

גיאומטריה : יחידה 14

כחול



יחידה 14: אי שוויונות במשולש

שיעור 1. זווית חיצונית במשולש

כמה זוויות חיצוניות למשולש?

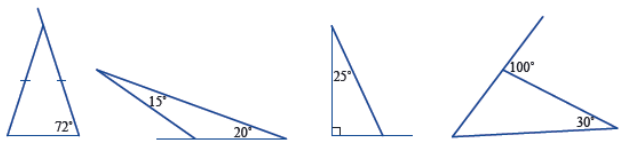
בשרטוט II מסומנת זווית חיצונית אחת.
האם זווית חיצונית גדולה מכל זווית פנימית של המשולש?

נבדוק קשרים בין זווית חיצונית במשולש לזוויות הפנימיות

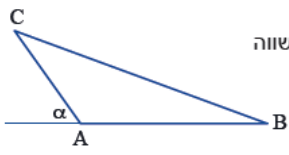


זווית חיצונית במשולש

1. בכל סעיף, שרטטו משולש מתאים.
- א. הזווית החיצונית **גדולה** מהזווית הפנימית הצמודה לה.
 - ב. הזווית החיצונית **שווה** לזווית פנימית הצמודה לה.
 - ג. הזווית החיצונית **קטנה** מהזווית הפנימית הצמודה לה.
2. א. חשבו את הזוויות הפנימיות ואת הזוויות החיצוניות המשרטטות במשולשים הבאים.
ב. מצאו קשרים בין הזווית החיצונית במשולש (המשרטטת) והזוויות הפנימיות.



- ג. **אפרת** אמרה: זווית חיצונית גדולה מכל זווית פנימית.
ניתאי אמר: זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
מי מהם צודק? הסבירו.

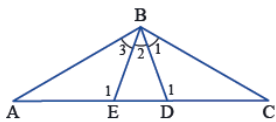


3. א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט: זווית חיצונית במשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
ב. הוכיחו את המשפט.
ג. נמקו את המסקנה: זווית חיצונית במשולש גדולה מכל זווית פנימית שאינה צמודה לה (היעזרו בסעיף א).

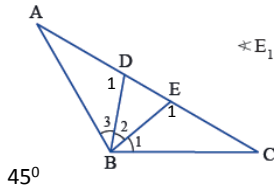


משפט: זווית חיצונית במשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
מסקנה מהמשפט: זווית חיצונית במשולש גדולה מכל זווית פנימית שאינה צמודה לה.

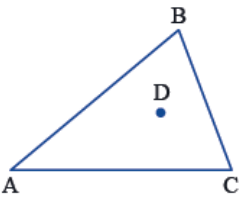
ומה במשימות?



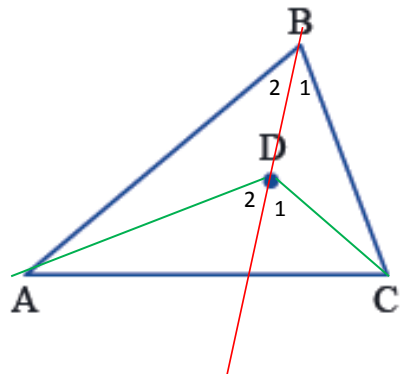
8. נתון: BE חוצה זווית ABD, BD חוצה זווית EBC.
 $\angle D_1 = \angle E_1$
א. הוכיחו שמשולש BED שווה שוקיים.
ב. $\angle B_1 = 40^\circ$ חשבו את יתר הזוויות.
ג. איזה סוג הוא משולש ABC?



9. נתון: BE חוצה זווית DBC, BD חוצה זווית EBA.
 $\angle D_1 = \angle E_1$, $\angle B_1 = \alpha$
א. האם ייתכן?
 $\angle E_1 = 2\alpha$ (1) $\angle E_1 = 1.5\alpha$ (2) $\angle E_1 = 2.5\alpha$ (3)
יש רק מקרה אפשרי אחד. הסבירו.
ב. מהו הערך של α המתאים למקרה האפשרי.
ג. חשבו את זוויות המשולש ABC.



10. D נקודה כלשהי בתוך משולש ABC.
האם $\angle ADC$ גדולה, קטנה או שווה ל- $\angle B$? הסבירו.
כדאי לשרטט ישר דרך הנקודות B, D



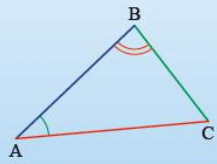


שיעור 2. קשרים בין צלעות במשולש ובין זוויותיו



- שני המשפטים הבאים נכונים. הסבירו.
- אם במשולש שתי צלעות שוות, אז שתי הזוויות שמולן שוות.
- אם במשולש שתי צלעות שונות, אז שתי הזוויות שמולן שונות.

