

יחידה 11: מאורעות תלויים והסתברות מותנית

שיעור 1. הסתברות של מאורעות תלויים



בארגז של מכירת חיסול 60% מהחולצות כחולות והשאר לבנות.
20% מהחולצות הכחולות פגומות, ו-30% מהחולצות הלבנות פגומות.
נעמה בחרה באקראי חולצה מהארגז.
מה ההסתברות שהחולצה שנבחרה תקינה?

נלמד לחשב הסתברות של מאורעות תלויים.

	חולצה כחולה 0.6	חולצה לבנה 0.4
חולצה תקינה		
חולצה פגומה		

1. א. לפניכם דיאגרמת שטח המחולקת לפי ההסתברות לבחירת חולצה לבנה או חולצה כחולה.

העתיקו את הדיאגרמה.

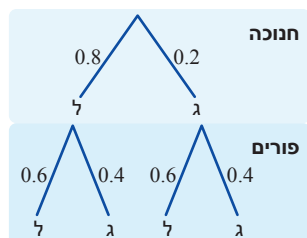
בכל אחד משני המלבנים שרטטו קו אופקי לפי ההסתברות לבחירת חולצה תקינה או חולצה פגומה.

ב. מהי ההסתברות שהחולצה שנעמה תבחר באקראי תהיה תקינה? הסבירו.



ג. **אהובה** שרטטה דיאגרמת עץ.

חשבו בעזרת דיאגרמת העץ את ההסתברות שהחולצה שנעמה תבחר באקראי תהיה תקינה. האם קיבלתם אותה תוצאה?



ד. **איילה** אמרה: ביחידה הקודמת כבר בנינו דיאגרמות עץ. לדוגמה, בנינו את הדיאגרמה של "גשם בחנוכה ובפורים". מה ההבדל בין דיאגרמות עץ קודמות ובין דיאגרמת העץ בסעיף ג? מה חדש?

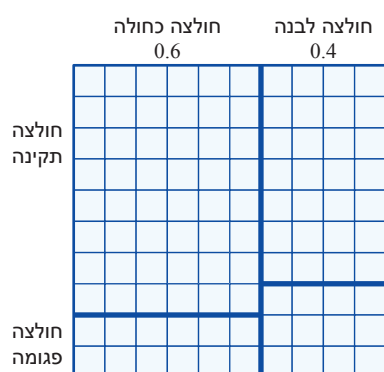


ישנם ניסויים שבהם ההסתברויות בשלב השני משתנות בהתאם לתוצאות המתקבלות בשלב הראשון. במקרים אלה:

- **בדיאגרמת שטח** מחלקים כל אחד מהמלבנים שהתקבלו בשלב הראשון בדרך שונה.
- **בדיאגרמת עץ** בשלב השני ההסתברויות הרשומות על הענפים היוצאים מאותה הסתעפות משתנות, בהתאם לתוצאות שהתקבלו בשלב הראשון.

3/2/1: במשימה 1

● בדיאגרמת השטח



בשלב ראשון מחלקים את שטח הריבוע לשני מלבנים לפי צבע החולצה.

בשלב שני מחלקים את המלבנים שהתקבלו **באופן שונה**, מכיוון שההסתברות לבחור חולצה פגומה או חולצה תקינה **תלוי** בצבע של החולצה שנבחרה בשלב הראשון.

במלבן של החולצה **הכחולה** החלוקה נעשית לפי הסתברות 0.2 (פגום), 0.8 (תקין).

לעומת זאת, במלבן של החולצה **הלבנה** החלוקה נעשית לפי הסתברות 0.3 (פגום), 0.7 (תקין).

● בדיאגרמת העץ

בשלב ראשון הענפים מתפצלים לפי צבע החולצה.

בשלב שני הענפים מתפצלים לפי הסתברויות שונות:

0.3 ו-0.7 עבור חולצה לבנה, 0.8 ו-0.2 עבור חולצה **כחולה**.

תזכורת

בדיאגרמת עץ בכל נקודת הסתעפות, סכום ההסתברויות הוא 1.

2. דני משתתף במשחק של קליעה למטרה.

ההסתברות שיפגע במטרה בקליעה ראשונה היא 0.4

אם **דני** יפגע במטרה בקליעה הראשונה, ההסתברות שהוא יפגע במטרה גם בקליעה השנייה היא 0.7

אם **דני** לא יפגע במטרה בקליעה הראשונה, ההסתברות שהוא יפגע במטרה בקליעה השנייה היא 0.45

א. מה ההסתברות ש**דני** לא יפגע במטרה כלל?

ב. מה ההסתברות ש**דני** יפגע במטרה פעם אחת **לפחות**?



אוסף משימות



1. יוסי מתאמן בזריקות לסל. הוא זורק לסל פעמיים. ההסתברות שיקלע לסל בזריקה ראשונה היא 0.3
אם יוסי יקלע לסל בזריקה הראשונה, ההסתברות שהוא יקלע לסל גם בזריקה השנייה היא 0.6
אם יוסי לא יקלע לסל בזריקה הראשונה, ההסתברות שהוא יקלע לסל בזריקה השנייה היא 0.35
א. מה ההסתברות שיוסי לא יקלע לסל כלל?
ב. מה ההסתברות שיוסי יקלע לסל פעמיים?



2. בתינוקיה יש מספר שווה של בנים ובנות.
40% מהבנות הן בעלות שיער בהיר, ו-30% מהבנים הם בעלי שיער בהיר.
בוחרים באקראי תינוק (בן או בת) מבין כל התינוקות בתינוקיה.
מה ההסתברות שנבחרה בת בעלת שיער כהה?



3. במדינת בלולנד ההסתברות שיוולד תינוק בעל שיער בהיר היא $\frac{1}{5}$
 $\frac{2}{3}$ מבעלי השיער הבהיר הם בעלי עיניים כחולות, ו- $\frac{1}{6}$ מבעלי השיער הכהה הם בעלי עיניים כחולות.
לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר:
לפגוש תינוק בעל שיער בהיר ועיניים כחולות או לפגוש תינוק בעל שיער כהה ועיניים כחולות?



