

גיאומטריה – מקביליות
יחידה 8 (כחול + ירוק)

יחידה 8: מקביליות
שיעור 1. הגדרות וזיהוי

- מצאנו מקביליות בהן משתמשים בסביבה ובחיי היום-יום.
- דרגות בצהל:
- בדגלים:



של איזו מדינה דגל זה?



של איזו מדינה דגל זה?



איזה תחליף זה?



איזה תחליף זה?

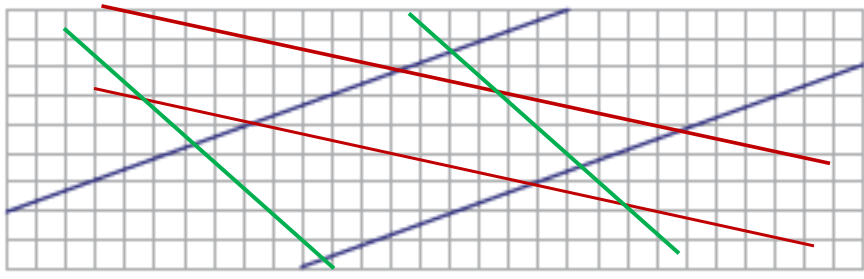


אדון שוקו

- בתמורים וסימני תנועה:
- באריות אוכל
- חפשו בבית ובאינטרנט מקביליות נוספות, הנמצאות בסביבה.
- נגדיר מקביליות ונלמד לזהותן.



2. א. בשרטוט זוג ישרים מקבילים. העתיקו למחברתכם.
שרטוט זוג נוסף של ישרים מקבילים החותכים את הזוג הראשון.



ב. שרטטו בדרך זו, שני מרובעים נוספים, שונים מהקודם.

ג. איזה מרובעים התקבלו?

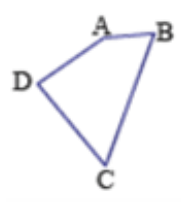
במה הם דומים ובמה הם שונים זה מזה: בגודל הזוויות? באורכי הצלעות?

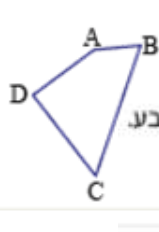


הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות נקרא מקבילית.
הגדרה היא הסבר של מושג חדש על סמך מושגים קודמים.
הגדרנו מקבילית על סמך המושגים מרובע וצלעות נגדיות, שהוגדרו בכיתה ז.

תזכורת

מרובע הוא מצולע בעל ארבע צלעות.
זוג צלעות **שיש** להן קודקוד משותף נקראות צלעות סמוכות.
זוג צלעות **שאינן** להן קודקוד משותף נקראות צלעות נגדיות.





3. א. רשמו זוג של צלעות סמוכות במרובע ABCD, שבשרטוט.
ב. רשמו זוג של צלעות נגדיות במרובע ABCD, שבשרטוט.
ג. הגדירו מהן זוויות סמוכות במרובע ומהן זוויות נגדיות במרובע.
ד. רשמו זוג של זוויות סמוכות במרובע ABCD, שבשרטוט.
ה. רשמו זוג של זוויות נגדיות במרובע ABCD, שבשרטוט.



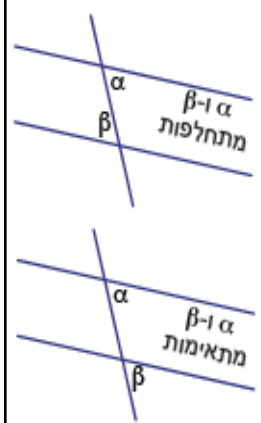
בכיתה ח למדנו לזהות הקבלה של ישרים בעזרת זוויות מתחלפות ומתאימות, ולחשב זוויות על סמך זוויות מתחלפות ומתאימות בין מקבילים.

תזכורת

נתונים שני ישרים וישר החותך אותם, אם נמצא זוג זוויות מתחלפות שוות, או זוג זוויות מתאימות שוות, אז הישרים מקבילים.

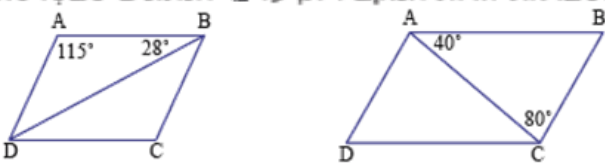
וגם ההיפך מתקיים

אם ישרים מקבילים, אז כל זוג של זוויות מתחלפות שוות וכל זוג של זוויות מתאימות שוות.

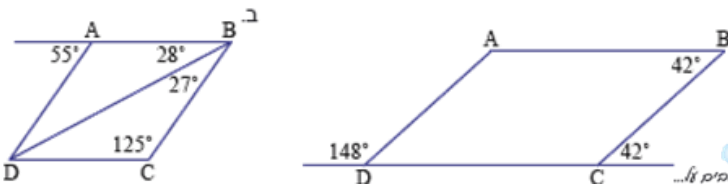


4. המרובע ABCD הוא מקבילית.

חשבו את זוויות המקבילית, על פי הנתונים שבשרטוט.



5. קבעו על סמך הנתונים שבשרטוט, אם המרובע הוא מקבילית.

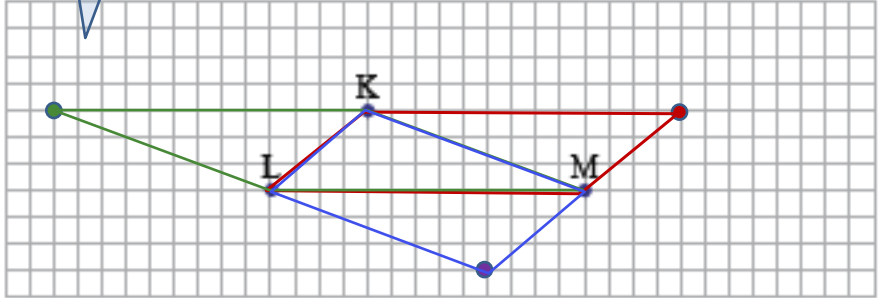


6. א. על מה הסתמכנו כדי למצוא, את הגדלים של הזוויות, במשימה 4?
ב. איך זיהינו, אם המרובע הוא מקבילית, במשימה 5?

