

יחידה 19: מקבילית

שיעור 1. הגדרת המקבילית

במקביליות שלפניכם משתמשים בסביבה ובחיי היום-יום.

• בפסי-רכבת:



• בדגלים:



של איזו מדינה דגל זה?



של איזו מדינה דגל זה?

• בתמרורים וסימני תנועה:



איזה תאריך זה?



איזה תאריך זה?

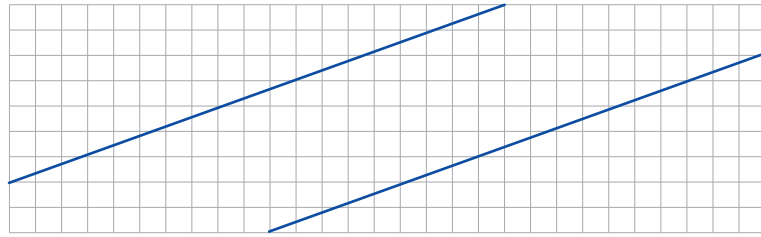
• באריזות אוכל:



חפשו בבית ובאינטרנט מקביליות נוספות הנמצאות בסביבה.

נגדיר מקביליות ונלמד לזהותן.

1. א. בשרטוט זוג ישרים מקבילים. העתיקו את השרטוט על דף משובץ.
 שרטטו זוג נוסף של ישרים מקבילים החותכים את הזוג הראשון.

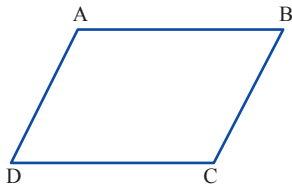


איזה מרובע התקבל?

ב. שרטטו שני מרובעים נוספים, שונים מהקודם.

ג. אילו מרובעים התקבלו?

במה הם דומים ובמה הם שונים זה מזה: בגודל הזוויות? באורכי הצלעות? בהקבלה של הצלעות?



הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות נקרא **מקבילית**.

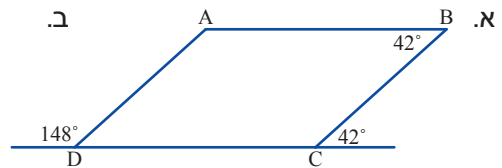
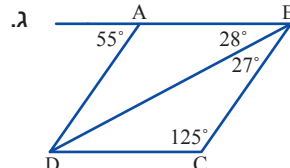
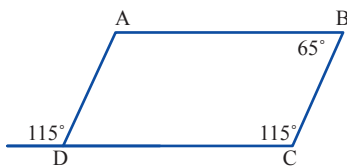
בשרטוט ABCD מקבילית.

$AB \parallel DC$

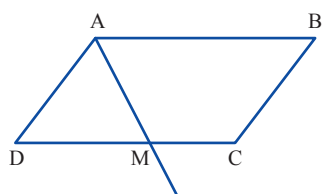
$AD \parallel BC$

2. המרובעים שלפניכם הם מקביליות.

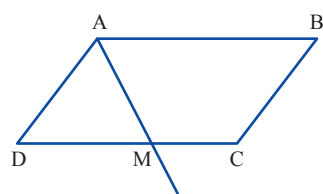
בכל סעיף חשבו על-פי הנתונים שבשרטוט, את הגדלים של זוויות המקבילית.



3. על מה הסתמכנו במשימה 2 כדי למצוא את הגדלים של הזוויות?



4. **נניח** המרובע ABCD הוא מקבילית
 AM חוצה את $\angle DAB$
 $\angle DMA = 65^\circ$
 חשבו את הגדלים של זוויות משולש $\triangle ADM$.



5. **נניח** המרובע ABCD הוא מקבילית
 AM חוצה את $\angle DAB$
 משולש $\triangle ADM$ שווה-שוקיים **3'**



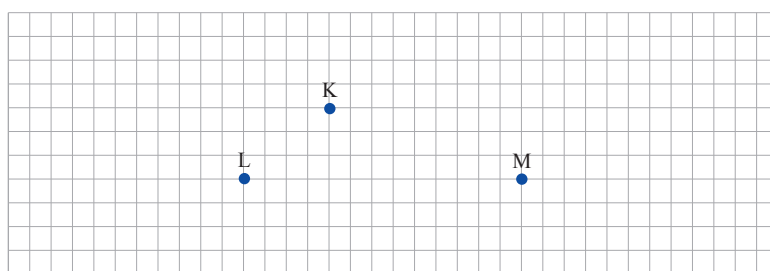
אוסף משימות



1. א. מצאו מקביליות בתמונה.
 ב. תנו דוגמאות למקביליות בסביבה שלכם.



