



מחשבה
מספרים



היקפים ושטחים של מצולעים
חפיפת מצולעים
חזקות וקוביות
חישוב הסתברויות

מחשבה מספרים
מספרים

מספרים מכוונים
מושגים בגאומטריה
משוואות
הרחבת עולם המספרים
פונקציות



מחשבה
מספרים

המחלקה להוראת המדעים

השתלמות קיץ 2011

1



מנהל תכנון

מטרות תכנית הלימודים החדשה

- רכישת מושגים והכרת מערכות מושגים בנושאים המתמטיים השונים.
- פיתוח מיומנויות חשיבה מתמטית:
 - זיהוי מצבים של השתנות
 - שימוש במגוון ייצוגים
 - לימוד האלגברה כהכללות והצדקות
 - פיתוח שיח (הסברים, הוכחות)
 - שליטה באלגוריתמים
 - חיזוק התבונה המספרית
 - פיתוח יכולת קריאה והבנה של תכנים מתמטיים
 - גילוי תכונות של צורות גאומטריות והכרת מושגים גאומטריים
 - לימוד דרכים להסבר ולהוכחה של תכונות גאומטריות
 - קישור ושילוב בין האלגברה לגאומטריה
- מניעת תחושת כישלון על ידי הוראה מותאמת לתלמידים השונים

יצא לשימוש - מדריכה ארצית למתמטיקה - חטי"ב



הרעיונות העיקריים בתכנית הלימודים

■ **קשרים לידע קודם**

- שילוב ידע שנלמד בבית הספר היסודי וחיצוק יכולת החישוב

■ **ספיראליות**

- פיתוח כל נושא בשלבים, לאורך חטיבת הביניים

■ **קישוריות**

- שילוב בין ובתוך נושאים מתמטיים, שילוב החשיבה הכמותית, שילוב האוריינות

■ **דרכי חשיבה**

- לא רק עובדות ופרוצדורות גם דרכים לגילוי ולהסבר של תופעות

■ **טכניקה אלגברית**

- מתונה

■ **בעיות מילוליות**

- בשילוב עם משוואות

■ **גאומטריה**

- התחלה בכיתה ז באופן קדם דדוקטיבי

■ **פונקציות**

- התחלת הגאומטריה הדדוקטיבית אחרת

- באופן ספיראלי החל מכיתה ז

כיתה שיאון - מדידה ארצית למתמטיקה - חט"ב



תכנית הלימודים החדשה

אלגברה	מספרים	גאומטריה
חוקיות ביטויים אלגבריים	חוקי פעולות (כולל חזקות)	מלבן
		תיבות וקוביות
משוואות שאלות מילוליות	מספרים מכוונים	משולש זוויות
פונקציות		משפטי חפיפה

השתלמות קיץ 2011

4

תוכן עניינים – חלק א

מציאת חוקיות ובניית ביטוי אלגברי	יחידה 1:
חוקי פעולות חשבון	יחידה 2:
בניית ביטויים אלגברים והצבות	יחידה 3:
מציאת חוקיות, הצבה ופישוט	יחידה 4:
ביטויים שווי ערך	יחידה 5:
חוקיות בייצוגים שונים	יחידה 6:
היקפים ושטחים של מצולעים	יחידה 7:
מושגים ראשונים בגאומטריה	יחידה 8:
עוד על היקף ושטח של מלבן	יחידה 9:
חילוק וקו שבר	יחידה 10:
חזקות	יחידה 11:
חזקות וקוביות	יחידה 12:
תיבות ועוד	יחידה 13:
הרחבת עולם המספרים	יחידה 14:
מחברים ומחסרים מספרים מכוונים	יחידה 15:
כפלים ומחלקים מספרים מכוונים	יחידה 16:

תוכן עניינים – חלק ב

מושג המשוואה	יחידה 17:
פשוט מפשטים	יחידה 18:
פתרון משוואות	יחידה 19:
שאלות מילוליות ופתרון	יחידה 20:
שאלות מילוליות	יחידה 21:
זוויות	יחידה 22:
משולשים	יחידה 23:
שטח משולש	יחידה 24:
קווים מיוחדים במשולש	יחידה 25:
פונקציה מהי?	יחידה 26:
קצב אחיד וקצב משתנה	יחידה 27:
פונקציה קווית	יחידה 28:
שאלות, משוואות ואי-שוויונות	יחידה 29:
חופפים מצולעים	יחידה 30:
חופפים משולשים	יחידה 31:
הסתברות-מושגים ראשונים	יחידה 32:
חישובי הסתברויות	יחידה 33:

מבנה הספר

33 יחידות

מבנה יחידה – לנושא מתמטי עיקרי

מתמטיקה
שולבת
אלגברה גאומטריה מספרים

שיעור

שיעור

שיעור

שיעור

שומרים על כושר

אוסף משימות

תרגול נוסף באתר

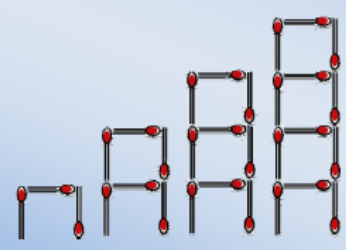
השתלמות קיץ 2011

7

יחידה 1: מציאת חוקיות ובניית ביטוי אלגברי

שיעור 1. בונים מגפרורים

מציאת חוקיות של סדרת מבנים מגפרורים ובניית ביטוי אלגברי.



בונים "בניינים" מגפרורים.

בבניין בן קומה אחת – שלושה גפרורים.

בבניין בן שתי קומות – שישה גפרורים.

בבניין בן שלוש קומות – תשעה גפרורים.

נמצא את הקשר בין מספר הקומות בבניין למספר הגפרורים.

השתלמות קיץ 2011

8

4

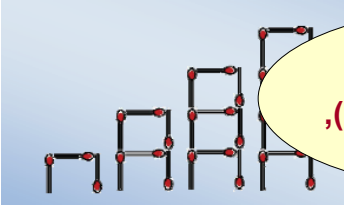
1. א. כמה גפרורים דרושים כדי לבנות בניין בן 5 קומות? 11 קומות? כיצד מצאתם את מספר הגפרורים?
ב. כמה גפרורים דרושים כדי לבנות בניין בן 100 קומות? הסבירו.
ג. השלימו את הטבלה.

מספר הקומות	מספר הגפרורים
4	
7	
	30
23	

השתלמות קיץ 2011

9

אילו היבטים של **אלגברה** ראינו?



ריבוי ייצוגים:
ויזואלי, מספרי (טבלה),
אלגברי

ב. כמה גפרורים דרושים כדי לבנות בניין בן 100 קומות? הסבירו.

1. לבניין בן x קומות דרושים $3 \cdot x$ גפרורים
לבניית בניין דרושים $3 \cdot b$ גפרורים

ממודל מוחשי ← מודל אלגברי
ביטוי אלגברי לא משוואה

השתלמות קיץ 2011

10

5

ד. ליובל 51 גפרורים, למעין 61, לשקד 71 ולעומר 72 גפרורים.

כל אחת מהן ניסתה לבנות בניין גבוה ככל האפשר.

למי מהן לא יישארו גפרורים? הסבירו.

ה. נועה בנתה בניין מהגפרורים שהיו בידה ונתרו לה שני גפרורים.

תנו דוגמה למספר הגפרורים שהיו בידי נועה.

שאלות ברמות חשיבה שונות

השתלמות קיץ 2011

11



מוביל למושג הפונקציה

• דרישת תכנית הלימודים

• הצגת התחום כולו

• הדינמיות של המשתנה

במשימה **בונים מגפרורים** ראינו כי:

מספר הגפרורים הדרושים לבניין בן 13 קומות הוא 39

מספר הגפרורים הדרושים לבניין בן 21 קומות הוא 63

מספר הגפרורים הדרושים לבניין בן x קומות הוא $3 \cdot x$

מצאנו כי קיים **קשר בין מספר הקומות בבניין לבין מספר הגפרורים**

במתמטיקה משתמשים באותיות כדי לייצג **משתנים**.

בפעילות זו השתמשנו ב- x כדי לבטא את מספר הקומות בבניין.

$3 \cdot x$ מבטא את מספר הגפרורים הדרושים לבניין בן x קומות,

x הוא **משתנה בביטוי האלגברי** $3 \cdot x$.

באלגברה נוהגים לסמן **נקודה** במקום **סימן הכפל**.

שיעור 2. על נקודות

לפניכם סדרה של מבנים מנקודות

במבנה במקום הראשון – שלוש נקודות.

במבנה במקום השני – חמש נקודות.

במבנה במקום השלישי – שבע נקודות.

נמצא את מספר הנקודות במקומות שונים בסדרות של נקודות

מה חדש?