אוסף משימות

יש **זיהוי** מקבילית על סמך נתונים מספריים המובילים להקבלת הצלעות (כמו במשימה 5 לעיל)
יש **חישוב** על סמך הקבלת הצלעות (כמו במשימה 4 לעיל)

2. הנקודות K, L ו-M הן שלושה קודקודים של מקבילית. השתמשו בהגדרה ושרטטו מקבילית.



שרטוט

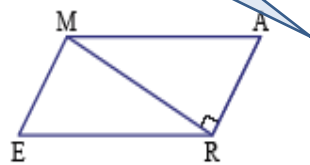
תנאי לא מספיק



3. בכל סעיף, שרטטו מרובע מתאים, שאינם מקבילית.

- א. זוג צלעות מקבילות.
- ב. זוג צלעות נגדיות שוות.
- ג. זוג זוויות נגדיות שוות.

כתיבה בכתיב מתמטי וחישוב



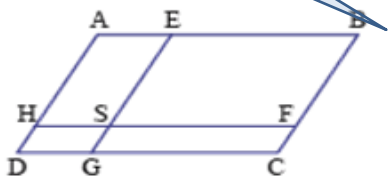
4. נתון: המרובע MARE הוא מקבילית.

האלכסון MR מאונך לצלע RA

$\angle E = 45^\circ$

- א. כתבו את הנתונים בכתיב מתמטי.
- ב. חשבו את הזוויות בשרטוט, ומצאו משולשים שווי שוקיים.

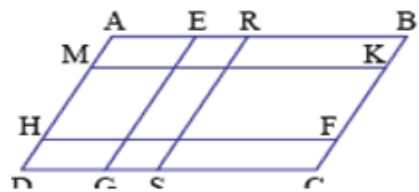
זיהוי משרטוט מורכב



8. נתון: $AB \parallel HF \parallel DC$

$AD \parallel EG \parallel BC$

כמה מקבילות בשרטוט?
כשמו אותן.



9. נתון: $MK \parallel HF \parallel DC$

$EG \parallel RS \parallel BC$

כמה מקבילות בשו

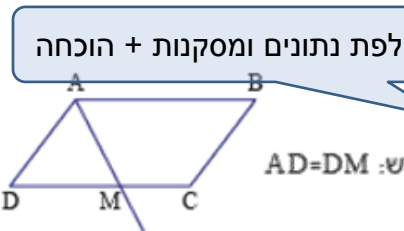
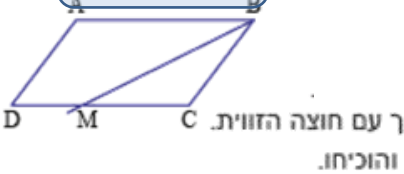
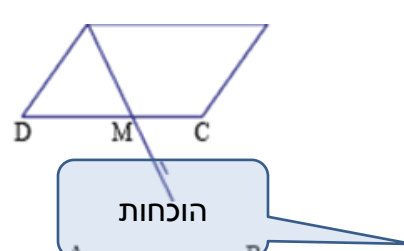
10. נתון: $ABCD$ מקבילית.
 AM חוצה את זווית DAB .
הוכיחו כי משולש ADM שווה שוקיים.
(רשמו מה נתון, מה צ"ל ואת ההוכחה).

הוכחות

11. נתון: $ABCD$ מקבילית.
 AM חוצה את זווית ABC .
המשיכו את הצלע BC עד לנקודת החיתוך עם חוצה הזווית. מצאו בשרטוט עוד משולשים שווי שוקיים והוכיחו.

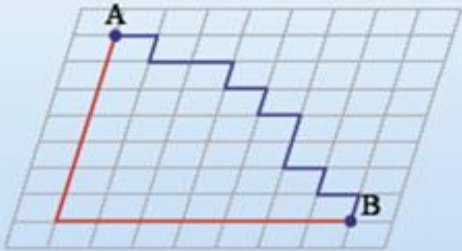
החלפת נתונים ומסקנות + הוכחה

12. במקבילית $ABCD$ שרטטו קטע AM כך ש: $AD=DM$.
הוכיחו כי AM חוצה את זווית A .
(רשמו מה נתון, מה צ"ל ואת ההוכחה).



שיעור 2. מהגדרה לתכונות

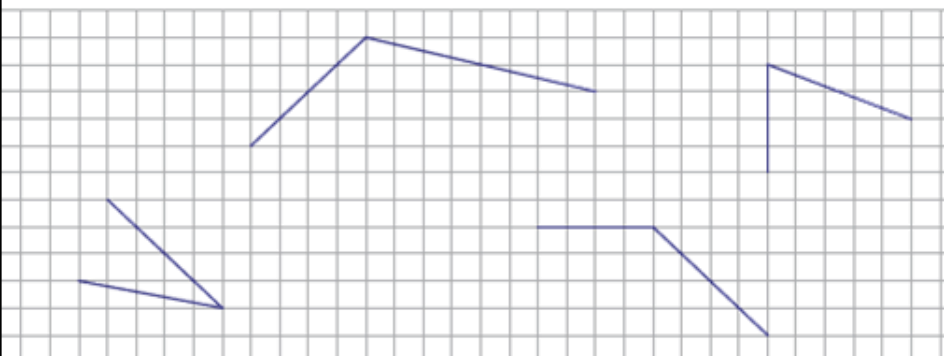
בעיר מק במדינת בילית הרחובות יוצרים רשת של מקביליות כבתמונה.
דן הלך מנקודה A לנקודה B במסלול הכחול. כיצד נמצא את המרחק שעבר?
גד טען שהוא יכול לקצר את הדרך. הוא הלך במסלול האדום.
האם גד צודק?



נכיר תכונות של צלעות וזוויות במקבילית.

צלעות במקבילית

העתיקו לדף משובץ והשלימו את שרטוט המקביליות בעזרת מקבילים לצלעות המשורטטות.

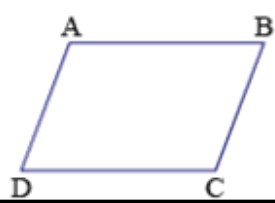


ב. מצאו תכונה נוספת של צלעות נגדיות במקבילית, ונסחו את התכונה שמצאתם כמשפט.

ג. קרשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט שניסחתם.

ד. השלימו את המשפט.

ה. הוכיחו שהאלכסון BD מחלק את המקבילית לשני משולשים חופפים.

