



פונקציות – מסלול כחול כיתה ט



דיון בקבוצות של 3 - 4

- איך אתם נוהגים ללמד את הנושא: פונקציה ומשוואה ריבועית?
- מה הסדר?
- מה הדגשים?

תכנית הלימודים החדשה



תחום אלגברי: 3. פונקציה ריבועית ומשוואה ריבועית (30 שעות)

נושאי הלימוד	הבהרות ודוגמאות
• הפונקציה $y = x^2$ הזזות שלה א. היכרות עם הפרבולה $y = x^2$ וייצוגיה השונים (אלגברי, מספרי, גרפי). אפיוני הפרבולה: סימטריה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום.	במהלך הלימוד של הפונקציות הריבועיות ושל הזזות שלהן מומלץ להשתמש בטכנולוגיה גרפית. כל האמור בהמשך מתייחס לכיתות שבהן ההספק הלימודי משביע רצון. בכיתות אחרות נסתפק בסרטוט הגרפים לפי נקודות שיתקבלו על ידי הצבת מספרים בביטויים של הפונקציות. התלמידים יתנסו בסרטוט ידני של גרף הפונקציה: $y = x^2$, על פי מספר נקודות וייווכחו שהגרף אינו קו ישר. בהמשך יתנסו בבדיקת טיב הסרטוט על ידי חישוב וסימון נקודות נוספות. יש לקשור זאת לעובדה שקצב השינוי של הגרף אינו קבוע.

ב. הזזות אנכיות: משפחת הפרבולות $y = x^2 + c$ ואפיוניהן: סימטריה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום, נקודות חיתוך עם הצירים (נקודות אפס ונקודת חיתוך עם ציר ה-y), תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות.	פרבולה מהצורה $y = x^2 + c$ מתקבלת מהזזה אנכית של הפרבולה $y = x^2$ ב-c יחידות. הערה: בהקשר של מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, נזכיר לתלמידים שלכל הנקודות על ציר ה-x שיעור ה-y הוא אפס ולכל הנקודות על ציר ה-y שיעור ה-x הוא אפס. דוגמה: סרטטו את הפונקציה $y = x^2 - 4$. א. במה שונה הגרף שקיבלתם מהגרף של הפונקציה $y = x^2$? ב. מהי נקודת המינימום של הפונקציה? ג. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה? ד. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
--	---

הערה: נקודות אפס של פונקציה הן נקודות החיתוך של הגרף של הפונקציה עם ציר ה- x . חשוב שהתלמידים יכירו את שני המונחים.

פרבולה מהצורה $y = (x - p)^2$ היא הזזה אופקית של הפרבולה $y = x^2$ ב-p יחידות. דוגמאות: 1. סרטטו את הפונקציות: $y = (x - 2)^2$, $y = (x + 3)^2$. 2. סרטטו את הפונקציה: $y = (x - 3)^2$. א. במה שונה הגרף שקיבלתם מהגרף של הפונקציה $y = x^2$? ב. מהי נקודת המינימום של הפונקציה? ג. מהי נקודת החיתוך עם הצירים?	ג. הזזות אופקיות: משפחת הפרבולות $y = (x - p)^2$ ואפיוניהן: סימטריה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום, נקודות חיתוך עם הצירים (נקודת אפס ונקודת חיתוך עם ציר ה-y)
--	---

פרבולה מהצורה $y = (x - p)^2 + k$ מתקבלת משילוב של הזזה אופקית והזזה אנכית של הפרבולה $y = x^2$. נקודת המינימום של הפרבולה היא: (p, k). ציר הסימטריה של הפרבולה הוא $x = p$. נקודות האפס של הפרבולה הן נקודות סימטריות לגבי ציר הסימטריה. (נמצאות במרחק שווה מציר הסימטריה). דוגמה: נתונה הפרבולה: $y = (x - 5)^2 - 9$ תארו במילים כיצד היא מתקבלת מהפרבולה $y = x^2$. א. מצאו את נקודות האפס של הפרבולה. סמנו אותן באותיות A, B על ציר ה-x.	שילוב של הזזות אנכיות ואופקיות: משפחת הפרבולות $y = (x - p)^2 + k$ ואפיוניהן: סימטריה, תחומי עליה וירידה, נקודת מינימום, נקודות חיתוך עם הצירים (נקודות אפס ונקודת חיתוך עם ציר ה-y), תחומי החיוביות והשליליות של
---	--

מה עוד בתכנית הלימודים? מה הסדר?