4. בקבוצות שומרי משקל 65% מחברי כל הקבוצות הן נשים צעירות והשאר מבוגרות.
לאחר חודש של שמירת משקל, ירדו במשקלם 60% מהנשים הצעירות
ו-30% מהמבוגרות.
בוחרים באקראי אישה מהקבוצה.
מה ההסתברות שהיא לא ירדה במשקלה?



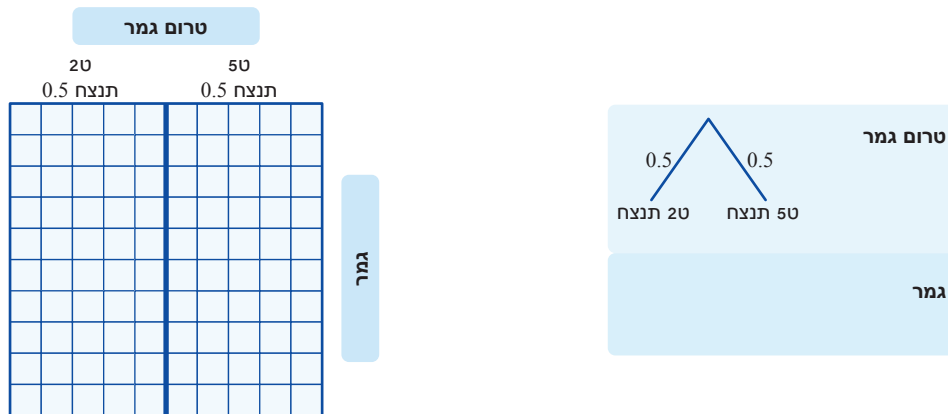
5. שלושה מבקרי ספרות עומדים לכתוב ביקורת על ספר חדש.
הראשון נוהג לכתוב ביקורת חיובית בשליש מן הספרים.
השני נוהג לקרוא את מה שכתב הראשון, ובשני שלישים מהספרים הוא כותב את ההפך.
השלישי קורא את מה שכתבו שני קודמיו. אם הם מסכימים זה עם זה הוא כותב ההפך משניהם.
אם לא, אז במחצית מהספרים הוא כותב ביקורת חיובית ובמחציתם ביקורת שלילית.
בוחרים באקראי ספר שנסקר על-ידי שלושת המבקרים.
א. מה ההסתברות שהספר שנבחר יזכה בביקורת חיובית יחידה? הסבירו.
ב. מה ההסתברות שהספר שנבחר לא יזכה בביקורת חיובית? הסבירו.

שיעור 2. מאורעות שמסתיימים בשלבים שונים

בחידון בלשון משתתפת נציגה מכל אחת מכיתות ט.
 לשלב טרום הגמר הגיעו נציגות כיתה ט2 ו-ט5.
 כדי לנצח בחידון צריך לצבור נצחונות ב- 4 שלבים.
 שתי הנציגות נחשבות בקיאות באותה מידה ולכן מניחים שהסתברות של כל אחת לנצח היא $\frac{1}{2}$
 הקבוצות הגיעו לטרום הגמר עם התוצאות הבאות:
 נציגת כיתה ט2 ניצחה ב- 3 שלבים קודמים.
 נציגת כיתה ט5 ניצחה ב- 2 שלבים קודמים.
 שער: איזו כיתה תנצח בחידון?

נלמד לחשב הסתברות כאשר מאורעות מסתיימים בשלבים שונים.

1. לפניכם דיאגרמת עץ ודיאגרמת שטח המראות את ההסתברות של כל קבוצה לנצח בחידון.



- העתיקו את הדיאגרמות והשלימו לפי ההסתברויות של כל קבוצה לנצח בשלב הגמר.
- חשבו את ההסתברות של כל קבוצה לנצח בחידון.

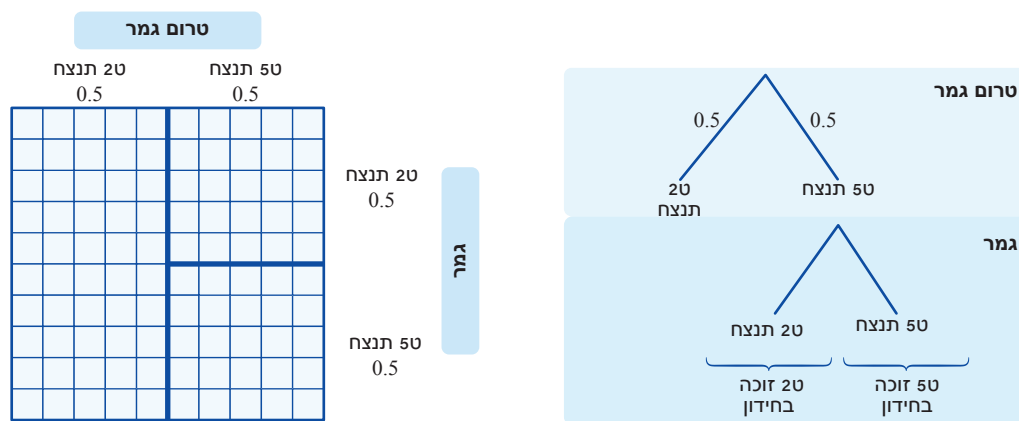




במשימה 1, בשלב טרום הגמר ישנן שתי תוצאות אפשריות: שניציגת כיתה ט 2 תנצח או שניציגת כיתה ט 5 תנצח.

- אם הנציגה של ט 2 תנצח בשלב זה, היא תנצח בחידון ולכן לא יהיה שלב נוסף. במקרה זה: **בדיאגרמת העץ לא יהיו הסתעפויות נוספות מענף זה.**
בדיאגרמת השטח לא תהיה חלוקה נוספת של מלבן זה.

- אם הנציגה של ט 5 תנצח בשלב זה, (3:3) יהיה שלב נוסף. במקרה זה: **בדיאגרמת העץ נפצל את הענף "ט 5 תנצח" לשני ענפים נוספים: "ט 2 תנצח" או "ט 5 תנצח".**
ובדיאגרמת השטח נחלק את המלבן "ט 5 תנצח" לשני מלבנים: "ט 2 תנצח" או "ט 5 תנצח".



לכן ההסתברות של נציגת ט 2 לזכות בחידון היא $0.5 + 0.25 = 0.75$ וההסתברות של נציגת ט 5 לזכות בחידון היא 0.25

2. 0.3 מהלומדים נהיגה מצליחים במבחן הנהיגה בפעם הראשונה.