2. הנקודות K, L ו-M הן שלושה קדקודים של מקבילית. העתיקו אותן על דף משובץ.
 א. שרטטו מקבילית היעזרו בהגדרה.



3. ב. שרטטו עוד שתי מקביליות נוספות שהנקודות K, L ו-M הן שלושה מקדקודיה.



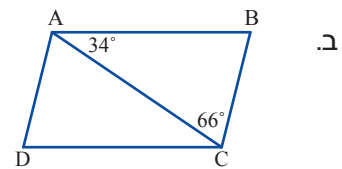
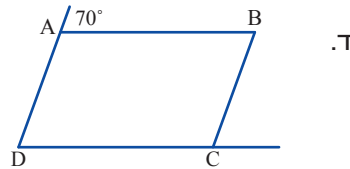
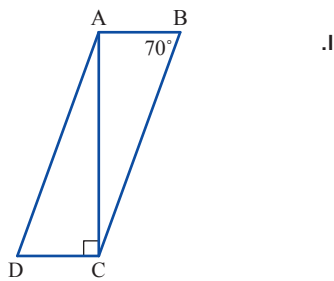
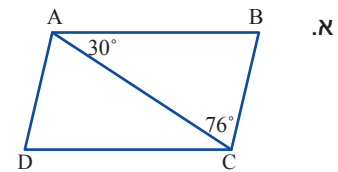
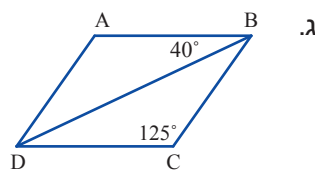
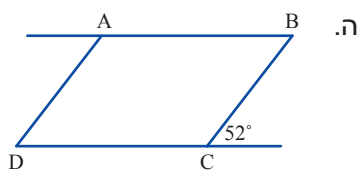
3. ב. בנו בעזרת סרגל ומחוגה מקבילית לפי הגדרתה.
 תארו את הבנייה.



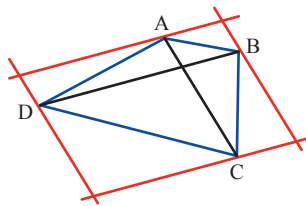
4. בכל סעיף שרטטו מרובע שאינו מקבילית.
 א. למרובע זוג צלעות מקבילות.
 ב. למרובע זוג צלעות נגדיות שוות באורכן.
 ג. למרובע זוג זוויות נגדיות שוות בגודלן.



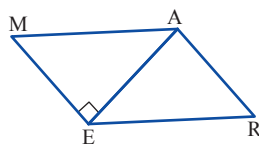
5. המרובעים שלפניכם הם מקביליות.
 בכל סעיף חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית לפי הנתונים.



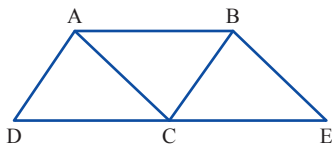
6. בשרטוט מרובע ABCD.
 שרטטו ישרים מקבילים לאלכסונים דרך קדקודי המרובע.
 הסבירו מדוע המרובע שהתקבל הוא מקבילית.



7. המרובע MARE הוא מקבילית
 האלכסון AE מאונך לצלע
 $\angle R = 45^\circ$



חשבו את הגדלים של הזוויות בשרטוט, ומצאו משולשים שווי-שוקיים.



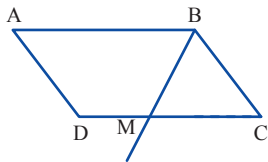
8. **ניתן** ABCD מקבילית

ABEC מקבילית

$$\angle E = 45^\circ$$

$$\angle ABC = 55^\circ$$

חשבו את הגדלים של זוויות שלושת המשולשים.

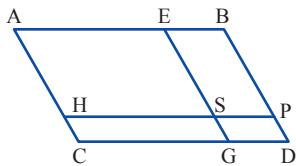


9. **ניתן** המרובע ABCD הוא מקבילית

BM חוצה את $\angle ABC$

$$\angle BMC = 50^\circ$$

חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.

