

תרגול מיומנויות אלגבריות

אלכס פרידלנדר



$$10x - (1 - 4x)3 = 3(x + 4) + 42$$

$$4(x - 2) - (3x + 19) = 10(x - 2) - 7$$

$$8(2x - 7) - 5(x + 3) = 60 - (x + 7)2$$

$$10(8 - 3x) + (x + 7)3 = -4(1 - 2x) - 5(x + 3)$$

$$7(2x - 3) - 3(3x - 1) = 2 - (x + 1)4$$

$$4(5x + 8) - (6x - 3)3 = 13(4x - 10) - (3 - 8x)$$

$$10x - (17 - 6x) = 13x - 5(1 - 3x)$$

$$60 - 6(1 - 5x) + 12x + (2x - 3)5 = 0$$

$$\frac{5(3x+2)}{4} - \frac{3(7x-2)}{8} = -\frac{x}{2} \quad (69)$$

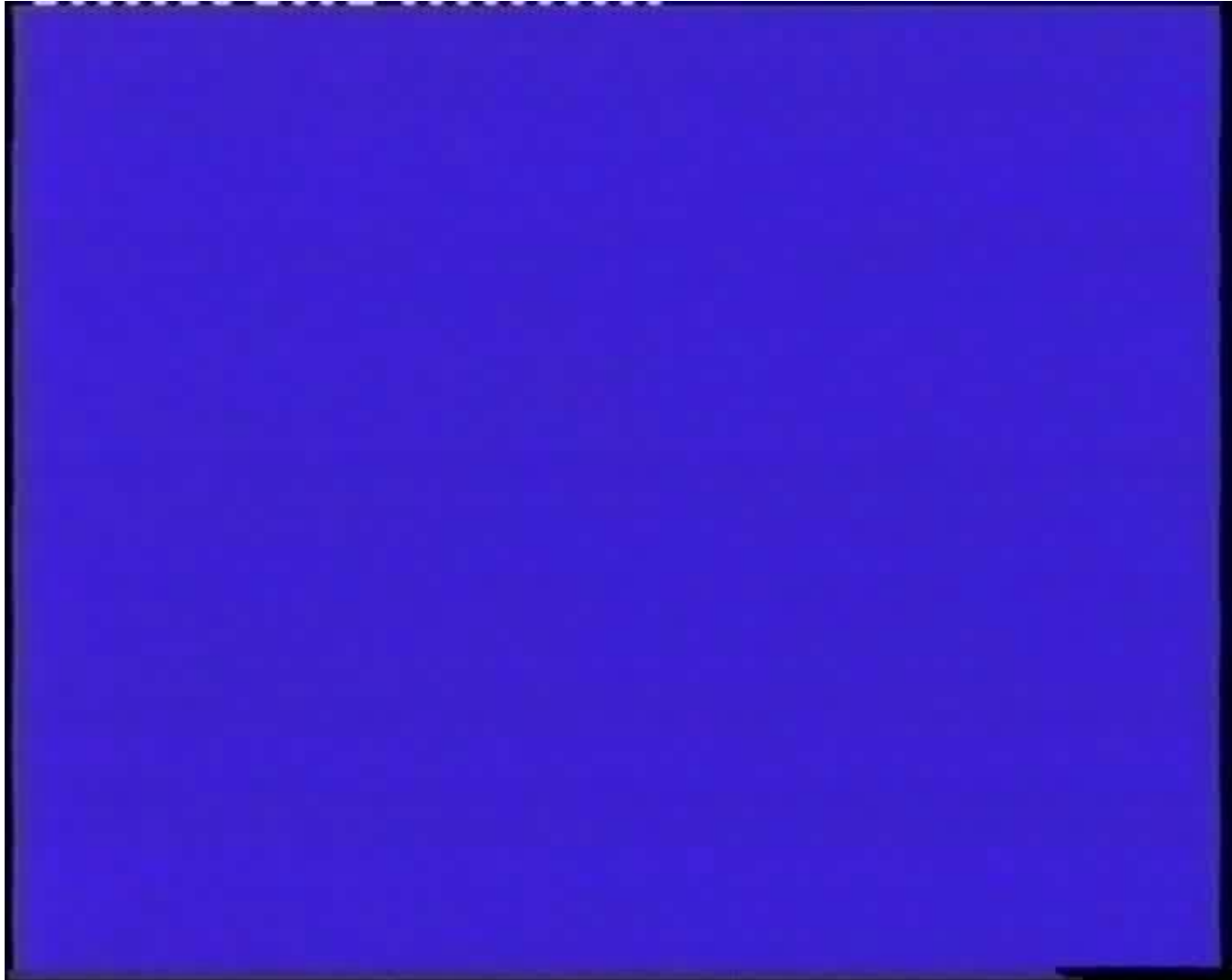
$$\frac{5x+2}{8} - \frac{2x+5}{3} = \frac{2x-1}{2} - \frac{5x-3}{4} \quad (71)$$

