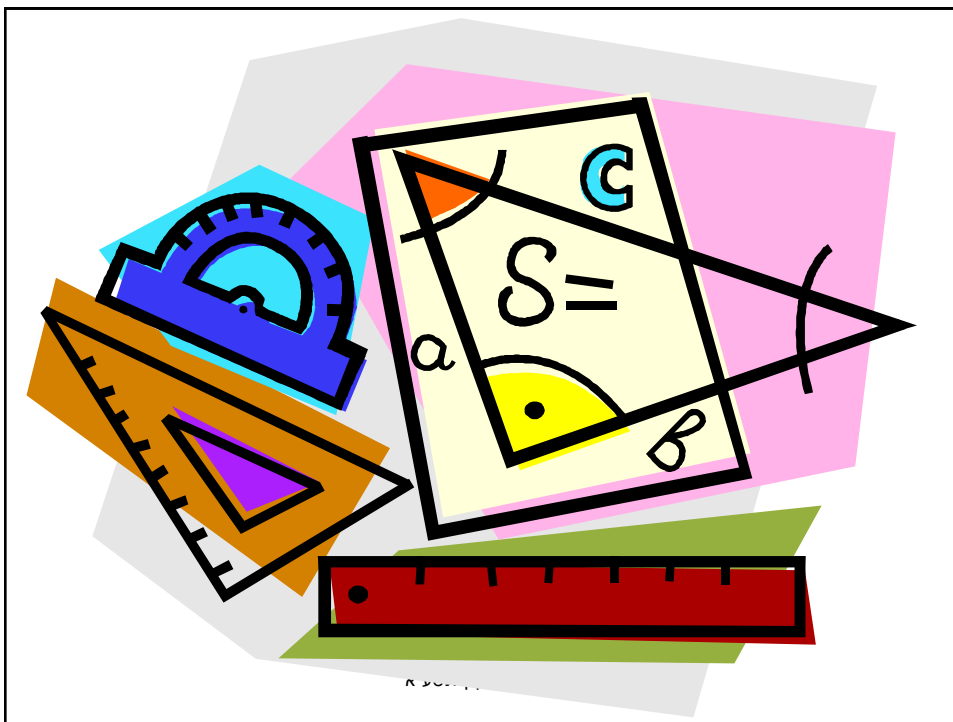




הדלתון

השתמשו בשני זוגות של רצועות קשיחות שוות, חברו את הרצועות בקצוות. האם אפשר לקבל מרובע שאינו מקבילית?

(תוכלו להשתמש בקשיות, מרצאות מריסטול, או מרצאות שקף) איזה מרובע קיבלתם?

משכו את הקודקודים חוצה ופנימה. מה משתנה ומה אינו משתנה? גודל הזוויות? סכומי הזוויות? הקבלה של צלעות? היקף? שטח?

נכיר את הדלתון ואת תכונותיו.

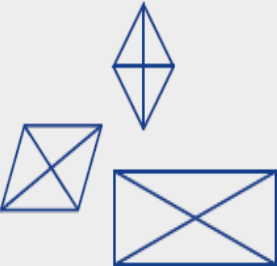
שימוש באבירים

דוגמאות מובילות להכללה

חזרה על פעילות מוכרת

השתלמות קיץ תשע"א





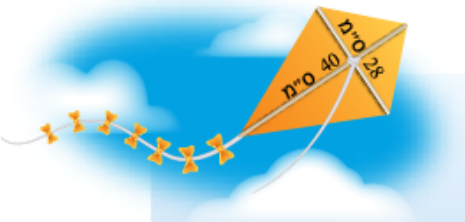
למילה **אלכסון** יש משמעות שונה בשימוש היומיומי ובגיאומטריה.

בשפת היומיום אלכסון הוא קו נטוי, שאינו מאוזן או מאונך. לדוגמה: חוצים את הכביש ישר ולא באלכסון. ואילו בגיאומטריה, אלכסון הוא קטע המחבר קודקודים שאינם סמוכים במצולע. אלכסון במצולע הוא לעתים נטוי ולעתים מאוזן.

האם תוכלו למצוא מילים נוספות בעברית שהמשמעות שלהן במתמטיקה שונה מהמשמעות שלהן בשפת היומיום?



השתלמות קיץ תשע"א



שיעור 2. מזהים דלתון

אילן וגיא בנו עפיפונים בצורה של דלתונים.
הם יצרו את השלד משני מקלות לבנים באורך 40 ס"מ, 28 ס"מ (כמו בציור)
האם אפשר להסיק ששניהם בנו אותו עפיפון? הסבירו.

