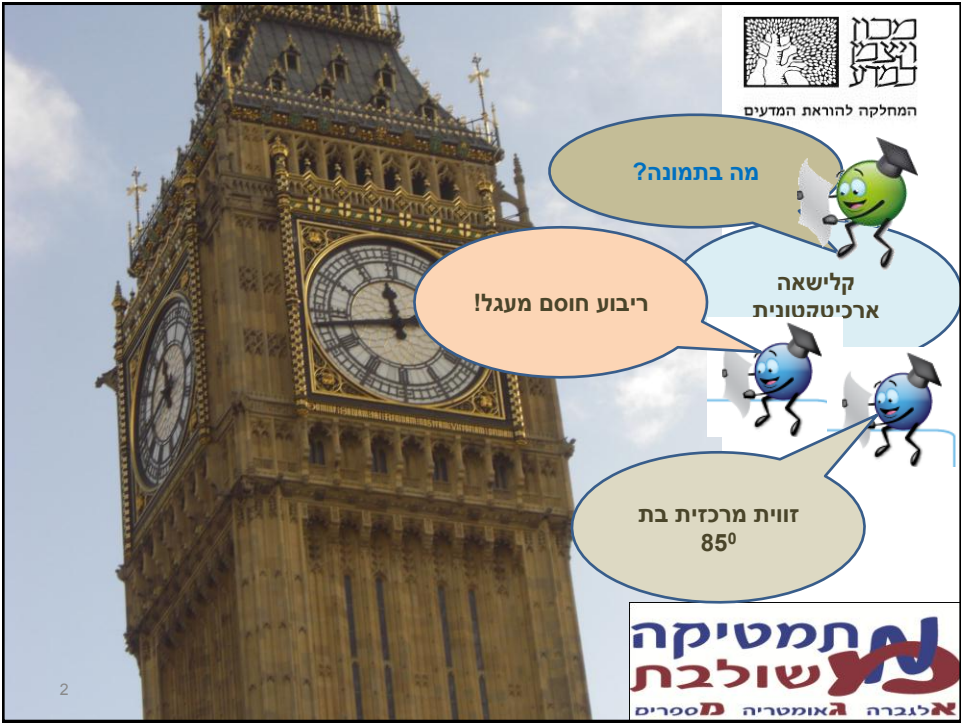




בנדנדת הגן שבנה מוטי, המרחק בין רגלי העמודים 180 ס"מ.
מה אורך המוט האדום התומך בעמודים? הסבירו.

סביב סטואציה

היינו אמורים ללמוד היום על המעגל, לא?

הגדרה: קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא **קטע אמצעים**.

3

א. באיזה משולש הקטע המשורטט הוא קטע אמצעים?

תיכון (iii)

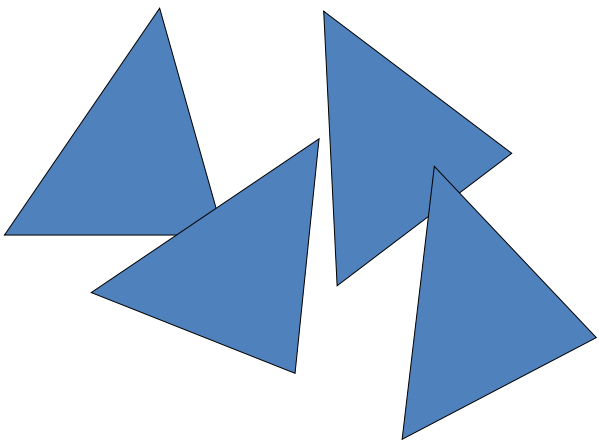
אנך אמצעי (ii)

קטע אמצעים (i)

ב. אילו קטעים משורטטים במשולשים האחרים?

4

הוכחה בארבעה משולשים חופפים



[קטע אמצעים GGB](#)

5

שיעור 2. הדרך לאמצע

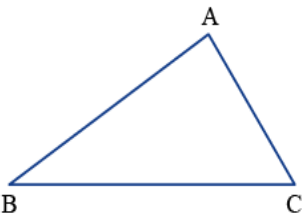
תנאים מספיקים לזיהוי קטע אמצעים



נסתכל על קטע שקצותיו על שתי צלעות של משולש:
הקטע מקביל לצלע השלישית. האם זהו קטע אמצעים?
הקטע שווה לחצי הצלע השלישית. האם זהו קטע אמצעים?
אילו תכונות של הקטע מבטיחות שהוא אכן קטע אמצעים?
נכיר תנאים מספיקים לקטע אמצעים.