0.6 מבין אלה שנכשלו בפעם הראשונה, עוברים בפעם השנייה.

א. מצאו את ההסתברות שתלמיד הלומד נהיגה יצטרך להיבחן בפעם השלישית. היעזרו בדיאגרמת עץ או בדיאגרמת שטח.



ב. 0.8 מבין אלה שנכשלו במבחן נהיגה בפעם השנייה, עוברים בפעם השלישית. מצאו את ההסתברות שתלמיד הלומד נהיגה יצטרך להיבחן בפעם הרביעית.





הראשון שצובר 10 נקודות זוכה.

ב. מה ההסתברות ש**חיים** ינצח?



דודי משחק שני משחקים.

ג. מה הסיכויים ש**דודי** לא יזכה בפרס?



מה ההסתברות שהאדם שנבחר התקבל ללימודים וסיים תואר?



ב. מה ההסתברות שהטיפול במזיקים יצליח?





5. 0.3 מתושבי העיר "עלית" הם עולים חדשים.

0.6 מהעולים החדשים בעיר לומדים עברית באולפן.

א. מה ההסתברות לפגוש באקראי בעיר תושב הלומד באולפן?

ב. מה ההסתברות לפגוש באקראי בעיר תושב שאינו לומד באולפן?



6. בחברת התעופה "כיף-אור" 12% מהמטוסים מגיעים באיחור ליעדם.

35% מהמטוסים המגיעים באיחור, מאחרים ביותר משעה.

מה ההסתברות שמטוס יגיע ליעד באיחור של יותר משעה?



7. בערב המסיבה **מיכל** רוצה להדליק נרות. ההסתברות שהיא תמצא נרות בביתה היא 0.8

אם לא תמצא נרות בבית, היא תלך לקנות בחנות.

ההסתברות שתמצא חנות פתוחה היא 0.9, וההסתברות שיהיו בחנות נרות היא 0.6

מה ההסתברות ש**מיכל** תדליק נרות בערב המסיבה?



8. **נעמי** מחפשת חומר לעבודה בהיסטוריה בספרים שונים.

ההסתברות שתמצא חומר לעבודה בספר הראשון היא 0.9

אם **נעמי** לא תמצא חומר בספר הראשון, היא תחפש באתר שני.

ההסתברות שתמצא חומר לעבודה בספר השני היא 0.8

אם **נעמי** לא תמצא חומר בספר השני, היא תחפש באתר שלישי.

ההסתברות שתמצא חומר לעבודה בספר השלישי היא 0.7

אם **נעמי** לא תמצא חומר בספר השלישי, היא לא תכין את העבודה.

מה ההסתברות ש**נעמי** תכין את העבודה בהיסטוריה באמצעות החומר בספרים שונים?



9. מורה בוחר תלמיד בהגרלה המתנהלת כך:

התלמידים מטילים קובייה לפי התור.

מי שיקבל 6 ראשון ייבחר.

אפרים הוא התלמיד העשירי בתור. מה ההסתברות שהוא ייבחר?



10. בעקבות תקלה נעצרה מכונית בצד הדרך.

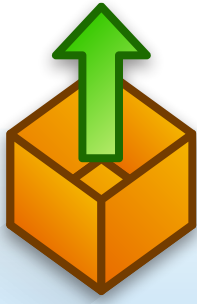
מחצית מהאנשים העוברים בדרך הבחינו במכונית.

מחצית מהאנשים שהבחינו במכונית הם אכפתיים ועוצרים ליד המכונית.

למחצית מהאנשים שעצרו יש הידע הטכני הדרוש לאיתור התקלה.

מה ההסתברות שאדם שעבר בדרך הוא אדם אכפתי עם ידע טכני שיחלץ את המכונית?





שיעור 3. הוצאות בלי החזרות

הסתברות של מאורעות שבהם כמות משתנה

כד מכיל 16 כדורים: 4 כחולים ו-12 אדומים.

ציפי מוציאה מתוך הכד שני כדורים זה אחרי זה (ללא החזרה).

חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים**.

חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים **אדומים**.

נלמד לחשב הסתברות של מאורעות שבהם הכמות הכללית משתנה.

1. בתוך שק ישנן 40 חולצות. 15 חולצות **אדומות** והשאר **ירוקות**.

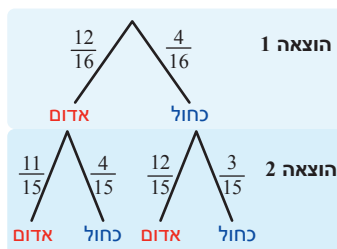
יונה מוציאה מתוך השק באקראי שתי חולצות זו אחר זו.

א. שרטטו דיאגרמת עץ.

ב. חשבו את ההסתברות להוציא שתי חולצות בצבעים שונים.



במאורעות דו-שלביים שבהם מתוארות הוצאות אקראיות מכמות נתונה ללא החזרות, הכמות הכללית משתנה לאחר הוצאה ראשונה, ובעקבותיה משתנה גם ההסתברות של התוצאות בשלב השני. **דוגמה:** במשימת הפתיחה, בשלב הראשון הוצא כדור, ולכן נותרו בכד 15 כדורים. בשלב השני ההסתברות להוציא כדור תלויה בצבע הכדור שהוצא בשלב הראשון.



אם **בשלב הראשון** הוצא כדור **כחול**, אז נותרו בכד 3 כדורים

כחולים ו-12 **אדומים**. לכן, במקרה זה ההסתברות להוצאת

כדור **כחול** היא $\frac{3}{15}$ וההסתברות להוצאת כדור **אדום** היא $\frac{12}{15}$

אם **בשלב הראשון** הוצא כדור **אדום**, אז נותרו בכד 4

כדורים **כחולים** ו-11 **אדומים**. לכן, במקרה זה ההסתברות

להוצאת כדור **כחול** היא $\frac{4}{15}$ וההסתברות להוצאת כדור

אדום היא $\frac{11}{15}$

ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים** היא $\frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{20}$

2. בתוך שקית ישנן 100 סוכריות בטעמים שונים.