משפחת הפרבולות $y=ax^2$

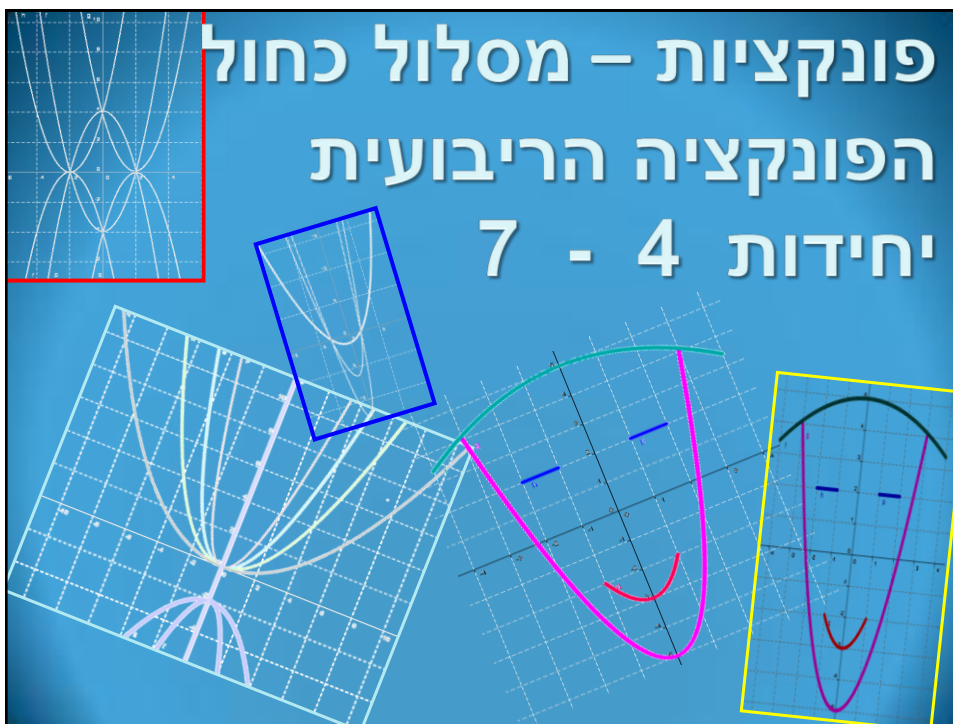
ביטויים שונים של פונקציה ריבועית $f(x)=a(x-p)^2+k$

$$h(x) = a(x-m)(x-n)$$

$$g(x) = ax^2 + bx + c$$

משוואות ריבועיות

לתלמידים מתעניינים: הוכחת הנוסחה לפתרון המשוואה: $ax^2 + bx + c = 0$ תיעשה על ידי השלמה לריבוע. ציר הסימטריה בשביל הפונקציה $g(x) = ax^2 + bx + c$ הוא בממוצע הפתרונות של המשוואה הריבועית המתאימה. פתרון מערכת המשוואות נותן את נקודות החיתוך של הגרפים.	ו. פתרון של המשוואות מהסוגים הבאים (ללא שימוש בנוסחה): $ax^2=b$ $a(x-m)(x-n) = 0$ $ax^2 + bx = 0$ ז. פתירת משוואות על ידי השלמה לריבוע של משוואות פשוטות מהצורה: $x^2 + bx + c = 0$ הנוסחה: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ח. מערכת משוואות ממעלה שנייה וההיבטים הגרפיים שלהן
---	---



פונקציות – מסלול כחול

הפונקציה הריבועית

יחידות 4 - 7

נושאי יחידות 4 - 7

4. תכונות הפונקציה הריבועית

סימטריה, הזזה אנכית, שיקוף, חקירת פונקציה

5. הזזות ושיקופים של $y = x^2$

הזזה משולבת (אופקית, אנכית ושיקוף), חקירת הפרבולה
 $y = (x - p)^2 + k$ פתרון משוואות ריבועיות

