יחידה 31: כיצד מוכיחים?

שיעור 1. מוכיחים חפיפות ומסיקים מסקנות

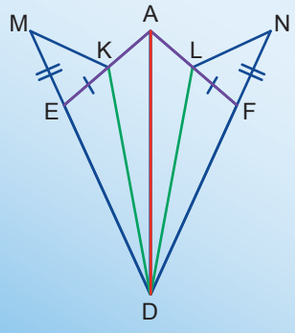


בשרטוט שלפניכם AD חוצה את הזווית A ואת הזווית KDL.

נתונים נוספים מסומנים בשרטוט.

קטעים שווים מסומנים באותו סימון.

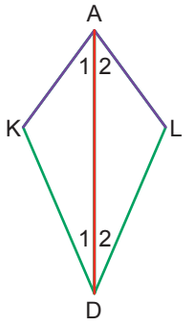
כמה זוגות של משולשים חופפים בשרטוט?



נזהה משולשים חופפים, נוכיח ונסיק מסקנות.

1. רִשמו את כל זוגות המשולשים החופפים שמצאתם, בכתיב מתמטי: Δ_____ = Δ_____ .
הַקפידו על רישום הקודקודים בהתאמה.

2. הַעתיקו מהשרטוט את המשולשים AKD ו- ALD.
AD חוצה את הזוויות A ו- D במרובע AKDL.
נוכיח כי משולש AKD חופף למשולש ALD.



א. הַעתיקו והַשלימו מה נתון ומה צריך להוכיח.

נתון: $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle$_____

$\sphericalangle D_1 =$

צריך להוכיח: $\Delta AKD \cong \Delta$_____

ב. הַעתיקו, הוסיפו שוויון נוסף, והַשלימו.

<u>תנאי</u>	<u>נימוק</u>
$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$	נתון
_____	_____
_____	_____

$\Downarrow$

$\Delta AKD \cong \Delta$_____ לפי משפט _____

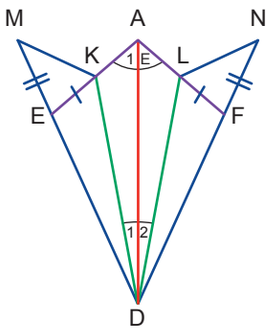
ג. מסקנות: KD = LD ו- AK = AL נמקו.

ד. האם מצאתם מסקנה נוספת מחפיפת המשולשים? מהו?



נוהגים לרשום הוכחה כך:

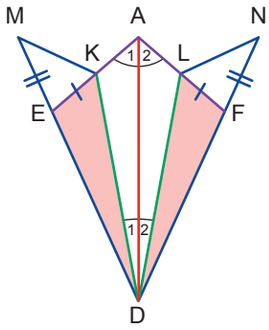
- רושמים נתונים.
- רושמים מה שצריך להוכיח (צ"ל).
- רושמים את שלבי ההוכחה ומציינים ליד כל שלב נימוקים המצדיקים אותו.
- רושמים את המסקנה ומנמקים.



3. א. הַעתיקו את השרטוט שבמסגרת ורִשמו את כל הנתונים בכתיב מתמטי.

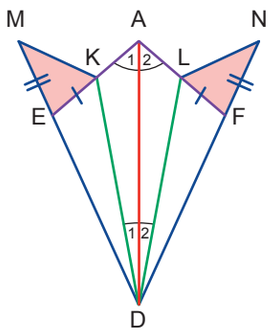
ב. רִשמו שלושה תנאים המוכיחים כי $\Delta FLD \cong \Delta EKD$

(היעזרו במסקנה מהחפיפה שהוכחתם במשימה 2.)



ג. הוכיחו: $\Delta NLF \cong \Delta MKE$

(היעזרו במסקנות מהחפיפות שהוכחתם.)