$$\frac{2x+7}{5} - \frac{1-4x}{3} - \frac{7+8x}{6} = \frac{5x-3}{15} \quad (73)$$

$$\frac{2(1-x)}{9} - \frac{2x-1}{3} + x = \frac{3x+1}{4} - \frac{4+3x}{6} \quad (75)$$

$$\frac{2x-10}{5} - \frac{3x+1}{6} + \frac{3x-4}{2} = \frac{x-2}{3} - \frac{x}{10} \quad (77)$$

**היה – היה ...
(קטע מן הסרט סינמה פרדיסו)**



משימות

- קצרות ומבודדות
- ממודרות
- אלגוריתמיות
- בעלות פתרון יחיד
- בכמויות גדולות
- ברמת קושי טכני עולה.

למידה

•זכירת פרוצדורות

•מעבר מהיר מהבנת משמעות לביצוע פרוצדורה

•חיקוי המורה

•הפעלת חשיבה אלגוריתמית.

- המורה מדגים פרוצדורות
- המורה מוביל ואחראי ללמידה
- הדגשת תשובות והספקים
- בדיקה ← הדגמה ← עבודה עצמית

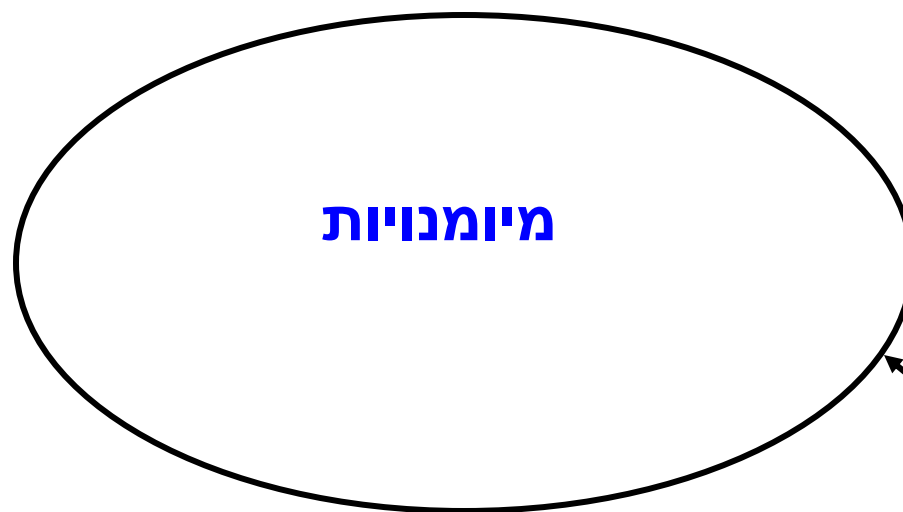
למידה

•מעבר מהיר מהבנת משמעות לביצוע פרוצדורה

•חיקוי המורה

•הפעלת חשיבה אלגוריתמית

•זכירת פרוצדורות



מיומנויות

חשיבה אלגוריתמית

חישובים

טרנספורמציות אלגבריות

כיצד מתרגלים מיומנויות

בתחומים אחרים?



האם מיומנויות שפה

נלמדות בעיקר על-ידי

תרגול חוזר, אינטנסיבי

וממוקד של כללי כתיב

ותחביר?



האם מיומנויות במוזיקה נלמדות

בעיקר על-ידי תרגול חוזר,

אינטנסיבי וממוקד של טכניקות

נגינה ורצפים של אקורדים?