6. מתיחות וכיווצים

משפחת הפרבולות, $y = a(x - p)^2 + k$, פתרון משוואות
 שאלות מילוליות ובעיות קיצון

7. משפחות של פונקציות

ההצגה המוזזת, הסטנדרטית וההצגה כמכפלה, מעברים בין
 ההצגות, פתרון אלגברי וגרפי של משוואה ריבועית, פתרון בעיות

יחידה 4 : תכונות הפונקציה הריבועית

1. סימטריה	2. טיול על ציר y	3. עינת בוחרת מספרים	4. תעודת זהות
• זיהוי ציר סימטריה בצורות שונות • חקירת הפרבולה היסודית $y = x^2$	• שיקוף והזזה על ציר y • הפרבולות $y = x^2 + k$ $y = -x^2 + k$	• סיטואציית בעיה • חקירת פונקציות $y = \pm x^2 + k$ • ייצוגים של פונקציה • פתרון משוואה $\pm x^2 + k = 0$	• פורמט קבוע של חקירת פונקציה ריבועית • פתרון משוואה ריבועית: $\pm ax^2 + k = 0$

יחידה 4 : תכונות הפונקציה הריבועית

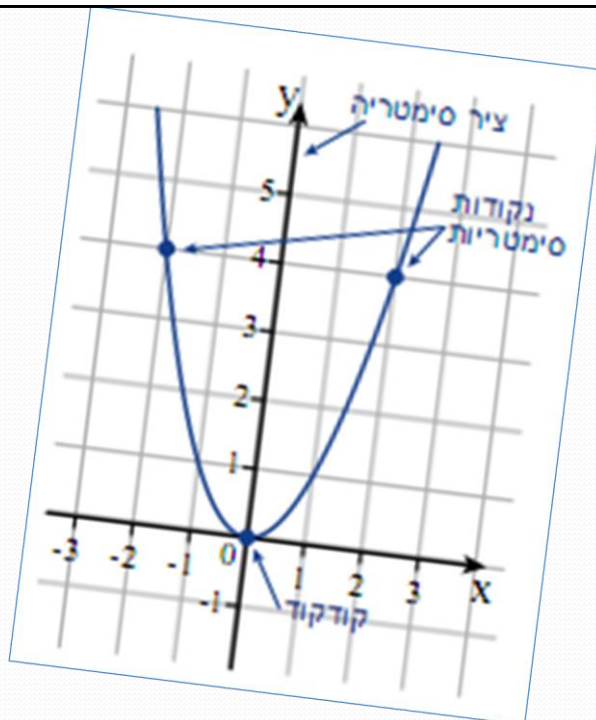
הקו המקווקו בשרטוט הוא קו מראה

חאצא וקא אוח טוטחטש וקווקאצא וקא

אילו צורות נקבל אם נשרטט את השתקפות הצורות הבאות במראה:

צורה נקראת סימטרית אם אפשר לשרטט "קו מראה" (קו קיפול), כך שאם נקפל את הצורה לאורכו, יתלכדו שני החלקים של הצורה. הקו נקרא ציר הסימטריה של הצורה.

בפעילות זו נלמד לזהות את ציר הסימטריה בצורות שונות ובפרבולות.



4. נחקור את גרף הפונקציה $y = x^2$

- א. מהו ציר הסימטריה של $y = x^2$? סמנו אותו בגרף.
כיצד אפשר למצוא את ציר הסימטריה מתוך הטבלה?
- ב. הנקודות $(-1, 1)$ ו- $(1, 1)$ הן נקודות סימטריות לגבי ציר הסימטריה $x = 0$, כי מרחקן ממנו שווה.
רשמו את שיעורי הנקודה הסימטרית של כל אחת מהנקודות: $(2.5, 6.25)$, $(-3, 9)$, $(2, 4)$.
- ג. מה שיעורי נקודת החיתוך עם ציר x ?
- ד. מה שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y ?
- ה. באיזה תחום הפונקציה חיובית? באיזה תחום הפונקציה שלילית?
- ו. רשמו תחומי חיוביות ותחומי שליליות של הפונקציה.
- ז. מה שיעורי הנקודה הנמוכה ביותר בגרף (נקודת המינימום)?
- ח. בעקבות תשובותיכם לסעיפים הקודמים - מה תוכלו לומר על הנקודה $(0, 0)$?

