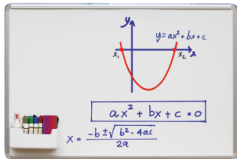
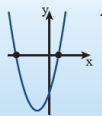
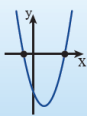


פונקציות ומשוואות ריבועיות 3 מיה קורן

יחידה 17: מפונקציה ריבועית למשוואה ריבועית שיעור 1. מוצאים שורשים של משוואה ריבועית



נתונה הפונקציה: $y = 2x^2 + 9x - 5$
איזה מבין הגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה? הסבירו.



נכיר דרך אלגברית למציאת נקודות האפס של פונקציה ריבועית.

• בחלק א - כחול

• יחידה 4: $y = x^2 + k$ $y = -x^2 + k$

• יחידה 5: $y = (x - p)^2 + k$ $y = -(x - p)^2 + k$

• יחידה 6: $y = ax^2$ $y = ax^2 + k$ $y = a(x - p)^2 + k$

• יחידה 7: $y = ax^2 + bx$ $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

$y = ax^2 + bx + c$ $y = a(x - p)^2 + k$

בחלק א כחול: סיפורים וסיטואציות בעיה, $y = -x^2 + k$

יחידה 4 : "עינת בוחרת מספרים"

יחידה 5: "מיטל ומור בוחרות מספרים"

יחידה 6: "מה קרה לפרצוף?" "משוואות ושאלות" "בעיית הגדר"

יחידה 7: "תכנון גינת פרחים"

❖ משוואה ריבועית ומערכת משוואות ריבועיות

- פותרים משוואות ריבועיות בעזרת:
 - פירוק לגורמים (הוצאת גורם משותף, נסחאות הכפל המקוצר וטרינום).
 - משוואת השורשים.
 - גרף.
 - השלמה לריבוע- לתלמידים מתקדמים בלבד.
- הדרך למציאת משוואות השורשים מופיעה בשיעור 2 אך מיועדת לתלמידים מתקדמים בלבד. ההוכחה היא על-ידי מעבר מורכב למדי מפונקציה בהצגה המוזזת לפונקציה בהצגה סטנדרטית. במדריך ליחידה 17 תוכלו למצוא הוכחה נוספת בעזרת השלמה לריבוע.

מתחילים / ממשיכים לפתור משוואות ריבועיות

3. מצאו, אם אפשר, פתרונות המשוואות הריבועיות. אם אי אפשר, הסבירו.

מנצ'ה: $-3x^2 + 13x - 4 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 - 48}}{-6} = \frac{-13 \pm \sqrt{121}}{-6}$$
$$x_1 = \frac{-13 + 11}{-6} = \frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{-13 - 11}{-6} = 4$$

א. $x^2 + 2x - 15 = 0$ ג. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

ב. $-2x^2 - 3x + 20 = 0$ ד. $-3x^2 + 10x - 9 = 0$



7. מיינו את המשוואות לפי מספר הפתרונות. (אין צורך לפתור).

א. $3x^2 - 5x - 12 = 0$ ג. $8(x - 1) - x(5x - 6) = 0$ ה. $(x - 4)^2 = -1$
ב. $9x^2 - 30x + 25 = 0$ ד. $8(1 - x^2) = (2x - 3)^2$ ו. $x - \frac{(3+x)^2}{2} = 0$

באלו סעיפים אפשר לקבוע את מספר הפתרונות גם ללא חישוב $b^2 - 4ac$?

באלו סעיפים אין למשוואה הריבועית פתרונות ?

ממעוף הציפור : שיעור 3 יחידה 17

התבוננו בפעילות,
מדוע חשוב לשלבה במקום הנוכחי, בפתרון
משוואות ריבועיות?

השיבו על שאלה 3.

איזה קושי עלול לצוץ בהתייחס לפתרון של
שרה?

שרה - פתרון אלגברי

- פותרים את המשוואה $-\frac{1}{2}t^2 + 7t + 60 = 72$
 - מבצעים פעולות על אגפי המשוואה ומקבלים: $-\frac{1}{2}t^2 + 7t - 12 = 0$
 - מוצאים את הפתרונות של המשוואה: $t_1 = 2, t_2 = 13$
 - כלומר, כעבור 2 דקות וכעבור 13 דקות הציפור תהייה בגובה 72 מטרים.
 - לבדיקת הפתרון מציבים את הערכים בפונקציה $h(t)$, ומוודאים שהפתרונות מתאימים לשאלה.
- מה דעתכם על הפתרונות של **דָרְיָה** ושל **שרה**. האם פתרתם בדרך אחרת?
איזו דרך אתם מעדיפים? מדוע?

