

יחידה 36: פיתגורס במנסרות ופירמידות

שיעור 1. מהי מנסרה?



לפניכם צילומים של מבנים בעולם.

רשמו את שם הגוף של כל מבנה.

האם אתם יודעים את העיר (או המדינה) שבה נמצא המבנה?*

נחקר מנסרות ופירמידות בעזרת משפט פיתגורס.

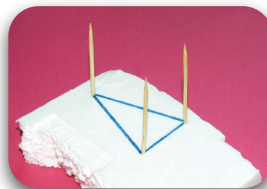
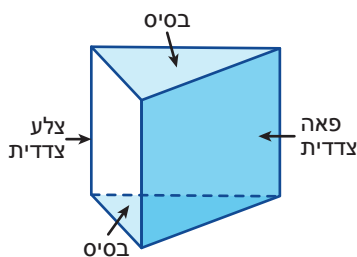
אנלמאכ ואיילקוט אקט; לאטמו	סיסא-קט, קאלטו, קאלטו; לאטמו
סלסד לזקט ואילקוט סטסדט טלסוטט; טפלט	טנז קל טלסוטט טלסוטט; סילטט *

1. במה דומים ובמה שונים הגופים שבשרטוט?



הגופים המשורטטים במשימה 1 נקראים מנסרות.

2. א. בנו שלד של מנסרה שבסיסה משולש, כך: שרטטו על קלקר

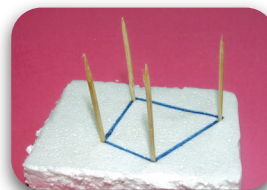
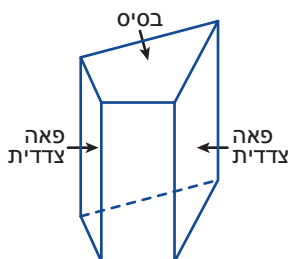


משולש בקודקודי המשולש, והעמידו קיסמים (או דוקים), שאורכם שווה, כך שיהיו מאונכים למישור הקלקר.

- כמה בסיסים למנסרה?

כמה פאות צדדיות?

- מה הצורה של כל פאה צדדית?



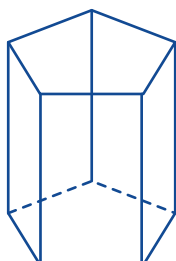
ב. בנו שלד של מנסרה שבסיסה מרובע, כך:

שרטטו על קלקר מרובע והעמידו בקודקודי המרובע, קיסמים (או דוקים), באורך שווה, כך שיהיו מאונכים למישור הקלקר.

- כמה בסיסים למנסרה?

כמה פאות צדדיות?

- מה הצורה של כל פאה צדדית?



ג. בנו שלד של מנסרה שבסיסה מחומש, כך: שרטטו על קלקר מחומש

והעמידו בקודקודי המחומש, קיסמים (או דוקים), שאורכם שווה,

כך שיהיו מאונכים למישור.

- כמה בסיסים למנסרה? כמה פאות צדדיות?

- מה הצורה של כל פאה צדדית?



במשימה 2 בניתם **מנסרות ישרות**.

למנסרה ישרה **שני בסיסים** שהם מצולעים **חופפים**.

הצלעות הצדדיות במנסרה ישרה **מאונכות** למישורי הבסיס, ולכן הן נקראות גם **גבהים**.

הפאות הצדדיות של מנסרה ישרה הן מלבנים.

נעסוק רק במנסרות ישרות ונקרא להן **מנסרות**.

המנסרה נקראת לפי צורת בסיסה.



דוגמאות: בסעיף א קיבלתם מנסרה **משולשת**, בסעיף ב מנסרה **מרובעת**, ובסעיף ג מנסרה **מחומשת**.

3. מי מהבנים בשאלת הפתיחה הם מנסרות? רשמו שמות מתאימים למנסרות.

4. א. איך נקראת מנסרה שבסיסה מלבן?

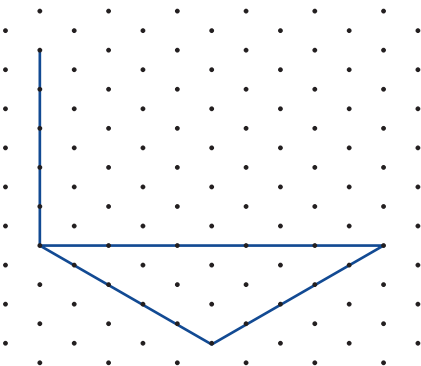
ב. איך נקראת מנסרה שכל פאותיה ריבועים?

ג. האם קיימת מנסרה שבסיסה ריבועים ואינה קובייה?



תיבה היא מנסרה שבסיסה מלבנים. קובייה היא תיבה שכל פאותיה ריבועים.

5. העתיקו את השרטוט על דף איזומטרי והשלימו למנסרה משולשת.