6





2. K נקודה על צלע AB, L נקודה על צלע AC.
בכל סעיף קבעו: האם קטע KL קטע אמצעים במשולש?

א. $AK = KB$

ב. KLCB הוא טרפז

ג. $KL = \frac{1}{2} AB$

ד. $AL = LC$, $AK = KB$

ה. $KL \parallel BC$, $AK = KB$

ו. $KL = \frac{1}{2} BC$, $AL = LC$

ז. $KL = \frac{1}{2} BC$, $KL \parallel BC$

[משפט הפוך GGB](#)

7

אז מה היה לנו?
הכול כרגיל:

- הגדרה
- ↓
- תכונות
- ↓
- תנאים מספיקים

המעגל

כחול

- **יחידה 23:** מעגלים, קשתות וזוויות מרכזיות; מיתרים במעגל; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; כמה נקודות קובעות מעגל?
- **יחידה 24:** זווית היקפית וזווית מרכזית; זווית היקפית הנשענת על קוטר; זוויות היקפיות שוות; מעגל חוסם מרובע
- **יחידה 25:** משיק למעגל; זווית בין משיק למיתר; מעגל חסום במשולש; מעגל חסום במצולע
- **יחידה 26:** שטח עיגול והיקף מעגל

ירוק

- **יחידה 25:** קשתות, מיתרים, וזוויות מרכזיות; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; משיק למעגל; מעגל חסום במצולע
- **יחידה 26:** זווית היקפית וזווית מרכזית; זוויות היקפיות שוות; זווית היקפית הנשענת על קוטר; מרובע חסום במעגל; משולש חסום במעגל
- **יחידה 27:** שטח עיגול והיקף מעגל

המעגל

כחול

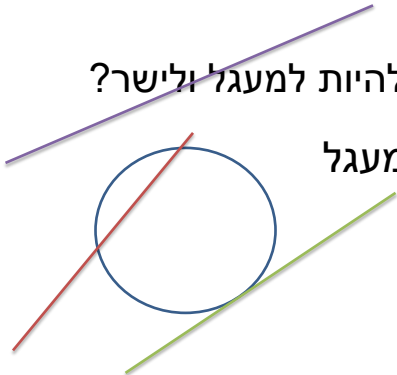
- **יחידה 23:** מעגלים, קשתות וזוויות מרכזיות; מיתרים במעגל; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; כמה נקודות קובעות מעגל?
- **יחידה 24:** זווית היקפית וזווית מרכזית; זווית היקפית הנשענת על קוטר; זוויות היקפיות שוות; מעגל חוסם מרובע
- **יחידה 25:** משיק למעגל; זווית בין משיק למיתר; מעגל חסום במשולש; מעגל חסום במצולע
- **יחידה 26:** שטח עיגול והיקף מעגל

ירוק

- **יחידה 25:** קשתות, מיתרים, וזוויות מרכזיות; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; משיק למעגל; מעגל חסום במצולע
- **יחידה 26:** זווית היקפית וזווית מרכזית; זוויות היקפיות שוות; זווית היקפית הנשענת על קוטר; מרובע חסום במעגל; משולש חסום במעגל
- **יחידה 27:** שטח עיגול והיקף מעגל

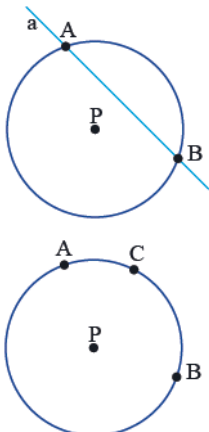
מעגל וישר

כמה נקודות משותפות יכולות להיות למעגל ולישר?



- שתיים, הישר **חותך** את המעגל
- אחת, הישר **משיק** למעגל
- אפס, הישר **זר** למעגל

ואולי יותר משתיים?



א. ישר a חותך את המעגל שמרכזו P בשתי נקודות A ו- B . הוכיחו כי $\angle PAB$ היא זווית חדה.

ב. A, B , ו- C , הן שלוש נקודות על המעגל. הוכיחו כי שלוש הנקודות אינן יכולות להיות על ישר אחד. (היעזרו בסעיף א').

ג. **מסקנה:** למעגל ולישר יש לכל היותר שתי נקודות משותפות. הסבירו.

לא יותר משתיים!