א. לפניכם סדרת ריבועים שאורך צלעם הולך וגדל.



א. השלימו במחברת את המספרים המתאימים להיקף הריבוע ולשטחו לפי אורך צלעו:

אורך צלע (x)	1	2	3	4	5	x
היקף הריבוע (יחידות אורך) (y)	4					
שטח הריבוע (יחידות שטח) (y)	1					

ב. איזו סקיצה של גרף מתאימה לצלע הריבוע את היקפו?

איזו סקיצה מתאימה לצלע הריבוע את שטחו?

ג. ככל שאורך צלע הריבוע גדל:

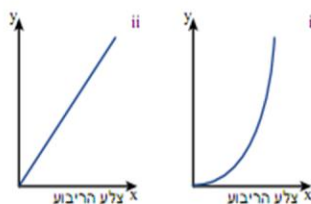
מה אפשר לומר על קצב השתנות היקף הריבוע?

מה אפשר לומר על קצב השתנות שטח הריבוע?

כיצד רואים את קצב ההשתנות מתוך הטבלה? בעזרת הגרף?

ד. מהו תחום המספרים שמתאים לסיפור הריבועים?

כיצד משפיעה עובדה זו על הצורה הסימטרית של הפרבולה $y = x^2$?



1. סימטריה	2. טיול על ציר y	3. עינת בוחרת מספרים	4. ת.ז.
- זיהוי ציר הסימטריה בצורות שונות - חקירת הפרבולה היסודית $y = x^2$			
ציר סימטריה פרבולה קודקוד נקודת מינימום תחומי עלייה וירידה קצב שינוי			

קצת "התעמלות"

1. הזיזו את הפרבולה על ציר y 3 יחידות כלפי מעלה.

מה חוק הפונקציה? מדוע?

מה שיעורי נקודת הקודקוד?

2. הזיזו את הפרבולה על ציר y 2 יחידות כלפי מטה.

מה חוק הפונקציה? מדוע?

מה שיעורי נקודת הקודקוד?

מיטל אמרה: אם מזיזים את הפרבולה 2 יחידות כלפי מטה, ערכי

y קטנים ב-2. לך שיעורי הנקודות יהיו כמו בטבלה

וחוק הפונקציה המתאים הוא $y = x^2 - 2$

האם מיטל צודקת? כיצד אפשר לבדוק זאת?

משקפים בציר x את הפרבולה $y = x^2$

מהו חוק הפונקציה של הפרבולה ההפוכה שהתקבלה?

מה שיעורי נקודת הקודקוד של הפרבולה ההפוכה שהתקבלה?

האם זו נקודת מינימום או נקודת מקסימום של הפרבולה?

הזיזו את הפרבולה (ההפוכה) שהתקבלה 4 יחידות למעלה.

מה חוק הפונקציה?

מה שיעורי נקודת הקודקוד?

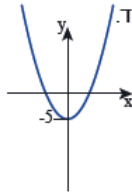
מינימום? מקסימום?

פותרים ומתייחסים לרמות הקושי

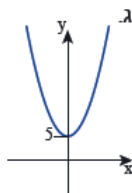


1. התאימו סקיצה לכל פונקציה.

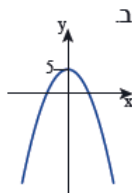
$$t(x) = x^2 + 5$$



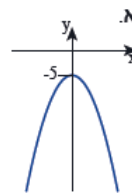
$$h(x) = -x^2 + 5$$



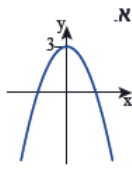
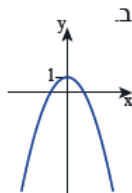
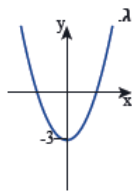
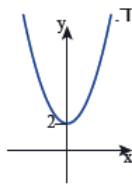
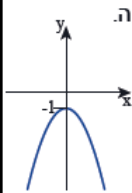
$$g(x) = -x^2 - 5$$



$$f(x) = x^2 - 5$$



2. לכל סקיצה, רשמו חוק פונקציה מתאים.



