

יחידה 4: פרופורציה

שיעור 1. חיזוקים

שוויון בין יחסים, פתרון משוואות עם מכנים



המורה שושנה מחלקת לתלמידות מדבקות פרצופונים חייכנים ועצובים

נבחן את היחס בין מספר החייכנים למספר העצובים בכל עמוד, כלומר : :

נשווה בין עמודי המדבקות של התלמידות.

1. א. מהו היחס : אצל כל אחד מן התלמידות?

ב. האם מצאתם יחסים שווים?

מור	בג-אל	אורלי	שני	מירב



במשימה מצאנו שוויון בין יחסים. שוויון בין יחסים נקרא פרופורציה.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3}$$

דוגמה: בעמודי המדבקות מצאנו את הפרופורציה:

אומרים גם: קיימת פרופורציה בין מספר מדבקות החייכנים והעצובים אצל מירב, אורלי ובת-אל.

2. בעמוד של מור מצאנו $3:1 = \text{😊} : \text{😞}$ (כלומר: היחס בין מספר החייכנים למספר העצובים הוא 3 ל-1)

א. הציעו עמוד מדבקות משלכם שיש בו אותו היחס כמו של מור.

ב. רשמו את היחס בין 😊 של מור ובין 😊 בהצעה שלכם.

ג. רשמו את היחס בין 😞 של מור ובין 😞 בהצעה שלכם.

ד. האם יש קשר בין היחסים בסעיפים ב' ו-ג'?

3. ליעל 9 😊 ו-3 😞 . לדפנה 6 😊 ו-2 😞 .

א. מה מספרת הפרופורציה $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$?

ב. מצאו פרופורציות נוספות בין המספרים 9, 3, 6, 2.



4. אריאל מקשט את המחברת במדבקות צבעוניות, באדום, בכתום ובכחול.

אריאל בדק ומצא במחברתו: 17 אדום , 7 כתום ו-2 כחול .

הוא החליט להוסיף כל יום מדבקה נוספת מכל צבע, עד שיתקיים שוויון היחסים לגבי מספר המדבקות:

$$\frac{\text{אדום}}{\text{כתום}} = \frac{\text{כתום}}{\text{כחול}}$$

- יוני ניחש ואמר, אני חושב שהשוויון $\frac{\text{אדום}}{\text{כתום}} = \frac{\text{כתום}}{\text{כחול}}$ יתקיים בעוד 3 ימים. הוא בדק ומצא $\frac{20}{10} = \frac{10}{5}$.

- אורי בנה טבלה:

מספר מדבקות	מספר מדבקות	מספר מדבקות	
אדום	כתום	כחול	
2	7	17	היום
3	8	18	בעוד יום
4	9	19	בעוד יומיים
5	10	20	בעוד 3 ימים

אורי אמר:

בטבלה רואים שהשוויון $\frac{\text{אדום}}{\text{כתום}} = \frac{\text{כתום}}{\text{כחול}}$ יתקיים בעוד 3 ימים.

האם צריך לרשום בטבלה כל שורה? איך אפשר לקצר?

- בני כתב משוואה: $\frac{17+x}{7+x} = \frac{7+x}{2+x}$ מה לדעתכם מייצג x ? האם קל לפתור את המשוואה?

איזו דרך אתם מעדיפים? הסבירו.



במשימה 4 ראינו דרכים שונות לפתור שאלה של יחס:

• ניחוש ובדיקה

• טבלה

• משוואה

לא תמיד פתרון משוואות הוא הדרך הנוחה.

המשוואה של בני אינה פשוטה. נעסוק במשוואות קלות יותר לפתרון.

5. א. מצאו את x :

$$\frac{x}{5} = \frac{4}{10} \quad (1) \quad \frac{x}{10} = \frac{4}{10} \quad (2) \quad \frac{x}{20} = \frac{4}{10} \quad (3) \quad \frac{20}{x} = \frac{10}{4} \quad (4)$$

ב. הסבירו כיצד פתרם את המשוואות.