שיעור 5 - יחידה 17 השלמה לריבוע רק לתלמידים מתקדמים מאד

- יחידה 18- משוואות ריבועיות ואי שוויונות.
- שיעור 1: פתרון גרפי של מערכות משוואות,
- בו זמנית פרבולה עם פרבולה, פרבולה עם ישר.
- בו זמנית, מערכות בעלות פתרון יחיד, בעלות שני פתרונות ובעלות "אין פתרון"

בעיות מן החיים

תיקון לשאלה 3: כעבור כמה שניות יגיע מלבן מדגם II לשטח של 50 סמ"ר? הסבירו



שיעור 1. שומר מסך

משימה אוריינית

מתכנת התבקש לתכנן "שומר מסך" המורכב משני מלבנים, אשר גודלם משתנה כל הזמן. לפניכם שני דגמים של המלבנים שהמתכנת תכנן (t מייצג את הזמן בשניות).

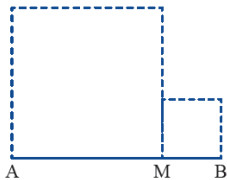


שינוי כל מלבן מתבצע באופן רציף, במחזוריות של 22 שניות. המתכנת תכנן שצבעי המלבנים יקבעו לפי החוקיות הבאה:

המלבן בעל השטח הגדול מבין השניים יהיה צבוע בצבע **אדום**, והמלבן הקטן יותר יהיה **כחול**. כאשר שטחי המלבנים שווים נשמע זמזום, והמלבנים מחליפים את צבעם זה עם זה. כעבור כמה זמן מתחילת מחזור יתחלפו צבעי המלבנים? הסבירו.

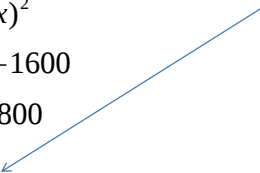
נחקור את שינוי שטחי המלבנים במהלך מחזור אחד של 22 שניות.

עיון באוסף משימות שיעור 1, יחידה 19



5. על קטע AB שאורכו 40 ס"מ מתנועת נקודה M מ-A ל-B.
על הקטעים AM ו-BM בונים ריבועים.
x מייצג את אורך הקטע AM.
א. אילו מספרים מתאימים ל-x לפי נתוני השאלה? הסבירו.
ב. בשלב מסוים, סכום שטחי הריבועים היה 1000 סמ"ר.
מהו אורך הקטע AM?
ג. בשלב מסוים, סכום שטחי הריבועים היה 800 סמ"ר.
מהו אורך הקטע AM?
ד. מהו אורך הקטע AM, בשלב בו סכום שטחי הריבועים הוא הקטן ביותר?

$$y = x^2 + (40 - x)^2$$
$$y = 2x^2 - 80x + 1600$$
$$y = x^2 - 40x + 800$$
$$x_p = 20$$



מתרגלים ללא ביאור גרפי של המערכות



7. פתרו את מערכות המשוואות.

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| ה. $xy = 15$
$(x + 7)(y + 4) = 2$ | ג. $x + 2y = 1$
$x^2 - 4y^2 = 17$ | א. $x - y = 3$
$x^2 + y^2 = 29$ |
| ו. $xy = 12$
$(x - 1)(y - 2) = 4$ | ד. $xy = 24$
$(x + 2)(y - 5) = 15$ | ב. $x + y = 1$
$2x^2 - 3y^2 = 6$ |



8. פתרו את מערכות המשוואות.

- | | | |
|---|--|--|
| ה. $x + y = 7$
$x(x + 2) = y + 33$ | ג. $2x - y + 2 = 0$
$x(1 + y) = 44$ | א. $3x + 2y = 8$
$3x^2 + 4y^2 = 16$ |
| ו. $(x + 2)(y - 1) = 2$
$(x - 1)(y - 4) = 2$ | ד. $xy = 20$
$(x + 6)(y - 3) = 20$ | ב. $x - y + 1 = 0$
$3x + 2y - 5 = xy$ |

1. הביאו שלוש דוגמאות לפונקציות ריבועיות שקדקודן בנקודה $(-8, -2)$.

2. הביאו שלוש דוגמאות לפונקציות ריבועיות ששיעור ה- y של הקדקוד הוא (-5) .

3. מי מבין הפונקציות הריבועיות שלפניכם חותכת את ציר ה- X פעמיים. הביאו נימוק לקביעתכם.

$$\begin{aligned} y &= (x+6)^2 & y &= (x-6)^2 - 6 \\ y &= -(x+4)^2 + 6 & y &= (x-6)^2 + 6 \end{aligned}$$

הערכה- שאלות הדורשות חשיבה
הפוכה וזיהוי.