8. בכל סעיף, רשמו חוק מתאים של פונקציה ושרטטו סקיצה מתאימה.

א. יש לה נקודת מינימום והגרף שלה חותך את ציר x בשתי נקודות.

ב. יש לה נקודת מקסימום, ונמצאת עליה הנקודה $(5, -25)$.

ג. יש לה נקודת מקסימום, ונמצאת עליה הנקודה $(5, -27)$.

ד. יש לה נקודת מינימום והיא חותכת את ציר y בנקודה $(0, -1)$.

ה. יש לה נקודת מקסימום והיא חותכת את ציר y בנקודה $(0, 1)$.

מניחים את הפרבולה

קובעים מהו החוק

בשיעורי הבית - מהי דרגת הקושי של המשימה?

גאוגברה

התעמלות 1

שיעור 3. עינת בוחרת מספרים

חוקרים את הפונקציות: $y = -x^2 + k$ $y = x^2 + k$

עינת בחרה מספר, כפלה אותו בעצמו והחסירה מן המכפלה 9. אחר כך בחרה מספר אחר, ביצעה את אותן הפעולות, ולהפתעתה קיבלה אותה תוצאה בשני המקרים.

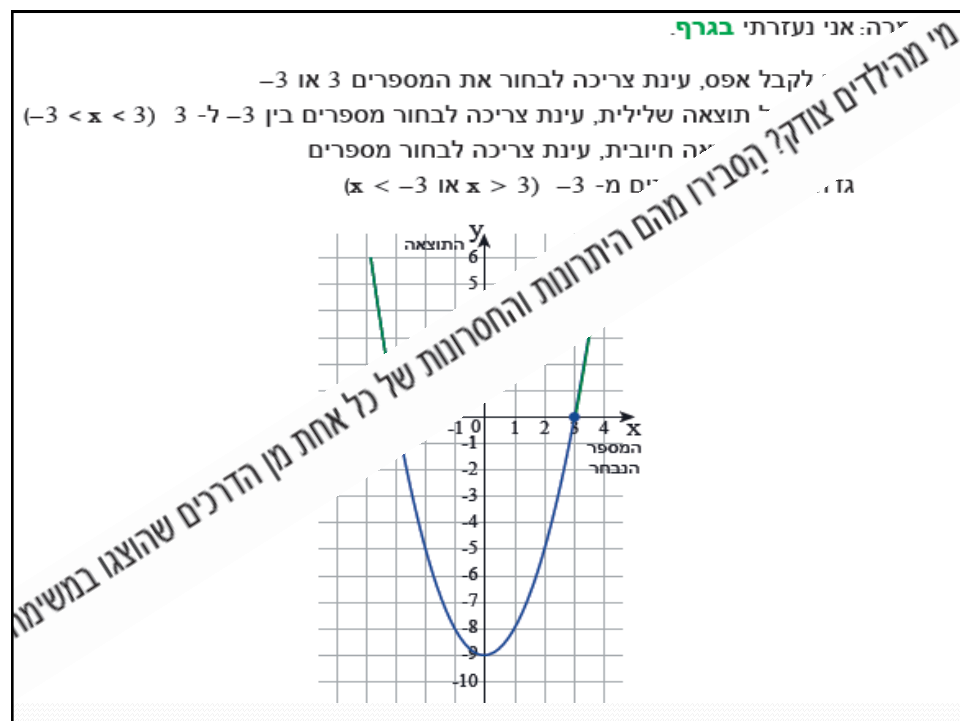
התוכלו למצוא שני מספרים שבחירתם מובילה לאותה תוצאה?

נחקור, אילו מספרים עינת יכולה לקבל כתוצאה.

עבור אילו מספרים שתבחר, עינת תקבל מספר חיובי? מספר שלילי? אפס?
אמיר אמר: בדקתי בעזרת **טבלה**.