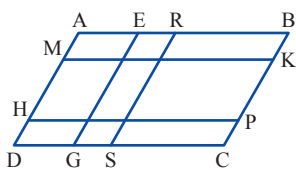


10. **ניתן** $AB \parallel HP \parallel CD$

$AC \parallel EG \parallel BD$

כמה מקבילויות בשרטוט?

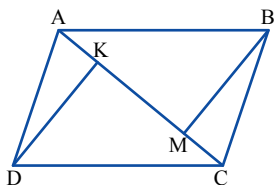
רשמו אותן.



11. **ניתן** $AB \parallel MK \parallel HP \parallel DC$

$AD \parallel EG \parallel RS \parallel BC$

כמה מקבילויות בשרטוט?



12. **ניתן** ABCD מקבילית

$DK \perp AC$

$BM \perp AC$

$DK = BM$

3'

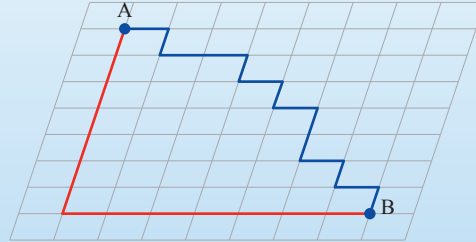


שיעור 2. תכונות הצלעות במקבילית



בעיר מק במדינת בילית הרחובות יוצרים רשת של מקביליות כמו בשרטוט שלמטה.

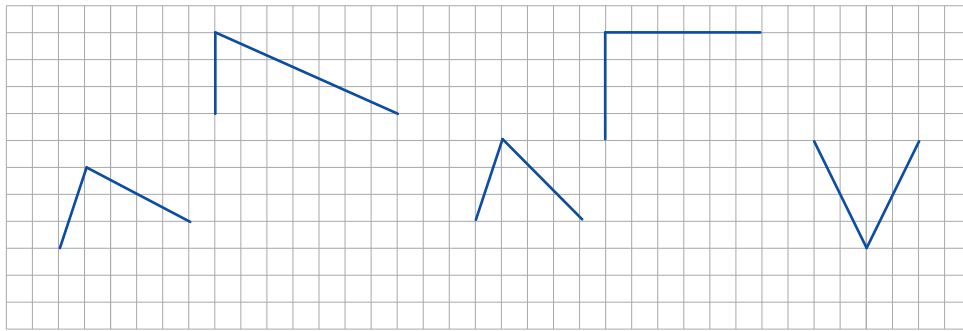
דבורה הלכה מנקודה A לנקודה B במסלול **הכחול**. **גאולה** אמרה שהיא יכולה לקצר את הדרך. היא הלכה במסלול **האדום**. האם **גאולה** צודקת?



נכיר תכונות של צלעות במקבילית.

1. בשרטוטים שלפניכם זוגות של צלעות סמוכות של מקבילית.

א. העתיקו לדף משובץ והשלימו את שרטוט המקביליות בעזרת מקבילים לצלעות המשורטטות.

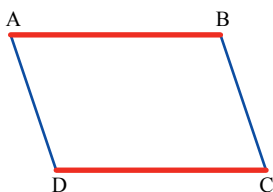
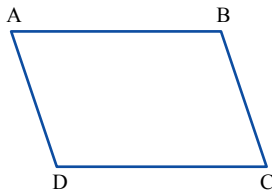


ב. מצאו תכונה נוספת של צלעות נגדיות במקבילית ונסחו את התכונה שמצאתם כמשפט.

ג. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט שניסחתם.

ד. **הוכיחו:** האלכסון BD מחלק את המקבילית לשני משולשים חופפים.

ה. השלימו את הוכחת המשפט שניסחתם בסעיף ב.



במקבילית הצלעות הנגדיות שוות באורכן. **שפט**

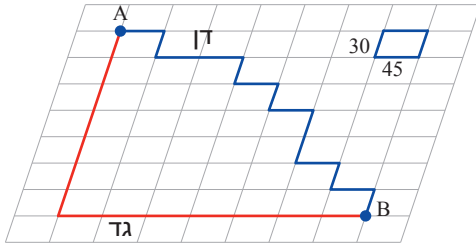
ABCD מקבילית **נתון**

$AB = DC$ **מסקנה**

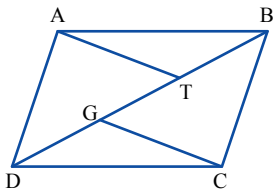
$AD = BC$



2. נחזור לרשת הרחובות בעיר מִק מְמשימת הפתיחה (המידות במטרים).