סמנו את הפונקציה שהיא חיובית לכל ערך של x .

$$\begin{aligned} y &= -2(x-5)^2 - 50 & y &= 2x^2 \\ y &= (x-1)^2 + 1 & y &= -(x+2)^2 + 4 \end{aligned}$$

סמנו את הפונקציה שהיא שלילית לכל ערך של x .

סמנו את הפונקציות שקדקודן בנקודה (5,4).

$$\begin{aligned} y &= (x-4)^2 + 5 & y &= -(x-5)^2 + 4 \\ y &= x(x-5) + 4 & y &= (x+5)^2 + 4 \end{aligned}$$

מפמ"ר ט תשע"ב - רמה רגילה

נתונה הפונקציה: $m(x) = (x - 3)^2 - 4$

הקיפו בעיגול "נכון" / לא נכון" לגבי כל טענה:

- I. לפונקציה $y = -7$ יש שתי נקודות חיתוך עם הפונקציה הנתונה
- II. לפונקציה $y = 0$ יש שתי נקודות חיתוך עם הפונקציה הנתונה
- III. לישר $x = 3$ יש נקודת חיתוך אחת עם הפונקציה הנתונה
- IV. לפונקציה הנתונה ולפונקציה $f(x) = (x - 3)^2$ יש אותו ציר סימטריה

ב. נתונה הפונקציה: $m(x) = (x - 3)^2 - 4$

הקיפו בעיגול "נכון" / לא נכון" לגבי כל טענה:

- I. לפונקציה $y = -7$ יש שתי נקודות חיתוך עם הפונקציה הנתונה
- II. לפונקציה $y = 0$ יש שתי נקודות חיתוך עם הפונקציה הנתונה
- III. לישר $x = 3$ יש נקודת חיתוך אחת עם הפונקציה הנתונה
- IV. לפונקציה הנתונה ולפונקציה $f(x) = (x - 3)^2$ יש אותו ציר סימטריה

נכון / לא נכון

נכון / לא נכון

נכון / לא נכון

נכון / לא נכון

...ואז

$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1}$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 48}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{-12}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{4} \cdot \sqrt{-3}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{-3}}{2}$

$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{-3}$

$x_{1,2} = 3 \pm i\sqrt{3}$

איך משתכנע התלמיד שהפונקציה $m(x) = (x - 3)^2 - 4$ חותכת את ציר ה- x פעמיים?

$0 = (x-3)^2 - 4$

$0 = x^2 - 6x + 9 - 4$

$0 = x^2 - 6x + 5$

$0 = x^2 - x - 5x + 5$

$0 = x(x-1) - 5(x-1)$

$0 = (x-5)(x-1)$

$x^2 - x - 5x + 5$

$x^2 - 6x + 5$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x = 1, 5$

$y = (x-5)(x-1)$

$0 = x^2 - 6x + 5$

$0 = x^2 - 6x + 9 - 4$

$0 = x^2 - 6x + 5$

$0 = x^2 - x - 5x + 5$

$0 = x(x-1) - 5(x-1)$

$0 = (x-5)(x-1)$

$x = 1, 5$

$y = (x-5)(x-1)$

$0 = x^2 - 6x + 5$

$0 = x^2 - 6x + 9 - 4$

$0 = x^2 - 6x + 5$

$0 = x^2 - x - 5x + 5$

$0 = x(x-1) - 5(x-1)$

$0 = (x-5)(x-1)$

$x = 1, 5$

$y = (x-5)(x-1)$

יש לנו עוד הרבה עבודה לקראת תשע"ג

פתרו את המשוואה $2x(x+1)+4=(x+2)^2$ הציגו דרך פתרון.

מפמ"ר רמה מצומצמת 1 טור א' - תשע"ב

פתרון

הצגנו את המשוואה $2x(x+1)+4=(x+2)^2$ בצורה $2x^2+2x+4=x^2+4x+4$

נעביר את כל האיברים לאותו צד:

$$2x^2+2x+4-x^2-4x-4=0$$
$$x^2-2x=0$$

נחלק את המשוואה ב- x :

$$x(x-2)=0$$

נמצא את הפתרונות:

$$x_1=0, x_2=2$$

ועוד עבודה

פתרו את המשוואה $2x(x+1)+4=(x+2)^2$ הציגו דרך פתרון.

מפמ"ר רמה מצומצמת 1 טור א' - תשע"ב

פתרון

הצגנו את המשוואה $2x(x+1)+4=(x+2)^2$ בצורה $2x^2+2x+4=x^2+4x+4$

נעביר את כל האיברים לאותו צד:

$$2x^2+2x+4-x^2-4x-4=0$$
$$x^2-2x=0$$

נחלק את המשוואה ב- x :

$$x(x-2)=0$$

נמצא את הפתרונות:

$$x_1=0, x_2=2$$

תודה וחופשה נעימה!