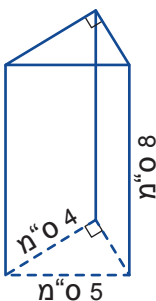


6. הבסיסים במנסרה המשולשת שבשרטוט, הם משולשים ישרי זווית.

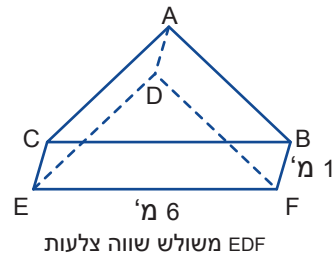
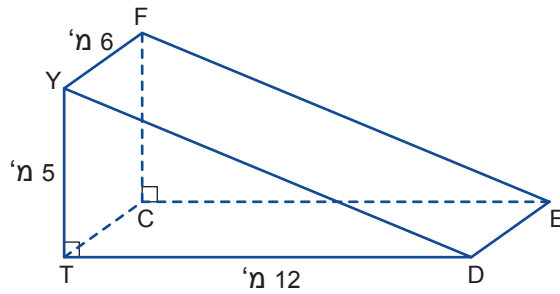
א. חשבו את שטח הבסיס.

ב. חשבו את השטח של כל אחת מהפאות הצדדיות (אפשר לשרטט את הפאות מחוץ לתיבה).

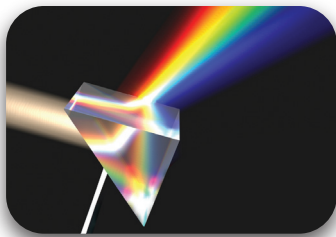
ג. חשבו את שטח הפנים של המנסרה.



7. לפניכם שרטוטים של שתי מנסרות.



עבור כל מנסרה:



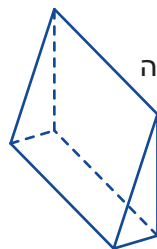
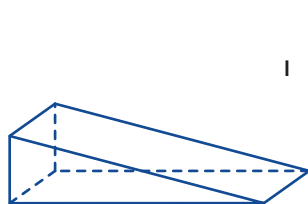
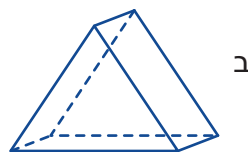
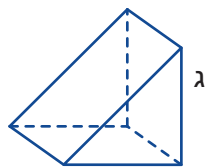
- שרטטו במחברת בסיס אחד, קרשמו את האותיות המתאימות, וחשבו את שטחו. (דייקו עד ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית).
- שרטטו את שלושת הפאות כפי שהן נראות במישור קרשמו את האותיות המתאימות, וחשבו את השטחים שלהן.
- חשבו את שטח הפנים.



1. הביאו לשיעור הבא חפצים בצורת מנסרות.

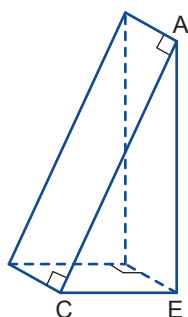


2. העתיקו שרטוטים על דף שקוף. סמנו באותיות את קודקודי אחד הבסיסים של כל מנסרה. מה המשותף לכל המנסרות?





3. במנסרה מסומנות חלק מהזוויות הישרות. כמה זוויות ישרות יש עוד?



4. העתיקו את זוגות הבסיסים למחברת והשלימו, אם אפשר, את שרטוט המנסרות.

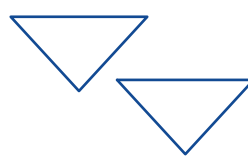
ד



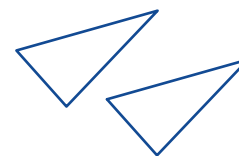
ג



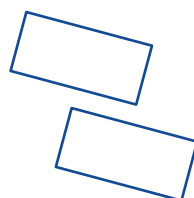
ב



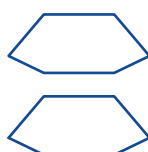
א



ח



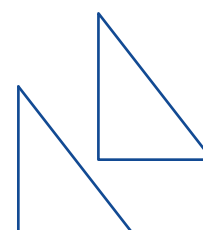
ז



ו



ה



5. משורטט אוהל סירים.



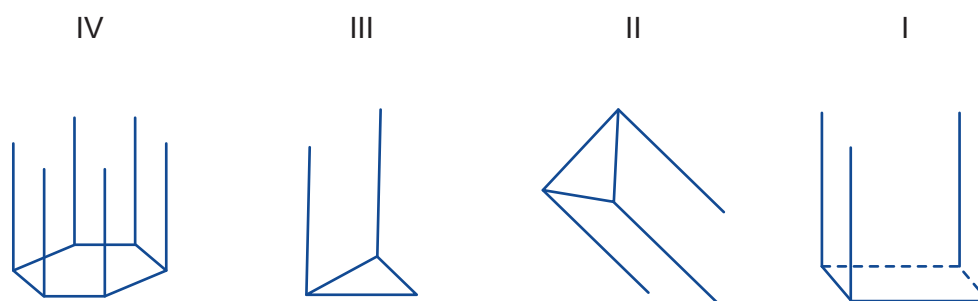
א. האם האוהל הוא מנסרה?