נכיר תנאים מספיקים לקיום דלתון.

בונים עפיפונים גיליון דינמי

השתלמות קיץ תשע"א

רק אחת הטענות נכונה!

האם המשפט
הפוך נכון?

א. דלתון הוא מרובע שבו שני זוגות של צלעות סמוכות שוות

ב. דלתון הוא מרובע שאחד האלכסונים מחלק אותו לשני משולשים שווים שוקיים

ג. דלתון הוא מרובע שאחד האלכסונים מחלק אותו לשני משולשים חופפים

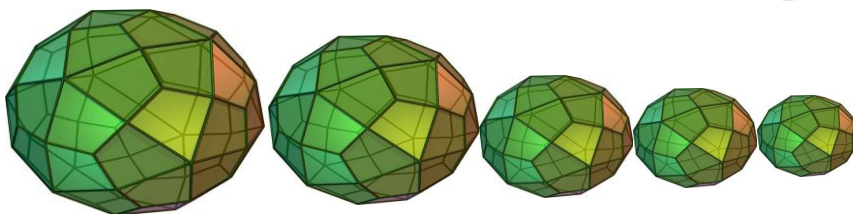
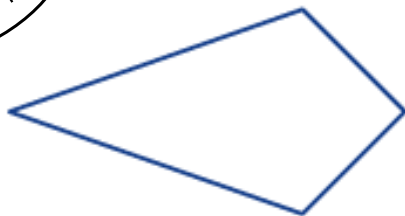
ד. דלתון הוא מרובע שבו האלכסונים מאונכים זה לזה

ה. דלתון הוא מרובע שאחד האלכסונים שלו חוצה את הזוויות

השתלמות קיץ תשע"א

מניחים עיפרון על הדלתון...

גיוון
התנסות
תרגול מתאים לכל
תלמיד



משפחת הדלתונים



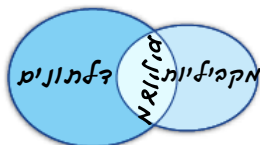
II



I



3. א. בחרו את התרשים הנכון:

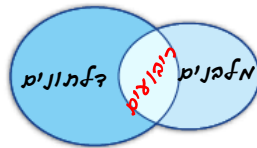


ב. העתיקו את התרשים, ושבצו במקומות המתאימים:
מקביליות, מעוינים, דלתונים.

השתלמות קיץ תשע"א

משפחת הדלתונים

ג. תארו בתרשים את הקשר בין דלתונים ומלבנים.



ד. תארו בתרשים את הקשר בין דלתונים וריבועים.

השתלמות קיץ תשע"א



הטרפז

גזרו בקווים ישרים רצועת נייר.
אלו צורות קיבלתם? מה משותף לכל הצורות?

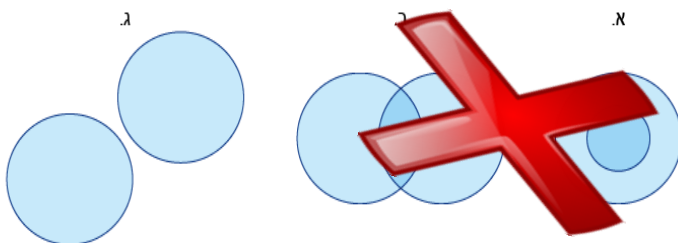
א. האם אפשר לגזור ולקבל: מלבן? מעוין? ריבוע? מקבילית שאינה מלבן?
צורות נוספות?

ב. מה משותף לכל הצורות שקיבלתם?



סביבה

3. איזה תרשים מתאר את הקשר בין הטרפזים למקביליות? הסבירו.



השתלמות קיץ תשע"א



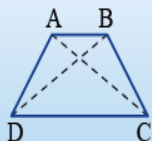
שיעור 5. אלכסונים בטרפז

גזרו טרפז שווה-שוקיים, קפלו ובדקו:

האם האלכסונים שווים זה לזה? חוצים זה את זה? ניצבים זה לזה? חוצים את הזוויות?

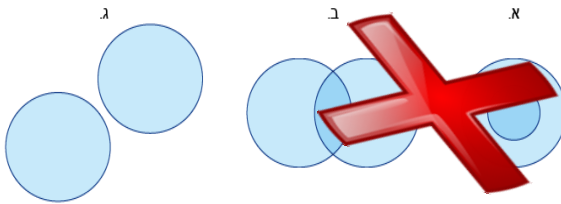
האם מצאתם תכונות נוספות של אלכסונים בטרפז שווה שוקיים?