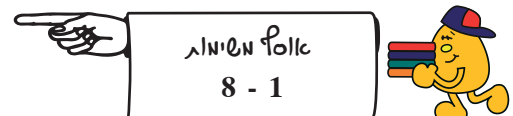
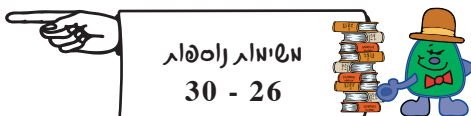
לאלו משוואות היה קל לנחש את הפתרון? האם נעזרתם בצמצום או בהרחבה?

ג. בחרו באחת המשוואות וכתבו סיפור משלכם הקשור ליחס.



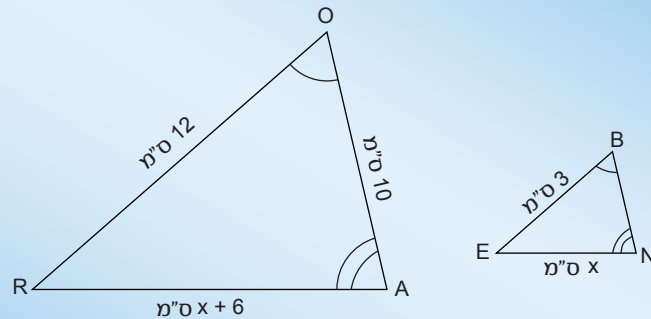
במשימה 6 פתרנו משוואות המייצגות שוויון בין יחסים (פרופורציה) בעזרת הרחבה או צמצום של שברים.

דוגמה: נפתור את המשוואה $\frac{x}{6} = \frac{4}{12}$ בעזרת צמצום שברים $\frac{4}{12} = \frac{2}{6}$, לכן $x = 2$



שיעור 2. צלעות פרופורציוניות במשולשים דומים

בשרטוט משולשים דומים: $\Delta ORA \sim \Delta BEN$



נחשב את אורכי הצלעות לפי הנתונים

1. א. מהו יחס הדמיון?
 ב. כתבו פרופורציה (שוויון בין יחסים) של צלעות המשולשים הדומים.
 ג. חשבו את אורכי כל הצלעות במשולשים הדומים.
 האם נעזרתם בהרחבה ובצמצום, בטבלה או במשוואה?
 ד. כדי למצוא את הצלעות EN ו-RA התלמידים רשמו את המשוואות: $x + 6 = 4x$, $\frac{x+6}{x} = \frac{12}{3}$, האם המשוואות מתאימות? הסבירו.

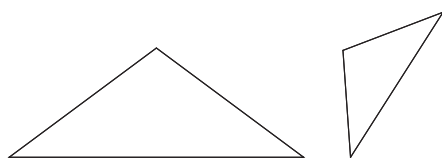
2. א. גיל מצא משולש נוסף הדומה למשולש ORA. אורך אחת הצלעות במשולש של גיל הוא 4 ס"מ. הציעו אורכי צלעות מתאימים למשולש של גיל. האם התשובה שמצאתם היא התשובה היחידה? הסבירו.
 ב. האם המשולש שהצעתם דומה גם למשולש BEN? מהו יחס הדמיון בין הצלעות המתאימות?



קיימת פרופורציה בין צלעות מתאימות במשולשים דומים.

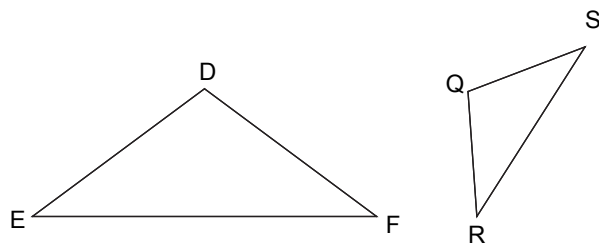
רושמים את יחס הדמיון בעזרת פרופורציה.

דוגמה: במשולשים הדומים $\Delta ORA \sim \Delta BEN$ קיימת הפרופורציה: $\frac{OR}{BE} = \frac{RA}{EN} = \frac{OA}{BN}$



3. נתונים שני משולשים שווי-שוקיים, אורכי הצלעות במשולש אחד הם: 10 ס"מ, 10 ס"מ, 16 ס"מ. אורכי הצלעות במשולש השני הם: 15 ס"מ, 15 ס"מ, 24 ס"מ. האם קיימת פרופורציה בין אורכי צלעות המשולשים?