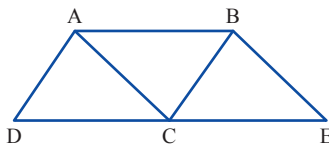


- א. מה המרחק שעברה **דבורה** מהנקודה A לנקודה B?
מה המרחק שעברה **גאולה** מהנקודה A לנקודה B?
על-סמך איזו תכונה של המקבילית מצאתם את המרחק?
- ב. האם **גאולה** קיצרה את הדרך?
על-סמך איזו תכונה של המקבילית תוכלו להסביר?
- ג. מהו **המרחק** הקצר ביותר בין הנקודות A ו- B
על-פני רשת הרחובות הזו?



3. **נ/נ/ו** ABCD מקבילית

G ו- T נקודות על האלכסון BD, כך ש- $BT = DG$
מצאו בשרטוט זוגות של משולשים חופפים.



4. **נ/נ/ו** ABCD מקבילית

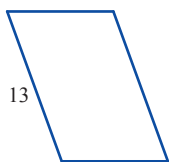
ABEC מקבילית

נ/נ $DC = CE$



אוסף משימות

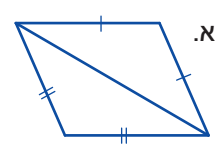
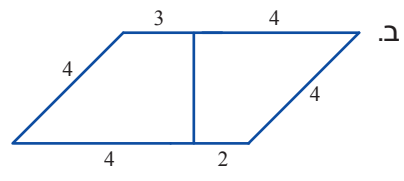
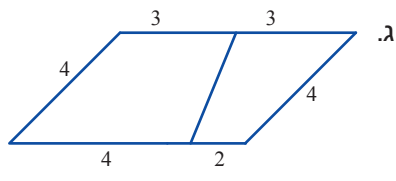
באוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



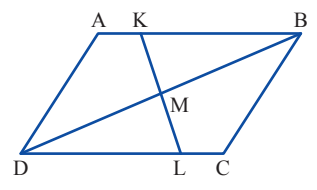
1. א. **מירי** יצרה מקבילית בעזרת חוט שאורכו 36 ס"מ.
אורך אחת הצלעות של המקבילית 13 ס"מ.
מה אורך כל אחת משלוש הצלעות האחרות?
- ב. מחוטים אחרים שאורך כל אחד מהם 36 ס"מ, יצרו שתי מקביליות נוספות.
שרטטו שתי מקביליות כאלה ורשמו אורכי צלעות מתאימים לכל אחת מהמקביליות.



2. קבעו באילו מקביליות הנתונים שגויים. הסבירו.



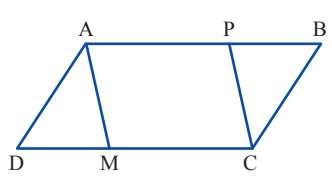
3. נכון / שגוי
 ABCD מקבילית
 $DM = MB$



האם אפשר להסיק: $\Delta KMB \cong \Delta LMD$?
 אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



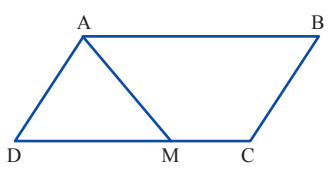
4. נכון / שגוי
 ABCD מקבילית
 P נקודה על AB
 M נקודה על DC



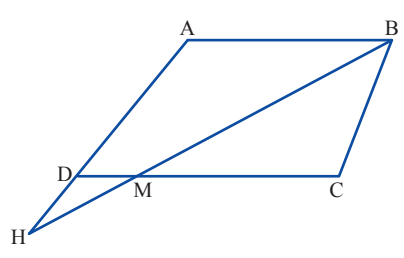
האם אפשר להסיק: $\Delta ADM \cong \Delta BCP$?
 אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



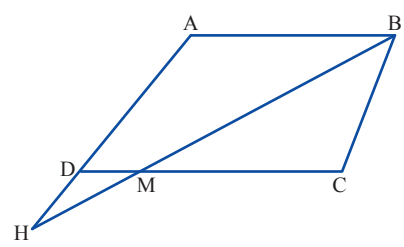
5. נכון / שגוי
 ABCD מקבילית
 AM חוצה את זווית A
 $AB = 11$ ס"מ, $BC = 7$ ס"מ
 חשבו את אורך MC.