•מעגל מיוצג על ידי משוואה מהצורה: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = R^2$

(m, n) - מרכז המעגל, R - רדיוס המעגל

• ישר מיוצג על ידי משוואה מהצורה: $y = mx + b$

- הפתרונות של מערכת המשוואות מייצגים את נקודות החיתוך של המעגל ושל הישר. למערכת משוואות ממעלה שנייה יש לכל היותר שני פתרונות!

משיק מתוך תכנית הלימודים

הגדרה: משיק הינו ישר המאונך לקצה של רדיוס על היקף המעגל.	- משיק למעגל משפט המשיק למעגל הינו ישר בעל נקודה משותפת יחידה עם המעגל. משפט: זווית הכלואה בין משיק ומיתר היוצאים מנקודה אחת שעל המעגל שווה לזווית ההיקפית הנשענת על הקשת הכלואה בין המשיק והמיתר. משפט: שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה – שווים זה לזה.
--	---

המעגל

כחול

- **יחידה 23:** מעגלים, קשתות וזוויות מרכזיות; מיתר ומרחקו מהמרכז
- **יחידה 24:** זווית היקפית וזווית מרכזית; מעגל חוסם מרובע
- **יחידה 25:** משיקים למעגל; מעגל חסום במשולש, מעגל חסום במצולע
- **יחידה 26:** שטח עיגול והיקף מעגל

ירוק

- **יחידה 25:** קשתות, מיתרים, וזוויות מרכזיות; מיתר ומרחקו מהמרכז; משיק למעגל; מעגל חסום במצולע
- **יחידה 26:** זווית היקפית וזווית מרכזית, מרובע חסום במעגל, משולש חסום במעגל
- **יחידה 27:** שטח עיגול והיקף מעגל

15

המעגל

כחול

- **יחידה 23:** מעגלים, קשתות וזוויות מרכזיות; מיתרים במעגל; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; כמה נקודות קובעות מעגל?
- **יחידה 24:** זווית היקפית וזווית מרכזית; **זווית היקפית הנשענת על קוטר**; זוויות היקפיות שוות; מעגל חוסם מרובע
- **יחידה 25:** משיק למעגל; זווית בין משיק למיתר; מעגל חסום במשולש; מעגל חסום במצולע
- **יחידה 26:** שטח עיגול והיקף מעגל

ירוק

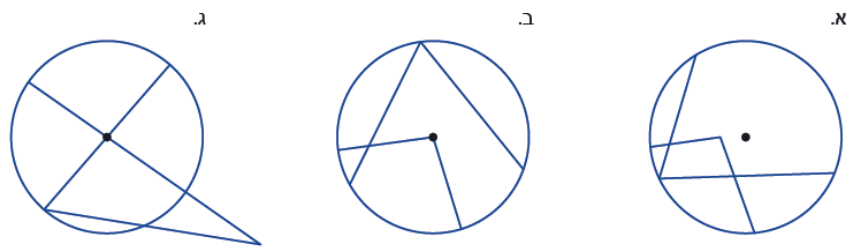
- **יחידה 25:** קשתות, מיתרים, וזוויות מרכזיות; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; משיק למעגל; מעגל חסום במצולע
- **יחידה 26:** זווית היקפית וזווית מרכזית; זוויות היקפיות שוות; **זווית היקפית הנשענת על קוטר**; מרובע חסום במעגל; משולש חסום במעגל
- **יחידה 27:** שטח עיגול והיקף מעגל

16

זוויות במעגל

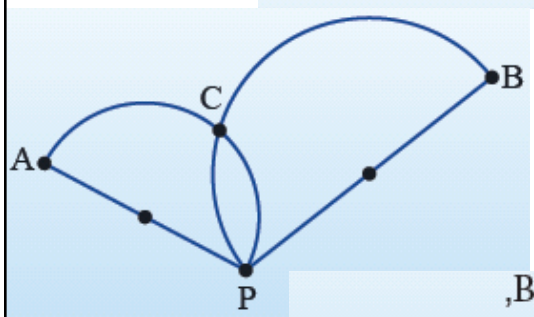
זוויות במעגל נקראות על שם הקודקוד שלהן.

מציאו במעגלים זווית מרכזית, זווית היקפית, זווית פנימית וזווית חיצונית.



17

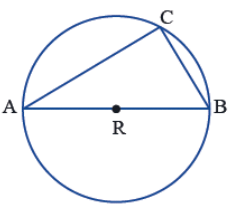
בשרטוט שני חצאי מעגלים.
נקודה P היא קצה משותף של שני הקטרים.