4. המשולשים QRS ו-DEF הם משולשים דומים: $\triangle QRS \sim \triangle DEF$ בהתאמה.



במשולש QRS אורכי הצלעות הם:

8 ס"מ, 8 ס"מ, 8 ס"מ

במשולש DEF אורכי הצלעות הם:

10 ס"מ, a ס"מ, 15 ס"מ

מצאו את אורכי הצלעות החסרות. הסבירו כיצד חישבתם.

5. א. האם כל שני משולשים שווים צלעות דומים זה לזה? הסבירו.
ב. שרטטו זוג משולשים שווים צלעות ומצאו את יחס הדמיון שלהם.

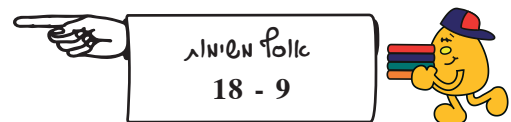
6. יחס הדמיון בין הצלעות של שני משולשים שווים-צלעות הוא 1:2

א. האם אפשר לדעת מהם אורכי צלעות המשולשים?

אם כן, מצאו את אורכי הצלעות, אם לא, מצאו דוגמאות שונות למידות אורך אפשריות.

ב. נתון גם שהצלע של משולש אחד ארוכה ב- 5 ס"מ מהצלע של המשולש האחר. מהם אורכי הצלעות בשני המשולשים?

7. שני משולשים חופפים, האם המשולשים דומים זה לזה? אם כן, מצאו את יחס הדמיון, אם לא, מצאו דוגמה לזוג משולשים חופפים שאינם דומים.



שיעור 3. נסיעת מבחן

יחס ופרופורציה - דרכי פתרון



יוסי עורך נסיעות מבחן למכוניות.

מכונית מדגם "סעו-נא" צרכה 18 ליטר דלק בנסיעה של 225 ק"מ.
מכונית מדגם "הנוסעים" צרכה 14 ליטר דלק בנסיעה של 175 ק"מ.
איזו מכונית חסכונית יותר?

1. נעזור ליוסי להגיע למסקנות.

א. כמה ק"מ נוסעת מכונית "סעו-נא" לליטר אחד של דלק?
כמה ק"מ נוסעת מכונית "הנוסעים" לליטר אחד של דלק?

ב. איזו מכונית חסכונית יותר?

ג. כמה ק"מ נוסעת כל אחת מהמכוניות ב- 25 ליטרים דלק?

ג. כמה דלק צורכת כל אחת מהמכוניות בנסיעה של 150 ק"מ?

ד. לאולם התצוגה הגיעו מכוניות חדשות מדגם "חוויה". מכונית זו פחות חסכונית ממכונית "סעו-נא".

האם ייתכן כי מכונית "חוויה" צורכת 12 ק"מ לליטר? 12.5 ק"מ לליטר? 13 ק"מ לליטר?

ה. יוסי טען: דגם "חוויה" אינו חסכוני. לא יימצאו לו קונים.

האם, לדעתכם, יוסי צודק? הסבירו.



2. טלי פתרה בוחן במתמטיקה.

היא רשמה ליד כל משוואה כיצד היא תפתור אותה.

$$\frac{x}{3} = 5 \quad / \cdot 3$$

$$3x = 4 \quad / \cdot 3$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x+5}{6} \quad / \cdot 6$$

$$\frac{x+5}{3} = \frac{x}{2} \quad / \cdot 6$$

א. האם בכל המשוואות הציעה טלי דרך מתאימה לפתרון? אם כן, הסבירו. אם לא, הציעו דרך שונה.

ב. מצאו בין המשוואות משוואה המתארת יחס (יש יותר ממשוואה אחת כזו), כתבו סיפור מתאים ופתרו את המשוואה.



