

5 תרנגולות מטילות 5 ביצים ב – 5 שעות.

כמה זמן ייקח ל – 100 תרנגולות להטיל 100 ביצים?



השתלמות קיץ תשע"א

מתמטיקה לכיתה ח'

יחס, פרופורציה, דמיון

השתלמות קיץ תשע"ד

מתוך תכנית הלימודים

- לימודי התחום המספרי בכיתה ח' מושתתים על הידע שנצבר במהלך בית הספר היסודי ובכיתה ז'.
- מושג ה**יחס**, הנלמד בתחילת השנה כסבב נוסף ללימודי בית הספר היסודי, מהווה מוטיב מרכזי בהמשך הלימודים בכיתה ח' במגוון נושאים:

קנה מידה,
קטעים פרופורציוניים,
דמיון משולשים,
שיפוע של קו ישר,
פונקציה קווית מהצורה $y = mx$,
אחוזים,
שכיחות יחסית
הסתברות

ע"מ 184

אינטואיציה



יחידה 9: יחס

שיעור 1. יחס מהו?

בחנות התכשיטים מוצעות מחרוזות למכירה. לכל מחרוזת מוצמדת תווית מחיר. מחיר המחרוזת נקבע לפי מחירי החרוזים.

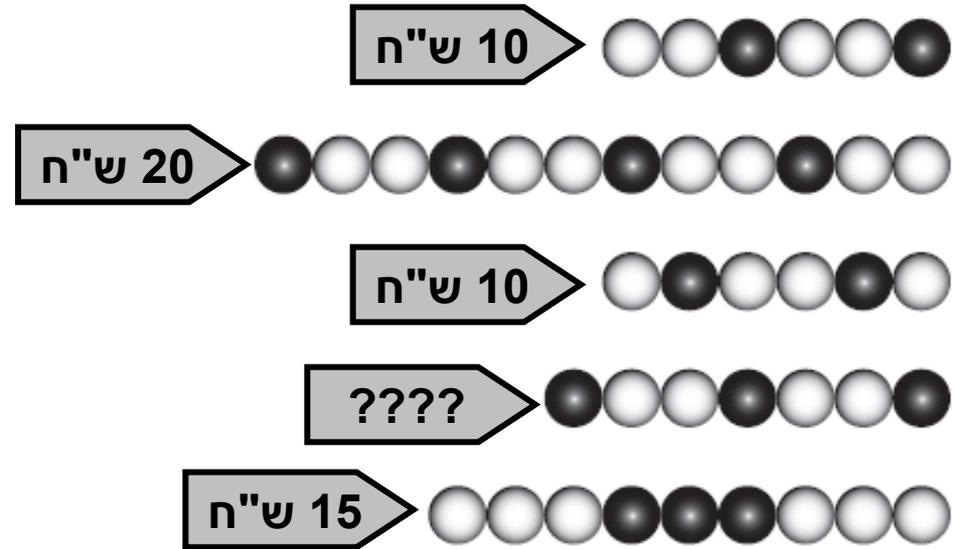


האם אפשר לדעת מה מחירו של כל חרוז? הסבירו.

נכיר את המושג יחס.

ב. מהמחרוזות הבאות נפלה תווית המחיר. האם תוכלו לקבוע מה מחירן?

יחס 1:א
חשיבה ישירה /
חשיבה הפוכה



כתבו מחיר מתאים לכל מחרוזת שאפשר לקבוע את מחירה.

אם אי-אפשר לקבוע את המחיר, הסבירו מדוע.

ג. ציירו מחרוזת שמחירה 40 ₪.

ציירו מחרוזת שמחירה 5 ₪.

יחס a:b

מה חדש במשימה הבאה?

2. צמידים מורכבים מחרוזים בצורת כדור ובצורת לב.

א. מהו היחס בין מספר חרוזי  למספר חרוזי  בצמידים הבאים?





מנה של שני מספרים חיוביים (גדלים או כמויות) נקראת **יחס**.

בעזרת היחס אפשר למצוא פי כמה גדול (או קטן) המספר האחד מהמספר האחר.

• אומרים: היחס בין a ל- b (a, b מספרים חיוביים), כותבים $a:b$ או $\frac{a}{b}$

מציאה: במשימת הפתיחה, לכל חרוז שחור יש שני חרוזים לבנים.

מספר החרוזים השחורים הוא $\frac{1}{2}$ ממספר החרוזים הלבנים.

אומרים: היחס בין מספר החרוזים השחורים למספר הלבנים הוא 1 ל-2, כותבים 1:2 או $\frac{1}{2}$



האם היחס נשמר?

רותי בחרה גוון ורוד לצביעת הקירות בחדרה.
היא ערבבה 2 פחיות צבע אדום עם 7 פחיות צבע לבן, והגיעה לגוון המבוקש.
האם אפשר לערבב כמויות שונות של פחיות צבע ולהגיע לאותו גוון?
הציעו דרכים להכהות את הגוון, הציעו דרכים להבהיר אותו.

נבצע פעולות על יחס, ונבדוק אם היחס נשמר.

להגדיל ב
להגדיל פי

2. **רותי** זקוקה ל- 27 ליטרים לצביעה. היא ערבבה 2 פחיות צבע אדום עם 7 פחיות צבע לבן. נפח כל פחית 1 ליטר.

א. האם **רותי** ערבבה כמות צבע מספיקה?

ב. **מירי** הציעה להוסיף לתערובת 9 פחיות צבע אדום ו- 9 פחיות צבע לבן. האם יתקבל הגוון הרצוי?

האם יישמר היחס בין כמות הצבע האדום לכמות הצבע הלבן?

ג. **נועם** הציע להגדיל את הכמות של כל צבע פי 3.

האם יתקבל הגוון הרצוי?

האם יישמר היחס בין כמות הצבע האדום לכמות הצבע הלבן?

האם כמות הצבע תספיק לצביעת הקירות?

ד. **סמי** הציע לכפול את הכמות של כל צבע פי 2.

האם יתקבל הגוון הרצוי?

האם יישמר היחס בין כמויות הצבע האדום והצבע הלבן?

האם כמות הצבע תספיק לצביעת הקירות?

חלוקה לפי יחס



שיעור 3. פעילות בסדנה

חלוקה לפי יחס

בסדנת אומנות עובדים התלמידים סביב שולחנות עבודה גדולים.
בסדנה 2 שולחנות לעבודות נגרות ו- 6 שולחנות לריקועי נחושת.
24 תלמידים הגיעו לסדנה, והתפזרו באופן שווה בין השולחנות.
כמה תלמידים יושבים סביב כל שולחן?

נלמד לחלק כמויות לפי יחס נתון.



במשימות 1 ו- 2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. א. כמה תלמידים עבדו בנגרות? כמה תלמידים עבדו בנחושת?
ב. מהו היחס בין מספר העוסקים בנגרות למספר העוסקים בנחושת?