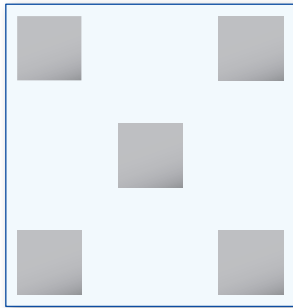
20 סוכריות בטעם לימון, 50 סוכריות בטעם תות ו-30 סוכריות בטעם דובדבנים.

שולי מוציאה מתוך השק באקראי שתי סוכריות זו אחר זו.

א. שרטטו דיאגרמת עץ.

ב. חשבו את ההסתברות להוציא שתי סוכריות באותו טעם.





3. בחנות לפיצה נותנים לכל קונה כרטיס, ובו 5 ריבועי גירוד. תחת שני ריבועים מופיעה הכתובת "כוס שתייה". מגרדים שני ריבועים בלבד. אם בשניהם מופיעה "כוס שתייה", מקבלים שתייה מתנה. מה ההסתברות לזכות בשתייה מתנה?



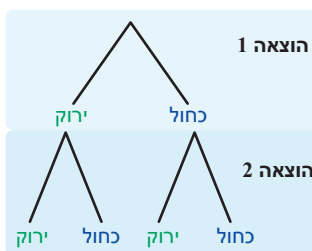
4. במשחק 4 משתתפות.



- כדי לקבוע מי תהיה השחקנית הפותחת, שמים בכוס ארבעה עפרונות זהים שרק אחד מהם מחודד. אחת המשתתפות בוחרת באקראי עיפרון. אם היא בוחרת בעיפרון המחודד, היא השחקנית הפותחת. אם לא, משתתפת שנייה בוחרת עיפרון. אם היא זו, שבחרה בעיפרון המחודד, היא השחקנית הפותחת, וכך הלאה... (העפרונות שנבחרו אינם מוחזרים לכוס). כאשר אחת המשתתפות בוחרת בעיפרון המחודד, תהליך הבחירה נפסק.
- א. מה ההסתברות שבחירת העיפרון המחודד תיעשה על-ידי השחקנית הראשונה?
על-ידי השחקנית השנייה? על-ידי השחקנית השלישית?
- ב. האם בחירת השחקנית הפותחת בדרך זו הוגנת? הסבירו.



אוסף משימות



1. בכד 20 כדורים: 8 כדורים **כחולים** ו-12 כדורים **ירוקים**. **עדינה** מוציאה מתוך הכד, באקראי וללא החזרה, שני כדורים בזה אחר זה.
- א. העתיקו את דיאגרמת העץ והשלימו את ההסתברויות המתאימות.
- ב. חשבו את ההסתברות להוציא:
- (i) שני כדורים **כחולים**. (ii) שני כדורים **ירוקים**.



2. בכד 13 כדורים: 7 כדורים **כחולים** ו-6 כדורים **אדומים**. **יהודית** מוציאה מתוך הכד, באקראי וללא החזרה, שני כדורים בזה אחר זה.
- א. חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים**.
- ב. חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים.



3. בכד 15 כדורים: 6 כחולים 4 אדומים ו- 5 ירוקים.

שושי מוציאה מתוך הכד, באקראי וללא החזרה, שני כדורים בזה אחר זה.

א. חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים**.

ב. חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים.



4. בקופסה 12 פתקים. על כל פתק כתוב מספר שלם מ- 1 עד 12.

א. **נעמה** בחרה פתק (ואינה מחזירה אותו). מה ההסתברות שהמספר שבחרה הוא 5?

ב. **נעמה** בחרה פתק נוסף. מה ההסתברות שהמספר שבחרה בפעם השנייה הוא 5?



5. בקייטנה השתתפו 20 ילדים. במהלך הקייטנה נערכו שתי הגרלות.

אפשר לזכות רק בפרס אחד.

בהגרלה הראשונה זכה אחד הילדים בכרטיס כניסה ללונה פארק.

בהגרלה השנייה זכו 3 ילדים בכרטיס להופעה.

בוחרים באקראי אחד מילדי מהקייטנה.

א. מה ההסתברות לזכות בכרטיס להופעה?

ב. מה ההסתברות לא לזכות כלל?



6. בשקית 25 מטבעות שוקולד:

8 מטבעות שוקולד מרי, 5 מטבעות שוקולד לבן, והשאר מטבעות שוקולד חלב.

חני מוציאה שני מטבעות שוקולד מהשקית בזה אחר זה (ללא החזרה).

א. מה ההסתברות ש**חני** תוציא שני המטבעות מאותו סוג?

ב. מה ההסתברות ש**חני** תוציא מטבע שוקולד לבן אחד לפחות?



7. **מירי** נעלה את עגלת התינוק של אחיה במנעול שהקוד שלו מורכב מ- 4 ספרות.

מירי זכרה שהשתמשה בספרות 7, 5, 3, 1 אך לא זכרה את הסדר של הספרות.

א. כמה אפשרויות יש לסידור 4 הספרות בקוד?

ב. מה ההסתברות ש**מירי** תצליח לפתוח את המנעול בניסיון שלישי?



שיעור 4. הסתברות מותנית

בבדיקות עיניים שגרתיות, בוחרים מדגם של 1,000 בנים ו-1,000 בנות.
 30 מתוך כל 1,000 בנים מאובחנים כעיוורי צבעים,
 ובת אחת מתוך כל 1,000 בנות מאובחנת כעיוורת צבעים.
 בוחרים באקראי שם מרשימת הבנים.
 שער: מה ההסתברות שהנבחר הוא עיוור צבעים?
 נעסוק בהסתברות מותנית.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	עיוורי צבעים	אינם עיוורי צבעים	סך-הכול
בנים			
בנות			
סך-הכול			2000

- ב. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנים. מה ההסתברות שהנבחר אינו עיוור צבעים?
 ג. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנות. מה ההסתברות שהנבחרת אינה עיוורת צבעים?
 ד. מה ההסתברות לבחירת שם של בן מהרשימה של עיוורי הצבעים?



הסתברות של מאורע כלשהו בהנחה שמאורע אחר אירע נקראת **הסתברות מותנית**.

במשימה 1 מצאנו הסתברות מותנית.

נתבונן בטבלת השכיחויות.