אם כן, העתיקו השרטוט למחברת, וצבעו בסיס אחד.

ב. כמה פאות צדדיות למנסרה? מה צורתן?



6. א. העתיקו את השרטוטים והשלימו למנסרות.



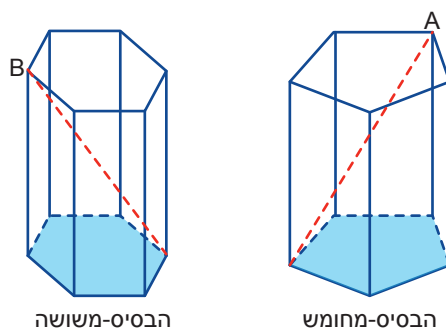
ב. רשמו שם מתאים לכל מנסרה.



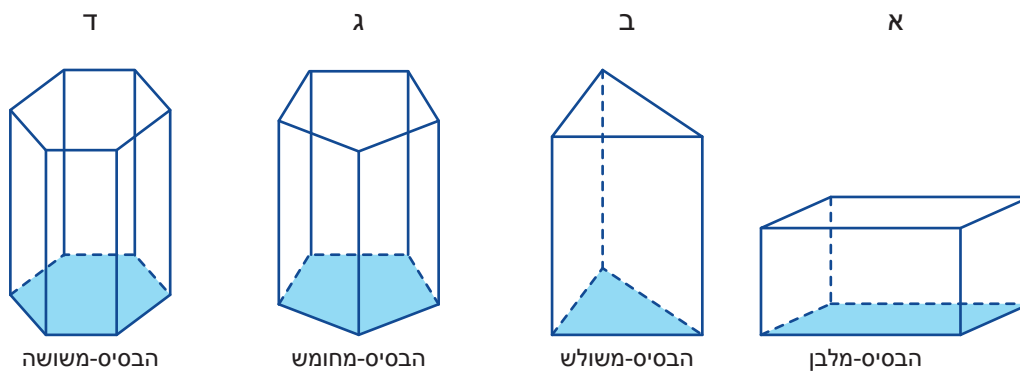
7. בשרטוט פאה של מנסרה. העתיקו אותה למחברת ושרטטו שלוש מנסרות שונות שזו הפאה שלהן: תיבה, מנסרה משולשת ומנסרה מחומשת.



8. בכל מנסרה, משורטט אלכסון מהקודקוד המסומן, שאינו אלכסון פאה. כמה אלכסונים (שאינם אלכסוני פאה) יש לכל אחת מהמנסרות מהקודקוד המסומן?



9. כמה אלכסונים, שאינם אלכסוני פאות, יש לכל אחת מהמנסרות?





10. א. כמה אלכסונים (שאינם אלכסוני פאה) במנסרה משולשת, במנסרה מרובעת, במנסרה מחומשת, במנסרה משושה, במנסרה מתומנת?

ב. כמה אלכסונים (שאינם אלכסוני פאה) במנסרה שבסיסה מצולע בן n צלעות?



11. קבעו אם הטענות נכונות או לא נכונות.

א. קוביה היא מנסרה.

ב. תיבה היא מנסרה.

ג. מספר הצלעות של מנסרה הוא תמיד 12.

ד. יש מנסרה שמספר צלעותיה הוא 12.

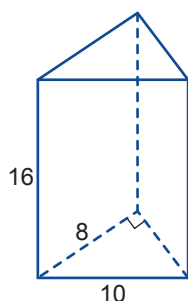
ה. מספר הצלעות של מנסרה הוא פי 2 ממספר קודקודי הבסיס.

ו. מספר הצלעות של מנסרה הוא פי 3 ממספר קודקודי הבסיס.

ז. מספר הצלעות של מנסרה הוא כמספר קודקודי הבסיס.



12. חשבו את שטח הפנים של המנסרה (אפשר לשרטט את הפאות מחוץ למנסרה).
יחידות האורך בס"מ.

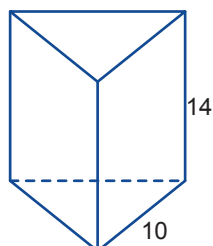
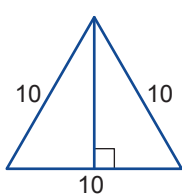


13. בסיס המנסרה הוא משולש שווה צלעות. יחידות האורך הן בס"מ.

א. האם הפאות הצדדיות חופפות?

ב. חשבו את שטח הפנים של המנסרה.

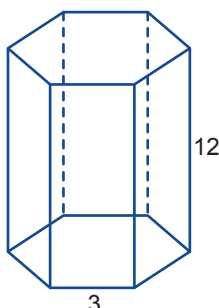
היעזרו בשרטוט הבסיס.