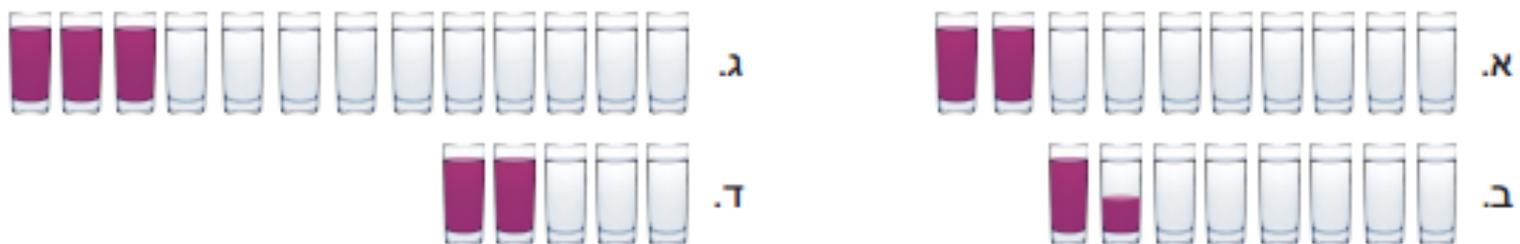
במה שונה המודל של מיץ פטל?

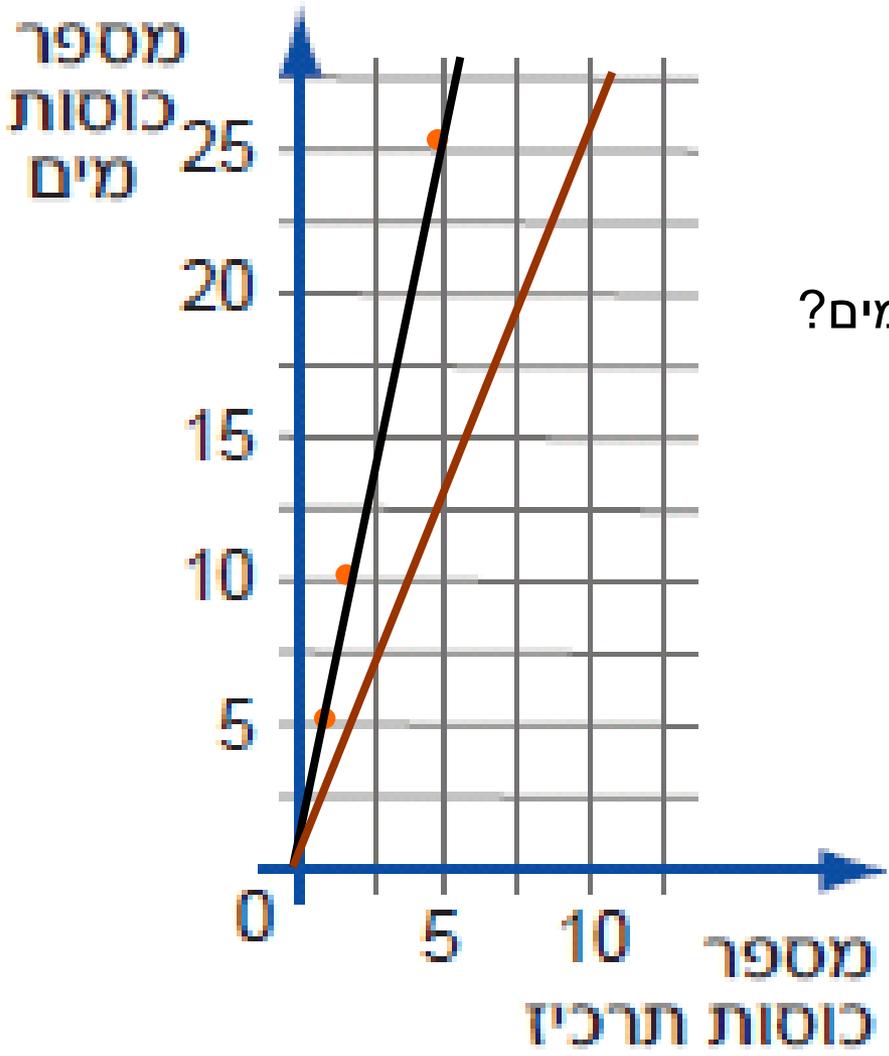
אימא של דני מכינה כד עם מיץ פטל מתוק וטעים.
לפי המתכון של אימא, מערבבים כוס תרכיז עם 5 כוסות מים.



הציעו כמויות שונות להכנת מיץ פטל לפי המתכון של אמא.

1. א. מה היחס בין מספר כוסות התרכיז למספר כוסות המים במתכון של אימא?
- ב. סבא אוהב מיץ מתוק יותר מן המיץ של אמא. הוא מזג לכד 2 כוסות תרכיז ו- 8 כוסות מים. האם סבא מרוצה לדעתכם?
- מהו היחס בין מספר כוסות התרכיז למספר כוסות המים, במיץ של סבא?
- ג. סבתא אוהבת מיץ פחות מתוק מן המיץ של סבא. האם אפשר להכין לה כד מיץ כפי שהיא אוהבת? תנו שתי אפשרויות שונות.
- מה היחס בין מספר כוסות התרכיז למספר כוסות המים במיץ של סבתא? (כתבו יחס מתאים לכל הצעה).
- ד. לפניכם הצעות להכנת מיץ פטל. באיזו הצעה יתקבל המיץ המתוק ביותר?





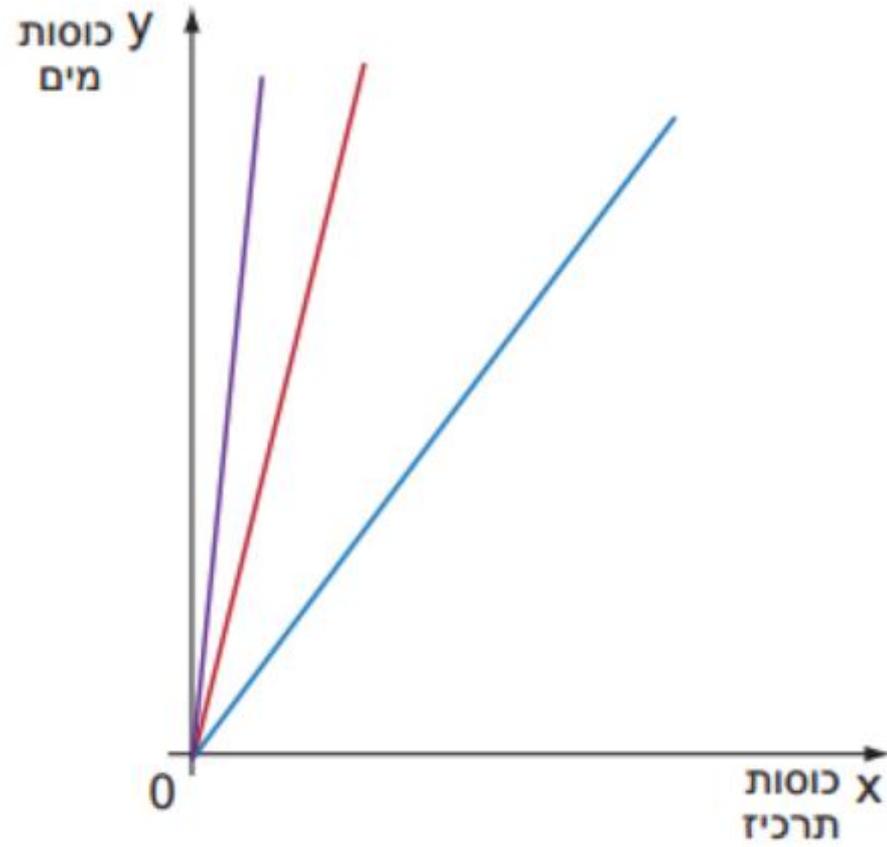
• כמה כוסות מים מערבבים עם 3 כוסות תרכיז?