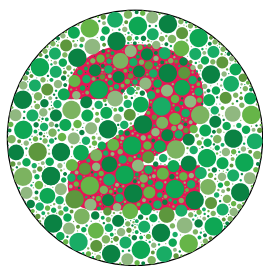
	עיוורי צבעים	שאינם עיוורי צבעים	סך-הכול
בנים	30	970	1000
בנות	1	999	1000
סך-הכול	31	1969	2000

מתוך טבלת השכיחויות רואים:

- במדגם 1,000 בנים. מתוכם 30 עיוורי צבעים. על-מנת למצוא את ההסתברות לבחירת שם של בן שאינו עיוור צבעים מחשבים כך: $0.97 = \frac{970}{1000}$ (סעיף ב).
- במדגם 1,000 בנות. מתוכן אחת עיוורת צבעים. על-מנת למצוא את ההסתברות לבחירת שם של בת שאינה עיוורת צבעים מחשבים כך: $0.999 = \frac{999}{1000}$ (סעיף ג).
- במדגם 30 בנים עיוורי צבעים מתוך סך-הכול 31 עיוורי צבעים. על-מנת למצוא את ההסתברות לבחירת שם של בן מרשימת עיוורי הצבעים מחשבים כך: $0.97 = \frac{30}{31}$ (סעיף ד).



לקות הראייה **עיוורון צבעים** יכולה להיות מסוגים שונים ולהתבטא ברמות שונות, מחוסר הבחנה בצבע אחד ועד עיוורון צבעים מלא.



דוגמה למבחן אישהארה (Ishihara): אדם שאינו מבחין בין ירוק לאדום אינו יכול לקרוא את הספרה שבתמונה

8% מהגברים וכ- 0.5% מהנשים באוכלוסייה הם עיוורי צבעים. ברוב המקרים מקור עיוורון הצבעים הוא פגם גנטי המועבר בתורשה על ידי גן רצסיבי המצוי בכרומוזום X, ולכן הפגם יבוא לידי ביטוי רק אם יש מולו כרומוזום אחר שנושא את אותה לקות. מרבית עיוורי הצבעים אינם מבחינים בין ירוק לאדום, ובמקרים חמורים עיוורי הצבעים רואים את העולם בשחור-לבן ובגווני אפור.

אצל גבר (XY) מצוי כרומוזום X אחד בלבד, ולכן כל ליקוי בגן יבוא לידי ביטוי. אצל אישה (XX) מצויים שני כרומוזומי X. ליקוי בכרומוזום X אחד בלבד יפוצה על-ידי העותק השני, ולכן הלקות תבוא לידי ביטוי רק במקרה של שני כרומוזומים פגומים.

2. בבית-הספר מתקיימים שני חוגים אחר-הצהריים, חוג מתמטיקה וחוג מחשבים.

בחוג מתמטיקה משתתפות 70 בנות משכבה ט ו- 50 בנות משכבה ח.

בחוג מחשבים משתתפות 130 בנות משכבה ט ו- 50 בנות משכבה ח.

א. העתיקי את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	מתמטיקה	מחשבים	סך-הכול
בנות משכבה ט			
בנות משכבה ח			
סך-הכול			

ב. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנות משכבה ט המשתתפות בחוגים.

מה ההסתברות שהנבחרת משתתפת בחוג למתמטיקה?

ג. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנות משכבה ח המשתתפות בחוגים.

מה ההסתברות שהנבחרת משתתפת בחוג מחשבים?

ד. מה ההסתברות לבחירת שם של בת משכבה ח מהרשימה של כל המשתתפות בחוג למתמטיקה?

ה. ידוע שהנבחרת בחוג מחשבים. מה ההסתברות שזו בת משכבה ח?

ו. מה ההסתברות לבחירת שם של בת משכבה ט מרשימת כל המשתתפות?

מה ההסתברות לבחירת משתתפת בחוג למתמטיקה מרשימת כל המשתתפות?





3. במגירה מחברות דקות ומחברות עבות, חלקן מחברות שורה וחלקן מחברות משובצות. לפניכם טבלת שכיחויות מתאימה.

	מחברות דקות	מחברות עבות	סך-הכול
מחברות שורה	18	30	
מחברות משובצות	6	6	
סך-הכול			

- א. העתיקו את הטבלה והשלימו את השורה והטור של הסך-הכול.
- ב. כמה מחברות במגירה?
- ג. בוחרים באקראי מחברת מהמגירה. מה ההסתברות שנבחרה מחברת דקה?
- ד. בוחרים באקראי מחברת מהמגירה. מה ההסתברות שנבחרה מחברת משובצת?
- ה. ידוע שנבחרה מחברת דקה. מה ההסתברות שהיא מחברת משובצת?
- ו. ידוע שנבחרה מחברת משובצת. מה ההסתברות שהיא מחברת עבה?
- ז. ידוע שנבחרה מחברת עבה. מה ההסתברות שהיא מחברת משובצת?
- ח. ידוע שנבחרה מחברת שורה. מה ההסתברות שהיא מחברת דקה?
- ט. ידוע שנבחרה מחברת שורה. מה ההסתברות שהיא מחברת עבה?



במשימה 3 בסעיפים ה-ט חישבנו **הסתברות מותנית**. את החישובים מבצעים כך:

יש בסך-הכול 24 מחברות דקות. 6 מתוכן משובצות.

לכן אם ידוע שנבחרה מחברת דקה, ההסתברות שהיא מחברת משובצת היא $\frac{6}{24} = 0.25$ (סעיף ה).

אם ידוע שנבחרה מחברת שורה, ההסתברות שהיא מחברת דקה היא $\frac{18}{48} = 0.375$ (סעיף ח).

אם ידוע שנבחרה מחברת שורה, ההסתברות שהיא מחברת עבה היא $\frac{30}{48} = 0.625$ (סעיף ט).

שימו לב! סכום ההסתברויות בסעיפים ח ו-ט הוא 1, שכן בשני המקרים נבחרה מחברת שורה ואלה כל האפשרויות לבחירת מחברת שורה.