14. בסיס המנסרה הוא משושה משוכלל. יחידות האורך הן בס"מ.

חשבו את שטח הפנים של המנסרה.

(אפשר להיעזר בשרטוט הבסיס.)

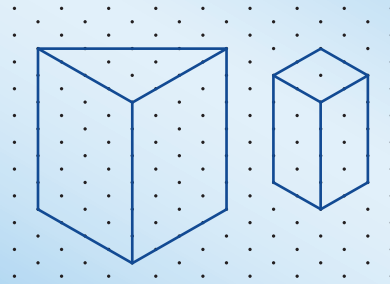




שיעור 2. נפח מנסרה

נסו למצוא את נפח המנסרות.

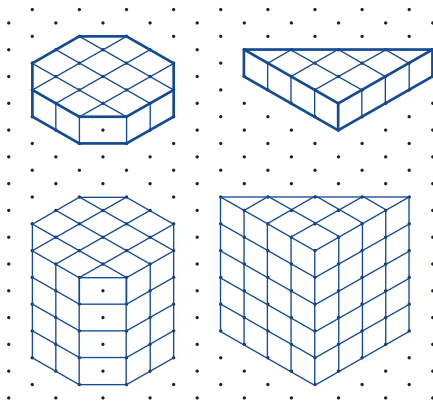
הקובייה  היא יחידה אחת של נפח.



נמצא נפח מנסרה.

1. א. מצאו את מספר הקוביות ב"פרוסה" אחת ואת מספר ה"פרוסות" בכל מנסרה.

הקובייה  היא יחידה אחת של נפח.



ב. מהו שטח הבסיס של כל מנסרה?

מה הגובה שלה?

השוו למה שקיבלתם בסעיף א.

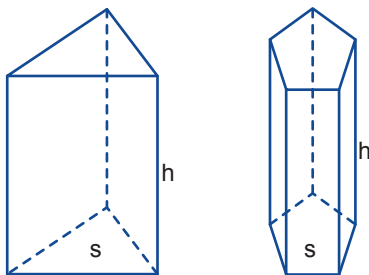
ג. מה הנפח של כל אחת מהמנסרות?



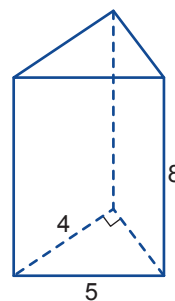
נפח של מנסרה הוא:

מכפלה של שטח הבסיס של המנסרה בגובה שלה.

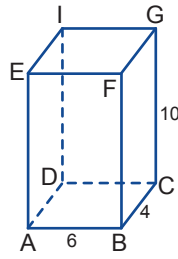
רשמים $S \cdot h$ (S שטח הבסיס, h גובה המנסרה).



2. חשבו את נפח המנסרה.



3. חשבו את נפח התיבה (יחידות האורך בס"מ).



ניר אמר: כפלתי את שטח הבסיס ABCD באורך הגובה GC.

הדר אמרה: כפלתי את שטח הפאה GFBC באורך הצלע AB.

מה דעתכם על כל אחת מהדרכים?



תיבה היא מנסרה שבה כל פאה יכולה לשמש כבסיס, וכל צלע יכולה לשמש כגובה התיבה.

נפח התיבה שווה למכפלה של שטח פאה בצלע שהיא אנך למישור הפאה.

4. חשבו את נפח כל אחת מהמנסרות.

(אפשר להיעזר בשרטוטי הבסיסים מתחת לכל מנסרה,

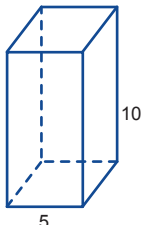
כפי שהם נראים במישור)

יחידות האורך בס"מ.

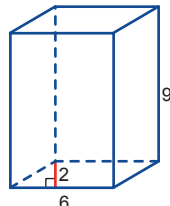
יש לדייק עד לספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.



הבסיס משולש שווה צלעות



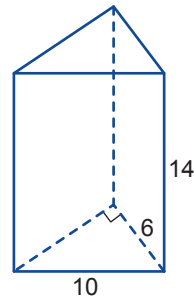
הבסיס ריבוע



הבסיס מקבילית



1. חשבו את נפח המנסרה.

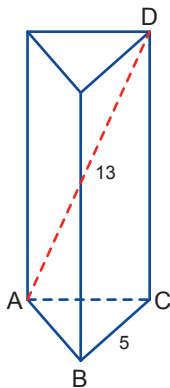
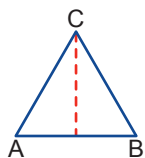


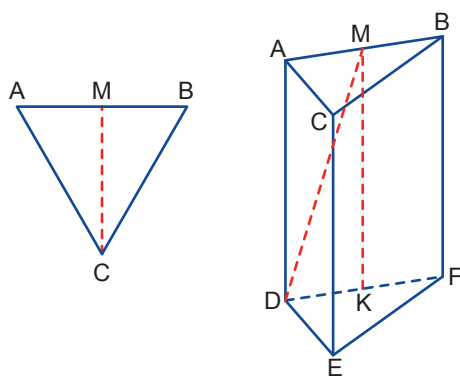
2. בסיס המנסרה הוא משולש שווה צלעות שאורך צלעו 5 ס"מ.