אם נחבר את הנקודות A ו-B,
האם הקטע AB עובר דרך נקודה C?
ואם נבחר חצאי מעגלים אחרים,
האם, לדעתכם, הנקודה C עדיין על הקטע AB?

18 [היקפית על קוטר GGB](#)





משפט: זוויות היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה.

הוכיחו את המשפט בדרכים שונות.

מקרה פרטי של המשפט:
זווית היקפית שווה לחצי
המרכזית הנשענת על אותה
קשת

לפי המשפט: אם תיכון שווה
למחצית הצלע אותה הוא
חוצה, אז זהו תיכון ליתר
במשולש ישר זווית
(קו עזר CR)

לפי סכום הזוויות
במשולש,
(קו עזר CR)

לפי המשפטים:
רדיוס המאונך למיתר חוצה
אותו,
ומשפט הפוך על קטע אמצעים
במשולש.
(קו עזר אנך ל AC מנקודה R)

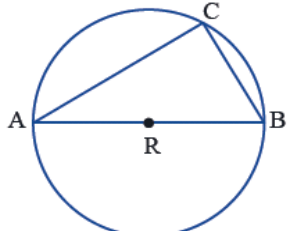
לפי אלכסוני מלבן
(קו עזר קוטר מנקודה C)

19



תזכורת:

- התיכון ליתר במשולש ישר זווית שווה למחציתו.
- במשולש ישר זווית שזוויותיו החדות 30° , 60° הניצב מול הזווית בת 30° שווה לחצי היתר.



העקבות...

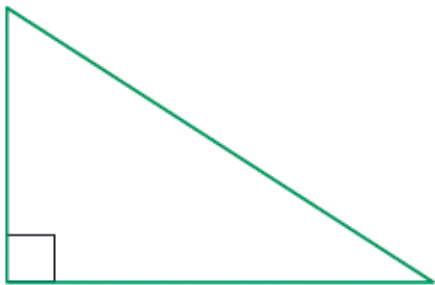


ניעזר במשפט על זווית היקפית במעגל הנשענת על קוטר,
להוכחה בדרך אחרת של משפטים שהכרנו בעבר.

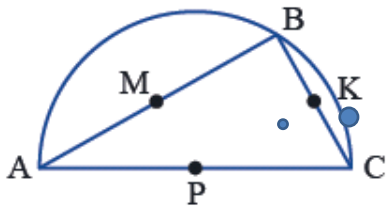
20



היעזרו בסרגל ובמחוגה, ושרטטו במדויק מעגל העובר
דרך שלושת הקודקודים של המשולש ישר הזווית.
זכרו, היתר הוא הקוטר של המעגל.



21



סוף סוף מצאנו את
הקשר בין קטע
אמצעים ומעגל...



8. משולש ABC חסום בחצי מעגל שמרכזו P.
M אמצע הצלע AB, K אמצע הצלע BC.
א. מהו סוג המרובע PMBK? הסבירו.
ב. האם המשולשים PMB ו-PKC דומים? האם הם חופפים? הוכיחו.

22

המעגל

וכחול

ירוק

וחזרה על תכונות משולשים ומרובעים

- יחידה 23: מעגלים, קשתות וזוויות מרכזיות; מיתרים במעגל; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; כמה נקודות קובעות מעגל?
- יחידה 24: זווית היקפית וזווית מרכזית; זווית היקפית הנשענת על קוטר; **זוויות היקפיות שוות**; מעגל חוסם מרובע
- יחידה 25: משיק למעגל; זווית בין משיק למיתר; מעגל חסום במשולש; מעגל חסום במצולע
- יחידה 26: שטח עיגול והיקף מעגל

- יחידה 25: קשתות, מיתרים, וזוויות מרכזיות; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; משיק למעגל; מעגל חסום במצולע
- יחידה 26: זווית היקפית וזווית מרכזית; זוויות היקפיות שוות; זווית היקפית הנשענת על קוטר; מרובע חסום במעגל; משולש חסום במעגל
- יחידה 27: שטח עיגול והיקף מעגל

המעגל

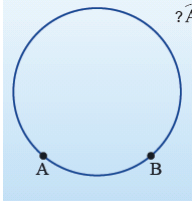
וכחול

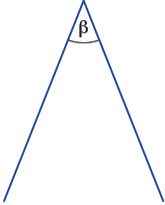
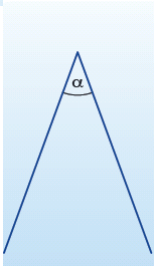
ירוק

וחזרה על תכונות משולשים ומרובעים

העתיקו על נייר שקוף את הזווית α .