הצלע AC במשולש ABC גדולה מצלע CB.
איזו זווית גדולה יותר, $\angle A$ או $\angle B$?

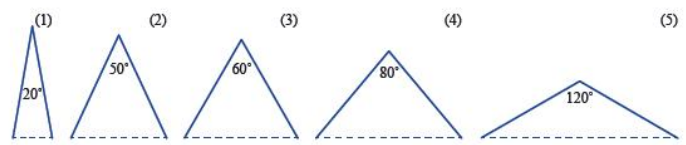


נעסוק בקשרים בין צלעות משולש ובין זוויותיו.



משולש שווה שוקיים

1. א. קחו שני עטים באורך שווה וצרו משולשים:



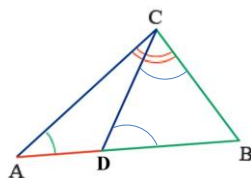
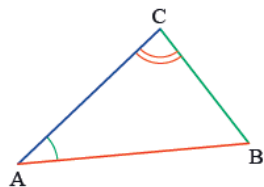
- ב. רשמו את המשולשים בהם:
- השוק שווה לבסיס
 - השוק קטנה מהבסיס
 - השוק גדולה מהבסיס
 - זווית הראש גדולה מזווית הבסיס
 - זווית הראש קטנה מזווית הבסיס

ג. **דניאל** אמר: כאשר זווית הראש גדולה מזווית הבסיס, הבסיס גדול מהשוק.
כאשר הבסיס גדול מהשוק, זווית הראש גדולה מזווית הבסיס.

האם דניאל צודק?

ההוכחה קשה לכן היא רשומה ועל התלמידים להשלים נימוקים.

ומה אם המשולש אינו שווה שוקיים?



2. במשולש המשוורטט ABC, נתון כי $AB > CB$.

נוכיח כי: $\angle C > \angle A$.

נסמן על AB קטע BD, השווה ל-CB (ראו שרטוט).
השלימו את הנימוקים בכל שלב של ההוכחה:

א. $\angle BDC = \angle BCD$ זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים שוות

ב. $\angle BDC > \angle A$ זוויות חיצונית למשולש CAD

ג. $\angle BCD > \angle A$ מסקנה מסעיפים א, ב

ד. $\angle BCA > \angle BCD$ זווית חלק מזווית BCA

ה. $\angle BCA > \angle A$ מסקנה מסעיפים ג, ד

והמשפט ההפוך

3. א. נסחו את המשפט ההפוך למשפט: במשולש, אם צלע אחת גדולה מצלע שנייה, אז הזווית מולה גדולה מהזווית מול הצלע השנייה.

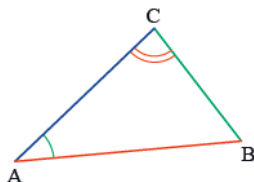
ב. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח לפי המשולש המשוורטט. (C גדולה מ-A)

ג. **אורן** אמר: לא ייתכן ש- $AB = CB$. אורן צודק. הסבירו.

נתנאל אמר: לא ייתכן ש- $CB > AB$. נתנאל צודק. הסבירו.

רותי אמרה: לכן, AB חייב להיות גדול מ-CB.

האם רותי צודקת? הסבירו.



רפלקציה



4. קבעו אם המשפטים הבאים נכונים. אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

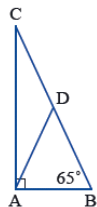
א. במשולש ישר זווית, היתר הוא הצלע הגדולה ביותר.

ב. במשולש שווה שוקיים, השוקים הן הצלעות הגדולות ביותר.

ג. במשולש קהה זווית, הצלע מול הזווית הקהה במשולש היא הגדולה ביותר.

ד. אם במשולש שתי זוויות שונות זו מזו אז המשולש אינו שווה שוקיים.

ומה במשימות?

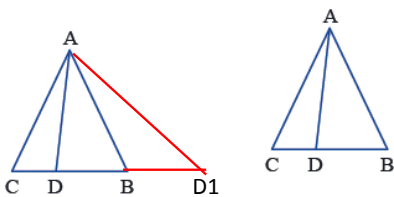


4. AD תיכון ליתר במשולש ABC.

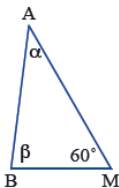
- א. חשבו את כל הזוויות.
- ב. מי גדול יותר, הניצב AB או התיכון AD. הסבירו.
- ג. מי גדול יותר, הניצב AC או התיכון AD. הסבירו.