השתלמות קיץ 2011

13

ב. כמה נקודות במבנה שבמסגרת? מהו מקומו בסדרה?
הסבירו כיצד מצאתם.



הפיכות – מציאת "המקום"
ספירה: דרכים שונות
הכללה

ה. הציעו דרכים לספירת הנקודות במבנה בסדרה.

השתלמות קיץ 2011

14

1. **רחלי** ספרה את הנקודות במבנים בצורה הזו:

המקום בסדרה

1 2 3 4 5 ... n

האלגברה ככלי להצגת דרכי חשיבה

2. **יוני** ספרה את הנקודות במבנים בצורה זו:

המקום בסדרה

1 2 3 4 5 ... n

רחלי ויוני

3. ורשמו ביטוי אלגברי מתאים למספר הנקודות.

$1+2 \cdot n$

$n+1+n$

איזה מהביטויים הבאים מתאים לרשומה של רחלי ואיזה מתאים ליוני?

כניסה הדרגתית לביטויים שווי ערך

האלגברה ככלי להכללה תמציתית וברורה של חוקיות

4. ייצגו את המקום של מבנה ב- n .
בחרו דרך לספירת הנקודות ורשמו ביטוי אלגברי מתאים למספר הנקודות במקום ה- n .
האם מצאתם דרך ספירה נוספת?

5. הציבו $n=6$ בכל אחד מהביטויים המתאימים למספר הנקודות.
האם קיבלתם אותה תוצאה? הסבירו.

השתלמות קיץ 2011

16

לפניכם סדרה של עיגולים

1

2

3

מצאו את מספר העיגולים במקום ה- 5 ובמקום ה- n

השתלמות קיץ 2011

17

דרכים שונות לספירה – דרכי חשיבה שונות

$n + (n + 1)$

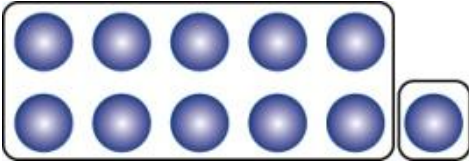
$(n + n) + 1$

השתלמות קיץ 2011

9

דרכים שונות לספירה – דרכי חשיבה שונות

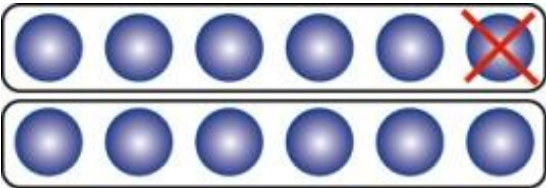

$$n \cdot 2 + 1$$

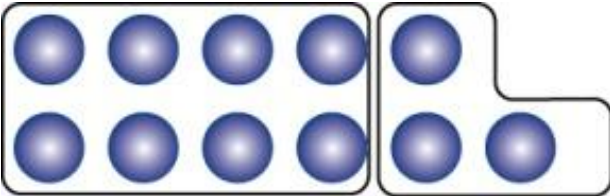

$$2n + 1$$

השתלמות קיץ 2011

19

דרכים שונות לספירה – דרכי חשיבה שונות


$$2(n + 1) - 1$$


$$2(n - 1) + 3$$

השתלמות קיץ 2011

מה עשינו עד כה?

- ☐ גישה פונקציונלית - דינמית
- ☐ דגש על משמעות המשתנה
- ☐ שימוש בהפיכות – פתרון של משוואה סמויה, מתבסס על ההכללה
- ☐ כניסה הדרגתית לביטויים שווי ערך:
 - מתוך "סיפור"
 - בעזרת הצבות נקודתיות
- ☐ מגוון ייצוגים ומעברים ביניהם: ממודל מוחשי למודל אלגברי
- ☐ מגוון דרכי חשיבה
- ☐ רמות חשיבה מגוונות

השתלמות קיץ 2011

21

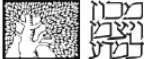
האם מתאים לכולם?

מה עושים עבור מתקשים? מתקדמים?

- אוסף משימות
- חומרי למידה מיוחדים

השתלמות קיץ 2011

22



אוסף משימות – 4 דרגות קושי



קל מאוד

קל

בינוני

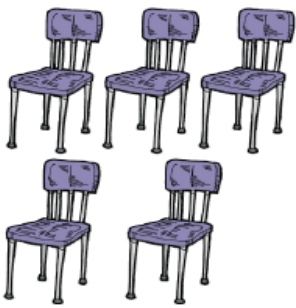
קשה

לכולם

השתלמות קיץ 2011

23





א. כמה כיסאות בצירוף כמה רגליים לכיסאות אלה?