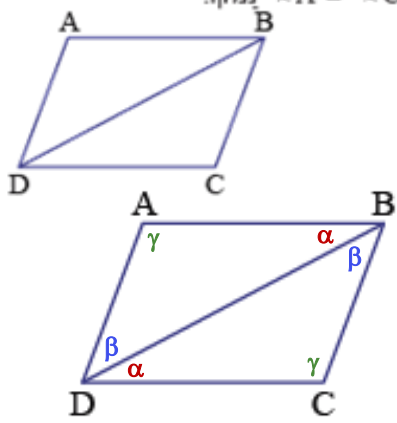


זוויות במקבילית

2. א. מהחפיפה שהוכחתם במשימה 1 נובע גם: $\angle A = \angle C$ נמקו.

ב. הוכיחו כי גם $\angle B = \angle D$

ג. נסחו משפט מתאים.



והוכחה אחרת:

3. משפט: הסכום של כל זוג זוויות סמוכות במקבילית שווה ל- 180° .

א. שרטטו מקבילית וקרשמו בכתב מתמטי, מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. הוכיחו את המשפט.

4. נחזור לרשת הרחובות בעיר מֶק.

א. מה המרחק שעבר דן מהנקודה A לנקודה B?
מה המרחק שעבר גד מהנקודה A לנקודה B?
על סמך איזו תכונה של המקבילית מצאתם את המרחק?

ב. האם גד קיצר את הדרך?
על סמך איזו תכונה של המקבילית תוכלו להסביר.

ג. מהו המרחק הקצר ביותר על פני רשת הרחובות הזו?

אפליקציה החלוצית להפצת מידע מתמטי.

הגדרת המקבילית:
מרובע בעל שני זוויות של צלעות
מקבילות נקרא מקבילית

במקבילית הזוויות
הנגדיות שוות זו לזו

במקבילית הצלעות
הנגדיות שוות זו לזו

במקבילית סכום כל זוג
זוויות סמוכות שווה ל-180°

שיעור 3. תנאים מספיקים לקבל מקבילית (תכונות מזהות)

משתמשים ברצועות ובזוויות על נייר שקוף



נלמד לזהות מקבילית לפי תנאים מספיקים.

ולאחר עוד שאלת שרטוט מנסחים ומוכיחים:

משפט: אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות, אז המרובע הוא מקבילית.

א. רשמו מה הנתונים.

ב. לפי הגדרת מקבילית צריך להוכיח שהצלעות הנגדיות מקבילות.

רשמו מה צריך להוכיח בכתיב מתמטי.

שרטטו אלכסון והוכיחו את המשפט.

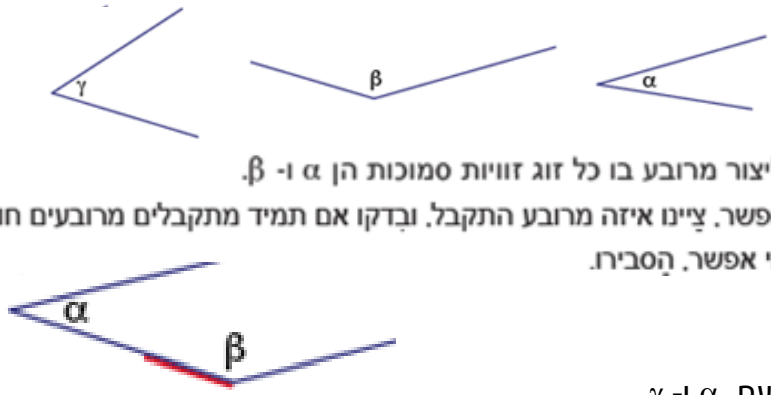


בשיעור הקודם הוכחנו כי: אם המרובע הוא מקבילית אז צלעותיו הנגדיות שוות.
במשימה 2 הוכחנו כי: אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות אז הוא מקבילית.
שני המשפטים האלה הם משפטים הפוכים.
שני משפטים בהם התנאים והמסקנות מוחלפים אלה באלה, נקראים משפטים הפוכים זה לזה
בשיעור הקודם הוכחתם: "אם המרובע הוא מקבילית אז האלכסון מחלק אותו לשני משולשים חופפים".
נסחו משפט הפוך למשפט זה.
האם המשפט ההפוך נכון?
אם כן, הוכיחו.
אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
משפט הפוך למשפט נכון אינן בהכרח משפט נכון.



זיהוי מקבילית על פי תכונות של זוויות

4. א. העתיקו על דף שקוף שתי זוויות שגודלן α , שתי זוויות שגודלן β , ושתי זוויות שגודלן γ .
ב. נסו ליצור מרובע בו כל זוג זוויות סמוכות הן α ו- β .
אם אפשר, ציינו איזה מרובע התקבל, ובדקו אם תמיד מתקבלים מרובעים חופפים.
אם אי אפשר, הסבירו.
ג. נסו עם α ו- γ .
ד. שערנו מהי התכונה של הזוויות הסמוכות במרובע, שהיא תנאי מספיק לקבל מקבילית.



בשיעור קודם הוכחנו: "אם מרובע הוא מקבילית אז סכום כל זוג זוויות סמוכות 180° ."

א. נסחו משפט הפוך.

האם המשפט ההפוך וודאי מתאים להשערה שרשמתם במשימה 4?

ב. לפניכם הנתונים ומה שצריך להוכיח.

נתון: ABCD מרובע

סכום כל זוג זוויות סמוכות הוא 180°

צ"ל: $CD \parallel AB$
 $AD \parallel CB$

סממן: $\sphericalangle A = \alpha$ והוכיחו.

6. בשיעור שעבר הוכחנו את המשפט: "אם המרובע הוא מקבילית אז זוויותיו הנגדיות שוות זו לזו."