5. גדלי הזוויות של משולש שווה שוקיים הם: 120° , 30° . אורכי שתיים מצלעותיו 15 ס"מ ו- 8.6 ס"מ. מה אורכה של הצלע השלישית? הסבירו.



6. משולש ABC שווה שוקיים. D נקודה כלשהי על BC.
א. האם $AD > AB$, $AD < AB$ או $AD = AB$? הוכיח.
ב. האם תשובתכם תשתנה אם D מימין ל-B? הסבירו.



7. $\angle M = 60^\circ$, $BA > BM$

האם $\alpha = \beta$? הסבירו. אם לא, איזו זווית גדולה יותר?



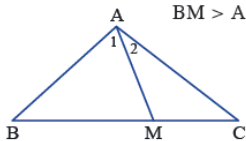
8. הוכיחו כי הגובה לצלע במשולש קטן מכל אחת משתי הצלעות האחרות.



9. M נקודה על קטע BC. $\angle A_1 > \angle C$.

קבעו: נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת, לכל אחד מאי השוויונות הבאים:

א. $AC > AM$ ב. $BC > AM$ ג. $BC > AB$ ד. $BM > AB$

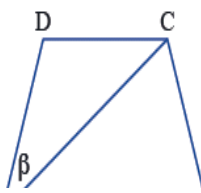




10. ABCD טרפז ($AB \parallel DC$)

האם DC גדולה, קטנה או שווה ל-AD במקרים הבאים. הוכיחו.

א. $\alpha = \beta$
ב. $\alpha < \beta$

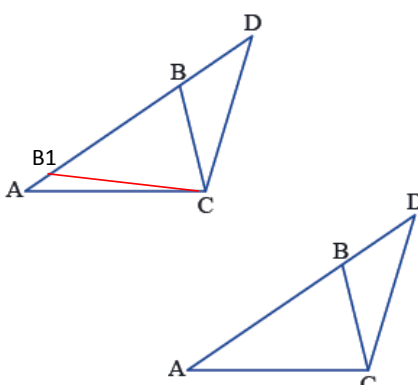




11. א. נתון: $BC < AB$. הוכיחו כי $AD > DC$.

ב. כתבו טענה הפוכה לזו בסעיף א.

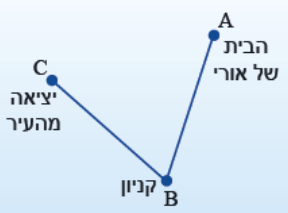
ג. האם הטענה שרשמתם בסעיף ב נכונה?
אם כן, הוכיחו.
אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



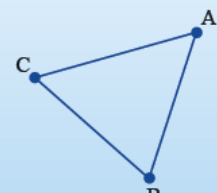


שיעור 3. סכום שתי צלעות במשולש

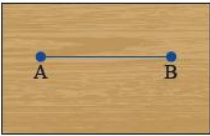
בשרטוט מתואר הכביש העובר מביתו של אורי (A) דרך הקניון (B), עד ליציאה מן העיר (C). לקראת הבחירות ראש העיר הודיע על סלילת כביש AC. כל תושבי השכונה הצביעו עבורו. מדוע?



נחקר תכונות של אורכי צלעות במשולש.

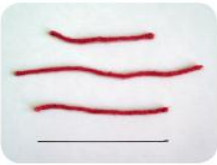


1. על משטח עץ משרטט הקטע AB.

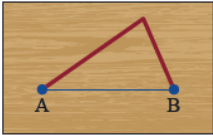


יותם קיבל שלושה חוטים בשלושה גדלים:

אורכו קטן מ- AB
אורכו גדול מ- AB
אורכו AB



יותם צריך ליצור משולש בעזרת כל אחד מהחוטים בנפרד, כך ש- AB אחת מצלעותיו (ראו שרטוט).



א. **יותם** אמר: הצלחתי ליצור משולש רק בעזרת החוט שאורכו גדול מ- AB. האם יותם צודק? הסבירו.

ב. כמה משולשים כאלה אפשר ליצור? הסבירו.

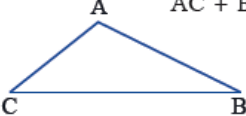
C

2. בשרטוט משולש ישר זווית. הסבירו, אם אפשר, כל אחד מהאי שוויונות הבאים.