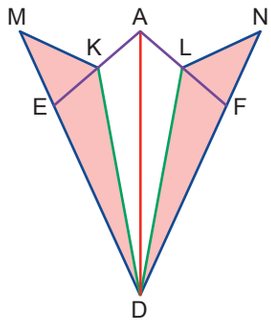




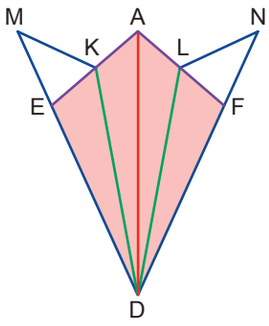


4. הוכיחו את החפיפה של שני זוגות משולשים נוספים:

א. $\Delta NLD \cong \Delta MKD$



ב. $\Delta AFD \cong \Delta AED$

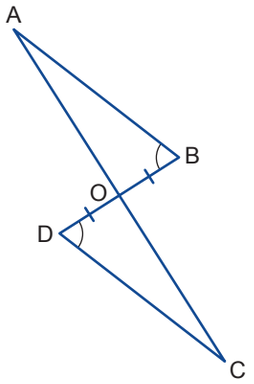




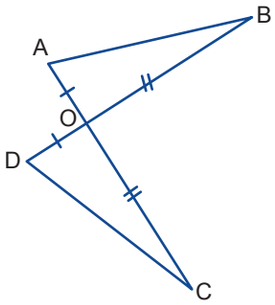
1. בכל שרטוט מסומנים נתונים וצריך להוכיח כי המשולשים חופפים.

- הַעתיקו את השרטוט.
- רִשמו בכתיב מתמטי את הנתונים ומה צריך להוכיח.
- צַיינו על איזה משפט מבוססת המסקנה.

א.



ב.

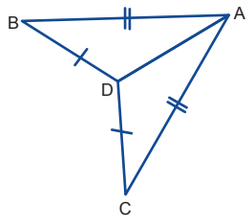


2. לפי הנתונים המסומנים בשרטוט המשולשים חופפים.

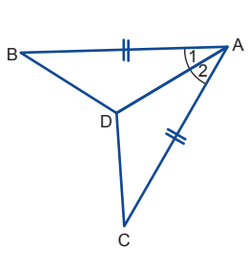
א. רִשמו את הנתונים והמסקנה בכתיב מתמטי.

ב. צַיינו על איזה משפט חפיפה מבוססת המסקנה.

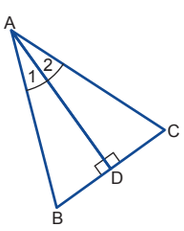
א



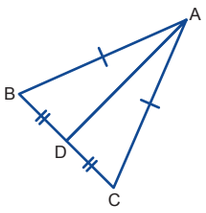
ב



ג



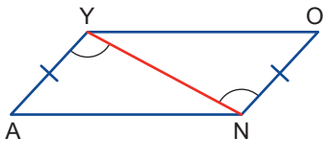
ד





3. במרובע YONA מסומנים נתונים.

מסקנה: המשולשים חופפים.



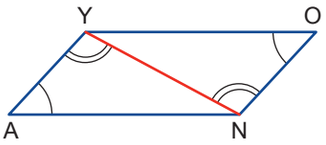
א. רִשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי.

ב. הוכיחו את החפיפה.

ג. נַמקו מדוע $\sphericalangle A$ שווה לזווית $\sphericalangle O$.

4. במרובע YONA מסומנים נתונים.

מסקנה: המשולשים חופפים.

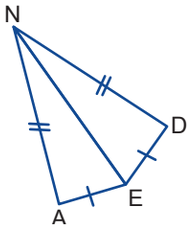


א. רִשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי.

ב. הוכיחו את החפיפה.

ג. רִשמו מסקנה לגבי זוגות של צלעות שוות במרובע YONA ונַמקו.

5. במרובע EDNA שני זוגות של צלעות שוות כמסומן בשרטוט.



א. רִשמו את הנתונים בכתיב מתמטי.

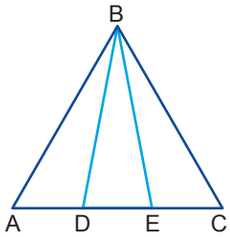
ב. הוכיחו $\Delta NAE \cong \Delta NDE$

ג. הוכיחו: NE חוצה שתי זוויות נגדיות במרובע.

6. נתון: משולש ABC שווה צלעות. $AD = DE = EC$

מסקנה: $\Delta CBE \cong \Delta ABD$

הוכיחו את החפיפה.



7. הנתונים כמו במשימה הקודמת.

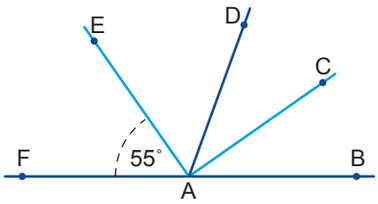
הוכיחו כי השטחים של שלושת המשולשים שווים. (שַרטטו גובה מהקודקוק A.)