האם מיומנויות בספורט

נלמדות בעיקר על-ידי

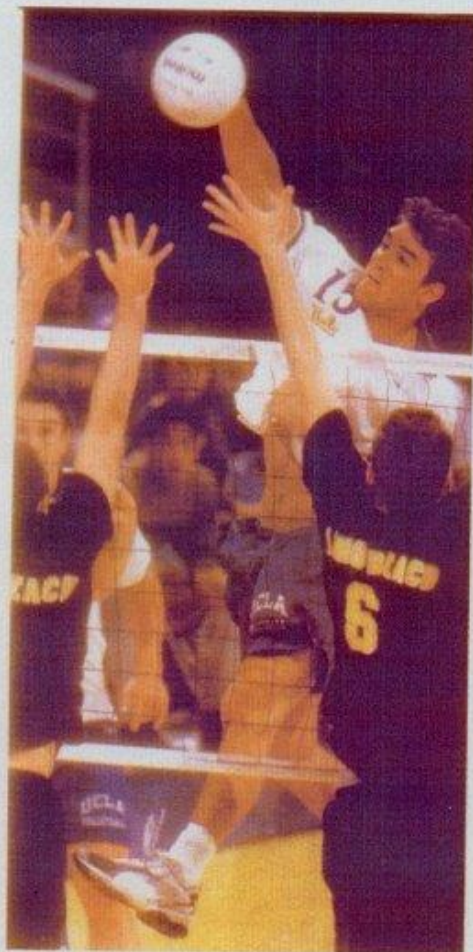
תרגול חוזר, אינטנסיבי

וממוקד של מרכיבים

ורצפים ספציפיים?



אוניברסיטה משודרת



חשיבה
וקבלת
החלטות
בספורט

רוני לידור

ד"ר רוני לידור

מומחה להכשרת ספורטאים:



אחת הבעיות המרכזיות באימון היא

הסטריליות שבסביבת הלמידה.

לעתים נלמדים היסודות בצורה

טכנית בלבד, שאינה משקפת את

המתרחש במשחק עצמו.



חשוב לגרום ללומד לחשוב

בכל פעם בצורה שונה.

הלומד נחשף לצורך לשנות

הרגלי חשיבה, תוך כדי פתירת

בעיות בסביבה מוכרת, אך

שמעמדה בפניו דרישות

ביצוע חדשות.



אם אלה ההמלצות בספורט ...

אולי גם במוזיקה,

חשוב לגרום ללומד לחשוב בכל

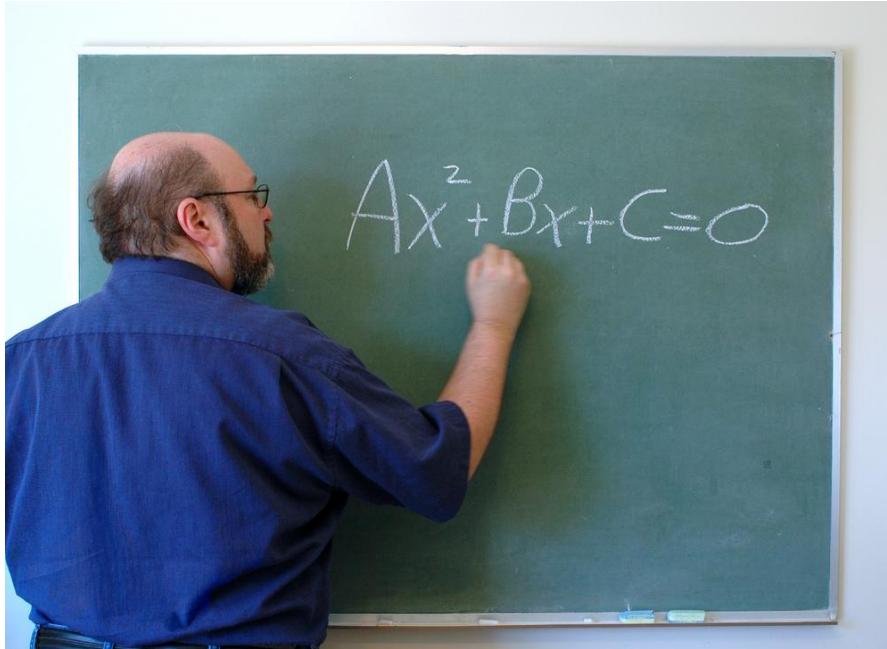
פעם בצורה שונה.



וגם בלמידת שפה,

חשוב לגרום ללומד לחשוב בכל

פעם בצורה שונה...



ומה דעתכם על
אופי התרגול
במתמטיקה? ...

שאלות:

האם יש צורך בתרגול?

כמה מתרגלים?

כן!!