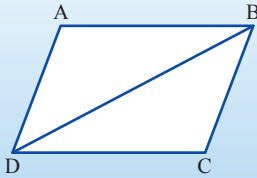
6. נכון / שגוי
 ABCD מקבילית
 BM חוצה את זווית ABC
 המשיכו את הצלע AD עד לנקודת החיתוך עם חוצה הזווית.
 מצאו בשרטוט משולשים שווי-שוקיים והוכיחו.



7. נכון / שגוי
 ABCD מקבילית
 BM חוצה את זווית ABC
 המשיכו את הצלע AD עד לנקודת החיתוך עם חוצה הזווית.
 א. מצאו בשרטוט משולשים שווי-שוקיים והוכיחו.
 ב. נתון $AB = 6$ ס"מ, $BC = 4$ ס"מ
 מצאו בשרטוט משולשים דומים וחשבו את יחס הדמיון.



שיעור 3. תכונות הזוויות במקבילית



נתון/ ABCD מקבילית. האלכסון BD מחלק את המקבילית לשני משולשים. שערך: אילו מסקנות אפשר להסיק לגבי הגדלים של זוויות המקבילית?

נכיר תכונות של זוויות במקבילית.

1. התייחסו לנתונים במשימת הפתיחה.

א. $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ נכון

$\sphericalangle B = \sphericalangle D$

ב. נסחו את המשפט שהוכחתם.

2. במקבילית סכום הגדלים של כל שתי זוויות סמוכות שווה 180° . נכון

א. שרטטו מקבילית וכתבו בכתב מתמטי מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. הוכיחו את המשפט.

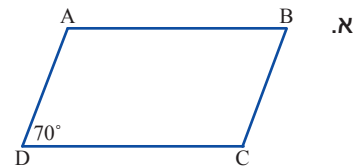
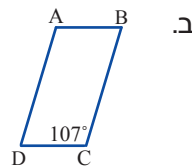
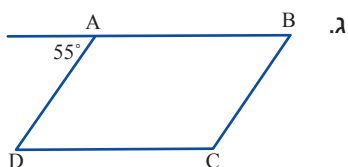


במקבילית הזוויות הנגדיות שוות בגודלן. נכון

במקבילית סכום הגדלים של כל שתי זוויות סמוכות שווה 180° . נכון

3. בכל סעיף נתונה מקבילית.

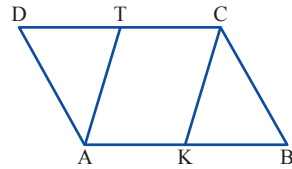
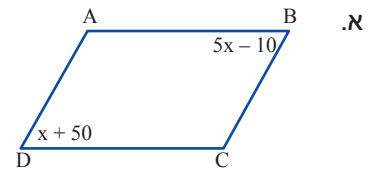
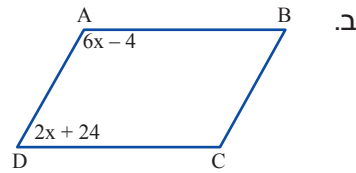
חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.



4. איילה אמרה: בכל מקבילית יש שתי זוויות חדות ושתי זוויות קהות.

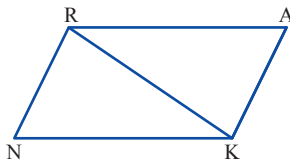
האם איילה צודקת? הסבירו.

5. בכל סעיף נתונה מקבילית. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.



6. ABCD מקבילית ני/ן
 $DT = BK$
 $AT = KC$ י"ב

7. **רונית** אמרה: אני יכול להוכיח שהאלכסון במקבילית חוצה את הזוויות. מצאו את הטעות בהוכחה של **רונית**.