8. נתון: AC חוצה את זווית DAB.

AE חוצה את זווית FAD.

$\measuredangle FAE = 55°$

הוכיחו כי זווית $\measuredangle EAC = 90°$.

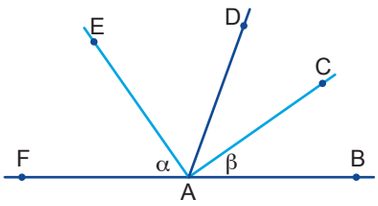


9. נתון: AC חוצה את זווית DAB ו- AE חוצה את זווית FAD.

א. מה תוכלו להסיק לגבי זווית EAC?

ב. רִשמו את הנתונים והַסיקו מסקנה.

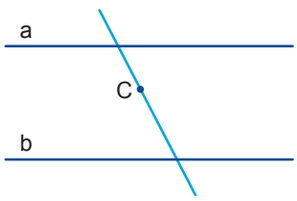
ג. הוכיחו את המסקנה מסעיף ב.



10. א. נתון: allb

C נקודה על הישר החותך.

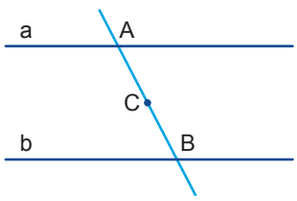
- הַעתיקו את השרטוט ושַרטטו דרך C ישר נוסף החותך את a ו- b.
- רִשמו שלושה זוגות של זוויות שוות.
- האם המשולשים שנוצרו חופפים? נַמקו.



ב. נתון: allb

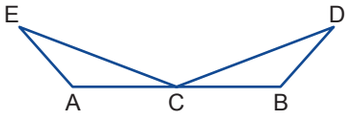
C נקודה **באמצע** הקטע AB.

- הַעתיקו את השרטוט ושַרטטו דרך C ישר נוסף החותך את a ו- b.
- האם המשולשים שנוצרו חופפים? נַמקו.



11. א. נתון: $EA = DB$

$\sphericalangle A = \sphericalangle B$



הַעתיקו וסַמנו את הנתונים בשרטוט.

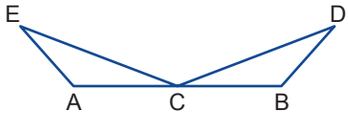
האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

אם כן, הוכיחו. אם לא, שַרטטו דוגמה נגדית: דוגמה המראה שהנתונים אינם מספיקים.

ב. נתון: $EA = DB$

$\sphericalangle A = \sphericalangle B$

C אמצע AB

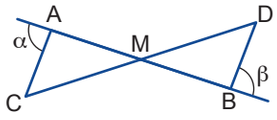


הַעתיקו וסַמנו את הנתונים בשרטוט.

האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

אם כן, הוכיחו. אם לא, שַרטטו דוגמה נגדית.

12. M אמצע הקטע AB. $\alpha = \beta$



הוכיחו:

א. $\Delta AMC \cong \Delta BMD$

ב. $MC = MD$

13. לפניכם "הוכחה" ויזואלית, המראה כי: $64 = 65$

מִצאו את הטעות.

שטח הריבוע שבשרטוט א: $8 \times 8 = 64$

הַעתיקו את הריבוע.

גִזרו את ארבעת החלקים (I,II,III,IV) והַניחו אותם כמשורטט בשרטוט ב.

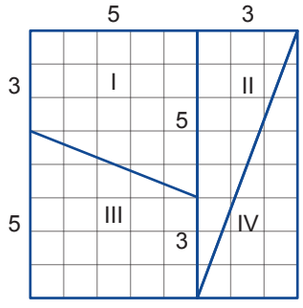
השטח המורכב מחלקים I ו- II: $\frac{13 \cdot 5}{2} = 32.5$

השטח המורכב מחלקים III ו- IV גם הוא 32.5.

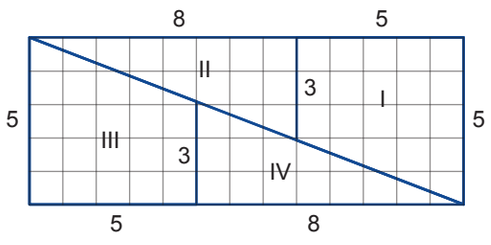
לכן שטח כל ארבעת החלקים יחד **65**.

הייתכן?