א. חשבו את שטח הבסיס ABC (משורטט מחוץ למנסרה).

ב. אורך אלכסון הפאה, (AD) הוא 13 ס"מ. חשבו את גובה המנסרה.

ג. חשבו את נפח המנסרה.





3. בסיס המנסרה הוא משולש שווה צלעות שאורך צלעו 18 ס"מ

M אמצע הצלע AB, K אמצע הצלע DF.

א. חשבו את שטח הבסיס ABC (משורטט מחוץ למנסרה).

ב. אורך DM הוא 15 ס"מ. חשבו את גובה המנסרה.
(כדאי ליצור את משולש DMK בדגם של המנסרה על קלקר ולשרטט את המשולש מחוץ למנסרה).

ג. חשבו את נפח המנסרה.



4. **רותי** אמרה: כל פעם שאני מסתכלת על שלושת מגדלי עזריאלי,

מגדל אחר נראה לי הגבוה ביותר.

א. חשבו את גובה כל אחד מהמגדלים על פי מספר הקומות ועל פי גובה כל קומה.

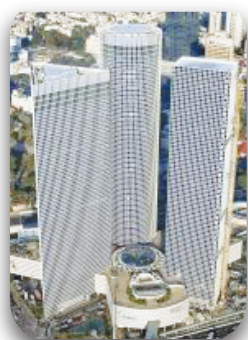
המגדל העגול: מספר קומות 49. גובה כל קומה 3.82 מ'.

המגדל המשולש: מספר קומות 46. גובה כל קומה 3.67 מ'.

המגדל הריבועי: מספר קומות 42. גובה כל קומה 3.67 מ'.

ב. חשבו את נפח כל אחד מהמגדלים על פי שטח הבסיס המגדל:

המגדל העגול 1535 מ"ר, המגדל המשולש: 1449 מ"ר, המגדל הריבועי: 1385 מ"ר.

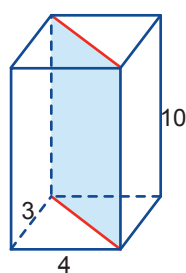


5. חצו את התיבה לאורך אלכסוני הבסיסים של התיבה - צבועים באדום (ראו שרטוט).

א. אילו שני גופים נוצרו?

ב. מה נפח כל אחד מהגופים שנוצרו?

ג. חשבו את שטח הפאה המשותפת לשני הגופים.

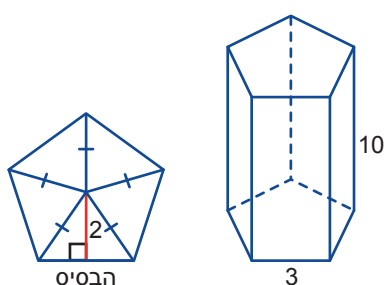


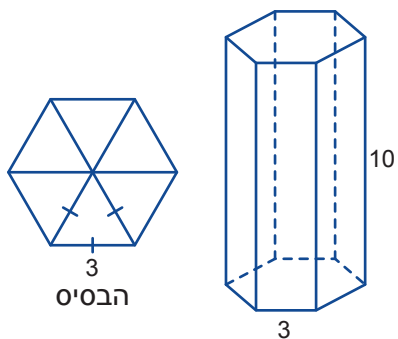
6. בסיס המנסרה הוא מחומש משוכלל (משורטט מחוץ למנסרה).

יחידות האורך בס"מ.

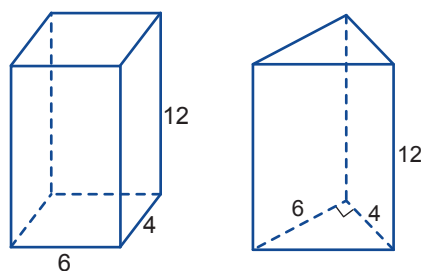
א. חשבו את שטח הבסיס.

ב. חשבו את נפח המנסרה.

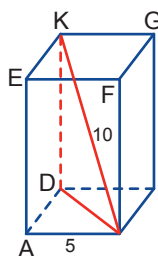




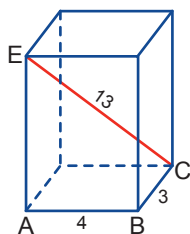
7. בסיס המנסרה הוא משושה משוכלל (משורטט מחוץ למנסרה).
יחידות האורך בס"מ.
חשבו את נפח המנסרה.