נחקר את תכונות האלכסונים בטרפז שווה שוקיים.



השתלמות קיץ תשע"א

3. איזה תרשים מתאר את הקשר בין הטרפזים למקביליות? הסבירו.



4. הגדרנו: מרובע בעל זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות זו לזו נקרא טרפז.

מה יקרה אם נשמיט את המילה "בלבד" מההגדרה?

א. האם אחרי שהשמטנו את המילה "בלבד", המקבילית היא טרפז?

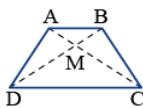
ב. אילו משפטים שהוכחנו על אלכסוני הטרפז עדיין מתקיימים?

השתלמות קיץ תשע"א



הוכחה לקריאה עצמית:

נשתמש במשולשים הדומים שמצאנו במשימה 3, כדי להוכיח את המשפט ההפוך:
אם בטרפז האלכסונים שווים זה לזה, אז הטרפז הוא שווה שוקיים.



$$\triangle CDM \sim \triangle ABM$$

הוכחנו במשימה 3:

$$\frac{CM}{AM} = \frac{DM}{BM}$$

יחס הדמיון בין צלעות מתאימות במשולשים דומים:

$$\frac{CM}{AM} + 1 = \frac{DM}{BM} + 1$$

נוסיף 1 לכל אגף:

$$\frac{CM + AM}{AM} = \frac{DM + BM}{BM} \Rightarrow \frac{AC}{AM} = \frac{BD}{BM}$$

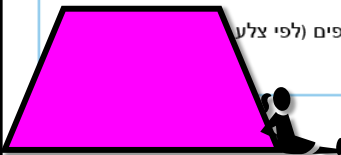
נפשט:

נזכור שהאלכסונים שווים, $AC = BD$, ומכאן לפי הפרופורציה גם $AM = BM$.

קיבלנו משולש ABM שווה שוקיים. וגם משולש CDM שווה שוקיים.

עכשיו נוכל להראות שהמשולשים AMD ו-BMC הם משולשים חופפים (לפי צלע

ומהחפיפה נובע: $AD = BC$, כלומר: הטרפז הוא שווה שוקיים.



השתלמות קיץ תשע"א

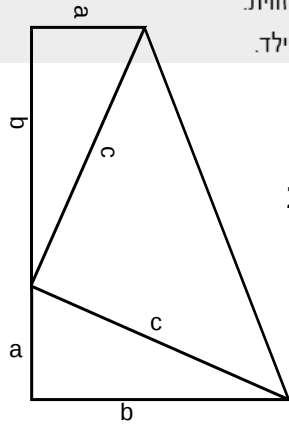
למשפט פיתגורס התפרסמו הוכחות רבות יותר וזהו המשפט המהמטי בעל מספר ההוכחות הרב ביותר. באינטרנט תוכלו למצוא מאות הוכחות שונות למשפט פיתגורס.

שטח הטרפז $\frac{(a+b)(a+b)}{2}$

סכום שטח המשולשים $2 \cdot \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2}$



נוכיח מחדש את **משפט פיתגורס** בעזרת שטח של טרפז ישר זווית. את ההוכחה הזו המציא הנשיא ה-20 של ארה"ב, ג'יימס גרפילד.

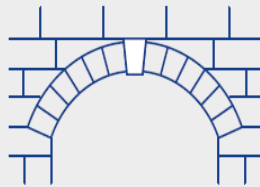


$$2 \cdot \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} = \frac{(a+b)(a+b)}{2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{קיבלנו:}$$

מש"ל

השתלמות קיץ תשע"א



לפעמים, כדי לקשר בין שתי נקודות (למשל, באמצעות גשר) או כדי לבנות תקרה או פתח כניסה לאולם, בונים קשת מאבן. טכנולוגיית הבנייה של הקשת החלה בהודו כבר לפני כ-5000 שנים, אך שוכללה ופותחה לשימוש יעיל על ידי הרומאים.

הקשת הבסיסית מורכבת ממספר אי זוגי של לבנים או של אבנים בצורת טרפז, הנשענות כל אחת על שכנותיה. האבן העליונה מכונה

"אבן ראשה" והיא סוגרת את הקשת ושומרת על יציבותה. כאשר כל הלבנים במקומן, נשארת הקשת יציבה והלבנים אינן נופלות. לאורך הקשת פועלים כוחות לחיצה בין דפנות הלבנים, ולא נוצרים מאמצי כפיפה העלולים לגרום לקריסת המבנה.