שרטוט א



שרטוט ב

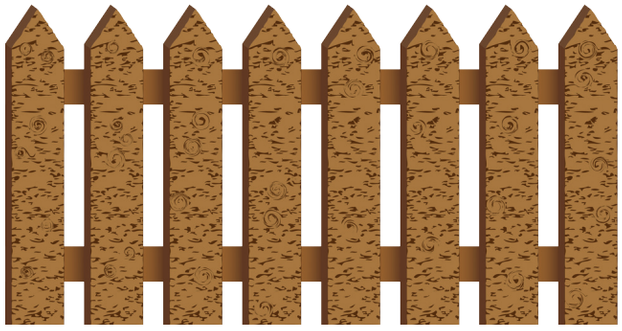


14. ליובב וחובב שתי חלקות שדה בין שני ישרים מקבילים. גדר מפרידה בין שתי החלקות.
הם רצו להציב את הגדר במאונך לשני הישרים המקבילים, באופן שלשניהם יישאר השטח שהיה במקור.

הַציעו להם כיצד להציב את הגדר.

הוכיחו שהצעתכם עונה על הדרישות.







שיעור 2. תיכון וקטעים אחרים במשולש

שתי משפחות גרות בבית דו משפחתי עם חצר משותפת בצורת משולש (המשורטט).

לפני תכנון הגינה הם החליטו להקים מחיצה שתחלק את החצר לשני חלקים **שווי שטח**.



הַציעו להם כיצד לעשות זאת.



תזכורת:

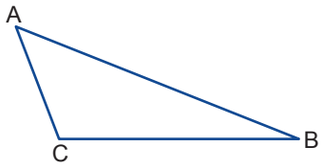
- אנך מקודקוד של משולש לצלע שמולו נקרא **גובה** במשולש.
- קטע החוצה זווית במשולש נקרא חוצה **זווית** במשולש.

1. א. הַעתיקו את משולש ABC ושַרטטו גובה CD לצלע AB.

רִשמו את הנתון בכתיב מתמטי.

ב. שַרטטו במשולש גם את BE – חוצה הזווית B.

רִשמו את הנתון בכתיב מתמטי.



2. נתון: BD גובה במשולש.

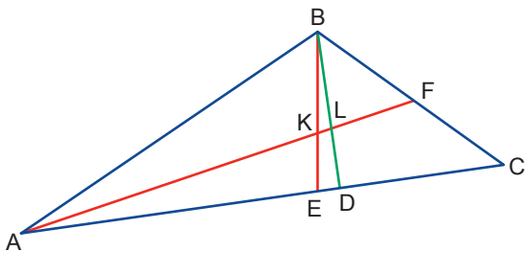
BE חוצה את זווית B.

AF חוצה את זווית A.

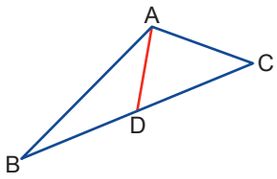
א. רִשמו את הנתונים בכתיב מתמטי.

ב. אילו מהטענות הבאות נכונות?

- BD גובה במשולש BEC.
- BL גובה במשולש ABF.
- AL חוצה זווית במשולש BAD.
- BK חוצה זווית במשולש ABF.
- BK חוצה זווית במשולש ABL.







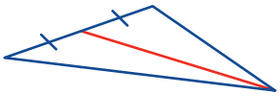
הגדרה: קטע המחבר **קודקוד** של משולש עם **אמצע הצלע** שממול נקרא **תיכון במשולש**.

בכתיב מתמטי רושמים: $BD = DC$

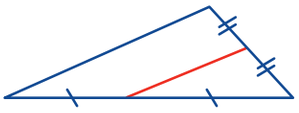
AD תיכון לצלע BC במשולש ABO.

3. קִבעו לפי הנתונים המסומנים, באילו מהמשולשים הקטע האדום הוא תיכון במשולש.

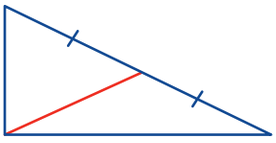
א



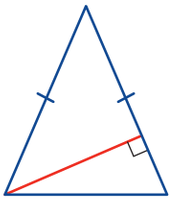
ב



ג

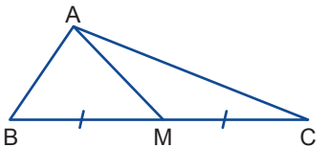


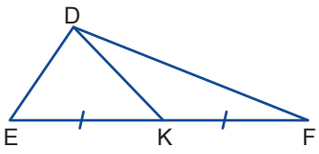
ד



4. **משפט:** במשולשים חופפים התיכונים לצלעות המתאימות, שווים זה לזה.