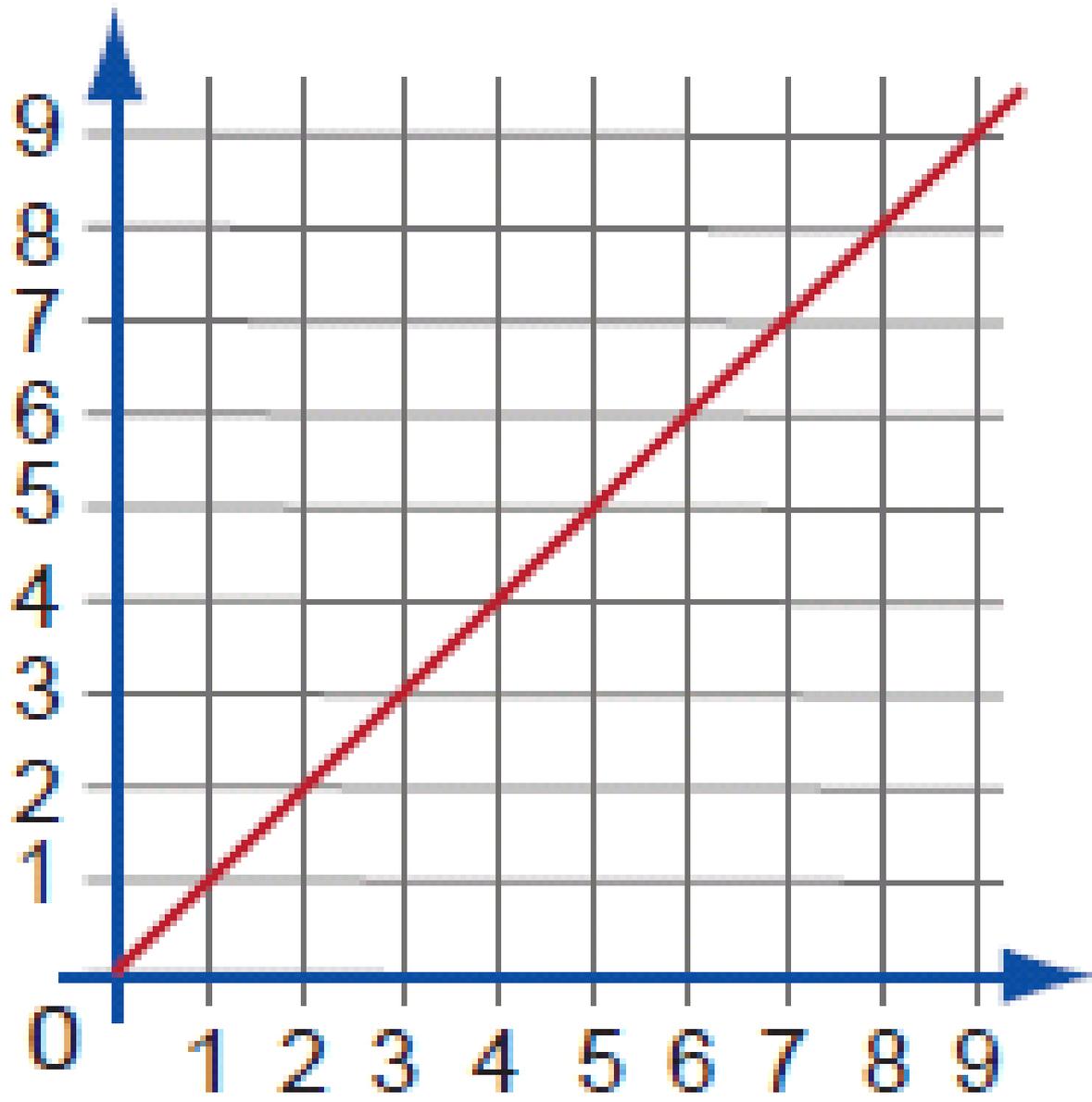
• כמה כוסות תרכיז בערך מערבבים ב- 12 כוסות מים?

איזה גרף מייצג מיץ מתוק יותר?

קישור לפונקציות

איזה ישר מייצג את המיץ הכי מתוק?







יוצאים לקניות



22. בקרו בחנות הקרובה לביתכם, בחרו מוצר מסוים שנמכר באריזות שונות. העתיקו מן האריזה מהו המשקל של כל אריזה ומהו מחירה. בבית חשבו מהי האריזה החסכונית ביותר.



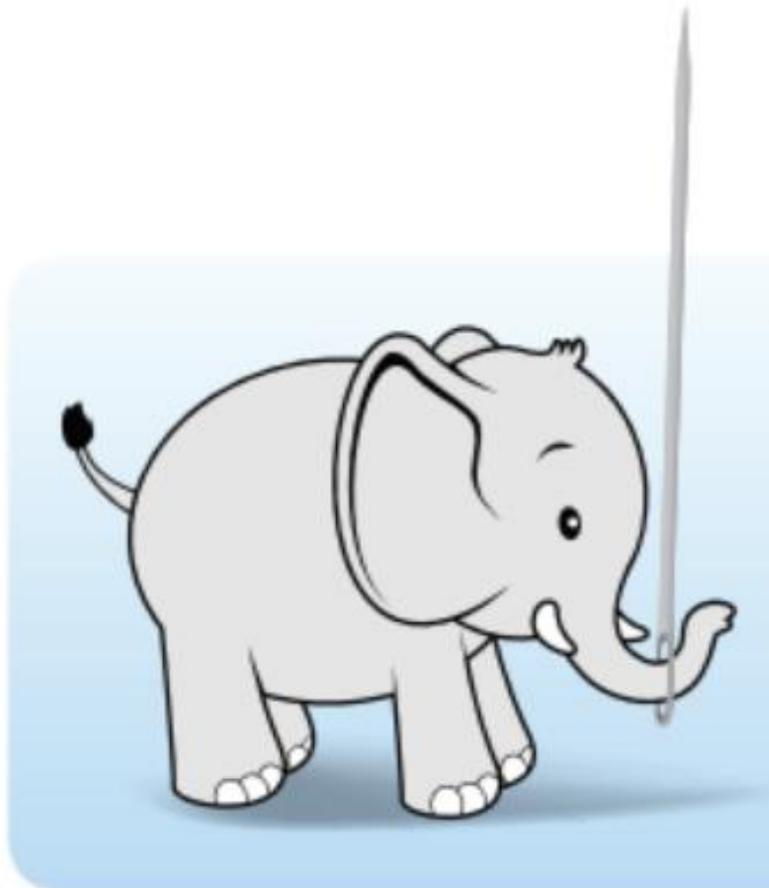
קנה מידה

איך מתחילים?