המספר שעינת בחרה: x	0	1	2	3	4	5
התוצאה: $f(x) = x^2 - 9$	-9	-8	-5	0	7	16

כדי לקבל תוצאה שלילית, עינת צריכה לבחור מספרים קטנים מ-3.
 כדי לקבל תוצאה חיובית, עינת צריכה לבחור מספרים גדולים מ-3.
 כדי לקבל אפס, עינת צריכה לבחור את המספר 3.



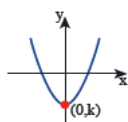
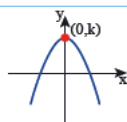


עד כה הכרנו את התכונות של פרבולות:

סוג הפונקציה:

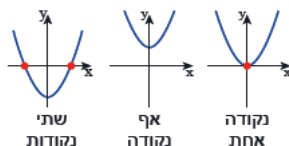
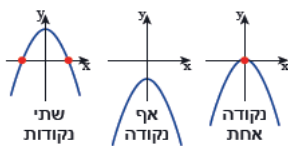
$$y = -x^2 + k$$

$$y = x^2 + k$$



נקודת מסימום
פרבולה הפוכה ("בוכה")

נקודת מינימום
פרבולה ישרה ("צוחקת")



מקבלים את שיעור x של נקודות האפס
על-ידי פתרון המשוואה $-x^2 + k = 0$

מקבלים את שיעור x של נקודות האפס
על-ידי פתרון המשוואה $x^2 + k = 0$

ציר הסימטריה: ציר y

נקודת הקודקוד: $(0, k)$

נקודת הקיצון

נקודות חיתוך עם ציר x
(נקודות אפס)

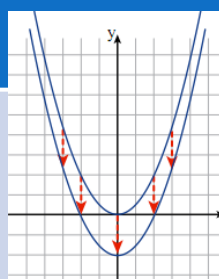
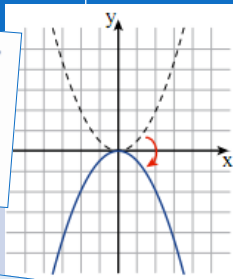
יחידה 4 : תכונות הפונקציה הריבועית

2. טיול על ציר y

• שיקוף והזזה על ציר y

• הפרבולות
 $y = x^2 + k$
 $y = -x^2 + k$

שיקוף
הזזה אנכית
נקודות קיצון



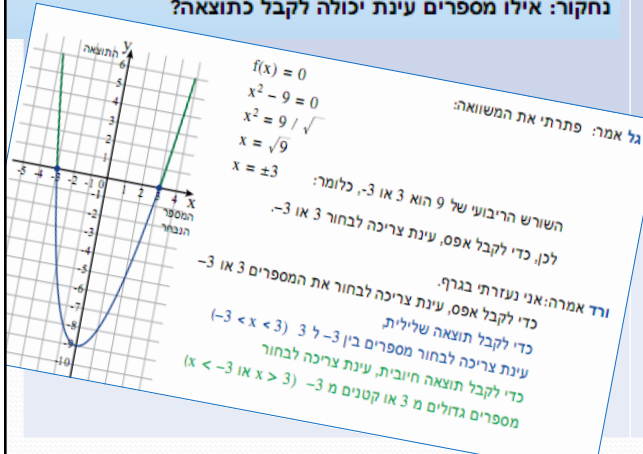
נ
ו
ש
א
י
ם
מ
ו
ש
ג
י
ם

יחידה 4 : תכונות הפונקציה הריבועית

עינת בחרה מספר, כפלה אותו בעצמו והחסירה מן המכפלה 9. אחר כך בחרה מספר אחר, ביצעה את אותן הפעולות, ולהפתעתה קיבלה אותה תוצאה בשני המקרים.

התוכלו למצוא שני מספרים שבחירתם מובילה לאותה תוצאה?

נחקור: אילו מספרים עינת יכולה לקבל כתוצאה?