3. "הדרים" ו"נטעים" הם שני יישובים שכנים. ב"הדרים" 600 משפחות וב"נטעים" 1,000 משפחות. מתקנים את כביש הגישה ליישובים, ושני היישובים מתחלקים בהוצאות באופן יחסי למספר המשפחות ביישוב.

עלות תיקון הכביש היא 400,000 ש"ח.

א. כמה ישלם כל אחד מן היישובים עבור תיקון הכביש?

ב. ילדי הכיתה פתרו את השאלה באמצעות ארבע משוואות שונות:

משוואה א: $1000x + 600x = 400,000$

משוואה ב: $5x + 3x = 400,000$

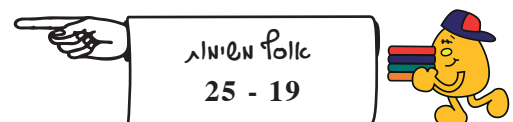
משוואה ג: $\frac{1000}{600} = \frac{x}{400,000 - x}$

משוואה ד: $\frac{600}{1600} = \frac{x}{400,000}$

- הסבירו את דרכי הפתרון. מה מבטא x בכל משוואה?
- אילו משוואות מסתמכות על יחס?
- האם דרך הפתרון שלכם דומה לאחת הדרכים?



במשימה 3 ראינו דרכים שונות לפתרון בעיות של יחס בעזרת משוואה. אפשר לפתור אותה שאלה בעזרת משוואות שונות, שבכל אחת מהן x מתאר גודל אחר.





1. א. באולם רקפת 35 שולחנות ו- 350 כיסאות, באולם כלנית 40 שולחנות ו- 400 כיסאות. הראו שקיימת פרופורציה בין מספר השולחנות למספר הכיסאות בשני האולמות.
- ב. בקלמר של דינה 12 טושים ו- 3 עפרונות, בקלמר של מירי 8 טושים ו- 2 עפרונות. האם קיימת פרופורציה בין מספר הטושים למספר העפרונות בשני הקלמרים?
- ג. בקייטנת המדעים 24 חניכים ו- 3 מדריכים, בקייטנת ספורט 30 חניכים ו- 5 מדריכים. האם קיימת פרופורציה בין מספר החניכים למספר המדריכים בשתי הקייטנות?



2. תמיר ואלעד משחקים בגולות.

א. לתמיר 15 גולות כחולות ו- 6 גולות אדומות  :  כתבו את היחס (היחס בין מספר הגולות הכחולות ובין מספר הגולות האדומות)

ב. לאלעד 10 גולות ירוקות  ו- 4 גולות צהובות  כתבו את היחס  :  (היחס בין מספר הגולות הירוקות ובין מספר הגולות הצהובות)

ג. כתבו את היחסים  :  ,  : 

ד. כתבו פרופורציות בין היחסים שחישבתם בסעיפים א-ג.



3. במשפחת פרץ אבא בן 42, עדי בת 14, נועה בת 6, מיכל בת 2 שנים.

א. ספרו במילים מה מתארת הפרופורציה: $\frac{2}{14} = \frac{6}{42}$

ב. ספרו במילים מה מתארת הפרופורציה: $\frac{2}{6} = \frac{14}{42}$

ג. מצאו פרופורציות נוספות בין ארבעת המספרים 2, 14, 6, 42



4. מצאו פרופורציות שונות בין ארבעת המספרים 3, 27, 6, 54

5. צחי אוסף סדרות של בולים. באלבום של צחי 16 בולים בסדרת החיות, 22 בולים בסדרת הפרחים, 11 בולים בסדרת האישים ובולים נופים נוספים בסדרת הנופים.

א. באלבום של צחי מתקיים השוויון $\frac{\text{מספר בולי אישים}}{\text{מספר בולי נופים}} = \frac{\text{מספר בולי פרחים}}{\text{מספר בולי חיות}}$ כמה בולים בסדרת הנופים?