הכניס פיל בקוף של מחט ולמה בכלל צריך קנה-מידה?

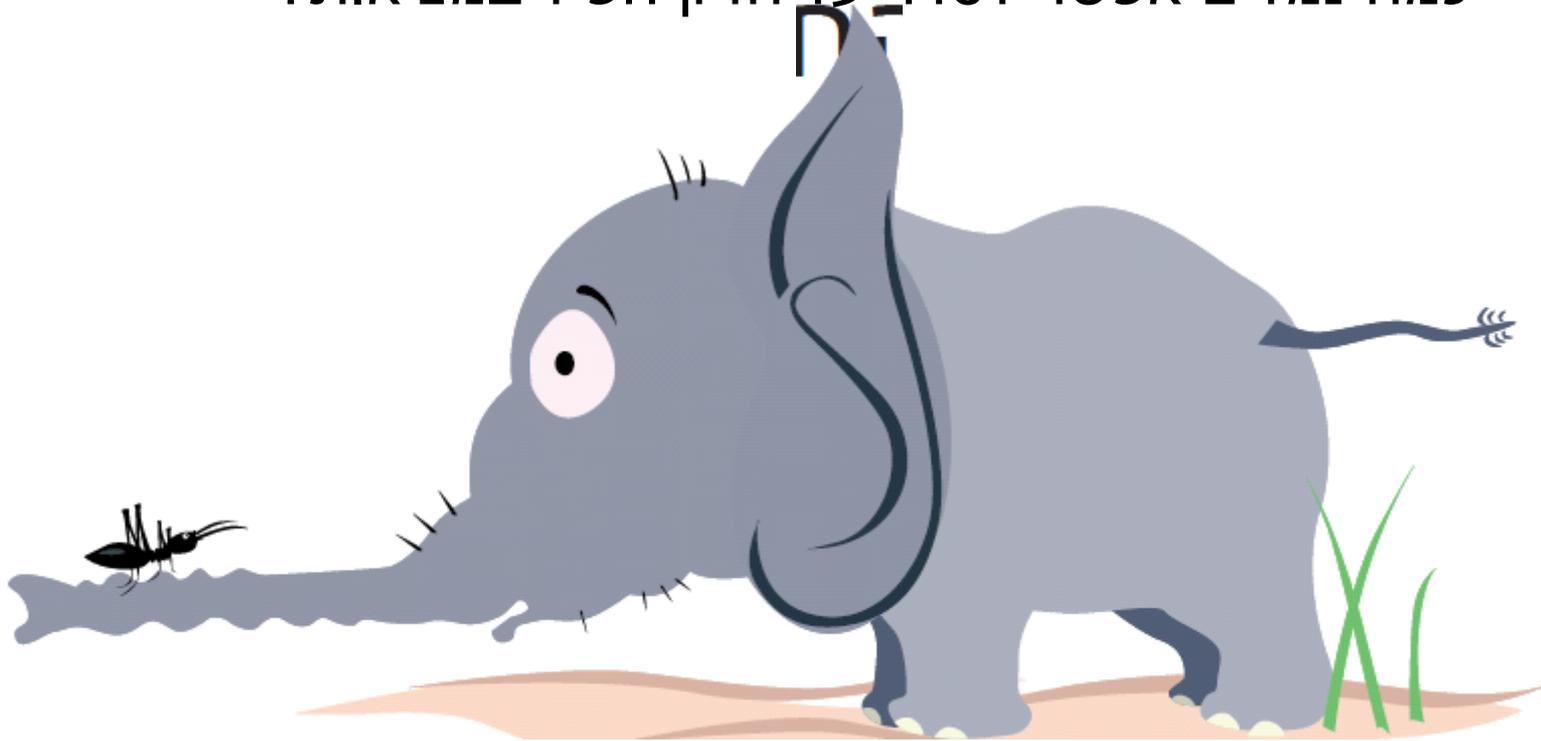
יחידה 11
ע"מ 220

מוטיבציה
ידע עולם



כמה נמלים אפשר לסדר על חדק הפיל בתמונה?

כמה נמלים אפשר לסדר על חדק הפיל במציאות?



הריקטורה: טוב או רע?





בציור של הנמלה על חדק הפיל, הגדילו את הנמלה, והקטינו מאוד את הפיל.
התמונה מצחיקה ואינה מייצגת את המציאות.

בתמונות מציאותיות מגדילים או מקטינים את כל חלקי הדמות **באותו** יחס.



5. נתונות שתי תמונות.

מה היחס בין גובה הכלב לגובה הדוב במציאות?



קנה-המידה 1:30



קנה-המידה 1:16

גובה הכלב בתמונה 3 ס"מ במציאות 48 ס"מ.
גובה הדוב בתמונה 4 ס"מ במציאות 120 ס"מ.
היחס 48:120

2:5

ע"מ 233

מזלג שכזה



מזלג שכזה

מה מיוחד בפסל?

מדוע, לדעתכם, הציב האומן

את הפסל ליד בניין?

מדוע לא יצר פסל בגודל אמיתי?

מזלג שכזה

מהו, בערך, גובה הפסל בתמונה?

מהו, בערך, גובה הפסל במציאות?

האם כדאי להשתמש במציאות
ובתמונה באותה יחידת מידה?

מזלג שכזה

מהו בערך גובה הענק האוכל במזלג הזה?

גובה פסל המזלג

בערך 9 מטר

אורך מזלג רגיל -18

20 ס"מ

היחס בין מזלג לאדם

1:10

גובה הענק בערך

90 מטר

פי כמה, בערך, גדול פסל המזלג ממזלג רגיל?

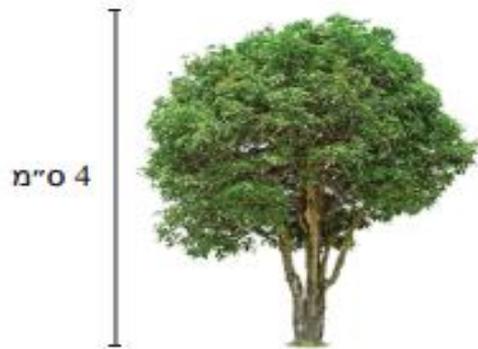


נא לשבת!

ג'נבה, מול בנייני האו"ם
ו' באלול ה'תש"ע – 16/8/10



6. חשבו לפי הנתונים בשרטוט, מה היחס בין אורך הזבוב לגובה העץ במציאות.