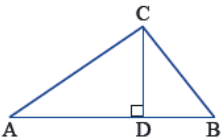
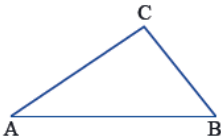
א. $AB + BC > AC$ ב. $AB + AC > BC$ ג. $AC + BC > AB$

3. בשרטוט משולש קהה זווית ($\angle A > 90^\circ$). הסבירו, אם אפשר, כל אחד מהאי שוויונות הבאים.



א. $AB + BC > AC$ ב. $AB + AC > BC$ ג. $AC + BC > AB$

האם תמיד סכום שתי צלעות גדול מהצלע השלישית?



4. נוכיח כי $AC + CB > AB$
נוסיף לשרטוט את הגובה CD .
השלימו את הנימוקים בכל שלב של ההוכחה:
 $AC > AD$
 $CB > DB$
 $\Downarrow$
 $AC + CB > AD + DB$
 $AD + DB = AB$
 $\Downarrow$
 $AC + CB > AB$

5. בטבלה הבאה בכל שורה גדלים של צלעות וזוויות, מהם אי אפשר לבנות משולש. נמקו בכל מקרה מדוע.

$\sphericalangle C$	$\sphericalangle B$	$\sphericalangle A$	AB	AC	BC	
82°	60°	38°	17	10	5	א.
40°	30°	125°	30	22	35	ב.
50°	30°	100°	14	18	30	ג.
40°	40°	100°	25	30	25	ד.
110°	40°	30°	30	18	18	ה.



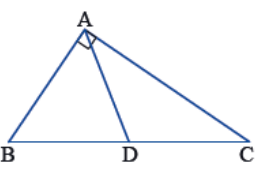
1. בכל סעיף, אורכים של שלושה קטעים. מי משלושת הקטעים יכולים להיות צלעות של משולש?
א. 18, 5, 15 ב. 5, 6, 12 ג. 12, 12, 4 ד. 10, 10, 30



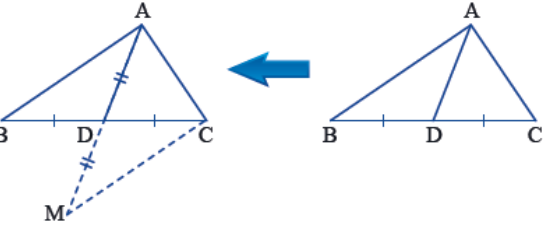
2. נתונים האורכים של 5 קטעים: 2, 2, 3, 4, 5.
מצאו אילו 3 קטעים יכולים לשמש כצלעות של משולש (רשמו את כל הפתרונות האפשריים). הסבירו.



3. א. במשולש שווה שוקיים, אורכי שתי צלעות הם: 14 ס"מ, 28 ס"מ. איזו מהן הבסיס ואיזו השוק? הסבירו.
ב. במשולש שווה שוקיים, אורכי שתי צלעות הם: 15 ס"מ, 8 ס"מ. איזו מהן הבסיס ואיזו השוק? הסבירו.



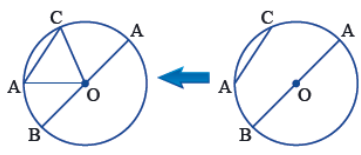
4. AD תיכון ליתר.
א. $2AD = BC$. הסבירו.
ב. הוכיחו כי $2AD > AB + AC$.



5. AD תיכון במשולש ABC.
הוכיחו כי $2AD > AB + AC$, בכל משולש.
(שימו לב בשרטוט הנוסף האריכו את התיכון כאורכו.)

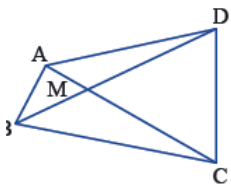


6. הוכיחו כי הקוטר הוא הארוך ביותר מכל המיתרים במעגל.
רשמו תחילה מה נתון ומה צריך להוכיח.
(שימו לב בשרטוט הנוסף חיברו את קצות המיתר למרכז המעגל)





7. משורטט מרובע קמור ABCD.
א. הוכיחו את הטענה: סכום אורכי האלכסונים גדול ממחצית היקף המרובע.
ב. הוכיחו את הטענה: סכום אורכי האלכסונים קטן מהיקף המרובע.





8. K היא נקודה כלשהי בתוך משולש DFA.
א. טענה: סכום המרחקים של נקודה K מקודקודי המשולש, גדול ממחצית היקף המשולש. הוכיחו.
ב. בדקו אם הטענה נכונה, אם הנקודה K על אחת הצלעות.
ג. בדקו אם הטענה נכונה, אם הנקודה K מחוץ למשולש.

