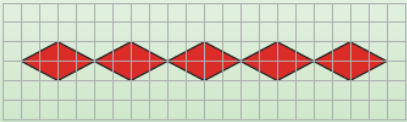
האלכסונים חוצים את הזוויות

האלכסונים מאונכים זה לזה

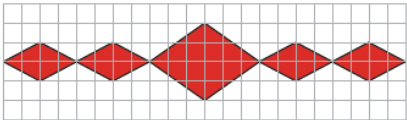
עמוד 196

שיעור 3. שטח מעוין

בשרטוט דגם של צמיד עשוי מחוליות. (אורך משבצת בשרטוט מייצג 1 ס"מ).
מחיר הצמיד נקבע לפי כמות החומר.
1 סמ"ר חומר עולה 10 ש"ח.
חשבו את מחיר הצמיד.



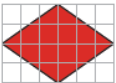
נלמד לחשב שטח מעוין.



1. **אריאל** קנתה באותה חנות את הצמיד הבא:
חשבו את מחירו.

עמוד 196

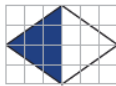
אפשר לחשב תחילה את מחיר החוליה הגדולה.



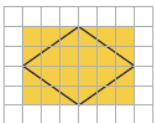
עומר חישב את שטח המשולש הירוק, וכפל אותו פי 4.
הסבירו את הדרך של עומר.

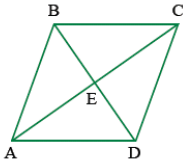


עידן חישב את שטח המשולש הכחול, וכפל אותו פי 2.
הסבירו את הדרך של עידן.



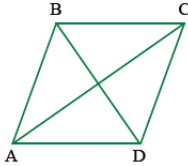
אייל חישב את שטח המלבן, וחילק אותו ב- 2.
הסבירו את הדרך של אייל.





2. במעוין ABCD אורכי האלכסונים הם:
 $AC = 10$ ס"מ, $BD = 8$ ס"מ

- א. חשבו את שטח המעוין. הסבירו את חישוביכם.
- ב. **גיא** אמר: הכפלתי את אורכי האלכסונים וחילקתי בשניים.
- האם החישוב של גיא נכון? הסבירו.

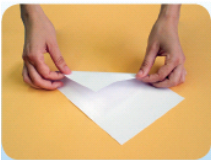


שטח מעוין שווה למחצית מכפלת אלכסוניו.

$$S = \frac{AC \cdot BD}{2}$$

משקל: במשימה 1 שטח המעוין הוא: 12 סמ"ר $S = \frac{6 \cdot 4}{2}$

שיעור 4. הריבוע

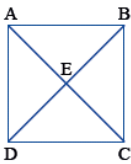


צרו מדף מלבני A4 ריבוע ללא שימוש בסרגל.
הסבירו מדוע המרובע שקיבלתם הוא ריבוע.

נכיר את תכונות הריבוע ותנאים מספיקים לזיהוי ריבוע.

תכונות

1. רשמו את תכונות הצלעות, הזוויות והאלכסונים, של הריבוע.



2. המורה ביקשה להגדיר ריבוע.

אייל אמר: ריבוע הוא מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות.

עידן אמר: ריבוע הוא מעוין בעל זווית ישרה.

יובל אמר: ריבוע הוא מלבן בעל זוג צלעות סמוכות שוות.

דויד אמר: ריבוע הוא מקבילית בה האלכסונים שווים ומאונכים זה לזה.

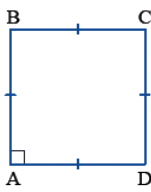
דנו בהגדרות השונות. האם כולן נכונות? הסבירו.

מזהים ריבוע

3. נתון: ABCD מעוין.

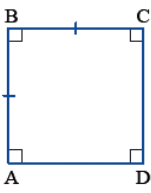
$\angle A = 90^\circ$

מה צריך לעשות כדי להוכיח שמרובע ABCD הוא ריבוע?



4. משפט: ריבוע הוא מלבן שבו זוג צלעות סמוכות שוות.

- א. קְשֹׁמוּ את הנתונים שבשרטוט בכתיב מתמטי.
- ב. הוכיחו את המשפט.



5. הוכיחו את המשפט: ריבוע הוא מקבילית שבה האלכסונים שווים ומאונכים זה לזה.

ומה במשימות



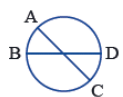
1. לפניכם טענות, קבעו לכל טענה אם היא נכונה. אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
- א. כל מעוין הוא ריבוע.
 - ב. כל ריבוע הוא מעוין.
 - ג. כל ריבוע הוא מלבן.
 - ד. כל מלבן הוא ריבוע.