ב. כמה רגלים ל- 8 כיסאות כאלה?

ג. מהו מספר הכיסאות כאשר מספר הרגלים 40?

ד. השלימו את הטבלה.

מספר הכיסאות	מספר הרגליים
1	
2	8
3	
5	
	60
25	
x	___ · x

2. נבנה "שרשרות" מחוליות של גפרורים.

א. השלימו את הטבלה.

ב. כמה גפרורים דרושים לבניית "שרשרת" עם 51 חוליות?

ג. מה מספר החוליות הגדול ביותר שניתן לבנות מ-100 גפרורים?

ד. לשירה 66 גפרורים. מה מספר החוליות הגדול ביותר שיכולה שירה לבנות? כמה גפרורים יישארו לה?

מספר החוליות	מספר הגפרורים
1	
2	
4	
6	
	28
	36
p	4 · ____

4. נבנה בניינים על "בסיס" של גפרור אחד.

א. השלימו:

לקומה אחת דרושים $1 + 3 \cdot 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ גפרורים.

ל-2 קומות דרושים $1 + 3 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ גפרורים.

ל-3 קומות דרושים $1 + 3 \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ גפרורים.

ל-5 קומות דרושים $1 + 3 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ גפרורים.

ב. סמנו ביטוי מתאים עבור מספר הגפרורים הדרושים לבניית k קומות.

$3 \cdot k \quad k + 3 \quad 1 + 3 \cdot k \quad 4 \cdot k$

ג. כמה גפרורים צריך כדי לבנות בניין בן 17 קומות?

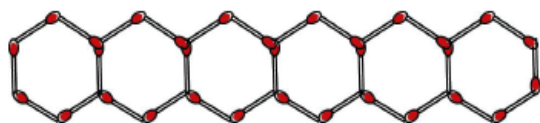
ד. דני אמר: מספר הגפרורים הדרושים לבנין בן k קומות מתחלק ב-3.

רמי אמר: מספר הגפרורים הדרושים לבנין בן k קומות מתחלק ב-3 עם שארית 1.

מי מהם צודק? הסבירו.



5. לפניכם "רכבת משושים".



- א. כמה גפרורים דרושים כדי לבנות רכבת זו?
כמה גפרורים דרושים כדי לבנות רכבת של 15 משושים?
כמה גפרורים דרושים כדי לבנות רכבת של n משושים?
- ב. היעזרו בביטוי האלגברי שקיבלתם (בסעיף א') ומצאו כמה משושים תוכלו ליצור מ-101 גפרורים? מ-216 גפרורים?
- ג. סדרו רכבות של מצולעים בעלי **תשע** צלעות.
כמה גפרורים דרושים כדי לבנות רכבת של 5 מצולעים?
רכבת של 10 מצולעים? רכבת של 20 מצולעים? רכבת של t מצולעים?
- ד. לעומר 910 גפרורים. כמה מצולעים בעלי תשע צלעות ברכבת של עומר?



שוארים על כושר

1. לכל מספר רשמו את:
- א. המספר הגדול ממנו פי 3:
 0.6 , 0.3 , $1\frac{1}{2}$, 103 , 0.5 , $\frac{1}{4}$, 12 , 4
- ב. המספר הקטן ממנו פי 3:
 0.36 , 0.9 , 1 , 102 , 18 , 15 , 30 , 24
- ג. המספר הגדול ממנו ב-3:
 4.5 , $1\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 7 , 0
- ד. המספר הקטן ממנו ב-3:
 4.5 , $5\frac{1}{3}$, $8\frac{1}{2}$, 7 , 3

2. קבעו: < , > או =

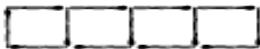
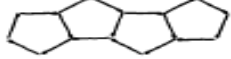
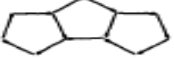
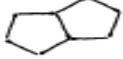
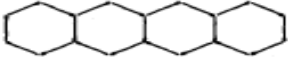
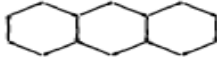
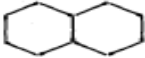
- א. מספר הגדול ב-2 מ- $1\frac{1}{2}$ ☐ מספר הגדול פי 2 מ- $1\frac{1}{2}$
- ב. מספר הגדול ב-2 מ-3.5 ☐ מספר הגדול פי 2 מ-3.5
- ג. מספר הגדול ב-2 מ-2 ☐ מספר הגדול פי 2 מ-2

9. השלימו את הטבלה (כפלו ב-10, כפלו ב-100, כפלו ב-1000).