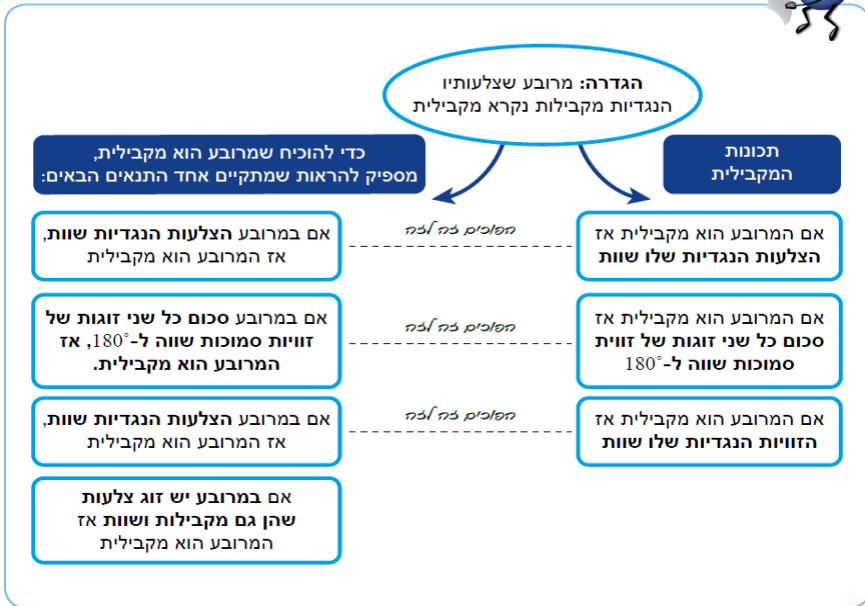
א. נסחו משפט הפוך, ורשמו, מה נתון ומה צ"ל. והוכיחו.



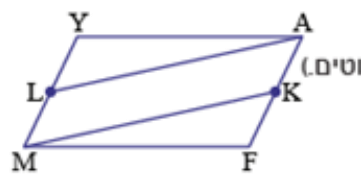
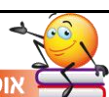
צרו באמצעות הזוויות השקופות מרובע ששתיים מזוויותיו גודלן α ושתיים מזוויותיו גודלן β ואינו מקבילית.

איזה מרובע התקבל?

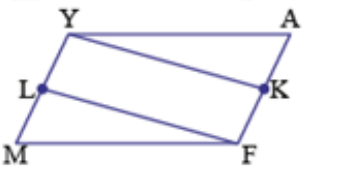
סיכום המשפטים ממשל תכונות המקביליות ותנאים מספיקים לקבלת מקביליות.



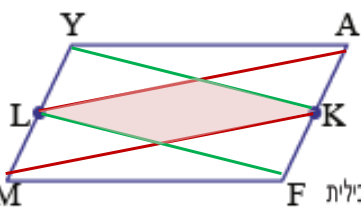
אוסף משימות



3. המרובע YAFM מקבילית.
K ו-L אמצעי הצלעות AF ו-YM (ראו שרטוט).
א. הוכיחו כי המרובע MKAL הוא מקבילית.



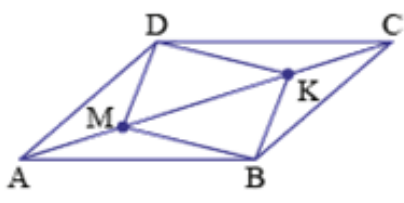
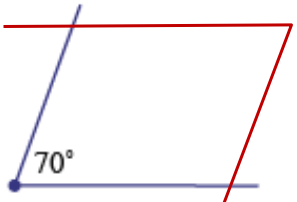
ב. הוכיחו כי המרובע FLYK הוא מקבילית.



4. YAFM מקבילית.
K ו-L אמצעי הצלעות AF ו-YM (ראו שרטוט).
א. שרטטו את המרובע MKAL והוכיחו כי הוא מקבילית.
ב. שרטטו גם את המרובע FLYK והוכיחו כי הוא מקבילית.
ג. הוכיחו כי המרובע שנוצר על ידי הקטעים ששרטטתם, גם הוא מקבילית.



7. שרטטו שלוש מקבילות שונות, שגודל אחת מהזוויות 70° .
מה שווה ומה שונה בשלוש המקבילות: גודל הצלעות?
ההקבלה של הצלעות? ההיקף? השטח? (תוכלו להשתמש
במד מעלות או להעתיק את הזווית המשורטטת כאן.)

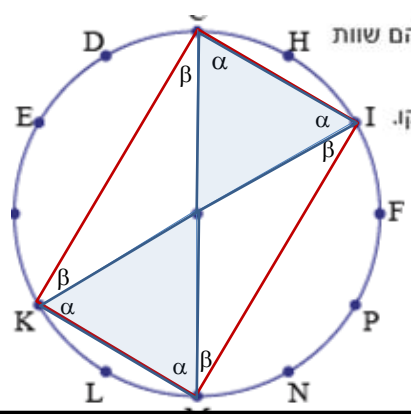


8. נתון: ABCD מקבילית.
 $AM = CN$
הוכיחו: BMDK מקבילית.

מזנון

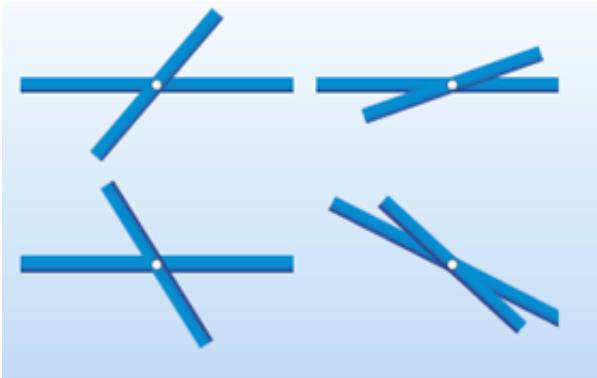


10. הדלתות שבציור מיועדות לכניסה וליציאה מהמזנון.
הקו המודגש מציין את הצד שבו הציר של כל דלת.
האם הדלתות יכולות להיפתח? הסבירו.



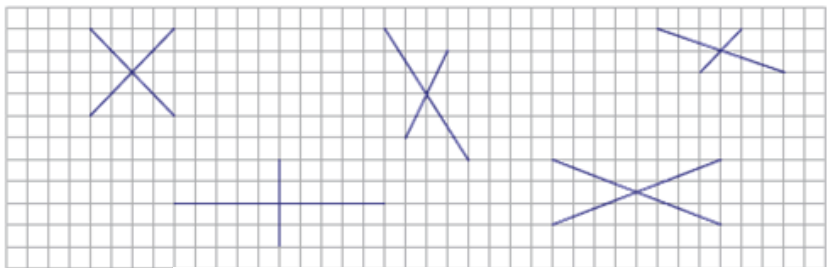
12. שרטטו מרובעים שונים, שהצלעות הנגדיות שלהם שוות
וקודקודיהם בנקודות המסומנות על המעגל.
א. כל המרובעים ששרטטתם הם מקבילים. נמקו.
ב. האם אפשר לשרטט מקבילית, המקיימת
את הדרישות ויש לה זווית חדה?
אם כן, שרטטו.
אם לא, הוכיחו.