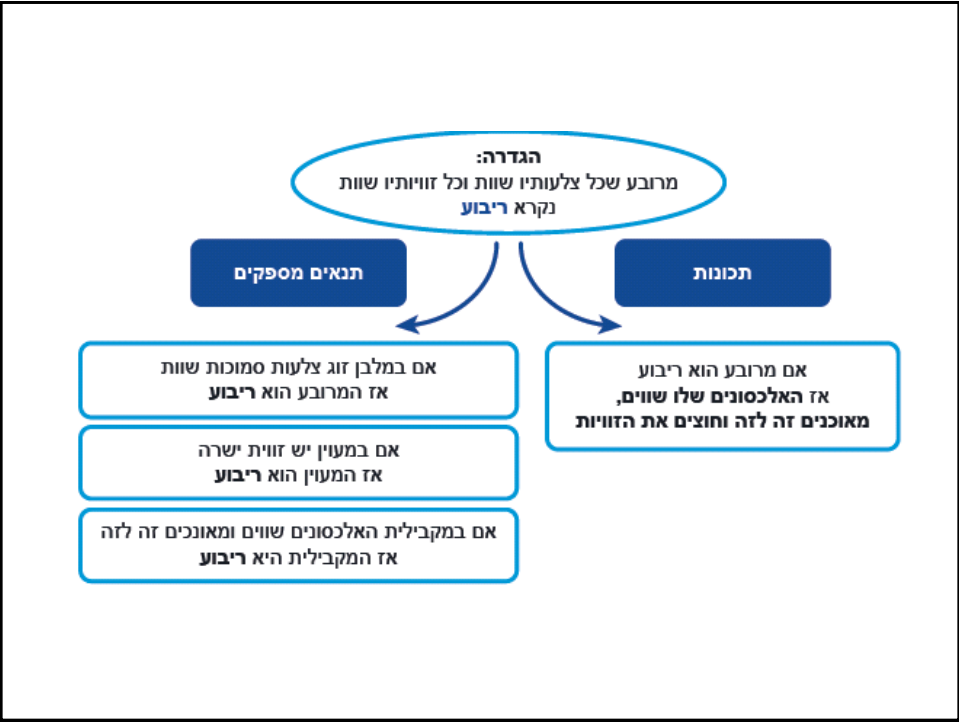
2. לפניכם טענות, קבעו, לכל טענה אם היא נכונה. נמקו או שרטטו דוגמה נגדית.
- א. אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה, אז הוא ריבוע.
 - ב. אם במרובע יש שלוש צלעות שוות, אז הוא מעוין.
 - ג. אם במרובע יש שלוש צלעות שוות וזווית ישרה, אז הוא ריבוע.
 - ד. אם במרובע יש שלוש זוויות שוות, אז הוא מלבן.



7. AC ו-BD הם קטרים במעגל.



- א. מהו סוג המרובע ABCD? הסבירו.
- ב. קְשֹׁמוּ תנאי נוסף כדי שמרובע ABCD יהיה ריבוע.





עמוד 199

שיעור 4. הריבוע

צרו ריבוע מדף מלבני A4, ללא שימוש בסרגל.
הסבירו מדוע המרובע שקיבלתם הוא ריבוע.
נחקור את תכונות הריבוע.



תזכורת: במצולע משוכלל כל הצלעות שוות וכל הזוויות שוות.

1. איך נקרא מרובע משוכלל? מה גודל כל זווית במרובע זה?



הגדרה: מרובע בעל צלעות שוות וזוויות שוות נקרא ריבוע.

עמוד 199



תזכורת: במצולע משוכלל כל הצלעות שוות וכל הזוויות שוות.

1. איך נקרא מרובע משוכלל ? מה גודל כל זווית במרובע זה?



הגדרה: מרובע בעל צלעות שוות וזוויות שוות נקרא **ריבוע**.

עמוד 199

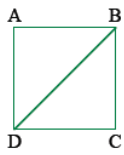
תכונות



2. קפלו ריבוע מנייר לשניים, כך שיתקבלו שני מלבנים חופפים. שרטטו את קו הקיפול.



תזכורת
מצולע סימטרי אפשר לקפל לשני חלקים המכסים זה את זה. קו הקיפול נקרא **ציר הסימטריה**.



3. א. האם אלכסון הריבוע הוא ציר סימטריה? קפלו, ובדקו.
ב. האם אלכסון הריבוע חוצה את זוויות הריבוע? הסבירו.

עמוד 200



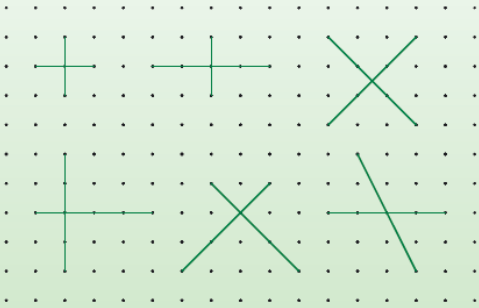
5. סמנו ב- $\sqrt{\quad}$ את תכונות הצלעות, הזוויות והאלכסונים של המרובעים בטבלה.