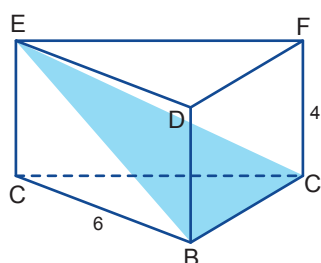
8. בשרטוט שתי מנסרות: תיבה ומנסרה משולשת.
איזה גוף הוא בעל נפח גדול יותר? פי כמה?
(יחידות האורך בס"מ.)



9. חשבו את נפח התיבה שבסיסה ריבוע. יחידות האורך בס"מ.
(חשבו תחילה את אלכסון הבסיס.)



10. EC אלכסון התיבה. $EC = 13$.
חשבו את נפח התיבה שבסיסה מלבן. יחידות האורך בס"מ.



11. בסיס המנסרה הוא משולש שווה צלעות. יחידות האורך בס"מ.
א. חשבו את נפח המנסרה.
ב. מהו סוג המשולש הצבוע? חשבו את שטחו.



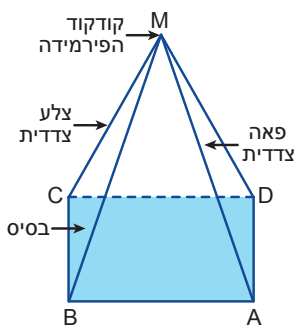
12. בשרטוט אריזת שוקולד בצורת מנסרה שבסיסה משולש שווה צלעות.
אורך צלע המשולש 4 ס"מ.
נפח האריזה 111 סמ"ק.
האם אפשר לשים באריזה, שוקולד בצורת מנסרה שבסיסה משולש
שווה צלעות, שאורך צלע הבסיס 3.5 ס"מ וגובהה 22 ס"מ?

שיעור 3. פירמידה



בתמונה העליונה הפירמידה שבגיזה שבמצרים.
בתמונה השנייה הפירמידה מזכוכית בכניסה למוזיאון הלובר שבפריז.

נחשב את שטח הפאות הצדדיות של שתי הפירמידות.



1. א. בנו שלד של פירמידה, כך:

- שרטטו מלבן על קלקר.
- נעצו 4 דוקים והפגישו אותם בנקודה אחת (ראו שרטוט).
- לצלע הפירמידה קוראים גם **מקצוע**.

ב. מהו סוג המשולש של כל פאה צדדית?

ג. האם יש זוגות של פאות צדדיות חופפות? אם כן, קרשו אותם והוכיחו.



לפירמידה יש **בסיס אחד**. הבסיס הוא מצולע. שם הפירמידה נקבע לפי בסיסה.

פירמידה ישרה היא פירמידה שכל צלעותיה הצדדיות שוות.

נעסוק רק בפירמידות ישרות.

הפאות הצדדיות הן **משולשים שווים שוקיים**.



פירמידה מלבנית



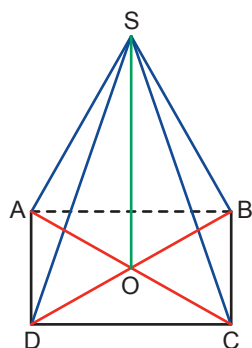
פירמידה משולשת



פירמידה מחומשת

ד. כמה צלעות צדדיות יש לכל אחת מהפירמידות המשורטטות במסגרת?

היכן גובה הפירמידה?



2. משורטטת פירמידה מלבנית.
- א. הוכיחו כי SO הוא גובה במשולש BSD .
- ב. הוכיחו כי SO הוא גובה במשולש ASC .



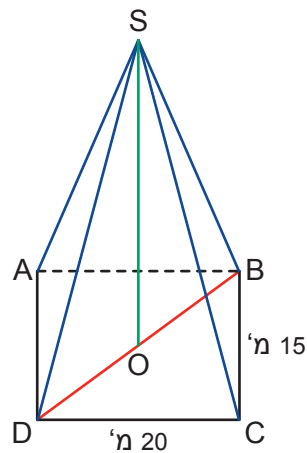
במשימה 2 ראינו כי SO מאונך לשני האלכסונים של המלבן. SO נקרא גובה הפירמידה.

גובה הפירמידה הוא אנך למישור בסיס הפירמידה.

3. א. חשבו את אלכסון המלבן, (DB).

ב. חשבו את גובה הפירמידה, (SO).

היעזרו בשרטוט משולש SOB מחוץ לפירמידה.



4. בצילום, הפירמידה בגיזה שבמצרים.

בספר הראשון של כיתה ח מצאנו בעזרת דמיון משולשים שגובה הפירמידה הוא 147 מטר.

בעבר ציפו את הפאות הצדדיות באבן גיר מבריק.

נחשב את השטח הכולל של הציפוי.

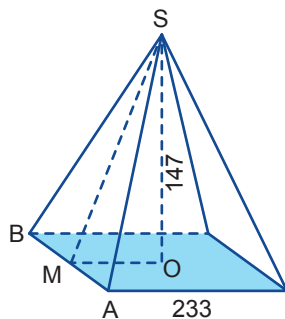
לפניכם דגם של הפירמידה. הפירמידה ריבועית.