קנה-המידה 1:70



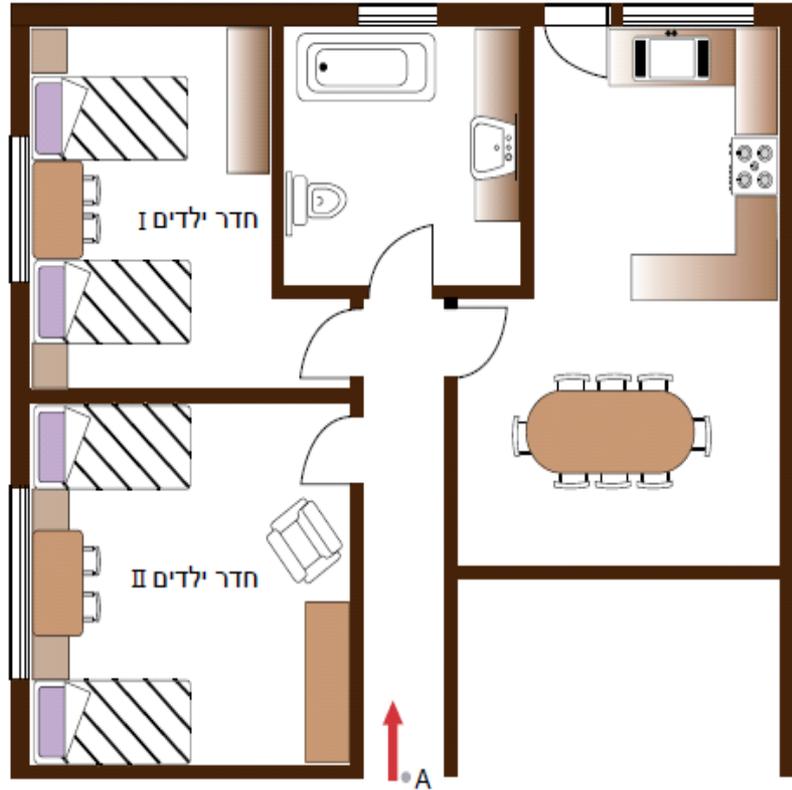
קנה-המידה 5:1

אורך הזבוב 0.7 ס"מ. גובה העץ 280 ס"מ.

היחס 1:400

מתכננים חדרים

3. לפניכם חלק מתרשים של דירה. קנה המידה: 1:100



ע"מ 225

א. חדר ילדים II הוא ריבועי. אורך צלעו של החדר בתרשים הוא 4 ס"מ.

מהן מידות החדר במציאות? הסבירו.

ב. שלומית אמרה:

אורך הארון במציאות בחדר ילדים I הוא 1.5 מ'.

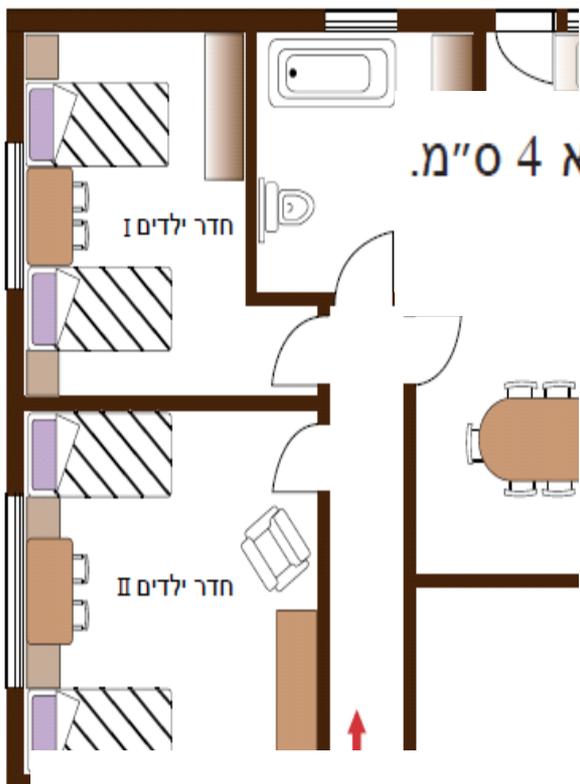
האם לדעתכם צדקה?

ג. בחופשת הקיץ הגיע בן הדוד לביקור.

הכורסה בחדר ילדים II נפתחת למיטה שאורכה הכולל 2 מ'. רוחב הכורסה בתרשים 9 מ"מ.

היכן בחדר כדאי להעמיד את הכורסה, אם לא רוצים לסגור אותה בכל בוקר? הסבירו.

ד. האם תשובתכם לסעיף ג תשתנה אם יש לארון דלתות הזזה? הסבירו.



יחס הפוך?

א. ציור לפי היחס, צמיד שיש בו 12 חרוזים

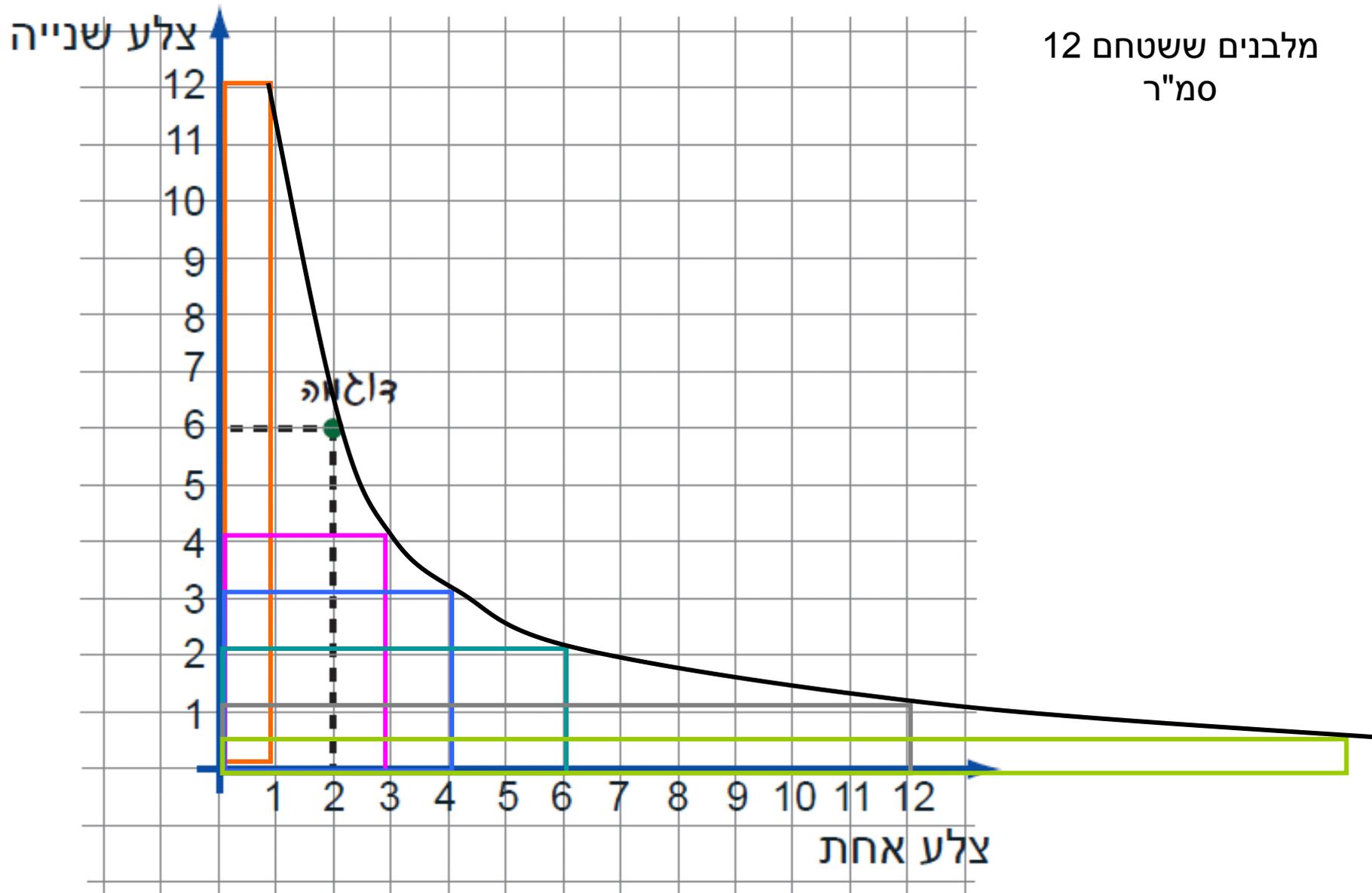
$$\frac{\text{❤️}}{\text{🔵}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

ב. ציור לפי היחס, צמיד שיש בו 12 חרוזים.

$$\frac{\text{❤️}}{\text{🔵}} = \frac{9}{3} = \frac{3}{1}$$

ג. באיזה סעיף ציירתם יותר לבבות?