שיעור 4. אלכסונים במקבילית

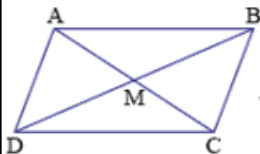


נעסוק באלכסוני מרובע החוצים זה את זה.

2. בכל שרטוט, שני קטעים החותכים זה את זה בנקודת האמצע שלהם.
א. חברו את קצות הקטעים למרובע.



ב. האם כל המרובעים ששרטטתם הם מקביליות?



3. א. השלימו את הניסוח של השערתכם: אם במרובע
אז המרובע הוא....
ב. קישו מה נתון ומה צריך להוכיח, והוכיחו את המשפט.



מצאנו תנאי מספיק נוסף לכך שמרובע הוא מקבילית.
משפט: אם מרובע שאלכסוניו **חוצים זה את זה**, אז המרובע הוא מקבילית

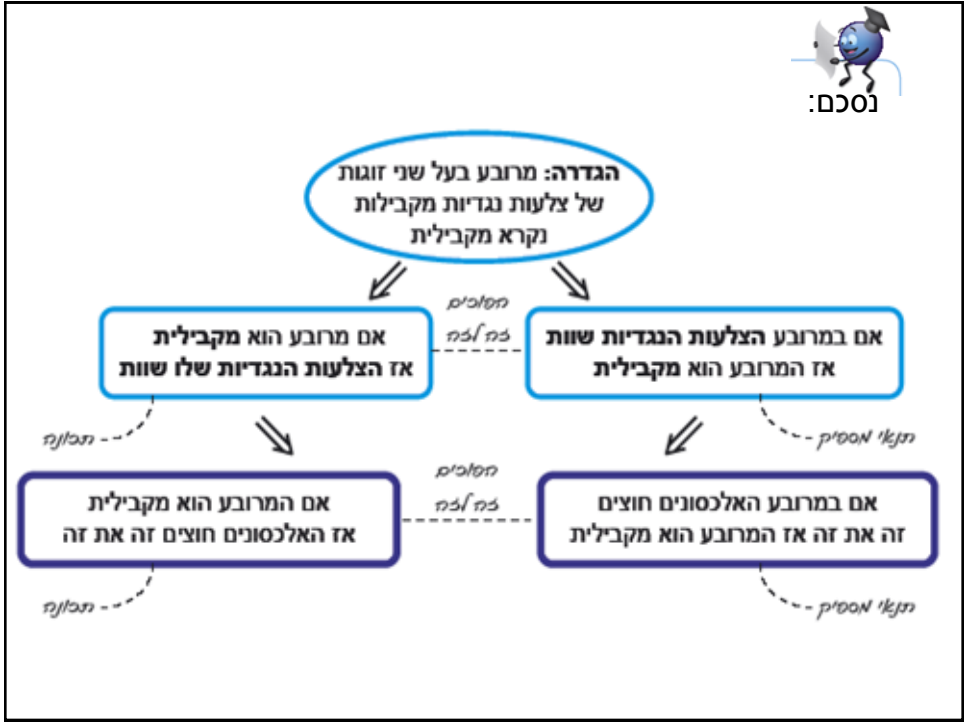
4. א. נסחו משפט הפוך למשפט שהוכחתם במשימה 3.
ב. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח, והוכיחו את המשפט.



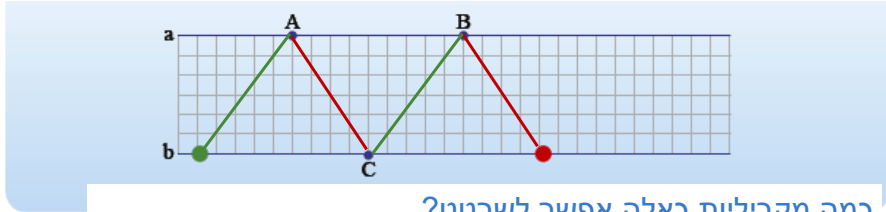
מצאנו תכונה נוספת של מקבילית.
משפט: אם המרובע הוא מקבילית, אז האלכסונים חוצים זה את זה



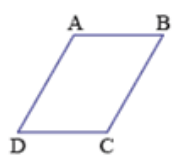
- א. **אבי** אמר: נראה לי שבכל מקבילית האלכסונים שווים זה לזה.
אם אבי צודק, הוכיחו את טענתו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
ב. **רוני** אמר: נראה לי שמספיק שאלכסון אחד יחצה את השני כדי שתתקבל מקבילית.
אם רוני צודק, הוכיחו את טענתו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
ג. **רונית** אמרה: נראה לי שבכל מקבילית האלכסונים חוצים את הזוויות.
אם רונית צודקת, הוכיחו את טענתה. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



שיעור 5: זוג צלעות נגדיות מקבילות ושוות
שרטטו מקבילית ששלושה מקודקדיה A, B' ו- C.



כמה מקבילות כאלה אפשר לשרטט?



3. במשימות 1 ו- 2 ראינו דוגמאות של מרובעים בהם יש זוג צלעות נגדיות מקבילות ושוות והמרובע שמתקבל הוא מקבילית.
- א. רשמו, בכתב מתמטי, מה נתון ומה צריך להוכיח.
 - ב. הוכיחו את המשפט.



4. א. שרטטו מרובע שיש לו זוג צלעות מקבילות וזוג צלעות סמוכות שוות והוא אינו מקבילית.
 ב. שרטטו מרובע שיש לו זוג צלעות מקבילות וזוג צלעות נגדיות שוות והוא אינו מקבילית.
 ג. הסבירו מדוע שתי הדוגמאות בסעיפים א ו- ב אינן סותרות את המשפט הרשום במסגרת.

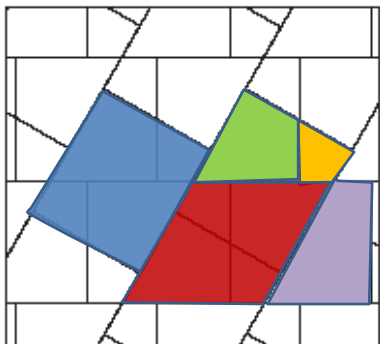


5. בדקו אם קיימים תנאים מספיקים נוספים לקבלת מקבילית:
 אם התנאים מספיקים, הוכיחו.
 אם אינם מספיקים, שרטטו דוגמה נגדית.
 א. מרובע בעל זוג צלעות מקבילות וזוג זוויות נגדיות שוות.
 ב. מרובע שאחד האלכסונים חוצה את הזוויות.
 ג. מרובע שאחד מאלכסוניו חוצה את האלכסון השני ויש לו זוג צלעות מקבילות.
 ד. מרובע בו אחד האלכסונים חוצה את השני ויש לו זוג זוויות נגדיות שוות.
 ה. מרובע שיש לו זוג צלעות נגדיות שוות וזוג זוויות נגדיות שוות

ומה בירוק?
יחידה 8: מקבילית

שיעור 1. מהו מרובע?