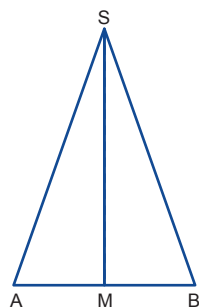
א. מה צורתן של ארבעת הפאות הצדדיות? האם הן חופפות? הסבירו.

ב. חשבו את שטחה של פאה אחת. O מפגש אלכסוני הבסיס.

היעזרו בשרטוטים של משולש SMO ושל פאה צדדית אחת SAB.



ג. חשבו את שטח הציפוי.



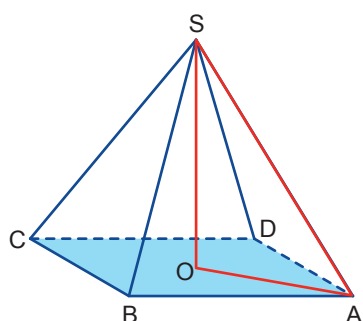
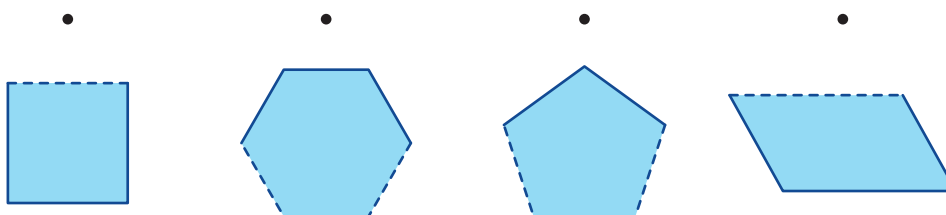
שטח הפנים של הפירמידה הוא סכום שטחי הפאות הצדדיות ושטח הבסיס.



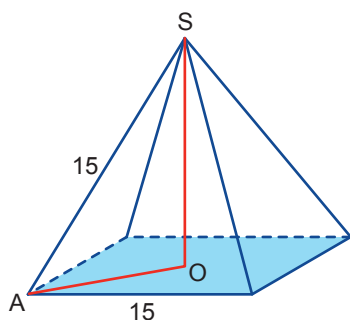
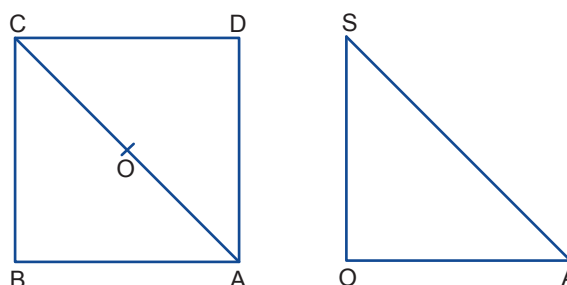
מוזיאון הלובר בפריז הוא אחד הוותיקים, הגדולים והמפורסמים ביותר בעולם. הפירמידה שבחצר הראשית של מוזיאון הלובר, משמשת ככניסה למוזיאון. בשנים 1984 - 1989 היו שיפוצים של המוזיאון ובמסגרתם נבנתה הפירמידה. היא עשויה מזכוכית ומתכת. היא מורכבת מ- 603 מעוינים ומ- 70 משולשים העשויים מזכוכית.



1. העתיקו את השרטוטים למחברת והשלימו את שרטוט הפירמידות שבסיסיהם משורטטים.



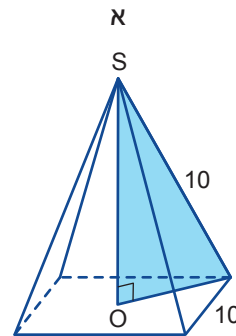
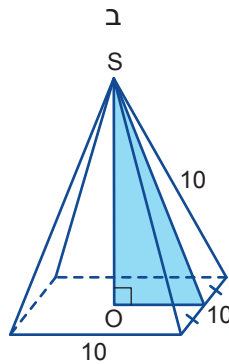
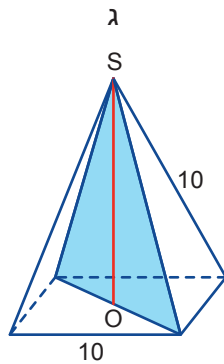
2. לפניכם פירמידה שבסיסה ריבוע. אורך צלע הבסיס 4 ס"מ, ואורך צלע צדדית 5 ס"מ. א. חשבו את אורך אלכסון הבסיס. (תוכלו להיעזר בשרטוט הבסיס). ב. חשבו את גובה הפירמידה. O מפגש האלכסונים של הבסיס. (תוכלו להיעזר בשרטוט משולש SOA ולרשום את הגדלים הידועים).



3. בסיס הפירמידה הוא ריבוע. O מפגש האלכסונים של הבסיס. אורך כל אחת מהצלעות 15 ס"מ. חשבו את גובה הפירמידה.