- הַעתיקו את השרטוט.
- רִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.
- הוכיחו.



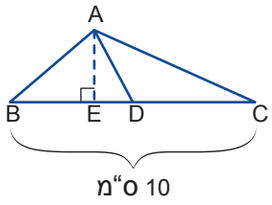


5. א. AD תיכון במשולש ABC.

AE גובה המשולש ואורכו 4 ס"מ.

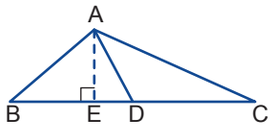
אורך BC 10 ס"מ.

חַשבו את השטחים של משולשים ABD ו-ACD.



ב. **משפט:** במשולש, התיכון לצלע מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.

- רִשמו את הנתונים ומה צריך להוכיח.
- הוכיחו את המשפט.



ג. נחזור לחצר של הבית הדו משפחתי.

חַלקו את החצר לשתי חצרות ששטחן שווה.

הַסבירו.





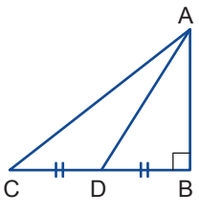
1. בכל אחד מהמשולשים משורטטים תיכון וגובה.

א. רִשמו מיהו התיכון בכל ממשולש.

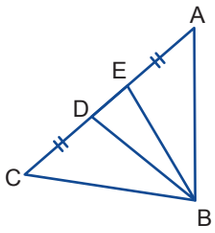
ב. באיזה משולש התיכון והגובה הם אותו קטע? רִשמו זאת כמשפט.

ג. רִשמו את הנתונים ומה צריך להוכיח במשפט שרשמתם בסעיף ב, והוכיחו.

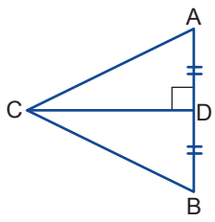
א



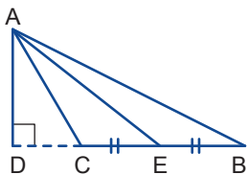
ב



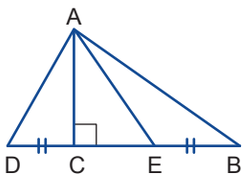
ג



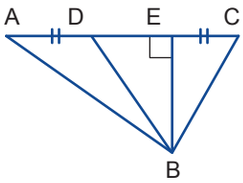
ד



ה



ו



2. הַניחו על השרטוט דף שקוף. הַעתיקו את המשולשים.

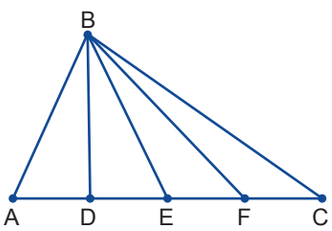
היעזרו בסרגל, ושַרטטו תיכון, גובה וחוצה זווית לצלע הצבועה באדום.



3. נתון: $AD = DE = EF = FC$

א. רִשמו באילו משולשים BE הוא תיכון.

ב. באיזה משולש BF הוא תיכון?



4. נתון: $AH = HG = GF = FE = ED = DC$

רִשמו את כל המשולשים בהם:

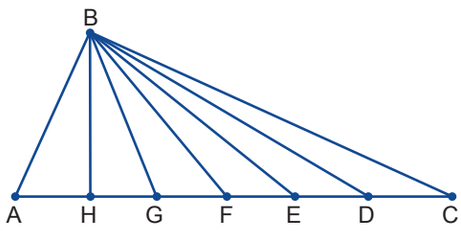
א. BH הוא תיכון.

ב. BG הוא תיכון.

ג. BF הוא תיכון.

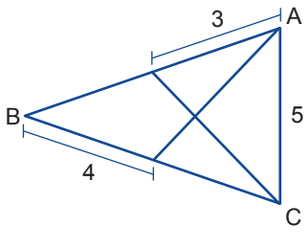
ד. BE הוא תיכון.

ה. BD הוא תיכון.



5. במשולש משורטטים שני תיכונים. (המידות בס"מ.)