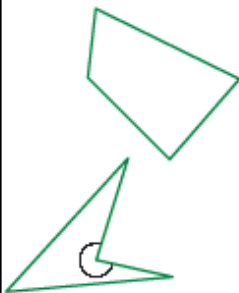
- 1. א. בתמונה דלתונים בשני גדלים. צבעו דלתון אחד מכל גודל.
- ב. צבעו מרובעים מסוגים אחרים מאלה שצבעתם בסעיף א (אחד מכל סוג).
- ג. רשמו שמות למרובעים שצבעתם.



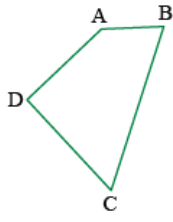
הגדרה: מצולע בעל ארבע צלעות נקרא **מרובע**.
הצלעות של מרובע נחתכות בארבעה קודקודים בלבד.

תזכורת

מרובע **קמור** הוא מרובע בו כל הזוויות קטנות מ- 180° .



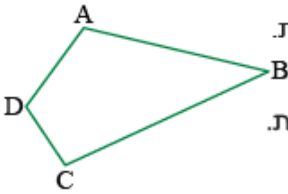
מרובע **קעור** הוא מרובע בו אחת הזוויות גדולה מ- 180° .



4. א. רשמו זוג של צלעות נגדיות במרובע ABCD.
כמה זוגות של צלעות נגדיות יש במרובע?
ב. רשמו זוג של צלעות סמוכות במרובע ABCD.
רשמו זוג נוסף של צלעות סמוכות במרובע ABCD.
כמה זוגות של צלעות סמוכות יש במרובע?

זוג צלעות שיש להן קודקוד משותף נקראות צלעות סמוכות.
זוג צלעות שאין להן קודקוד משותף נקראות צלעות נגדיות.

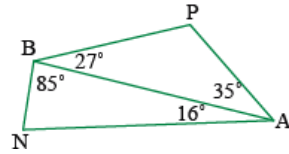


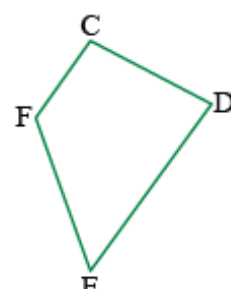


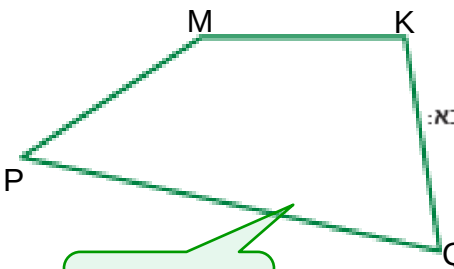
5. א. במרובע ABCD הזוויות A ו- C נקראות זוויות נגדיות.
רשמו זוג נוסף של זוויות נגדיות.
ב. במרובע ABCD הזוויות A ו- B נקראות זוויות סמוכות.
רשמו זוגות נוספים של זוויות סמוכות.

סכום זוויות במרובע

6. א. בשרטוט שני משולשים בעלי צלע משותפת AB.
הצמידו את הצלע AB של שני המשולשים והתקבל מרובע APBN.
חשבו את הגדלים של הזוויות P ו- N.
ב. מה סכום הזוויות במרובע APBN?
ג. מה סכום הזוויות במרובע CDEF? שרטטו אלכסון והסבירו.







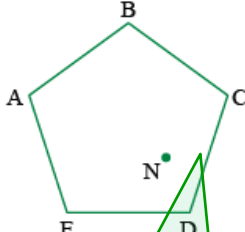
סימון מתמטי



אוסף משימות



1. א. סמנו את קודקודי המרובע באופן הבא:
 $\angle M$ ו- $\angle K$ זוויות סמוכות,
MK ו- MP צלעות סמוכות.
הקודקוד הרביעי הוא Q.
ב. רשמו שני זוגות נוספים של צלעות סמוכות במרובע.
ג. רשמו שני זוגות של זוויות נגדיות במרובע.



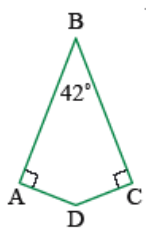
זיהוי

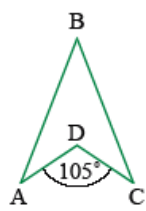


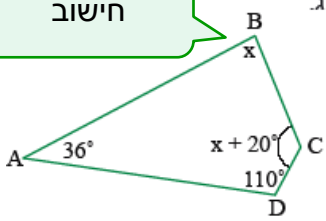
5. א. חברו את הנקודה N עם קודקודי המחומש.
ב. כמה מרובעים בשרטוט?
ג. רשמו כל מרובע באמצעות ארבעת קודקודיו.



6. חשבו את הזוויות החסרות בכל מרובע.

א. 

ב. 

ג. 

7. א. האם ייתכן שבמרובע תהיינה שלוש זוויות של 100° ? הסבירו.
ב. האם ייתכן שבמרובע תהיינה שלוש זוויות של 120° ? הסבירו.
ג. האם ייתכן שבמרובע תהיינה שלוש זוויות של 50° ? הסבירו.

הפעלת שיקולים באמצעות נתונים מספריים וחישוב

9. א. האם תוכלו להשלים את השרטוט למרובע בעל שלוש זוויות קהות? הסבירו.

140°

140°

ב. במרובע קעור אחת הזוויות היא בת 200° . האם אחת מהזוויות האחרות יכולה להיות קהה? אם כן, שרטטו ורשמו גדלים של זוויות. אם לא, הסבירו.
ג. האם במרובע קמור יכולות להיות שלוש זוויות חדות?
אם כן, שרטטו ורשמו גדלים של זוויות. אם לא, הסבירו.