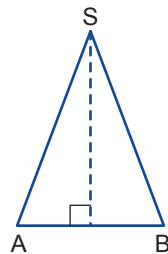
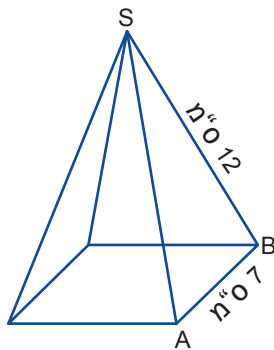
4. לפניכם שרטוטים של פירמידות שבסיסיהן ריבוע. SO גובה הפירמידה. עבור כל שרטוט:

- קשמו את סוג המשולש הצבוע.
- חשבו את שטח המשולש. יחידות האורך בס"מ.



5. בשרטוט פירמידה שבסיסה ריבוע ושרטוט של הפאה SAB .

א. מה שטח הפאה SAB ?



ב. חשבו את שטח הפנים של הפירמידה.

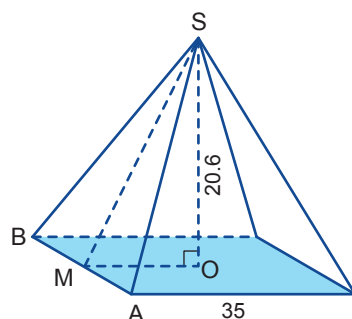
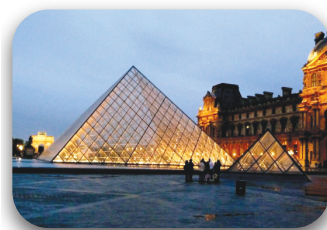
6. בצילום, הפירמידה בלובר. הבסיס ריבוע.

א. לפניכם שרטוט של דגם הפירמידה. (יחידות האורך במטרים).

O מפגש אלכסוני הבסיס.

שרטטו את משולש SOM מחוץ לפירמידה

וחשבו את גובה הפאה הצדדית, SM.



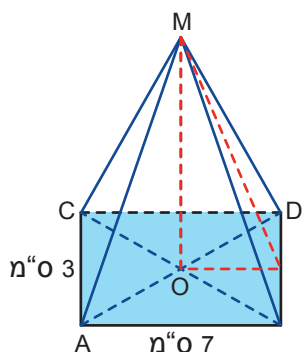
ב. חשבו את סכום שטחי הפאות הצדדיות העשויות מזכוכית.



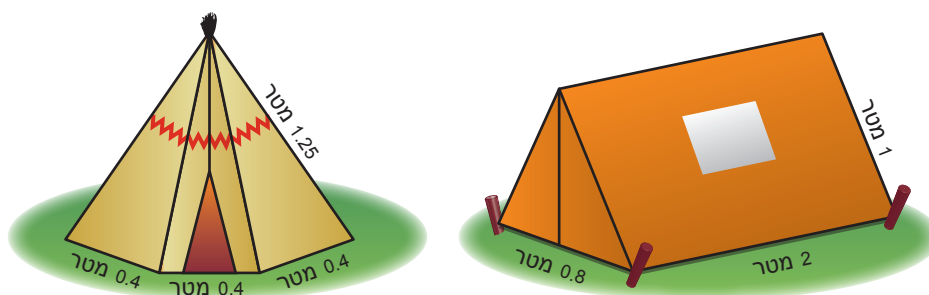
7. לפניכם פירמידה שבסיסה מלבן. גובה הפירמידה 9 ס"מ.

חשבו את שטח הפנים של הפירמידה.

שימו לב: לא כל הפאות הצדדיות זהות.



8. לפניכם שרטוטים של שני אוהלים. האוהלים (ללא הרצפה) עשויים מיריעות PVC.



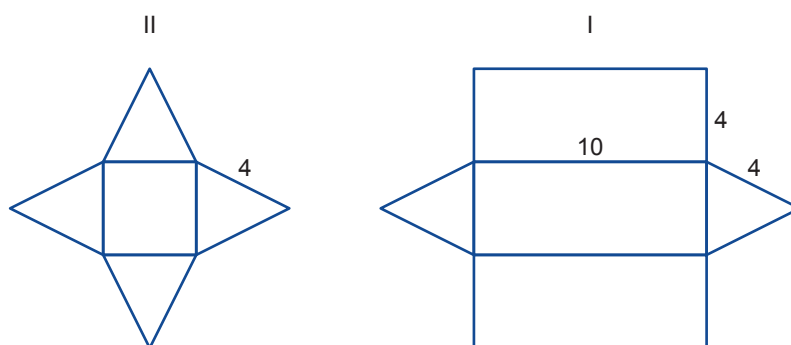
א. מה צורת כל אחד מהאוהלים?

ב. באיזה אוהל כמות היריעות גדולה יותר?



9. לפניכם שתי פריסות של גופים. כל המשולשים בפריסות הם משולשים שווי צלעות.

א. זַרו את הגופים.



ב. חשבו את שטח הפנים של כל אחד מהגופים.