אמת המים בקיסריה



בנדנדת הגן שבנה מוטי, המרחק בין רגלי העמודים 180 ס"מ.
מה אורך המוט האדום התומך בעמודים? הסבירו.

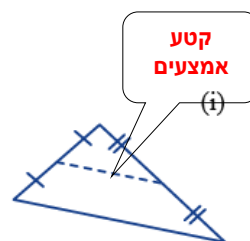
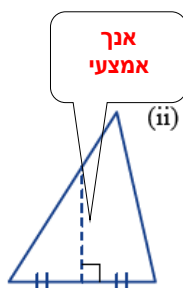
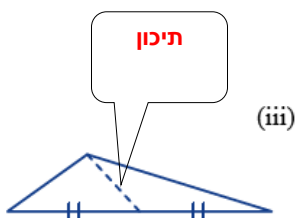


סביב סיטואציה



הגדרה: קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא קטע אמצעים.

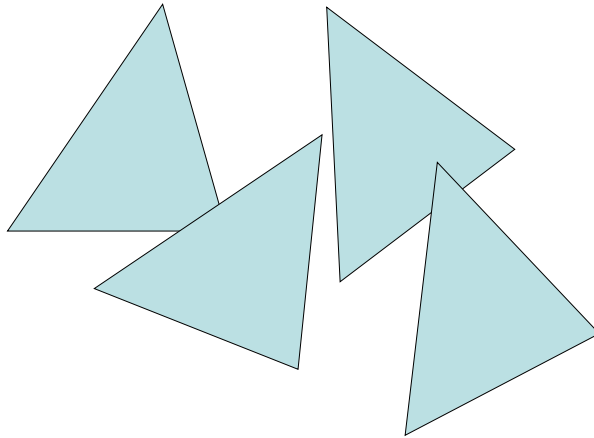
א. באיזה משולש הקטע המשורטט הוא קטע אמצעים?



ב. אילו קטעים משורטטים במשולשים האחרים?

השתלמות קיץ תשע"א

הוכחה בארבעה משולשים חופפים



השתלמות קיץ תשע"א

15 ס"מ
10 ס"מ
13 ס"מ

2. הנקודות D, E, F הן אמצעי הצלעות של משולש ABC (ראו ציור).
מצאו קטעי אמצעים במשולש ABC.
חשבו את היקף המשולש הפנימי DEF.

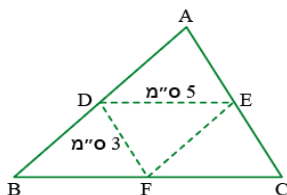
3. הנקודות D, E, F הן אמצעי הצלעות של משולש ABC (ראו ציור).
מצאו ארבעה משולשים חופפים בשרטוט. הסבירו.

השתלמות קיץ תשע"א

8. הנקודות D, E, F הן אמצעי הצלעות של משולש ABC (ראו ציור).

א. מה אורך הצלע BC?

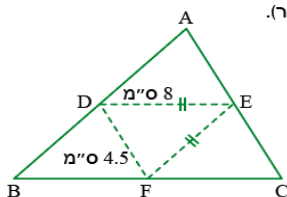
ב. מה אורך הצלע AC?



9. הנקודות D, E, F הן אמצעי הצלעות של משולש ABC (ראו ציור).

א. מה היקף המשולש DEF?

ב. מה היקף המשולש ABC?



השתלמות קיץ תשע"א

5. במשולש $\triangle ABC$ חיברו את אמצעי הצלעות כך שהתקבל משולש $\triangle A_1B_1C_1$.

במשולש $\triangle A_1B_1C_1$ חיברו את אמצעי הצלעות, כך שהתקבל משולש $\triangle A_2B_2C_2$,

ובמשולש $\triangle A_2B_2C_2$ חיברו את אמצעי הצלעות, כך

שהתקבל משולש $\triangle A_3B_3C_3$.

א. מהו יחס הדמיון בין $\triangle ABC$ ל- $\triangle A_1B_1C_1$?

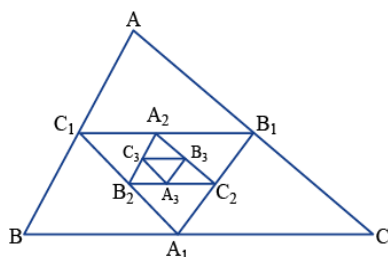
ב. ידוע כי $AB = 16$ יחידות. מה אורך הצלע A_3B_3 ?