- האם אפשר להניח את קודקוד הזווית על המעגל, כך שהיא תהיה זווית היקפית הנשענת על הקשת $\widehat{AB}$?
- בכמה דרכים שונות אפשר לעשות זאת?





העתיקו על נייר שקוף את הזווית β .

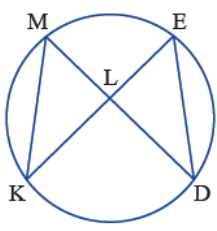
האם אפשר להניח את קודקוד הזווית β על המעגל כך שהיא תהיה זווית היקפית הנשענת על הקשת $\widehat{AB}$?

24

12



בזקקות...



6. א. מצאו משולשים דומים בשרטוט. הוכיחו.
ב. הוכיחו: $KL \cdot LE = ML \cdot LD$

ספירליות,
חזרה וקישור לנושאים
שלמדו

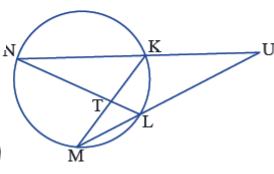
התאמה לסדר
הנושאים בתכנית
הלימודים החדשה



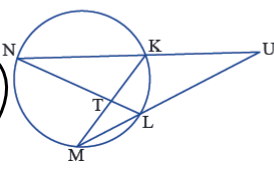
במשימה 6 הוכחנו את המשפט: כאשר שני מיתרים נחתכים במעגל, אז מכפלת הקטעים של מיתר אחד שווה למכפלת הקטעים של המיתר האחר.



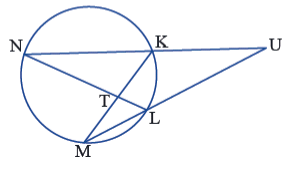
אוסף משימות



6. הוכיחו: $\Delta NTK \sim \Delta LTM$



7. הוכיחו: $NT \cdot TL = MT \cdot TK$



9. הוכיחו את המשפט:
שני ישרים החותכים מעגל נפגשים בנקודה מחוץ למעגל, אז מכפלת החותך האחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך האחר בחלקו החיצוני.
כלומר, הוכיחו: $NU \cdot KU = MU \cdot LU$
(היעזרו במשימה הקודמת).

משימות
מדורגות

משימות הוכחה

26

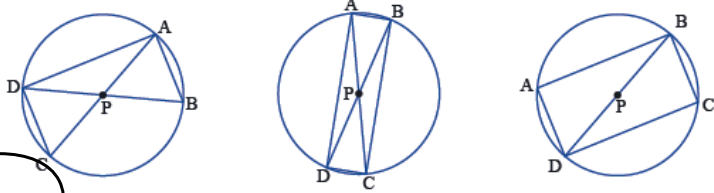


ועוד ב

אוסף משימות



1. מצאו זוויות ישרות בשרטוטים הבאים (P מרכז המעגל).

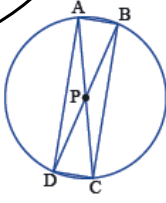




2. AC ו-BD הם קטרים במעגל.

א. מה סוג המרובע ABCD? הסבירו לפי תכונות של זוויות היקפיות.

ב. מה סוג המרובע ABCD, אם הקטרים AC ו-BD מאונכים זה לזה? הסבירו.



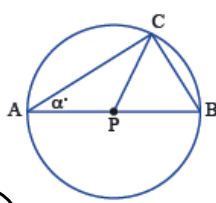
זהו, הנמקה

27



3. א. חשבו את כל הזוויות בשרטוט (P מרכז המעגל).

ב. חשבו את גודל הזווית $\angle ACB$ (P מרכז המעגל).





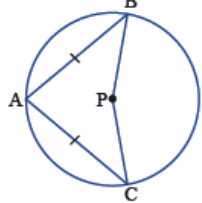
4. בשרטוט מעגל שמרכזו P.

נתון: $\angle BPC = 100^\circ$

$AB = AC$

א. מה סוג מרובע ABPC? הסבירו.

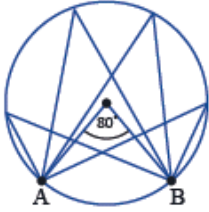
ב. חשבו את גודל הזווית $\angle ABP$.