נימוק

צלעות נגדיות במקבילית

צלעות נגדיות במקבילית

לפי צלע, צלע, צלע

הוכחה

$$RA = NK$$

$$RN = AK$$

$$RK = RK$$

↓

$$\triangle NRK \cong \triangle AKR$$

↓

$$\sphericalangle RKN = \sphericalangle RKA$$

↓

$\sphericalangle NKA$ את RK חוצה

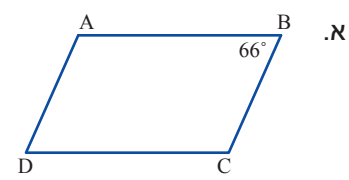
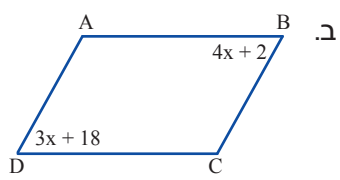
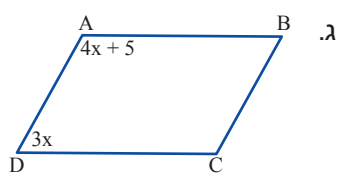
אוסף משימות



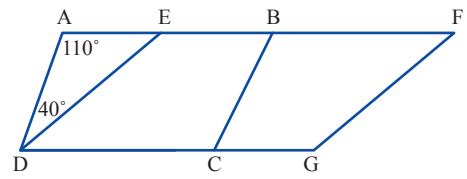
1. א. במקבילית גודל אחת הזוויות הוא 75° . חשבו את הגדלים של הזוויות האחרות במקבילית.
- ב. במקבילית גודל אחת הזוויות הוא 151° . חשבו את הגדלים של הזוויות האחרות במקבילית.



2. בכל סעיף נתונה מקבילית. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.

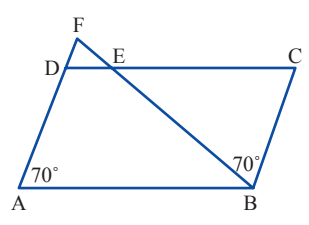


3. **נתון/** ABCD מקבילית
 DEFG מקבילית
 חשבו את גודל זווית $\sphericalangle F$



4. **נתון/** ABCD מקבילית

חשבו גדלים של זוויות וקבעו אילו מהמסקנות הבאות נובעות מהנתונים.

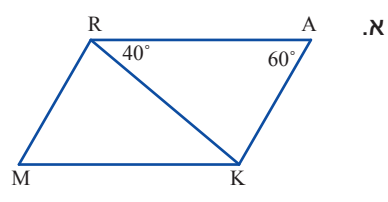
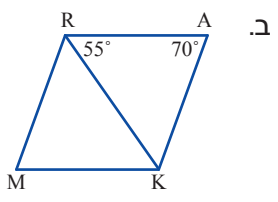
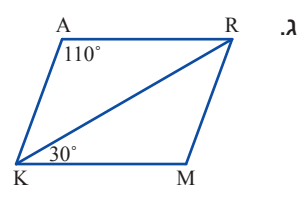


- א. $CE = CB$
- ב. $FB = AB$
- ג. $AF = BF$
- ד. $\triangle BEC$ שווה-שוקיים
- ה. $\triangle DEF \sim \triangle CEB$

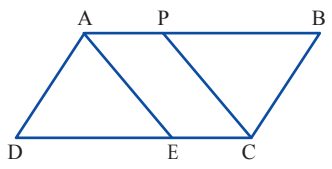


5. **נתון/** RAKM מקבילית.

בכל סעיף חשבו גדלים של זוויות, וקבעו אם האלכסון RK חוצה את הזוויות $\sphericalangle R$ ו- $\sphericalangle K$

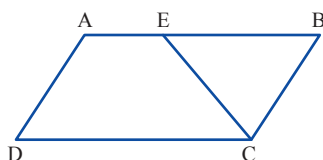


6. **נתון/** ABCD מקבילית
 AE חוצה את זווית A
 CP חוצה את זווית C
 AECP מקבילית **צ"כ**

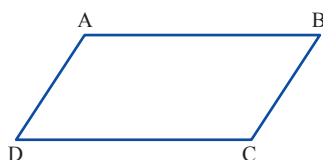




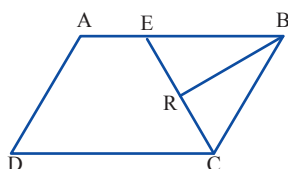
7. **טענה:** חוצי זוויות סמוכות במקבילית מאונכים זה לזה.
האם הטענה נכונה?
אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו.