4. ערכו מעקב אחר 2,000 נבדקים מעל גיל 65 במטרה לבדוק את היעילות של הזריקה נגד שפעת.
- 1,200 מהנבדקים קיבלו זריקה.
- 120 מהנבדקים קיבלו זריקה וחלו בשפעת.
- 240 מהנבדקים לא קיבלו זריקה וחלו בשפעת.
- א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	קיבלו זריקה	לא קיבלו זריקה	סך-הכול
חלו בשפעת			
לא חלו בשפעת			
סך-הכול			2000

- ב. בוחרים באקראי נבדק. מה ההסתברות שהנבחר קיבל זריקה וחלה בשפעת?
- ג. ידוע ש**אלי** לא קיבל זריקה. מה ההסתברות שהוא יחלה בשפעת?
- ד. בוחרים באקראי אדם מרשימת החולים בשפעת. מה ההסתברות שהוא קיבל זריקה?



אוסף משימות



1. בדקו מדגם של תלמידות בסמינר המתמחות בהוראה בחינוך היסודי ובחינוך העל-יסודי: חלקן בשנה א וחלקן בשנה ב.
- לפניכם טבלת שכיחויות מתאימה.

	יסודי	על-יסודי	סך-הכול
שנה א	36	24	
שנה ב	28	12	
סך-הכול			

- א. העתיקו את הטבלה והשלימו את השורה והטור של הסך-הכול.
- ב. כמה תלמידות היו במדגם בסך-הכול?
- ג. בוחרים באקראי תלמידה. מה ההסתברות שנבחרה תלמידה משנה א המתמחה בחינוך היסודי?
- ד. מה ההסתברות שאם נבחרה תלמידה משנה א היא מתמחה בחינוך היסודי?
- ה. ידוע שהנבחרת מתמחה בחינוך היסודי. מה ההסתברות שנבחרה תלמידה משנה א?
- ו. ידוע שהנבחרת מתמחה בחינוך העל-יסודי. מה ההסתברות שנבחרה תלמידה משנה ב?



2. שאלו 60 תלמידות משכבת כיתות ט אם לנסוע ליום כיף לים-המלח או לגליל.
18 תלמידות בכיתה ט1 העדיפו לנסוע לגליל ו- 12 תלמידות העדיפו לנסוע לים-המלח.
בכיתה ט2 - 15 תלמידות העדיפו לנסוע לגליל והשאר העדיפו לנסוע לים-המלח.
א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	לגליל	ים-המלח	סך-הכול
ט1			
ט2			
סך-הכול			

- ב. בוחרים באקראי שם מכיתה ט1. מה ההסתברות שהנבחרת מעדיפה לנסוע לגליל?
ג. בוחרים באקראי שם מכיתה ט2. מה ההסתברות שהנבחרת מעדיפה לנסוע לגליל?
ד. ידוע שהנבחרת מעדיפה לנסוע לים המלח. מה ההסתברות שהיא מכיתה ט1?
ה. ידוע שהנבחרת מכיתה ט2. מה ההסתברות שהיא מעדיפה לנסוע לים המלח?
ו. בוחרים באקראי שם של תלמידה מהשכבה. מה ההסתברות שהנבחרת מעדיפה לנסוע לגליל?



3. בכיתה ט1 לומדות 60 בנות ובכיתה ט2 לומדות 80 בנות.
40 בנות מכיתה ט1 לומדות מחשבים ו- 50 בנות מכיתה ט2 לומדות מחשבים.
א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	לומדות מחשבים	לא לומדות מחשבים	סך-הכול
כיתה ט1			
כיתה ט2			
סך-הכול			

- ב. בוחרים באקראי שם מרשימת כל תלמידות שכבת ט. מה ההסתברות שהנבחרת לומדת מחשבים?
ג. בוחרים באקראי שם של בת מכיתה ט1. מה ההסתברות שהיא לומדת מחשבים?
ד. בוחרים באקראי שם של בת מכיתה ט2. מה ההסתברות שהיא אינה לומדת מחשבים?
ה. אם ידוע שהנבחרת לומדת מחשבים, מה ההסתברות שהיא מכיתה ט1?





4. לאחר מבחן שכבתי במתמטיקה שאלו 200 תלמידות אם התכוננו למבחן. לפניכם טבלת שכיחויות ובה נתונים על ההצלחת התלמידות במבחן.

	הצליחו במבחן	נכשלו במבחן	סך-הכול
התכוננו למבחן	112	28	
לא התכוננו במבחן	18	42	
סך-הכול			

- א. העתיקו את הטבלה והשלימו את השורה והטור של הסך-הכול.
ב. **דינה** הצליחה במבחן. מה ההסתברות שהיא התכוננה?
ג. **שושי** לא התכוננה למבחן. מה ההסתברות שהיא הצליחה במבחן?
ד. **מירי** אמרה: אם מתכוננים למבחן, אז מצליחים בו.
האם **מירי** צודקת? הסבירו.



5. בכיתה ט' יש 36 בנות ובכיתה ט' יש 24 בנות. כל תלמידה התנדבה לסייע בגני ילדים או בעזרה לתלמידות בהכנת שיעורים. 30 בנות מכיתה ט' התנדבו לעזור לתלמידות בהכנת שיעורים ושאר הבנות התנדבו בגני ילדים. 10 בנות מכיתה ט' התנדבו לעזור לתלמידות בהכנת שיעורים ושאר הבנות התנדבו בגני ילדים. בחרים באקראי תלמידה (מכיתה ט' או מכיתה ט')?
א. מה ההסתברות שנבחרה תלמידה מכיתה ט'2?
ב. מה ההסתברות שנבחרה תלמידה מכיתה ט'1?
ג. מה ההסתברות שהנבחרת התנדבה לסייע בגני ילדים?
ד. ידוע שהנבחרת התנדבה בגני ילדים. מה ההסתברות שהנבחרת היא תלמידה מכיתה ט'2?
ה. ידוע שהנבחרת התנדבה לעזור לתלמידות בהכנת שיעורים. מה ההסתברות שהנבחרת היא תלמידה מכיתה ט'1?



6. התייחסו למשימה 5 ופתרו בעזרת דיאגרמת עץ.



שיעור 5. משימות נוספות



למדנו לחשב הסתברויות של מאורעות שונים.

בשיעור זה נמשיך לחשב הסתברויות.

לפניכם המבחן של **תמי**.

קבעו לכל תשובה אם היא נכונה או לא נכונה. הציעו תיקון לתשובות שגויות.