המספר	· 10	· 100	· 1000
0.3			
	60		
		50	

משימות לתלמידים מתקדמים - באתר מתמטיקה שולבת

לעים הבנויים מגפרורים. רשום מתחת לכל רצף את מספר הגפרורים הדרושים כדי לבנות אותו.

ארבעה משולשים	שלושה משולשים	שני משולשים	משולש אחד
			
_____	_____	_____	_____
ארבעה ריבועים	שלושה ריבועים	שני ריבועים	ריבוע אחד
			
_____	_____	_____	_____
ארבעה מחומשים	שלושה מחומשים	שני מחומשים	מחומש אחד
			
_____	_____	_____	_____
ארבעה משושים	שלושה משושים	שני משושים	משושה אחד
			
_____	_____	_____	_____

מתקדמים? מצטיינים?

■ התייחסות לקצוות

□ מתקדמים - משימות קשות בשיעור, בבית, ופעילויות העמקה

□ מתקשים - פחות דרישות בשיעור, משימות מתאימות בבית

התייחסו לאוסף המשימות

משימות 6-13 בעמודים 18-20

איך אתם מציעים לתת שיעורי בית?

איך לבדוק?

אוסף המשימות לתרגול ולשיעורי בית

איך נותנים שיעורי בית?

משימות קלות מאוד	משימות קלות	משימות בינוניות	משימות קשות
משימה 6	משימות 14, 7, 8	משימות 10, 11	משימות 9, 13, 12

מספר משימות לבחירה - 2

איך בודקים? כמה משימות? מתי?

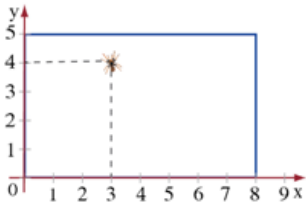
יחידה 6: חוקיות בייצוגים שונים

רְנָה דקארט היה מתמטיקאי שחי בצרפת במאה ה-17 לפי השמועה, כאשר שכב במיטה והביט למעלה, ראה עכביש זוחל על התקרה.



רְנָה דקארט שאל את עצמו איך יוכל לתאר את תנועת העכביש על התקרה.

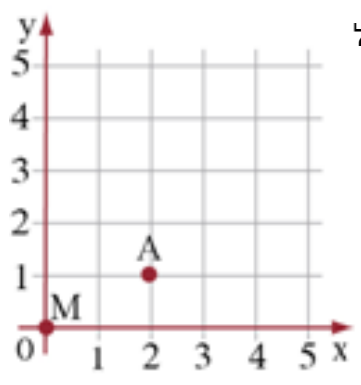
כך עלה אצלו הרעיון של מערכת צירים.



הציעו דרך לרשום את מקום העכביש.

תזכורת

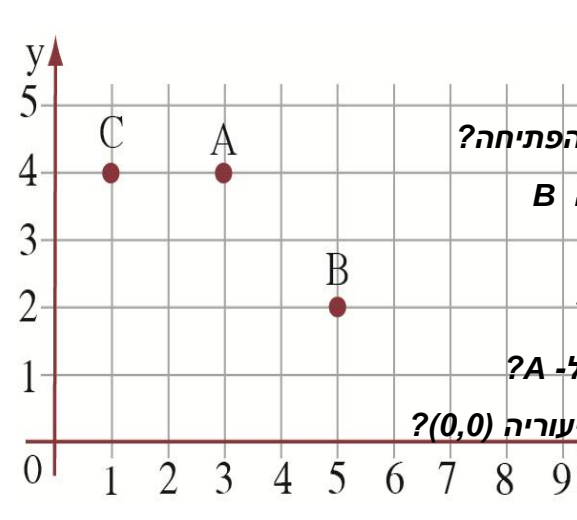
במערכת הצירים שני צירים מאונכים זה ל זה
נהוג לכנות את הציר האופקי, ציר x , ואת ציר y .
שיעורי כל נקודה במערכת צירים נרשמים שיעור x נרשם משמאל ושיעור y מימין.
במערכת הצירים מסומנות הנקודות:
 $M(0, 0)$, $A(2, 1)$



השתלמות קיץ 2011

35

לפניכם מערכת צירים.
ימה מסמנת הנקודה A ששיעוריה $(3,4)$ בסיפור הפתיחה?
יקבעו אם שיעורי הנקודה B הם $(2,5)$ או $(5,2)$.
ימהם שיעורי הנקודה C ?
יאילו נקודה קרובה יותר ל- A ?
יהיכן תמצא הנקודה ששיעוריה $(0,0)$?