קביעת יעדים לפי יכולת התלמידים
קביעת יעדים לפי הכיתה (ז' ח' ט'?)
קביעת יעדים לפי תכנית הלימודים.

איך מתרגלים?

הצעה בהמשך



דוגמאות ממבחני מיצ"ב

מיצ"ב תשע

שאלה 10

נתונה המשוואה: $x^2 + 5x = 14$

בדקו האם $x = -7$ הוא פתרון של המשוואה.

הציגו את דרך הבדיקה.

סמנו על פי הבדיקה את הטענה הנכונה.

☐ 1 $x = -7$ הוא פתרון של המשוואה.

☐ 2 $x = -7$ אינו פתרון של המשוואה.

שאלה 24

א. השלימו מספר במשבצת כך שכל מספר שנציב עבור x יהיה פתרון של המשוואה.

$$7x + \square = 7(x + 1)$$

ב. למשוואה שלפניכם אין פתרון. $7x = 7(x + 1)$

ניר, רחל והדר נימקו מדוע למשוואה אין פתרון.

סמנו ליד כל נימוק אם הוא נכון או לא נכון.

נכון / לא נכון	נימוק		
נכון / לא נכון	חילקתי את שני אגפי המשוואה ב- 7 וקיבלתי $x = x + 1$, אך לא ייתכן שמספר שווה למספר הגדול ממנו ב- 1, ולכן אין פתרון.	ניר	ב1.
נכון / לא נכון	פתחתי סוגריים, המשכתי לפתור את המשוואה וקיבלתי $0x = 7$ או $0 = 7$, ולכן אין פתרון.	רחל	ב2.
נכון / לא נכון	הצבתי כמה מספרים וראיתי שאף מספר אינו פתרון של המשוואה, ולכן אין פתרון.	הדר	ב3.

שאלה 11

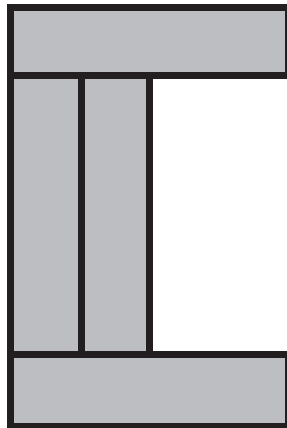
2 ס"מ



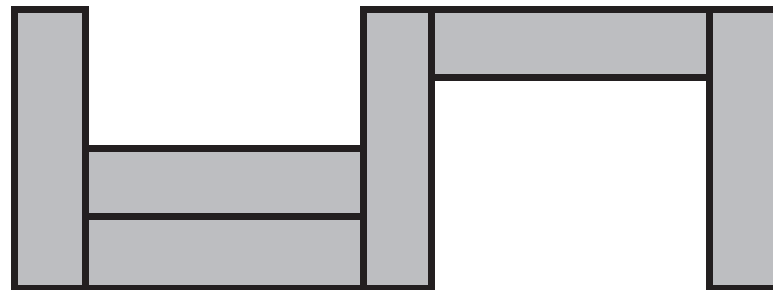
x ס"מ

נתון לוח מלבני שמידותיו מתוארות בסרטוט:

א. ממספר לוחות מלבניים אלה במידותיהם ללוח הנתון, בנו שתי צורות שונות (ראו איור).



צורה ב'



צורה א'

נתון: השטח של צורה א' גדול ב- 32 סמ"ר מהשטח של צורה ב'.

מצאו את ערכו של x בלוח הנתון והציגו את דרך הפתרון.

שאלה 12

נתון: $x - y = 5$

בהסתמך על הנתון, חשבו את ערכי הביטויים (התבניות) שלפניכם
והציגו את דרך החישוב.

א. $(x - y)^2 - 2(x - y) =$

ב. $1 - \frac{x - y}{4} =$

פתרו את המשוואות.

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 15 \quad \text{א.}$$

$$\frac{x+1}{3} + \frac{x+1}{6} = 15 \quad \text{ב.}$$

.....

- *Jensen & Wagner*

Given that $5(2a + 1) = 10$

Find the value of $\frac{2a+1}{2}$

ראיה תבניתית

- *Rachlin*

$(2x - 3) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 4x^2 - 9$

חשיבה הפוכה

Solve: $4a^2 - 9 = 0$

$$4(a + 1)^2 - 9 = 0$$

$$4(2a + 1)^2 - 9 = 0$$

ראיה תבניתית

דוגמאות מספרי מתמטיקה משולבת

כיתה ח' חלק א'



חשיבה הפוכה

מציאת קשר בין תרגילים

1.