מבחן בהסתברות

1. **יוני ואבי** משחקים בקליעה למטרה.

ההסתברות ש**יוני** יפגע במטרה היא 0.35, וההסתברות ש**אבי** יפגע במטרה היא 0.4

א. מה ההסתברות ששניהם גם יחד יפגעו במטרה?

שרטטו דיאגרמת שטח או דיאגרמת עץ.

ב. מה ההסתברות ש**יוני** יפגע במטרה ו**אבי** לא?

פתרון

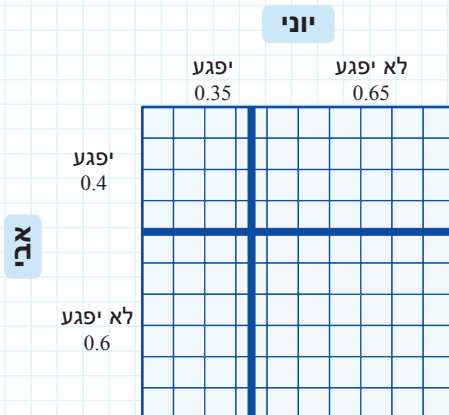
א. ההסתברות ששניהם יפגעו במטרה היא

$$0.35 \cdot 0.4 = 0.14$$

ב. ההסתברות ש**יוני** יפגע במטרה ו**אבי** לא יפגע

היא

$$0.35 \cdot 0.65 = 0.2275$$



2. על קוביית משחק מופיעים רק שני מספרים: 1 ו-2.

הטילו את הקובייה 120 פעמים.

המספר 1 התקבל 97 פעמים, והמספר 2 התקבל 23 פעמים.

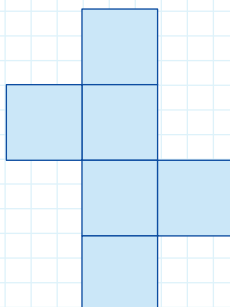
על כמה מפאות הקובייה, סביר להניח כי רשום המספר 1?

על כמה פאות סביר להניח כי רשום המספר 2? הסבירו.

פתרון

$$\frac{97}{120} \approx \frac{100}{120} \approx \frac{5}{6} \text{ היא מספר 1}$$

לכן המספר 1 יופיע 5 פעמים, המספר 2 יופיע פעם אחת.



3. בסל 9 כדורים: 3 כדורים **אדומים** ו- 6 כדורים **ירוקים**.

א. מוציאים מתוך הסל כדור אחד ורושמים את הצבע שלו.

מחזירים את הכדור לסל. מוציאים שוב ורושמים את הצבע שלו.

מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?

ב. מוציאים מתוך הסל, באקראי וללא החזרה, שני כדורים בזה אחר זה.

מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?

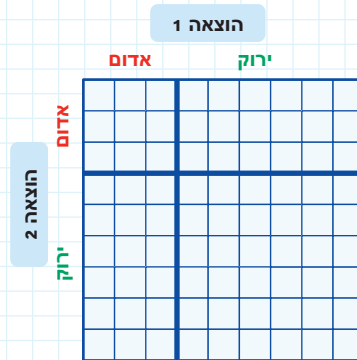
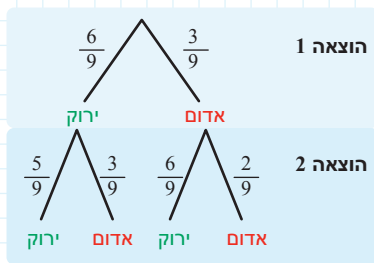
פתרון

ב. ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים, בהוצאה ללא החזרה

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{9} = \frac{36}{81}$$

א. ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים, בהוצאה עם החזרה

$$\frac{6 \cdot 3}{100} + \frac{3 \cdot 6}{100} = \frac{36}{100}$$



4. בחברת התעופה "רקיע", ההסתברות שמזוודה תגיע ליעדה בזמן היא 0.96

ההסתברות שהמזוודה תינזק במהלך הטיסה היא 0.1

נחום טס ללונדון עם חברת "רקיע".

מה ההסתברות שבטיסת "רקיע" ללונדון יקבל **נחום** את המזוודה בזמן

ובמצב תקין?



פתרון

ההסתברות שנחום יקבל את המזוודה בזמן והמצב תקין היא:

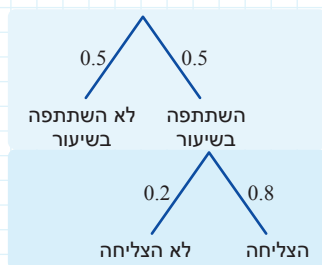
$$0.96 \cdot 0.1 = 0.096$$

5. מחצית מהנבחנות השתתפו בשיעור חזרה.

0.8 מבין המשתתפות בשיעור החזרה הצליחו במבחן.

0.3 מבין התלמידות שלא השתתפו בשיעור החזרה, הצליחו במבחן.

מה ההסתברות שנבחנת שנבחרה באקראי תצליח במבחן?



פתרון

ההסתברות שנבחנת תצליח במבחן

$$0.5 \cdot 0.8 = 0.4$$

6. "עישון מזיק לבריאות וגורם למחלות לב".
כדי לבדוק טענה זאת עקבו אחר התפתחות של מחלות אצל מעשנים ואצל לא מעשנים.
תוצאות המעקב בטבלת השכיחויות הבאה.

סך-הכול	לא מעשנים	מעשנים
חולי-לב	600	400
לא חולי-לב	200	800
סך-הכול		

- א. העתיקו את הטבלה והשלימו את השורה והטור של הסך-הכול.
ב. כמה אנשים נבדקו בסך-הכול?
ג. בוחרים באקראי נבדק. מה ההסתברות שהנבחר מעשן וחולה-לב?
ד. ידוע שהנבחר הוא חולה-לב. מה ההסתברות שהוא מעשן?
ה. ידוע שהנבחר אינו מעשן. מה ההסתברות שהוא חולה-לב?

פתרון
א.

סך-הכול	לא מעשנים	מעשנים
1000	600	400
1000	200	800
2000	800	1200

- ב. 2,000 ג. $\frac{400}{2000} = 0.2$ ד. $\frac{400}{1000} = 0.4$ ה. $\frac{400}{2000} = 0.75$



1. מטילים קוביית משחק רגילה. ידוע שהתקבל מספר גדול מ-3. מה ההסתברות שהמספר הוא זוגי?