8. **נתון/** ABCD מקבילית
CE חוצה זווית C
צ"ל $\triangle ECB$ שווה-שוקיים



9. **נתון/** ABCD מקבילית
 $AB = 2BC$
חוצי הזוויות D ו-C נפגשים על הצלע AB **צ"ל**

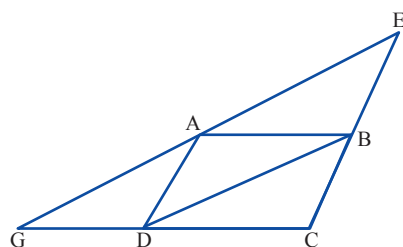


10. **נתון/** ABCD מקבילית
RB חוצה זווית B
EC חוצה זווית C
א. $\angle BRC = 90^\circ$
ב. $ER = RC$ **צ"ל**



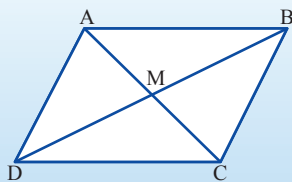
11. מרובע ABCD הוא מקבילית. דרך הקדקוד A שרטטו מקביל לאלכסון BD של המקבילית. המקביל חותך את המשך הצלע CB בנקודה E ואת המשך הצלע CD בנקודה G.

- א. שרטטו ומצאו כמה מקביליות בשרטוט.
ב. הוכיחו כי הנקודות A, B ו-D הן אמצעי צלעות המשולש CEG.
ג. חשבו את יחסי השטחים בין משולש $\triangle ECG$ ובין מקבילית ABCD.



שיעור 4. תכונות האלכסונים במקבילית

נתון: ABCD מקבילית.

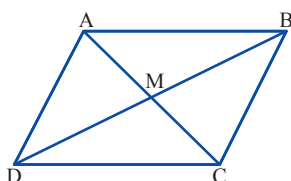


ארבע נמלים עומדות בנקודה M הנמלים הולכות באותה מהירות. כל נמלה הולכת בקו ישר לאורך חלק מהאלכסון לעבר אחד הקדקודים. שערו: האם כל הנמלים תגענה באותו זמן אל הקדקודים? האם חלק מהן תגענה באותו זמן?

נכיר תכונות של אלכסונים במקבילית.

1. שערו: איזו טענה נכונה?

אם הטענה נכונה, הוכיחו. אם לא, הסבירו או שרטטו דוגמה נגדית.



א. האלכסונים במקבילית שווים באורכם.

ב. האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה.

ג. האלכסונים במקבילית חוצים את זוויות המקבילית.

ד. האלכסונים במקבילית מאונכים זה לזה.

2. נחזור למשימת הפתיחה.

בדקו את השערתכם ותקנו.



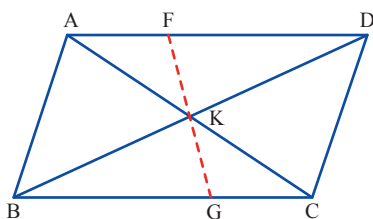
מצאנו **תכונה** נוספת של מקבילית.

טענה אם מרובע הוא **מקבילית**, אז **האלכסונים חוצים זה את זה**.

3. **ניתן** ABCD מקבילית

הקטע FG עובר דרך נקודת מפגש של האלכסונים (K)

$$FK = KG \quad \text{נ"ב}$$



4. **ניתן** ABCD מקבילית

$$AE = CP$$

התלמידות התבקשו להוכיח כי $\angle EDG = \angle PBG$

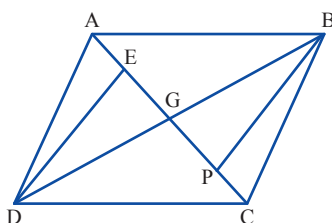
איילה אמרה: צריך לחפוף קודם את המשולשים $\triangle ADE$ ו- $\triangle CBP$ ורק

לאחר מכן לחפוף את המשולשים $\triangle EDG$ ו- $\triangle PBG$.

עדינה אמרה: יש מספיק נתונים כדי לחפוף רק את $\triangle EDG$ ו- $\triangle PBG$.

האם **עדינה** צודקת?

בחרו באחת האפשרויות והוכיחו.