תכונה	מקבילית	מלבן	מעוין	ריבוע
צלעות	הצלעות הנגדיות מקבילות			
	הצלעות הנגדיות שוות			
	כל הצלעות שוות			
זוויות	כל הזוויות שוות			
	הזוויות הנגדיות שוות			
אלכסונים	האלכסונים חוצים זה את זה			
	האלכסונים שווים זה לזה			
	האלכסונים מאונכים זה לזה			
	האלכסונים חוצים את הזוויות			

עמוד 204

שיעור 5. האם המרובע הוא ריבוע?

הקטעים המשורטטים הם זוגות אלכסונים של מרובעים. שרטטו את המרובעים.



אילו מרובעים קיבלתם?

עמוד 204

1. במשימת הפתיחה שרטטתם מרובעים. אילו מהם ריבועים?
מה מאפיין את האלכסונים בריבועים ששרטטתם?
אייל אמר: אם האלכסונים מאונכים ושווים זה לזה, מקבלים ריבוע.
עידן אמר: אם האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה, מקבלים ריבוע.
עומר אמר: אם האלכסונים מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה, מקבלים ריבוע.
אודי אמר: אם האלכסונים מאונכים זה לזה, חוצים זה את זה ושווים זה לזה מקבלים ריבוע.
מי מהילדים צודק? הסבירו.

עמוד 206



תנאים מספיקים לזיהוי ריבוע

אם במרובע כל הצלעות שוות
וכל הזוויות שוות
אז המרובע הוא ריבוע

אם במרובע האלכסונים:
חוצים זה את זה, שווים זה לזה
ומאונכים זה לזה
אז המרובע הוא ריבוע

תכונות הריבוע

הצלעות הנגדיות מקבילות

כל הצלעות שוות

כל הזוויות ישרות

האלכסונים חוצים זה את זה

האלכסונים שווים

האלכסונים מאונכים זה לזה

האלכסונים חוצים את הזווית

סיכום:

בנוסף ללימוד הנושאים הגאומטריים ולימוד הוכחות, אנחנו מנסים, ככתוב בתכנית הלימודים, לחשוף את התלמידים למבנה של הגאומטריה באמצעות מתן הזדמנויות לביצוע משימות הממחישות את העקרונות:

❖ משפט נכון רק אם הוא נכון תמיד וכל דוגמה נגדית פוסלת את המשפט.

לכן, בודקים נכונות של טענות; אם הן נכונות מוכיחים אותן, ואם אינן נכונות פוסלים אותן בעזרת דוגמאות או הסברים.

❖ הגאומטריה בנויה נדבך על נדבך, כל משפט מבוסס על הנתונים ועל משפטים קודמים, לכן, אנו מביאים שרשרות פשוטות של משפטים. גם התרשימים מדגישים את המבנה הזה.

❖ משפט הפוך למשפט נכון אינו בהכרח משפט נכון.

לכן, במקביל לזיהוי נתונים ומסקנות במשפט נתון, מחליפים נתונים במסקנות, בודקים נכונות; ורק אז מוכיחים או פוסלים בעזרת דוגמה או הסבר.

❖ הדגשת תפקיד ההוכחה כמשכנעת בנכונות וכמסבירה מדוע משפט נכון.

יוצרים מצבים בהם התלמידים משערים ומתלבטים מהי המסקנה הנכונה, ויוצרים מצבים בהם המסקנה נוגדת את האינטואיציה.

❖ לומדים להבחין בין תכונה של צורה לתנאי מספיק לקבלת הצורה.

❖ מדגישים שהגדרה של צורה כוללת למעשה את התכונה ותנאי מספיק לקבלת הצורה.

בנוסף ישנו ניסיון לגוון ולשלב בלימוד ובהצלחות, תלמידים בעלי יכולות שונות. לכן:

❖ בנוסף למשימות ההוכחה מופיעות משימות אחרות: חישוב, שרטוט, בנייה, שימוש בעזרים וחיפוש בסביבה.

❖ יוצרים מעורבות של תלמידים על ידי הזמנה להעלאת השערות, בדיקת השערות, השלמת שרטוטים, חיפוש דוגמאות, והוכחות מסוגים שונים (פורמאליות, מילוליות, אינדוקטיביות).

❖ באוסף המשימות משימות ברמות שונות שלא כולן משימות הוכחה. כך זוכים תלמידים בעלי יכולות שונות לחוויית הצלחה.

❖ באמצעות סיטואציות המתקשרות לסביבה, חושפים את הרלוונטיות של הגיאומטריה למציאות חיינו.

ובמסלול הירוק:

עוסקים באופן דומה בעקרונות הנ"ל: גם ברמה זו ניתן לזהות טענות שאינן נכונות, לרשום נתונים ומסקנות, להחליף נתונים ומסקנות אלה באלה, אך ללא דרישה לרישום הוכחות.

התלמידים מזהים נתונים ומסקנות, מסבירים, מזהים את המשפטים עליהם מבוססות המסקנות, משרטטים, ומבצעים חישובים בהתבסס על המשפטים.

ואשר לתוכן:

עוסקים באותם תכנים כמו במסלול הכחול.