השתלמות קיץ 2011

36

2. במערכת הצירים שלפניכם, לנקודה המסומנת ב- A מתאים הזוג הסדור $(5, 3)$

קוראים: חמש, שלוש, שימו לב לסדר הקריאה!

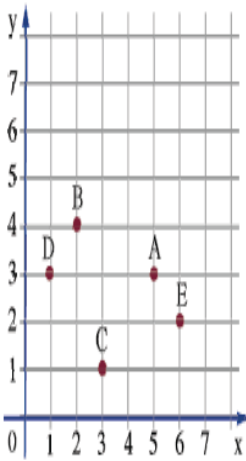
כלומר: שיעור x של הנקודה הוא 5.

שיעור y של הנקודה הוא 3.

רשמו זוגות הסדורים המתאימים לנקודות E, D, C, B.

C (,) B (,)

E (,) D (,)



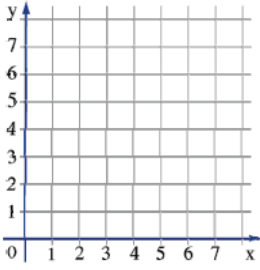
השתלמות קיץ 201137

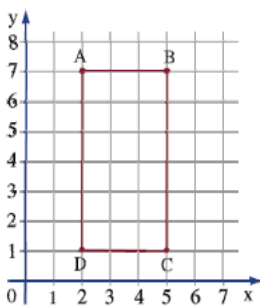
5. א. סמנו במערכת צירים את הנקודות:

D (2, 7) C (7, 7) B (7, 1) A (2, 1)

ב. חברו בקו את הנקודות A, B, C, D לפי סדר, ואת D ל-A.

איזו צורה קיבלתם?





12. לפניכם מלבן במערכת צירים.

א. רשמו את שיעורי הקודקודים של המלבן:

D (,) C (,) B (,) A (,)

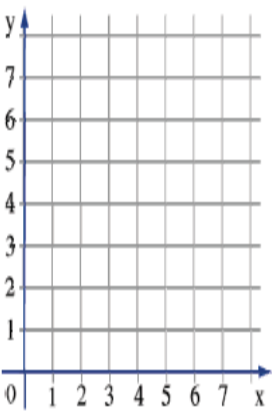
ב. סמנו את הנקודה E(4, 4) האם הנקודה בתוך המלבן?

מחוץ למלבן? על הצלעות?

ג. קבעו לכל אחת מהנקודות הבאות, האם היא בתוך המלבן?

מחוץ למלבן? על הצלעות?

K(1, 8) T(2, 6) M(6, 1) F(3, 7) P(3, 6)



13. לפניכם מערכת צירים.

א. שרטטו במערכת הצירים מלבן ABCD.

ב. מהם שיעורי הקודקודים של המלבן?

ג. סמנו נקודה E בתוך המלבן ורשמו את שיעוריה.

סמנו נקודה G מחוץ למלבן ורשמו את שיעוריה.

סמנו נקודה על אחת הצלעות ורשמו את שיעוריה.

ומה עם חוקיות? מה הקשר למערכת צירים?

השתלמות קיץ 2011

39

משימה

נתחו את שני השיעורים

האלגברה כמערכת ייצוגים

מעבר בין ייצוגים

הבנת התרומה של כל ייצוג

☐ רשמו את מטרת השיעור

☐ הציעו סיכומים

☐ שאלות, הערות והארות

מה אפשר לעשות עכשיו? מתי ואיך נשתמש?

מתי מערכת צירים שלמה?

מה בתכנית הלימודים?

השתלמות קיץ 2011

40

סיכום שיעור : דמי כיס



במשימה **דמי כיס** ראינו קשרים בין תיאורים שונים של אותו סיפור.

ראינו שאפשר לתאר סיפור מתמטי בדרכים שונות:

במילים בטבלה בגרף בביטוי אלגברי

- בטבלה רואים את המקרים הפרטיים ובעזרתם אפשר לגלות את החוקיות.
- בגרף מקבלים תמונה כללית, ניתן גם לראות את המקרים הפרטיים ולגלות את החוקיות.
- מהביטוי האלגברי ניתן לחשב את כל המקרים הפרטיים.