המספרים הופכיים, אך היחס ישר



יחס ישר, יחס הפוך, קשר אחר

כתבו ליד כל משוואה אם היא מתארת יחס ישר, יחס הפוך או קשר אחר.

ג. $y = x + 8$

ב. $y = 8x$

א. $x \cdot y = 8$

ו. $y = 8$

ה. $\frac{y}{x} = 8$

ד. $y = \frac{8}{x}$

כתבו ליד כל גרף אם הוא מתאר יחס ישר, יחס הפוך או קשר אחר

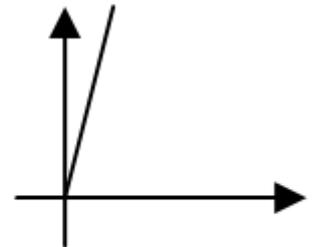
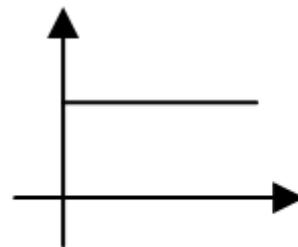
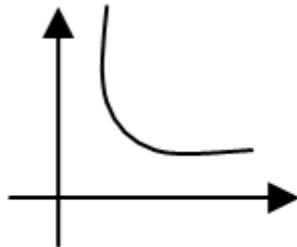
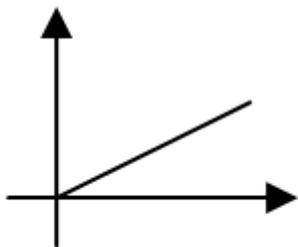
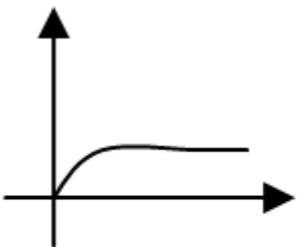
ה.

ד.

ג.

ב.

א.



דמיון מצולעים

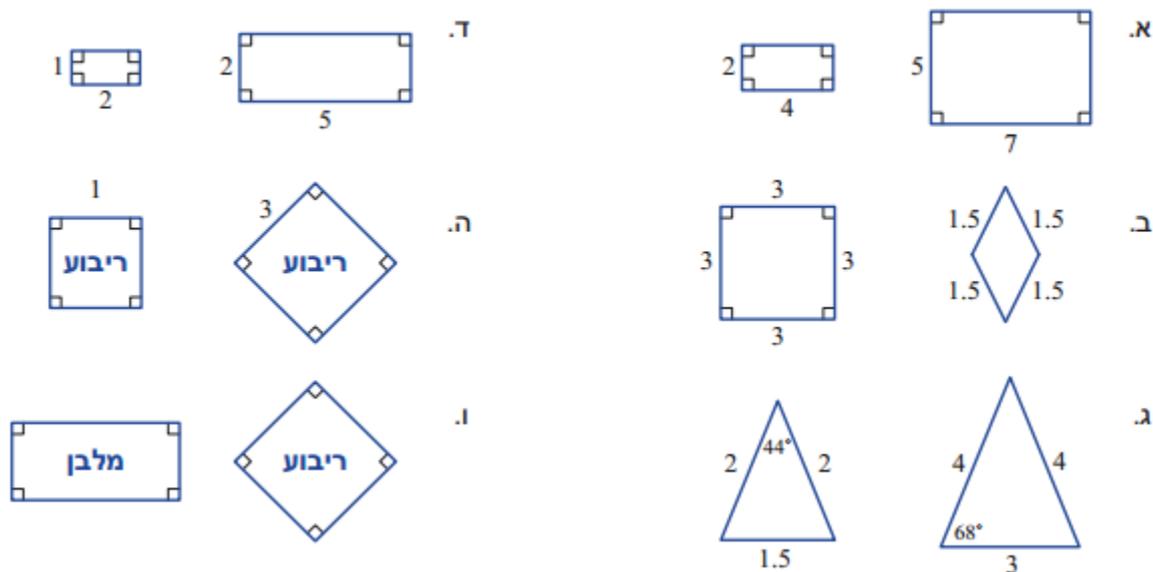


מצולעים שהם הגדלה או הקטנה, אחד של האחר, באותו יחס נקראים **מצולעים דומים**.

ראינו כי במצולעים דומים:

1. קיים אותו יחס בין אורכי צלעות מתאימות. היחס הזה נקרא גם **גורם ההגדלה**.
2. כל הזוויות שוות בהתאמה.

4. בכל סעיף, קבעו אם המצולעים דומים. הסבירו. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).



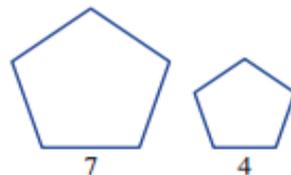
5. נתייחס למרובעים שונים במשימה 4.

- א. **עוז** אמר: בסעיף ו המלבן והריבוע דומים כי בשניהם כל הזוויות ישרות, ולכן הן שוות בגודלן. האם **עוז** צודק? הסבירו.
- ב. **אבי** אמר: שני מלבנים לא תמיד דומים, למרות שלשניהם אותן זוויות. הראו דוגמה ממשימה 3 התומכת בטענתו של **אבי**.
- ג. **גלי** אמרה: בסעיף ב הריבוע והמעוין דומים, כי צלעות הריבוע גדולות פי 2 מצלעות המעוין. האם **גלי** צודקת? הסבירו.
- ד. **אריאל** אמרה: בסעיף א המלבנים דומים, כי האורך של כל צלע של מלבן אחד גדול ב- 3 מאורך הצלע המתאימה לה במלבן האחר. האם **אריאל** צודקת? הסבירו.



7. א. בשרטוט שני מחומשים משוכללים.

האם הם דומים? הסבירו. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



ב. האם כל שני מחומשים משוכללים דומים? הסבירו.



8. **עומר** אמר: כל שני מצולעים משוכללים בעלי אותו מספר צלעות, דומים זה לזה.

האם **עומר** צודק? הסבירו.



9. נתון ריבוע שאורך צלעו 5 ס"מ.

א. תנו דוגמה לאורכי צלעות של ריבוע הדומה לריבוע הנתון. כמה אפשרויות כאלה יש?