שיעור 2. הגדרות וזיהוי של מקביליות



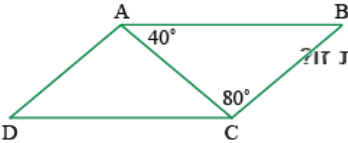
מקביליות בסביבה:
• דרגות בצה"ל:

דומה לשיעור 1 בכחול אבל אין הוכחות בשיעור זה המשימות קלות יותר.

6. א. המרובע ABCD הוא מקבילית.

חשבו את זוויות המקבילית, על פי הנתונים שבשרטוט.

מה תוכלו לומר על הזוויות הנגדיות במקבילית זו?

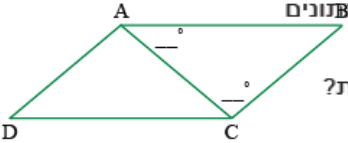




ב. בחרו ערכים קטנים מ- 90° לזוויות המסומנות.

חשבו את זוויות המקבילית, על פי הנתונים שבשרטוט.

האם בכל המקרים התקבלו זוויות נגדיות שוות?





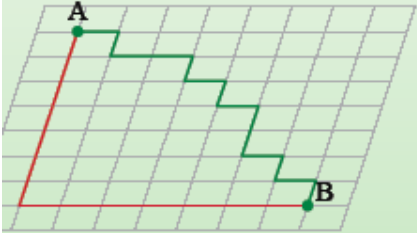
משפט: במקבילית, הזוויות הנגדיות שוות זו לזו.

3. תכונות המקבילית

בעיר מק במדינת בילית, הרחובות יוצרים רשת של מקביליות זהות (ראו ציור).

דן צעד מנקודה A לנקודה B במסלול הכחול.

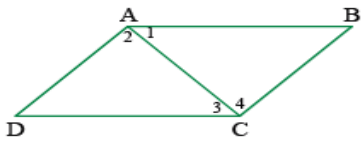
גד טעו שהוא יכול לקצר את הדרך. הוא צעד במסלול האדום.



נכיר תכונות של צלעות במקבילית.

משימות השרטוט דומה לכחול

קודם מתנסים על ידי בנייה, שרטוט, חישוב ומדידה ומנסחים את המשפט.
בשני מקרים הוספנו גם הוכחה כאופציה:



3. נתון: $CD \parallel AB$
 $AD \parallel CB$

א. השלימו מה צריך להוכיח לפי המשפט:
_____ = _____
_____ = _____

נימוקים

הוכחה

ב. השלימו את הנימוקים: $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 3$
 $\sphericalangle 2 = \sphericalangle 4$
AC צלע משותפת
 $\Delta ABC \cong \Delta CDA$
 $AB = CD \quad AD = CB$

תכונות המקבילית



הצלעות הנגדיות מקבילות

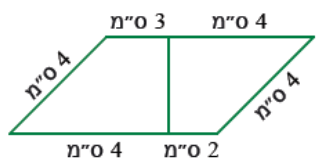
הצלעות הנגדיות שוות

הזוויות הנגדיות שוות

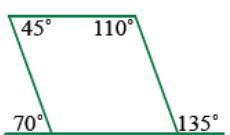
שימוש בתכונות

2. סמנו מקבילות שבהן הנתונים שגויים. הסבירו.

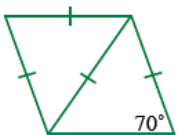
א.



ב.



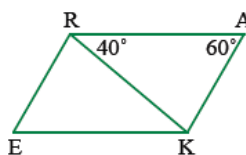
ג.



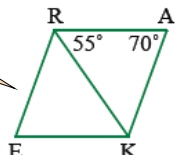
3. נתון: REKA מקבילית.

חשבו זוויות וקבעו אם האלכסון RK חוצה את הזוויות R ו-K.

א.



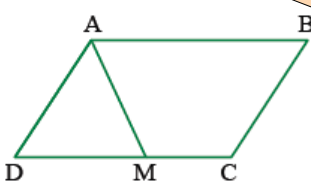
ב.



חישוב

חישוב רישום נתונים בכתב מתמטי ונימוק

4. נתון:

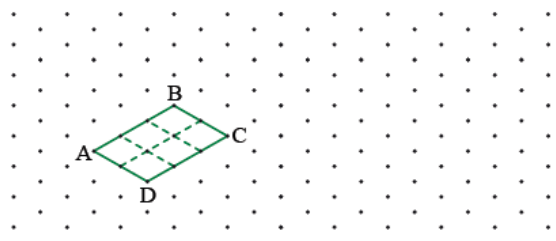


- ABCD מקבילית.
- AM חוצה את זווית A.
- $AB = 11$ ס"מ $BC = 7$ ס"מ
- א. הראו כי משולש ADM שווה שוקיים.
- ב. חשמו את הנתונים בשרטוט.
- ג. חשבו את אורך הקטע MC.

שרטוט + חזרה על היקף ושטח



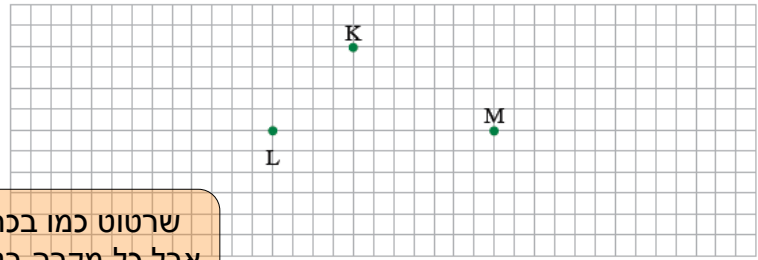
6. א. שרטטו מקבילית שאורכי צלעותיה גדולים פי 2 מאורכי צלעות המקבילית ABCD, וזוויותיה שוות לזוויות המקבילית ABCD.



- ב. פי כמה גדול היקף המקבילית ששרטטתם מהיקף המקבילית ABCD?
- ג. פי כמה גדול שטח המקבילית ששרטטתם משטח המקבילית ABCD?



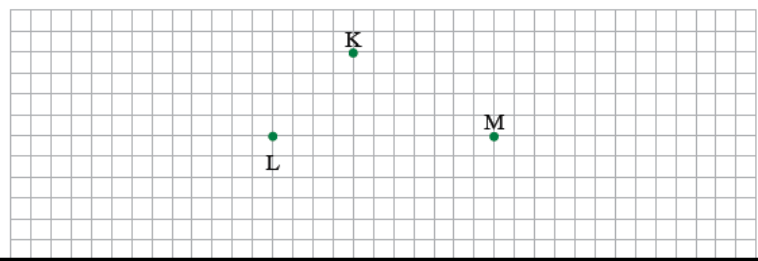
7. א. שרטטו מקבילית שהנקודות K, L ו-M הן קודקודים שלה.