ב. צחי קיבל מעטפה עם מספר שווה של בולים חדשים מכל סדרה. עם תוספת הבולים, מצא צחי באלבומו את היחס: $\frac{\text{מספר בולי נופים}}{\text{מספר בולי חיות}} = 5 : 3$ כמה בולים קיבל צחי מכל סדרה? הסבירו כיצד פתרתם (ניחוש ובדיקה, טבלה, משוואה).

6. קבוצת "ידע" וקבוצת "חוכמה" מתחרות בידיעת הארץ.

בסיום שלב א הייתה התוצאה 36:30 לטובת "ידע". בשלב ב נוספו לכל אחת מהקבוצות אותו מספר נקודות. מה הייתה התוצאה הסופית, אם קבוצת "ידע" ניצחה ביחס 10:9?



7. מצאו את x:

א. $\frac{x}{3} = \frac{4}{6}$ ב. $\frac{x}{5} = \frac{4}{5}$ ג. $\frac{x}{12} = \frac{5}{3}$ ד. $\frac{12}{x} = \frac{3}{5}$

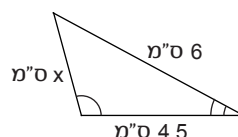
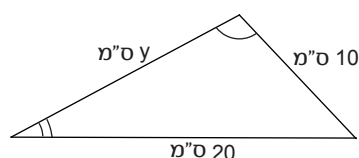
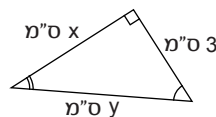
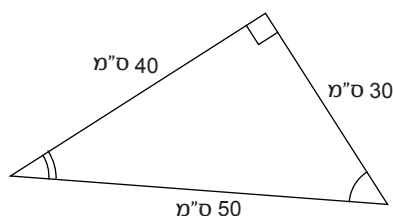
8. פתרו את המשוואות:

א. $\frac{x+1}{8} = \frac{1}{4}$ ב. $\frac{8}{x-4} = \frac{4}{1}$ ג. $\frac{x}{x+10} = \frac{1}{3}$

9. לפניכם משולשים דומים.

א. מצאו את יחס הדמיון.

ב. חשבו את אורכי הצלעות החסרות וכתבו שוויון בין יחסי צלעות מתאימות.



10. לפניכם משולשים דומים.

כתבו פרופורציה (יחסים שווים) ומצאו את אורכי הצלעות החסרות.



11. נתונים שני משולשים דומים. אורכי הצלעות במשולש אחד הם: 3 ס"מ, 4 ס"מ, x ס"מ
אורכי הצלעות במשולש השני הם: x+1 ס"מ, 8 ס"מ, y ס"מ
כתבו פרופורציה (שוויון בין יחסי הצלעות) במשולשים הדומים וחשבו את אורכי הצלעות החסרות.



12. נתונים שני משולשים שווי-שוקיים דומים זה לזה. יחס הדמיון הוא 3:5
היקף המשולש הקטן הוא 27 ס"מ
א. הציגו אורכים מתאימים לצלעות שני המשולשים.
ב. האם ייתכן שאורך השוק במשולש הקטן הוא 6.5 ס"מ? הסבירו.
ג. בדקו שוב את תשובתכם לסעיף א. האם הצעתכם מתאימה? הסבירו.



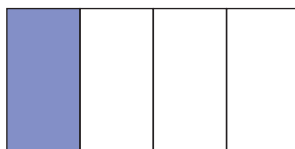
13. מצאו את x:

א. $\frac{x}{3} = \frac{21}{9}$ ב. $\frac{x}{20} = \frac{6}{5}$ ג. $\frac{x}{4} = \frac{9}{6}$ ד. $\frac{10}{x} = \frac{5}{6}$

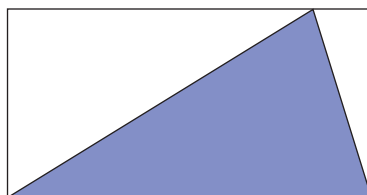


14. פתרו את המשוואות:

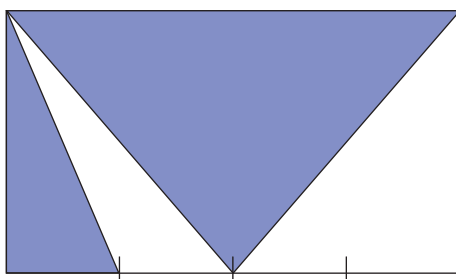
א. $\frac{x+1}{3} = \frac{28}{12}$ ב. $\frac{3}{x+1} = \frac{12}{28}$ ג. $\frac{x}{4} = \frac{x+1}{6}$ ד. $\frac{x-2}{5} = \frac{6}{15}$



15. צלע המלבן מחולקת ל-4 חלקים שווים.
א. איזה חלק של המלבן צבוע בכחול?
ב. מהו היחס בין השטח הכחול לשטח הלבן?



16. נתון מלבן.
א. איזה חלק של המלבן צבוע בכחול?
ב. מהו היחס בין השטח הכחול לשטח הלבן?



17. צלע המלבן מחולקת ל-4 חלקים שווים.
א. מהו היחס בין שטחי המשולשים הלבנים?
ב. מהו היחס בין שטחי המשולשים הכחולים?
ג. מהו היחס בין השטח הכחול לשטח הלבן בציור?



18. בחרו ספרים בגדלים שונים.

חשבו את היחס בין אורך העמוד לרוחב העמוד בכל ספר.
תוכלו להיעזר במחשבון לחישוב היחס.
האם מצאתם שוויון בין היחסים?



19. יאיר ואבנר עבדו בחופשת הקיץ.

יאיר עבד בספרייה 20 שעות והשתכר 360 ש"ח, אבנר הדריך במועדון 12 שעות והרוויח 216 ש"ח.
האם השכר לשעת עבודה בספרייה שווה לשכר לשעת עבודה במועדון?



20. בסופרמרקט מוכרים עוגיות מאותו סוג בשתי אריזות שונות.



איזו אריזה חסכונית יותר? הסבירו.



21. בסופרמרקט מוכרים חטיף מאותו סוג באריזות שונות:

באריזה רגילה 50 גרם במחיר 4.80 ש"ח.

באריזה משפחתית 400 גרם במחיר 36 ש"ח.

באריזה אישית 25 גרם במחיר 3 ש"ח.

א. איזו אריזה היא החסכונית ביותר?

ב. בסופרמרקט הכריזו על מבצע: קנו שתי אריזות חטיף אישיות וקבלו אג השלישי חינם!

איזו אריזה היא החסכונית ביותר בזמן המבצע? הסבירו.



22. בקרו בחנות הקרובה לביתכם, בחרו מוצר מסוים שנמכר באריזות שונות.

העתיקו מן האריזה מהו המשקל של כל אריזה ומהו מחירה.

בבית חשבו מהי האריזה החסכונית ביותר.



23. לפניכם רשימה של מוצרים שונים:

תזכורת: 1 ליטר = 1000 מ"ל (מיליליטר - אלפית הליטר)

פחית שתייה: 250 מ"ל, 5 ש"ח

קרם גוף: 200 מ"ל, 42 ש"ח

בקבוק בושם: 50 מ"ל, 120 ש"ח

דיו למדפסת: 42 מ"ל, 118 ש"ח

טיפות עיניים: 15 מ"ל, 23 ש"ח



א. קבעו איזה מהמוצרים הוא - באופן יחסי - היקר ביותר.

ב. מה יקרה אם נדרג את המוצרים לפי זמן השימוש (דקות, ימים, שבועות, חודשים)? הסבירו.



24. הנסיעה במעלית מוגבלת ל- 12 מבוגרים או ל- 20 ילדים. כרגע נמצאים במעלית

7 מבוגרים.

כמה ילדים, לכל היותר, יכולים להצטרף? הסבירו.



25. דני ועוזי פתרו בעיה במתמטיקה.

דני כתב את המשוואה: $3x + 4x = 63$

עוזי כתב את המשוואה: $\frac{3}{4} = \frac{x}{63-x}$

ספרו סיפור מתאים לבעיה של דני ושל עוזי. ציינו מה מייצג x בכל משוואה.



26. א. בחרו שניים מבני המשפחה שלכם, וכתבו יחסים מתאימים בין הגילים שלהם.