43. אילו מספרים יש לרשום במקומות הריקים כך שפתרון כל אחת מהמשוואות הבאות יהיה 4?

ד. $3 + x + \underline{\hspace{1cm}} = 18$

א. $3x + \underline{\hspace{1cm}} = 18$

ה. $3(x - \underline{\hspace{1cm}}) = 18$

ב. $3(x + \underline{\hspace{1cm}}) = 18$

ו. $3 + x \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 18$

ג. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot (x - 3) = 18$

2.

20. השלימו את הפירוק לגורמים.

ד. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot (3 - \underline{\hspace{1cm}}) = 18b - 24b^2$

א. $-3 \cdot (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) = 12a^2 + 18a$

ה. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot (\underline{\hspace{1cm}} - 3b) = 18b - 24b^2$

ב. $4a \cdot (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) = 12a^2 + 18a$

ו. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot (9b - \underline{\hspace{1cm}}) = 18b - 24b^2$

ג. $12a \cdot (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) = 12a^2 + 18a$

חשיבה הפוכה

מציאת קשר בין תרגילים

3.



9. קבעו איזה מספר יש לרשום במקום הריק כך שפתרון המשוואה יהיה: יהיה (-3)

א. $\frac{2}{3}x + \square = 0$ ב. $\frac{2}{3}(x + \square) = 0$ ג. $\frac{2x + \square}{3} = 0$

הבנת משמעויות

מעבר בין ייצוגים

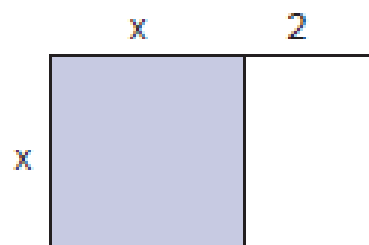
4.



1. נתון ריבוע שאורך צלעו x .

הגדלנו ב-2 ס"מ זוג צלעות נגדיות של הריבוע וקיבלנו מלבן (ראו שרטוט).

אילו מבין הביטויים הבאים מייצגים את שטח המלבן?



$2x \cdot x$ $2(x + x)$ $x^2 + 2x$ $(x + 2)x$ $x^2 + 2$ $x(x + 2)$

5.



38. היעזרו בשטחי מלבנים כדי להסביר את תוצאות המכפלה של הביטויים.

א. $(a - 2)(b + 5)$ ב. $(a - 2)(b - 5)$

ח"א 11/222

ח"א 11/228

5. בכל סעיף מופיעים שני ביטויים. בדקו אם הם שווי ערך.
אם לא, הציגו דוגמה נגדית. אם כן, נמקו בעזרת חוקי פעולות החשבון.

א. $\frac{x+1}{2}$ $\frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

ב. $\frac{x+1}{2}$ $x + \frac{1}{2}$

ג. $\frac{2x+1}{2}$ $x + \frac{1}{2}$

ד. $\frac{x}{2} + 1$ $x + \frac{1}{2}$

53. לפניכם פתרונות שגויים של משוואות.

רשמו במילים מהי השגיאה וכיצד אתם מציעים לתקן אותה.

$$-4x = -20 / :(-4)$$

ג.

$$x = -5$$

$$-2x = 3 / +2$$

א.

$$x = 5$$

$$2x + 5 = 3x / -5$$

ד.

$$2x = 3x - 5 / -3x$$

$$x = -5$$

$$2x + 7 = 6 / :2$$

ב.

$$x + 7 = 3 / -7$$

$$x = -4$$

55. בבוחן רפי פתר משוואות ואי שוויונות.

בדקו אילו פתרונות נכונים. אם הפתרון שגוי, רשמו מהי השגיאה וכיצד אתם מציעים לתקן אותה.