5. נתונה מקבילית שאינה מלבן.

- א. האם אפשר לשרטט מעגל העובר דרך ארבעת קדקודי המקבילית? הסבירו.
- ב. האם אפשר לשרטט מעגל העובר דרך שני קדקודים סמוכים של המקבילית? אם כן, היכן יכול להיות מרכז המעגל? הסבירו.
- ג. האם אפשר לשרטט מעגל העובר דרך שני קדקודים נגדיים של המקבילית? אם כן, היכן יכול להיות מרכז המעגל? הסבירו.



הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות נקרא מקבילית

תנאים מספיקים לזיהוי מקבילית
נלמד ביחידה הבאה.

תכונות המקבילית

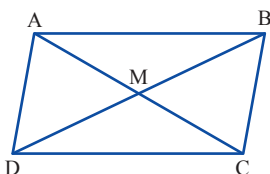
אם מרובע הוא מקבילית, אז הצלעות הנגדיות שלו שוות באורכן.

אם מרובע הוא מקבילית, אז הזוויות הנגדיות שלו שוות בגודלן.

אם מרובע הוא מקבילית, אז סכום הגדלים של כל שתי זוויות סמוכות שווה 180° .

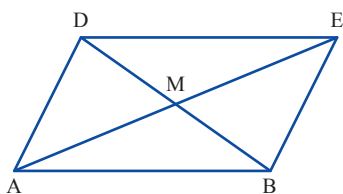
אם מרובע הוא מקבילית, אז האלכסונים שלו חוצים זה את זה.

אוסף משימות



1. **נניח/** ABCD מקבילית

$AB = 6$ ס"מ, $AC = 8$ ס"מ, $DB = 10$ ס"מ
מצאו את היקף המשולש $\triangle DMC$.

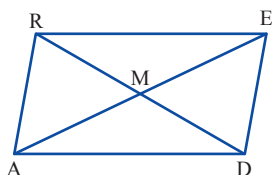


2. DEBA מקבילית נ/נ/נ

$AE = 8$ ס"מ $\angle DBE = 75^\circ$ $\angle DAE = 30^\circ$

א. מצאו משולשים שווי-שוקיים. הסבירו את שלבי החישוב.

ב. מהו אורך הצלע AD? הסבירו.

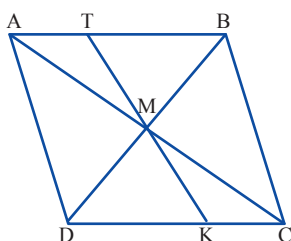


3. REDA מקבילית נ/נ/נ

$AR = 5$ ס"מ $\angle AED = 60^\circ$ $\angle DRA = 60^\circ$

א. מצאו בשרטוט משולשים שווי-צלעות ונמקו.

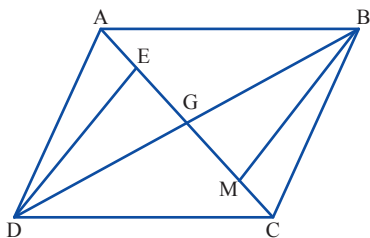
ב. חשבו את אורכי האלכסונים ואת הגדלים של זוויות המקבילית.



4. ABCD מקבילית נ/נ/נ

הקטע KT עובר דרך נקודת מפגש האלכסונים (M)

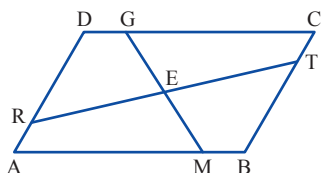
$TM = MK$ פ"ג



5. ABCD מקבילית נ/נ/נ

$AE = CM$

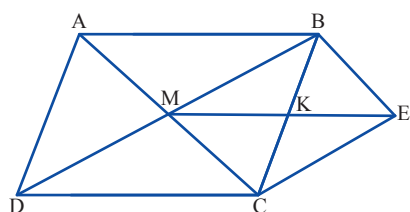
$DE \parallel BM$ פ"ג



6. ABCD מקבילית נ/נ/נ

הנקודה E היא מפגש אלכסוני המקבילית

$MB = GD$ $DR = BT$ $MA = GC$ $CT = AR$ פ"ג



7. ABCD מקבילית נ/נ/נ

$AC \parallel BE$

$BD \parallel EC$

$CE = DM$ פ"ג