ג. האם אפשר "לכסות" את $\triangle ABC$ בעזרת משולשים

מסוג $\triangle A_3B_3C_3$?

אם כן, כמה משולשים קטנים מכסים את המשולש

הגדול? אם לא, נמקו.



השתלמות קיץ תשע"א



כל מיני משימות
ולא רק הוכחה

חוות הצלחה לכל

8. העבירו קטע המחבר אמצעי שתי צלעות נגדיות של מקבילית.
האם הקטע מקביל לצלע המקבילית? שווה למחצית הצלע? הסבירו.



השתלמות קיץ תשע"א

הפוך?
חצי הפוך?
נכון? לא נכון?

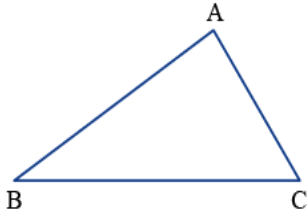
שיעור 2. הדרך לאמצע

תנאים מספיקים לזיהוי קטע אמצעים

נסתכל על קטע החותך שתי צלעות של משולש:
הקטע מקביל לצלע השלישית. האם זהו קטע אמצעים?
הקטע שווה לחצי הצלע השלישית. האם זהו קטע אמצעים?
אילו תכונות של הקטע מבטיחות שהוא אכן קטע אמצעים?

נכיר תנאים מספיקים לקטע אמצעים.

השתלמות קיץ תשע"א



2. K נקודה על צלע AB, L נקודה על צלע AC.
בכל סעיף קבעו: האם קטע KL אמצעים במשולש?

א. $AK = KB$

ב. KLCB הוא טרפז

ג. $KL = \frac{1}{2} AB$

ד. $AL = LC$, $AK = KB$

ה. $KL \parallel BC$, $AK = KB$

ו. $KL = \frac{1}{2} BC$, $AL = LC$

ז. $KL = \frac{1}{2} AB$, $KL \parallel BC$

השתלמות קיץ תשע"א

שיעור 4. אמצע לאמצע נחבר

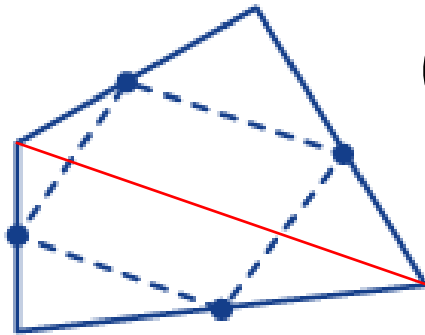
איזה מרובע יתקבל לדעתכם אם נחבר לפי הסדר את אמצעי הצלעות של:



נחקור איזה מרובע יתקבל בכל מקרה ומדוע.

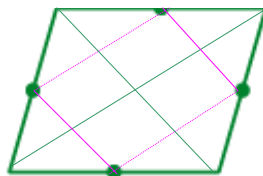
השתלמות קיץ תשע"א

אמצע לאמצע נחבר

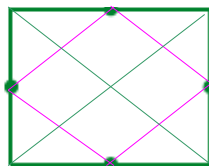


תופעות מפתיעות
מולידות משפטים

א. איזה מרובע יתקבל אם נחבר לפי הסדר את אמצעי הצלעות של מעוין?
הסבירו.



ב. איזה מרובע יתקבל אם נחבר לפי הסדר את אמצעי הצלעות של מלבן?
הסבירו.



[אמצע](#) לאמצע נחבר

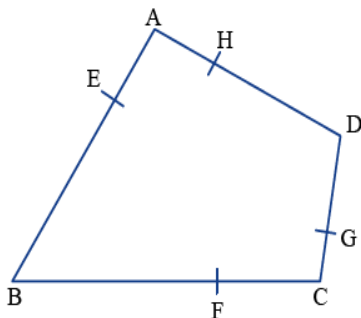
השתלמות קיץ תשע"א



3. הנקודות E, F, G, H מחלקות את צלעות המרובע ABCD ביחס 1:2 (ראו ציור).

א. איזה מרובע הוא EFGH? הסבירו.

ב. אם ידוע שאלכסוני המרובע ABCD מאונכים זה לזה, איזה מרובע הוא EFGH? הסבירו.