3. עינת בוחרת מספרים

- סיטואציית בעיה
- חקירת הפונקציות $y = \pm x^2 + k$
- ייצוגים של פונקציה
- פתרון משוואה $\pm x^2 + k = 0$

נקודות אפס, נקודות קיצון פרבולה ישרה והפוכה, תחומי עלייה וירידה, תחום חיוביות ושליליות פתרון משוואה ריבועית

שלימו את תעודת הזהות של הפונקציה $y = -x^2 + 1$

חוק הפונקציה	$y = -x^2 + 1$
סקיצה	
משוואת ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקודקוד	
שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
תחום עלייה של הפונקציה	
תחום ירידה של הפונקציה	
התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	

יחידה 4 : תכונות הפונקציה הריבועית

ת.ז.ת.	4. תעודת זהות	
השלימו את תעודת הזהות של הפונקציה $y = -x^2 + 1$	• פורמט חקירת פונקציה ריבועית	נ ו ש א י ס
חוק הפונקציה	• פתרון משוואה ריבועית:	
סקיצה	$\pm ax^2 + k = 0$	
משוואת ציר הסימטריה	חקירת פונקציה	מ ו ש ג י ס
שיעורי נקודת הקודקוד		
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)		
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)		
תחום עלייה של הפונקציה		
תחום ירידה של הפונקציה		
תחום חיוביות של הפונקציה ($y > 0$)		
תחום שליליות של הפונקציה ($y < 0$)		
מה היתרון של "תעודות זהות"?		

- ראינו פירוט של יחידה 4
- נראה פריסה כללית של הנושאים והמושגים ביחידות 5 - 7
- במצגת נוספת - חלק 2 נראה פירוט של יחידות 5 - 7

יחידה 5 : הזזות ושיקופים של $y = x^2$

1. הזזה אופקית על ציר x	2. טיול בשלבים	3. מיטל ומור בוחרות מספרים	4. פותרים משוואות בדרכים שונות
- שיקוף והזזה על ציר x - חקירת הפרבולה $y = (x - p)^2$ - זיהוי חוק הפונקציה לפי הגרף ולהיפך.	- הזזות אופקיות ואנכיות - חקירת הפרבולה $y = (x - p)^2 + k$ - זיהוי חוק הפונקציה לפי הגרף ולהיפך.	- מציאת נקודות חיתוך של $y = (x - p)^2 + k$ עם הצירים - מציאת נקודות אפס - פתרון המשוואה $(x - p)^2 + k = 0$	- שיטות שונות לפתרון משוואות ריבועיות - נקודות אפס

יחידה 6: מתיחות וכיווצים

1. תכונות הפרבולה $y = ax^2$	2. מה קרה לפרצוף?	3. ax^2 מטיילת על הצירים	4. עוד משוואות ושאלות	5. בעיית הגדר
- הרחבות וכיווצים של $y = x^2$ - תפקידו של הפרמטר a - תכונות המשפחה $y = ax^2$	- הזזה אנכית של $y = ax^2$ על ציר y - משפחת הפרבולות $y = ax^2 + k$ - מציאת חוק של פונקציה לפי תכונות	משפחת הפרבולות $y = a(x - p)^2 + k$	שאלות מילוליות (תחום גיאומטרי, מספרי) ופתרון משוואות	- פתרון בעיות מינימום ומקסימום - פתרון משוואות ריבועיות

יחידה 7: משפחות של פונקציות

5. תכנון גינת פרחים	4. מן התכונות לפונקציה	3. עוברים מהצגה להצגה	2. אותה גברת בשינוי אדרת	1. המשפחה $y=ax^2+bx$	
- פתרון משוואות מהצורה $ax^2+bx+c=0$ - עיסוק בבעיית קיצון - פתרון אלגברי וגרפי של סיטואציית בעיה	- מציאת חוק של פונקציה - ריבועית לפי תכונות נתונות.	- שימוש בטכניקה אלגברית למעבר בין ההצגות: - מהמוזת לסטנדרטית - להצגה כמכפלה ובחזרה	- עוד משפחות של פונקציות ריבועיות: - ההצגה המוזת – הסטנדרטית – כמכפלה - תפקידי הפרמטרים בכל אחת מן ההצגות - חקירת פונקציות	- חקירת פונקציות מהמשפחה $y=ax^2+bx$ - תכונות משותפות של פונקציות.	נ ו ש א י ם