א.

$$5 + 3x < 7 - 4x / -5$$

ג.

$$3 - x = 5(x + 3)$$

$$3 - x = 5x + 15 / -5x$$

$$3x < 2 - 4x / +4$$

ב.

$$5 - \frac{x}{3} > 1 / -5$$

ד.

$$6 - 2(x - 7) = 4$$

$$6 - 2x - 14 = 4$$

$$-2x - 8 = 4 / +8$$

$$-\frac{x}{3} > -2 / \cdot (-3)$$

$$-2x = 12 / : (-2)$$

$$x < -2$$

$$x = -6$$

ראיה תבניתית

אומדן

מציאת קשר בין תרגילים

22. קבעו לגבי כל משוואה אם פתרונה: חיובי, שלילי או שווה ל-0.

$$\text{ה.} \quad -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = \frac{10}{2}$$

$$\text{ג.} \quad \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = 0$$

$$\text{א.} \quad \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = 5$$

$$\text{ו.} \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = -\frac{10}{2}$$

$$\text{ד.} \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = \frac{10}{2}$$

$$\text{ב.} \quad \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = -\frac{10}{2}$$

23. נתונה המשוואה: $\frac{4}{5}x = \frac{1}{3}x - 8$.

קבעו לאילו מבין המשוואות הבאות אותו פתרון כמו למשוואה הנתונה. הסבירו.

$$\text{ה.} \quad -\frac{4}{5}x = -\frac{1}{3}x + 8$$

$$\text{ג.} \quad 0 = \frac{1}{3}x - 8 - \frac{4}{5}x$$

$$\text{א.} \quad \frac{4}{5}x + \frac{1}{3}x = -8$$

$$\text{ו.} \quad x = 24$$

$$\text{ד.} \quad 8 = \frac{1}{3}x - \frac{4}{5}x$$

$$\text{ב.} \quad \frac{4}{5}x - \frac{1}{3}x = -8$$

29. נתונות המשוואות.

$$\frac{6}{x-2} = -3$$

$$\frac{3}{x-2} = -3$$

$$\frac{2}{x-2} = -1$$

$$\frac{10}{x-2} - 5$$

$$\frac{8}{x-2} = -4$$

$$\frac{4}{x-2} = -2$$

- א. מצאו את תחום ההצבה של כל אחת מהמשוואות.
- ב. לחמש מבין המשוואות יש אותו פתרון, רשמו את הפתרון.
- ג. מה פתרון המשוואה השישית?

חשיבה מסתעפת

מציאת קשר בין תרגילים

12.

33. השלימו במחברותיכם ביטויים ומספרים באופנים שונים כך שיתקיים:

א. $(\quad)(\quad) = \quad + 3x + \quad$

ב. $(\quad)(\quad) = \quad + 3x + \quad$

ג. $(\quad)(\quad) = \quad + 3x + \quad$

ד. $(\quad)(\quad) = \quad + 3x + \quad$

תרגול נוסף:

אתר מתמטיקה משולבת
(Google ← מתמטיקה משולבת)

משימות נוספות לתרגול

משימות לתרגול
מיומנויות אלגבריות לכיתה ז'

משימות לתרגול
מיומנויות אלגבריות לכיתה ז'



שילוב כישורי חשיבה בלמידת מיומנויות אלגבריות

פתרון משוואות	ביטויים שווי ערך	
		חשיבה אלגוריתמית
		הבנת משמעויות
		שימוש בייצוגים
		ראיה תבניתית
		חשיבה הפוכה
		מציאת קשר בין תרגילים
		חשיבה מסתעפת
		חשיבה מטה-קוגניטיבית

משימות

- קצרות ומקושרות
- דורשות תהליכי חשיבה מגוונים
- חלקם בעלי פתרונות מרובים
- ברמות קושי מגוונות.

- קצרות ומבודדות
- ממודרות
- אלגוריתמיות
- בעלות פתרון יחיד
- בכמויות גדולות
- ברמת קושי טכני עולה.

•זכירת פרוצדורות

•מעבר מהיר מהבנת משמעות לביצוע פרוצדורה

•חיקוי המורה

•הפעלת חשיבה אלגוריתמית.

•הבנת משמעויות

•מעבר הדרגתי מהבנת משמעויות לביצוע פרוצדורות

•שילוב דרכי פתרון עצמיות ושל אחרים

•הפעלת תהליכי חשיבה מגוונות.

- המורה מדגים פרוצדורות
- המורה מוביל ואחראי ללמידה
- הדגשת תשובות והספקים
- בדיקה ← הדגמה ← עבודה עצמית

- המורה יוצר סביבה לימודית
- המורה "עמית חוקר"
- הדגשת תהליכים
- שיגור משימה ← עבודה ← דיון מסכם

שימוש במיומנויות אלגבריות בפתרון שאלות מילוליות

דוגמאות מספרי מתמטיקה משולבת - כיתה ח