חישוב

28

חישוב,
הנמקה,
שרטוט



1. א. חשבו את גודל כל הזוויות ההיקפיות בשרטוט.
מה משותף לכל הזוויות האלו? הסבירו מדוע.
ב. העתיקו למחברת ושרטטו זוויות נוספות הנשענות על אותה קשת

משימות מגוונות
וחוויית הצלחה
לכל תלמיד

29

המעגל

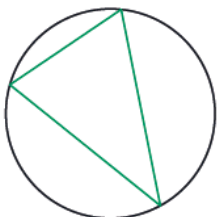
כחול

ירוק

- יחידה 23: מעגלים, קשתות וזוויות מרכזיות; מיתרים במעגל; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; כמה נקודות קובעות מעגל?
- יחידה 24: זווית היקפית וזווית מרכזית; זווית היקפית הנשענת על קוטר; זוויות היקפיות שוות; מעגל חוסם מרובע
- יחידה 25: משיק למעגל; זווית בין משיק למיתר; מעגל חסום במשולש; מעגל חסום במצולע
- יחידה 26: שטח עיגול והיקף מעגל

- יחידה 25: קשתות, מיתרים, וזוויות מרכזיות; מעגל וישר; מיתרים ומרחקם מהמרכז; משיק למעגל; מעגל חסום במצולע
- יחידה 26: זווית היקפית וזווית מרכזית; זוויות היקפיות שוות; זווית היקפית הנשענת על קוטר; מרובע חסום במעגל; **משולש חסום במעגל**
- יחידה 27: שטח עיגול והיקף מעגל

30



משולש שכל הקודקודים שלו על המעגל, נקרא **משולש חסום** במעגל.

ואיפה המרכז???

31

מעגל: המשפטים

- במעגל זוויות מרכזיות שוות נשענות על קשתות שוות.
- לקשתות שוות במעגל מתאימות זוויות מרכזיות שוות.
- לזוויות מרכזיות שוות במעגל מתאימים מיתרים שווים וקשתות שוות.
- למיתרים שווים במעגל מתאימות זוויות מרכזיות שוות וקשתות שוות.
- לקשתות שוות במעגל מתאימים מיתרים שווים וזוויות מרכזיות שוות.

32

מעגל: המשפטים

- רדיוס מאונך למיתר במעגל, חוצה את המיתר, את הזווית המרכזית המתאימה למיתר ואת הקשת המתאימה לו.
- אם הרדיוס ממרכז המעגל חוצה מיתר במעגל, אז הרדיוס מאונך למיתר.
- מיתרים שווים נמצאים במרחק שווה מהמרכז.
- מיתרים שמרחקם מהמרכז שווה שווים באורכם.
- ככל שאורך המיתר גדול יותר, מרחקו מהמרכז קטן יותר.
- ככל שמרחקו של המיתר מהמרכז גדול יותר, אורך המיתר קטן יותר.

33

מעגל: המשפטים

- כל הנקודות הנמצאות על אנך אמצעי לקטע AB , הן מרכזי מעגלים העוברים דרך A ו- B .
- דרך שלוש נקודות שאינן על ישר אחד אפשר לשרטט מעגל אחד ויחיד.
- זווית היקפית במעגל שווה לחצי הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת.
- זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה.
- זוויות היקפיות במעגל הנשענות על אותה קשת שוות.

34

מעגל: המשפטים

- אם שני מיתרים במעגל נחתכים, אז מכפלת קטעי המיתר האחד שווה למכפלת קטעי המיתר האחר.
- במרובע חסום במעגל סכום הזוויות הנגדיות הוא 180° .
- אם סכום הזוויות הנגדיות במרובע הוא 180° אז אפשר לחסום אותו במעגל.
- הזוויות ההיקפיות הנשענות על אותו מיתר מאותו צד שוות.

35

מעגל: המשפטים

- משיק למעגל מאונך לרדיוס בקצהו שעל המעגל.
- שני משיקים למעגל מנקודה אחת מחוץ למעגל, שווים באורכם.
- זווית בין משיק למיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר.
- בכל משולש אפשר לשרטט מעגל חסום.
- אם חוצי הזוויות במרובע נחתכים בנקודה אחת אז אפשר לשרטט מעגל חסום במרובע.
- בכל מצולע משוכלל אפשר לשרטט מעגל חסום.

36