2. זורקים שתי קוביות. ידוע שסכום המספרים על שתי הקוביות גדול מ-8.
מה ההסתברות שהסכום זוגי? (היעזרו בטבלה בה רשומים כל הסכומים האפשריים).



3. א. רשמו את שמונה האפשרויות של סדר ילדים במשפחה בה יש שלושה ילדים.
ב. בוחרים באקראי משפחה בה יש שלושה ילדים. ידוע שהבכורה בת.
- מה ההסתברות שבמשפחה שלוש בנות?
- מה ההסתברות שבמשפחה שתי בנות?
- מה ההסתברות שבמשפחה יותר מבת אחת?



4. מושיק ודויד משחקים במשחק "סולמות וחבלים".

הם מטילים שתי קוביות וצועדים מספר צעדים לפי סכום המספרים המתקבלים על שתי הקוביות. המנצח הוא השחקן המגיע בדיוק למשבצת ה-100. למי מהילדים סיכוי גבוה יותר לנצח במהלך הבא?



94	95	96 דויד	97	98	99	100 ניצחון
מושיק 93	92	91	90	89	88	87



5. בשקית 7 סוכריות בטעם תות ו-5 סוכריות בטעם לימון.

רחלי מוציאה באקראי שתי סוכריות מהשקית ואוכלת אותן. שתי הסוכריות שהוציאה היו בטעם תות. לאחר מכן היא מוציאה באקראי סוכרייה שלישית. מה אפשר לומר לגבי הטעם האפשרי של הסוכרייה:

- א. סביר יותר שהוא יהיה תות מאשר לימון.
- ב. סביר יותר שהוא יהיה לימון מאשר תות.
- ג. הסבירות שהוא יהיה תות שווה לסבירות שהוא יהיה לימון.
- ד. אי אפשר לדעת לאיזה טעם סבירות גדולה יותר.



6. ההסתברות להצליח בניסוי בפעם הראשונה היא 60%.

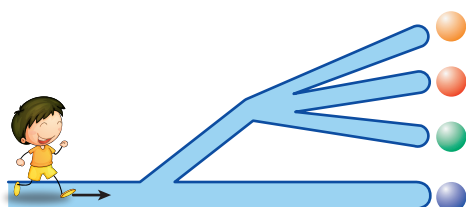
אם הניסוי לא יצליח, יערכו את הניסוי שוב. ההסתברות להצליח בניסוי בפעם השנייה היא 75%.

- א. מה ההסתברות ששני הניסויים לא יצליחו?
- ב. מה ההסתברות שאחד הניסויים יצליח?



7. אבי עומד בתחילת שביל המוביל לארבעה כדורים.

בכל צומת הוא בוחר את דרכו באופן אקראי. לאיזה כדור ההסתברות הגבוהה ביותר להיבחר? חשבו אותה.





8. ההסתברות שכדור ייכנס לסל בזריקה יחידה היא 0.65

מיכאל זורק כדור לסל פעמיים.

מה ההסתברות שהוא יקלע לסל פעם אחת **לפחות**?



9. **אסתי** משחקת פעמיים במשחק מחשב.

ההסתברות לזכות בשני המשחקים היא 0.04

א. מה ההסתברות לזכות במשחק אחד?

ב. מה ההסתברות ש**אסתי** תזכה במשחק אחד **לכל היותר**?



10. נערך סקר בקרב תלמידות כיתות ט בבית-הספר נבדק הקשר בין שייכות למשפחת עולים חדשים ובין נגינה בכלי.

לפניכם טבלת שכיחויות מתאימה.

	מנגנות	לא מנגנות	סך-הכול
עולות חדשות	20		
לא עולות חדשות	20	50	
סך-הכול			100

א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

ב. כמה תלמידות עולות בכיתות ט?

ג. בוחרים באקראי תלמידה מכיתות ט. מה ההסתברות שנבחרת תלמידה מנגנת?

ד. בוחרים באקראי תלמידה מכיתות ט. מה ההסתברות שהנבחרת **אינה** עולה חדשה?

ה. ידוע שהנבחרת מנגנת. מה ההסתברות שהנבחרת **אינה** עולה חדשה?

ו. ידוע שהנבחרת **לא** מנגנת. מה ההסתברות שהנבחרת **אינה** עולה חדשה?

ז. ידוע שהנבחרת **לא** מנגנת. מה ההסתברות שהנבחרת עולה חדשה?

ח. ידוע שהנבחרת עולה חדשה. מה ההסתברות שהנבחרת מנגנת?



11. בכד 12 כדורים: חלקם כחולים וחלקם אדומים.

- מוציאים מתוך הסל כדור אחד ורושמים את צבעו. מחזירים את הכדור לסל.
מוציאים שוב כדור ורושמים את צבעו. ההסתברות להוציא שני כדורים כחולים היא $\frac{4}{9}$
- כמה כדורים מכל צבע בכד?
 - חשבו את ההסתברות להוציא:
 - שני כדורים אדומים.
 - שני כדורים בצבעים שונים.



12. בארוחת בוקר בטיול שנתי הכינו לתלמידות כריכים ארוזים בסלים.

- בכל סל 15 כריכים: 4 כריכי גבינה, 5 כריכי טונה ו- 6 כריכי שוקולד.
כל אחת מהתלמידות בוחרת באקראי 2 כריכים.
שירה ודינה אוהבות מאוד כריכי שוקולד.
שירה החליטה להוציא את שני הכריכים משני סלים שונים, כדי שההסתברות לקבל כריך שוקולד אחד לפחות תהיה גבוהה יותר.
דינה החליטה להוציא את שני הכריכים מאותו סל, כדי שההסתברות לקבל לפחות כריך שוקולד אחד תהיה גבוהה יותר.
- שערו: איזו החלטה טובה יותר?
 - מה ההסתברות שלפחות כריך אחד **ששירה** תוציא יהיה כריך שוקולד?
 - מה ההסתברות שלפחות כריך אחד **שדינה** תוציא יהיה כריך שוקולד?
 - למי סיכוי גבוה יותר לקבל כריך שוקולד?