ב. האם יש יחסים שווים במשפחה?



27. במשפחת פרופר ארבעה אחים. ראובן הבכור בן 16, שמעון בן 12 ולוי בן 4 ויהודה בן 3.

א. מצאו יחסים בין גילי האחים במשפחת פרופר.

ב. ציינו יחסים שווים.



28. במשפחת יחסי שלוש אחיות. שרה הבכורה בת 18, רבקה בת 12 ורחל בת 8.

א. מצאו שוויון בין יחסי גילים במשפחת יחסי.

ב. לפני כמה שנים היה היחס בין הגיל של רחל לגיל של רבקה 3:5?



29. במשפחת יוחאי אבא בן 36, אמא בת 32, רעות בת 9 והבן הצעיר אבנר.

א. היחס בין הגילים של אבא ושל רעות שווה ליחס בין הגילים של אמא ושל אבנר. בן כמה אבנר? הסבירו.

ב. לפני כמה שנים היה היחס בין הגיל של אבנר לגיל של אמא 1:9?



30. עדי בת 14.

א. אמא הייתה בת 25 כאשר נולדה עדי. מהו היחס בין הגילים של עדי ושל אמא כיום?

ב. מה היה היחס בין הגילים של עדי ושל אמא לפני 4 שנים?

ג. בעוד כמה שנים יהיה היחס בין הגילים שלהן 4:9?

שוארים על כושר

1. א. אני גדול מ- $\frac{1}{3}$ וקטן מ- $\frac{2}{3}$ והמכנה שלי הוא 2. מי אני?
- ב. אני גדול מ- $\frac{1}{3}$ וקטן מ- $\frac{1}{2}$ והמכנה שלי הוא 5. מי אני?
- ג. אני גדול מ- $\frac{1}{3}$ וקטן מ- $\frac{1}{2}$ והמכנה שלי הוא 7. מי אני?

2. פתרו:

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| א. $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ | ב. $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$ | ג. $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5}$ | ד. $\frac{3}{5} : \frac{1}{5}$ |
| ה. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ | ו. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ | ז. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$ | ח. $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ |

3. השלימו:

א. $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{20} = \frac{15}{\quad}$ ב. $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{20} = \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{100}$

4. עגלו את המספר 2173

א. לעשרות ב. למאות ג. לאלפים

5. משקלו של תינוק לאחר עיגול למאות הוא 5,700 ק"ג. כתבו שתי אפשרויות למשקל התינוק.

6. אמדו את התוצאה וכתבו אם האומדן של התוצאה גדול או קטן מן התוצאה המדויקת.

א. $49.4 + 51.4$ ב. $7.107 - 7.1003$ ג. $41:19$

7. פתרו את המשוואות:

א. $x + 5 = 10$ ג. $x - 5 = 10$ ה. $5x = 10$ ז. $\frac{x}{5} = 10$

ב. $x + 10 = 5$ ד. $x - 10 = 5$ ו. $10x = 5$ ח. $\frac{x}{10} = 5$

8. פתרו את המשוואות:

א. $\frac{x}{5} = 10$ ג. $\frac{2x}{5} = 10$ ה. $\frac{x+2}{5} = 10$

ב. $\frac{50}{x} = 10$ ד. $\frac{50}{2x} = 10$ ו. $\frac{50}{x+2} = 10$

9. העתיקו את הטבלה, והשלימו אותה:

מילימטר (מ"מ)	סנטימטר (ס"מ)	מטר (מ')	קילומטר (ק"מ)
1		0.001	
	17		
		2	
			3.4

10. א. אורך עיפרון 20 ס"מ. מה אורכו במילימטרים? מה אורכו במטרים?

ב. אורך בריכת שחייה אולימפית 50 מ'. מה אורך הבריכה בק"מ? מה אורך הבריכה בס"מ?

ג. המרחק ממטולה לאילת הוא 420 ק"מ. מה המרחק במטרים?

ד. עוביו של דף רגיל הוא 0.1 מ"מ. מה עובי הדף בס"מ?