ב. תנו דוגמה למרובע שכל זוויותיו ישרות, אך הוא אינו דומה לריבוע הנתון.

ג. תנו דוגמה למרובע שהיחס בין אורכי הצלעות שלו לאורכי צלעות הריבוע קבוע, אך הוא אינו דומה לריבוע הנתון.



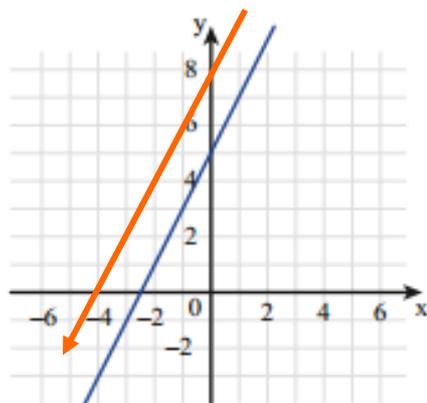
10. בכל סעיף, קבעו אם הטענה נכונה. הסבירו.

א. כל שני מלבנים דומים זה לזה.

ב. ריבוע ומלבן שאינם ריבוע אינם דומים זה לזה.

ג. ריבוע ומעוין דומים זה לזה.

ד. כל שני משולשים שוו-צלעות דומים זה לזה.



11. הישר $y = 2x + 5$ יוצר עם הצירים משולש.

- א. שרטטו ישר אחר, היוצר עם הצירים משולש דומה למשולש הנתון.
 מה הייצוג האלגברי של הישר ששרטטתם?
- ב. מהו יחס הדמיון בין שני המשולשים?

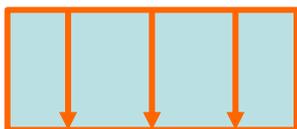
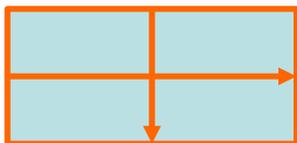
—



9. שרטטו מלבן, וחלקו אותו לארבעה מלבנים חופפים לפי ההוראות:

א. המלבן הגדול **דומה** לכל אחד מהמלבנים הקטנים.

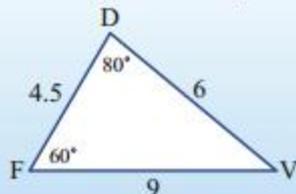
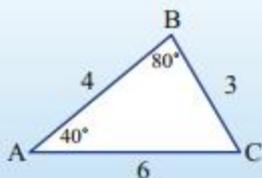
ב. המלבן הגדול **אינו דומה** לכל אחד מהמלבנים הקטנים.





יחידה 14: דמיון משולשים

שיעור 1. צלעות פרופורציוניות במשולשים דומים



במשימות בשיעור זה השרטוטים הם להדגמה,

ומידות האורך נתונות בס"מ.

לפניכם שני משולשים.

האם המשולשים דומים?

נלמד על היחסים בין צלעות מתאימות במשולשים דומים.



- משולשים דומים הם מקרה פרטי של מצולעים דומים. לכן במשולשים דומים. כל הזוויות שוות בהתאמה וקיים יחס בין אורכי צלעות מתאימות.

מסקנה: במשימה 1 המשולשים ABC, VDF דומים כי:

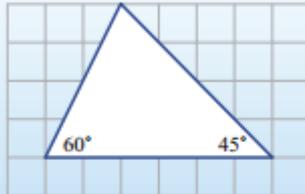
$$\sphericalangle C = \sphericalangle F, \sphericalangle B = \sphericalangle D, \sphericalangle A = \sphericalangle V$$

יחס אורכי הצלעות המתאימות שווה: $\frac{AB}{VD} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{VF}$ יחס הדמיון הוא $\frac{3}{2}$

מסמנים דמיון: $\Delta VDF \sim \Delta ABC$

- נוח לרשום את שמות המשולשים כך שהקדקודים המתאימים מופיעים בשני המשולשים באותו סדר. בהמשך נרשום כל דמיון לפי **התאמת הקדקודים**.

שיעור 2. פחות תנאים לדמיון משולשים



לפניכם משולש שבו זוויות בנות 60° ו- 45°

שרטטו על דף משבצות משולש שאינו חופף
למשולש הנתון, וגודל שתיים מזוויותיו 60° ו- 45°
האם המשולשים דומים?

נלמד על תנאים מספיקים לקבלת משולשים דומים.

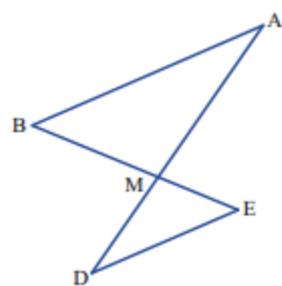


1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הבנייה "משולשים דומים".
בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.

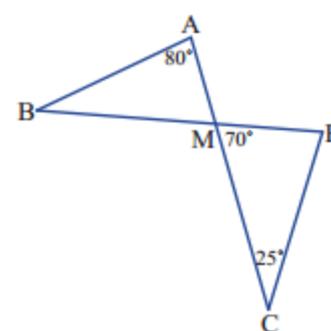


ראינו מתוך התנסות שאם לשני משולשים שלושה זוגות של זוויות שוות, אז המשולשים דומים.
בהמשך לימוד הגאומטרייה נוכיח זאת.

4. בכל סעיף, בדקו אם המשולשים דומים. אם כן, קשמו את המשולשים הדומים בעזרת סימן הדמיון.

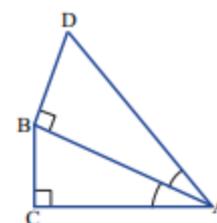
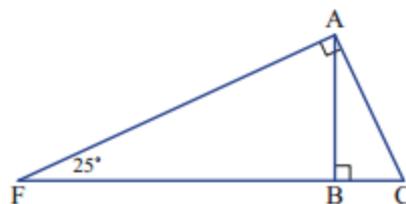


א. $\triangle ABE \sim \triangle BDE$



ב.

ד. שימו לב, בשרטוט שלושה משולשים.



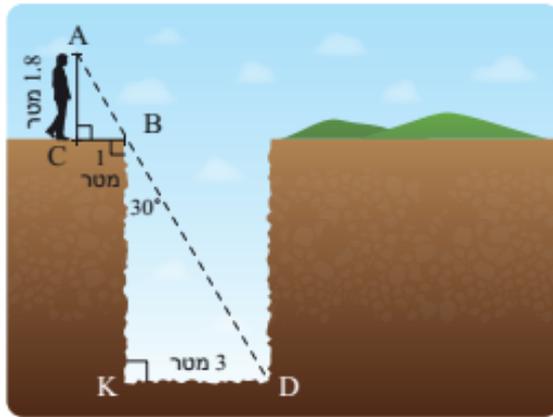
ג.