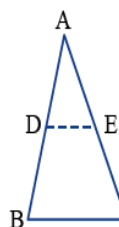
השתלמות קיץ תשע"א



13. נתון: $AD = DB$, $AE = EC$

צ"ל: $DE = \frac{1}{2} BC$, $DE \parallel BC$

לצורך ההוכחה מעבירים מקביל לצלע AB דרך קודקוד C, ומקביל לצלע BC דרך קודקוד A.



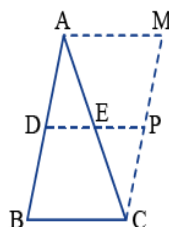
המקבילים נפגשים בנקודה M. ממשיכים את הקטע DE עד שהוא עם חותך את CM, מסמנים את המפגש ב-P (ראו ציור).

א. איזה מרובע הוא ABCM? הסבירו.

ב. הוכיחו: $\triangle ADE \cong \triangle CPE$

ג. איזה מרובע הוא ADPM? איזה מרובע הוא BDPC? הסבירו.

ד. היעזרו בסעיפים הקודמים והשלימו את הוכחת המשפט.



השתלמות קיץ תשע"א

10. נוכיח שקטע אמצעים מקביל לצלע השלישית בדרך שונה מזו שהראינו בשיעור:

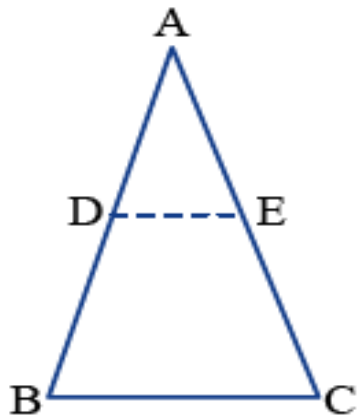
(תוכלו להיעזר במשימה הקודמת.)

נתון: $AD = DB$, $AE = EC$

צ"ל: $DE \parallel BC$

א. הראו כי המשולשים BDE ו- CED הם שווים שטח.

ב. הסיקו: קטע האמצעים DE מקביל לצלע BC.

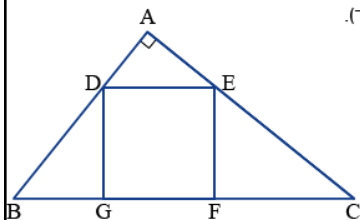


השתלמות קיץ תשע"א

5. במשולש ישר זווית ABC ($\angle A = 90^\circ$) חסום ריבוע (ראו ציור).

א. מצאו את כל המשולשים הדומים בשרטוט.

ב. האם ייתכן ש- DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC? הסבירו.



השתלמות קיץ תשע"א

11. בשרטוט נתון $\triangle ADE \cong \triangle ABC$, $BE \perp CD$,

3 יחידות AB , 4 יחידות AE .

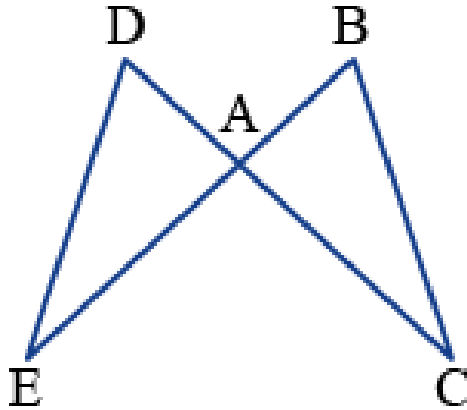
אם נחבר בזה אחר זה את אמצעי הצלעות

AB , AD , DE , AE , AC , BC נקבל משושה.

א. חשבו את היקף המשושה.

ב. חשבו את שטח המרובע $BCED$.

ג. חשבו את שטח המשושה.



7. ABCD מעוין.

$$\angle C_1 = \angle C_2 = \angle C_3 = \alpha$$

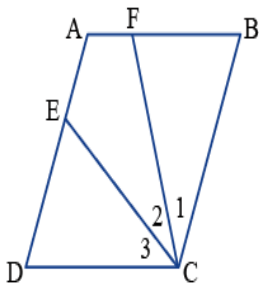
א. הוכיחו: $AECF$ דלתון.

ב. נתון גם: $AB=CF$. מה תוכלו לומר על משולש FCB ?

מצאו את α במקרה זה.

ג. מצאו את α אם נתון $CF \perp AB$.

שרטטו שרטוט מתאים למקרה זה.



השתלמות קיץ תשע"א