שרטוט כמו בכחול
אבל כל מקרה בנפרד
ולפי דרגות קושי



ב. שרטטו מקבילית, שונה מזו ששרטטתם בסעיף א', כך שהנקודות K, L ו-M הן קודקודים שלה.



בשיעור 4 עוסקים בשני תנאים מספיקים: צלעות נגדיות שוות וזוג מקביל ושווה. שוב תוך התנסויות והנמקות וללא הוכחות.



בשיעור הקודם למדנו כי, במקבילית הצלעות הנגדיות שוות זו לזו. כלומר, אם המרובע הוא מקבילית אז הצלעות הנגדיות שלו שוות. במשימה 2 הוכחנו כי, אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות אז הוא מקבילית. שני משפטים אלה הם **משפטים הפוכים** זה לזה.



3. א. הראו כי :

- "אם מרובע הוא מקבילית אז האלכסון מחלק אותו לשני משולשים חופפים".
- ב. נסחו משפט הפוך למשפט הזה.
- ג. קפלו דף לשניים, שרטטו על הדף המקופל, משולש שונה צלעות, (כמו בשרטוט) גזרו את שני המשולשים החופפים שנוצרו. הצמידו צלע של שני המשולשים החופפים, וצרו מרובע שאיננו מקבילית.
- ד. האם המשפט ההפוך, שניסחתם בסעיף ב, הוא משפט נכון? הסבירו.



תנאים מספיקים לזיהוי מקבילית

אם במרובע הצלעות הנגדיות מקבילות
אז המרובע הוא מקבילית

אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות
אז המרובע הוא מקבילית

אם במרובע זוג אחד של צלעות נגדיות
הן גם מקבילות וגם שוות
אז המרובע הוא מקבילית

אוסף משימות

1. כמה מקביליות שונות אפשר ליצור על ידי הצמדת צלע של שני משולשים שוני צלעות חופפים?
צרו אותם. (השתמשו במשולשים שגזרתם במשימה 3 בשיעור).

שיעור 5. אלכסונים במקבילית



המהלך דומה לכחול: קודם מהאלכסונים למקבילית ואחר כך תכונה של המקבילית.

כיוון אחד השלמת נימוקים כאופציה ואת הכיוון השני לא מוכיחים.



תנאים מספיקים לזיהוי מקבילית

אם במרובע הצלעות הנגדיות מקבילות
אז המרובע הוא מקבילית

אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות
אז המרובע הוא מקבילית

אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה
אז המרובע הוא מקבילית

אם במרובע זוג אחד של צלעות נגדיות
מקבילות וגם שוות
אז המרובע הוא מקבילית

תכונות המקבילית

הצלעות הנגדיות מקבילות

הצלעות הנגדיות שוות

הזוויות הנגדיות שוות

האלכסונים חוצים זה את זה

סיכום:

בנוסף ללימוד הנושאים הגיאומטריים ולימוד הוכחות, אנחנו מנסים, ככתוב בתכנית הלימודים, לחשוף את התלמידים למבנה של הגיאומטריה באמצעות מתן הזדמנויות לביצוע משימות הממחישות את העקרונות:

- ❖ משפט נכון רק אם הוא נכון תמיד וכל דוגמה נגדית פוסלת את המשפט.
לכן, בודקים נכונות של טענות, אם הן נכונות מוכיחים אותן ואם אינן נכונות פוסלים אותן בעזרת דוגמאות או הסברים.
- ❖ הגיאומטריה בנויה נדבך על נדבך, כל משפט מבוסס על הנתונים ועל משפטים קודמים,
לכן, אנו מביאים שרשרות פשוטות של משפטים. גם התרשימים מדגישים את המבנה הזה.

- ❖ משפט הפוך למשפט נכון אינו בהכרח משפט נכון.
לכן, במקביל לזיהוי נתונים ומסקנות במשפט נתון, מחליפים נתונים במסקנות, בודקים נכונות ורק אז מוכיחים, או פוסלים בעזרת דוגמה, או הסבר.
- ❖ הדגשת תפקיד ההוכחה כמשכנעת בנכונות וכמסבירה מדוע משפט נכון.
יוצרים מצבים בהם התלמידים משערים ומתלבטים מהי המסקנה הנכונה ויוצרים מצבים בהם המסקנה נודגת את האינטואיציה.
- ❖ לומדים להבחין בין תכונה של צורה לתנאי מספיק לקבלת הצורה.

❖ מדגישים שהגדרה של צורה כוללת למעשה את התכונה ותנאי מספיק לקבלת הצורה.

בנוסף ישנו ניסיון לגוון ולשלב בלימוד ובהצלחות, תלמידים בעלי יכולות שונות לכן:

❖ בנוסף למשימות ההוכחה יש משימות של חישוב שרטוט, בנייה, שימוש בעזרים, חיפוש בסביבה.

❖ יוצרים מעורבות של תלמידים על ידי דרישה להעלאת השערות, בדיקת השערות, השלמת שרטוטים, חיפוש דוגמאות, והוכחות מסוגים שונים. (פורמאליות, מילוליות, אינדוקטיביות)

❖ באוסף המשימות יש משימות ברמות שונות ולא כולן משימות הוכחה כך שתלמידים בעלי יכולות שונות יוכלו לחוות הצלחה.

❖ באמצעות סיטואציות המתקשרות לסביבה, מנסים להראות שהגיאומטריה אינה תלושה מהמציאות.

ובמסלול הירוק:

עוסקים באופן דומה בעקרונות הנ"ל: גם ברמה זו ניתן לזהות טענות שאינן נכונות, לרשום נתונים ומסקנות, להחליף נתונים ומסקנות אלה באלה, אך ללא דרישה לרישום הוכחות.

כתחליף להוכחות הפורמאליות, משתמשים בדוגמאות, בהתנסויות ובהסברים אינדוקטיביים.

התלמידים מזהים נתונים ומסקנות, מסבירים, מזהים את המשפטים עליהם מבוססות המסקנות, משרטטים, ומבצעים חישובים בהתבסס על המשפטים.

ואשר לתוכן:

עוסקים באותם תכנים כמו במסלול הכחול, עם וויתורים.