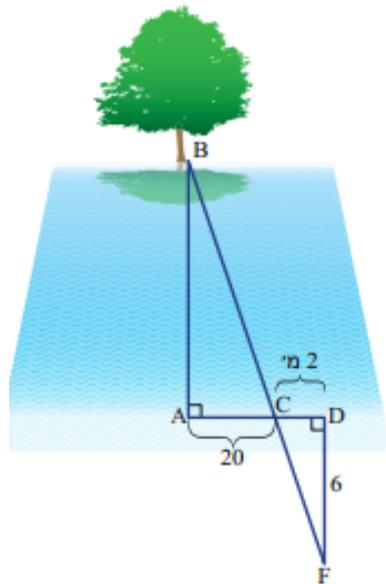
אם בשני משולשים שני זוגות של זוויות שוות, גם הזוג השלישי של הזוויות שווה, כי הזווית השלישית בכל משולש משלימה את שתי הזוויות האחרות ל- 180° .

לכן, אם בשני משולשים שני זוגות של זוויות שוות, אז המשולשים דומים.





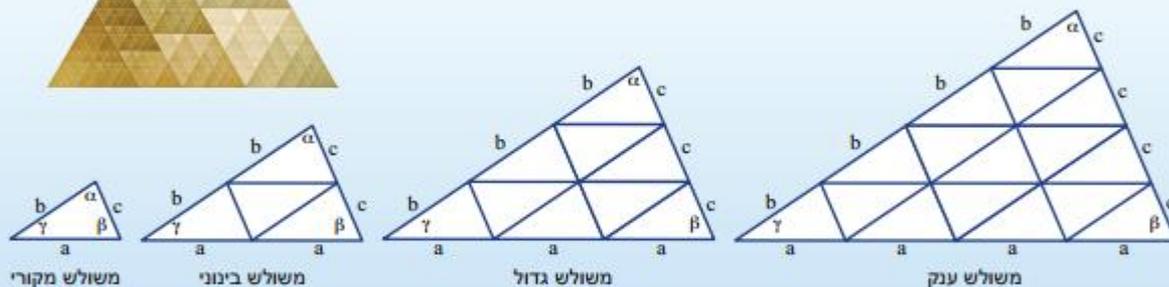
3. בשרטוט שלפניכם מתבונן דניאל לתחתית הבור.
- חשבו את זוויות המשולשים $\triangle BKD$, $\triangle ACB$.
 - הסבירו מדוע שני המשולשים דומים.
 - חשבו את עומק הבור (אורך BK).



3. כדי למדוד רוחב של נהר, תקעו יתדות באופן הבא:
- יתד בנקודה A הנמצאת מול עץ (נקודה B) בגדה שממול.
 - יתד נוספת בנקודה C הנמצאת במרחק 20 מ' מנקודה A.
 - שתי יתדות נוספות בנקודות D, F.
- F נמצאת על המשך הקרן בין העץ ליתד C.
- האם המשולשים $(\triangle DFC, \triangle ABC)$ דומים? הסבירו.
 - היעזרו במידות שבשרטוט וחשבו את רוחב הנהר (AB).

שיעור 4. שטחים של מצולעים דומים

נתונה סדרה של משולשים.



מה היחס בין אורכי הצלעות המתאימות במשולשים בסדרה?

מה היחס בין שטחי המשולשים בסדרה?

נלמד על יחס השטחים של מצולעים דומים.

משולשים	יחס בין אורכי צלעות המשולשים	יחס בין שטחי המשולשים
מקורי / בינוני		
מקורי / גדול		
מקורי / ענק		
בינוני / גדול		
בינוני / ענק		



4. קחו דף מלבני, קפלו אותו לשניים, וקפלו אותו קיפול נוסף (ראו תמונה).



פתחו את הדף המקופל.

- א. פי כמה גדולים אורכי צלעות המלבן המקורי מאורכי צלעות המלבן המקופל?
- ב. פי כמה גדול שטח המלבן המקורי משטח המלבן המקופל?
- ג. קחו דף מלבני נוסף, קפלו את הדף כך שאורכי צלעות המלבן המקופל יהיו רבע מאורך צלעות הדף. פתחו את הקיפול, כמה מלבנים נוצרו?
פי כמה גדול שטח הדף משטח המלבן שנוצר על-ידי קיפול?



ראינו מתוך דוגמאות, כי השטחים של **מצולעים דומים** מתייחסים זה לזה **כריבוע יחס הדמיון**, כלומר כריבוע היחס בין האורכים של צלעות מתאימות.

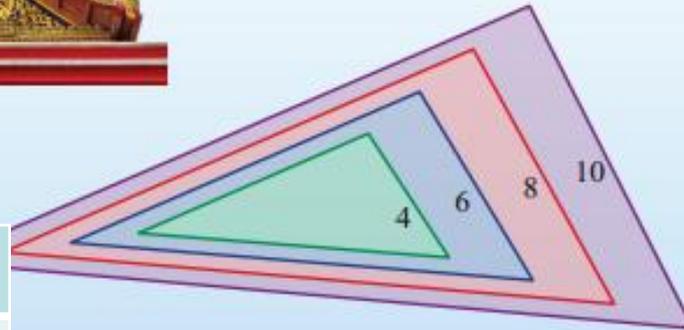
1:3: במשימה 1 יחס הדמיון של המשולש המקורי והמשולש הגדול הוא 1:3.

יחס השטחים של המשולש המקורי והמשולש הגדול הוא 1:9.

שיעור 5. חישוב שטחים במצולעים דומים



ארבעת המשולשים בשרטוט דומים זה לזה (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).

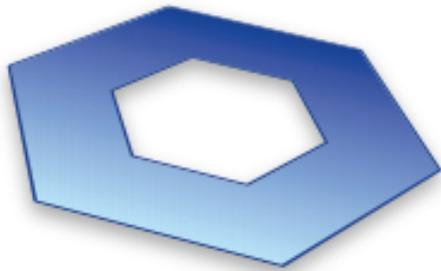


מצאו יחס דמיון של זוגות שונים של משולשים.
מצאו יחסי שטחים של זוגות שונים של משולשים.
נלמד לחשב שטחים של מצולעים דומים.

שטח המשולש הירוק 8 סמ"ר.
חשבו את שטחי שלושת המשולשים האחרים.

השטח	אורך הצלע	אור
8	4	4
18	6	6
32	8	8
50	10	10
		6
		8
		10

ע"מ 284



4. שני המשושים דומים. שטח המשושה הגדול 36 סמ"ר. אורכי הצלעות של המשושה הפנימי קטנים פי 2 מאורכי הצלעות של המשושה הגדול. מה גודל השטח הצבוע? הסבירו את חישוביכם.

5. נתונים שני מעגלים שהרדיוסים שלהם 4 ס"מ ו-12 ס"מ.
א. מה יחס הרדיוסים של שני המעגלים?
ב. מה יחס השטחים של שני העיגולים?



5. מחיר שטיח ריבועי שאורך כל צלע שלו מטר אחד הוא 300 שקלים. קונה רצה לקנות שטיח ריבועי שאורך צלעותיו 2 מ', והציע לשלם 600 שקלים. בעלת החנות דרשה 1,000 שקלים ואף טענה שמחיר זה הוא לאחר הנחה ניכרת. האם בעלת החנות צודקת? הסבירו.

ע"מ 285



6. פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 15 ס"מ הוא 5 שקלים.
א. כמה תעלה פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 30 ס"מ?
ב. כמה תעלה פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 45 ס"מ?