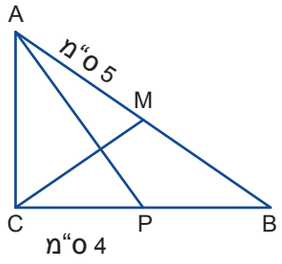
מִצאו את היקף המשולש.



6. AP ו- CM הם תיכונים במשולש.

היקף המשולש 24 ס"מ.

מִצאו את צלעות המשולש.



7. BE ו- AD תיכונים ב- ΔABC.

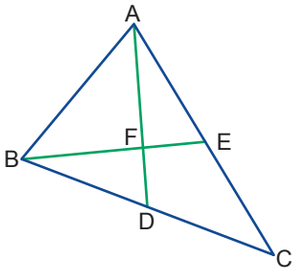
קִבעו אילו מהטענות הבאות נכונות ואילו אינן נכונות.

א. ED תיכון ב- ΔBEC

ב. EF תיכון ב- ΔAED

ג. EF תיכון ב- ΔAFC

ד. BF תיכון ב- ΔABD

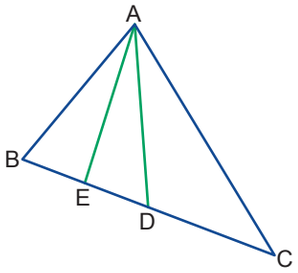


8. שַׂרטטו משולש ABC.

AD תיכון במשולש ABC. AE תיכון במשולש ABD.

א. חַשבו את היחס $\frac{BE}{ED}$

ב. חַשבו את היחס $\frac{BE}{BC}$

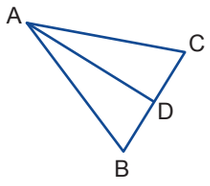


9. בכל סעיף רשומים נתונים ומה שצריך להוכיח. רִשמו את ההוכחות.

א. **נתון:** $AB = AC$

AD תיכון לצלע BC.

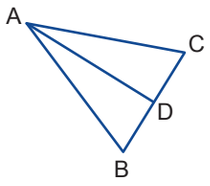
צ"ל: $\Delta ADC \cong \Delta ADB$



ב. **נתון:** $AD \perp BC$

AD תיכון לצלע BC.

צ"ל: $\Delta ADC \cong \Delta ADB$

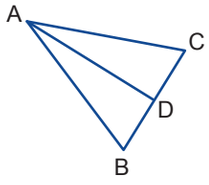


10. בכל סעיף רשומים נתונים ומה שצריך להוכיח. רִשמו את ההוכחות.

א. **נתון:** $AC = AB$

AD תיכון לצלע BC.

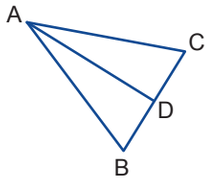
צ"ל: $\Delta ADC \cong \Delta ADB$



ב. **נתון:** $AC = AB$

AD חוצה את זווית A.

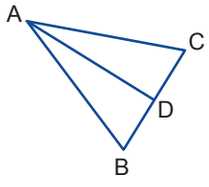
צ"ל: $\Delta ADC \cong \Delta ADB$



ג. **נתון:** $AD \perp BC$

AD חוצה את זווית A.

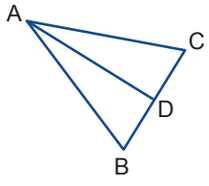
צ"ל: $\Delta ADC \cong \Delta ADB$



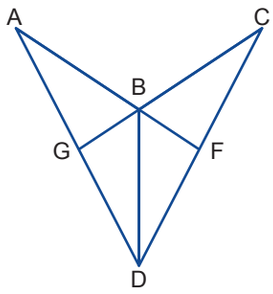
ד. **נתון:** $AD \perp BC$

AD תיכון לצלע BC.

צ"ל: $\Delta ADC \cong \Delta ADB$



11. משולשים ABD ו- CBD חופפים. BF ו- BG תיכונים לצלעות CD ו- AD בהתאמה.



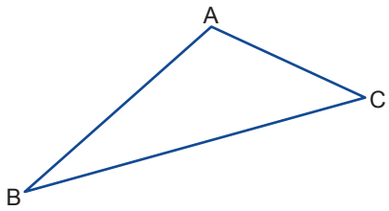
א. רִשמו את הנתונים בכתיב מתמטי.

ב. מִצאו בשרטוט זוגות נוספים של משולשים חופפים
ורִשמו הוכחות לכל חפיפה.

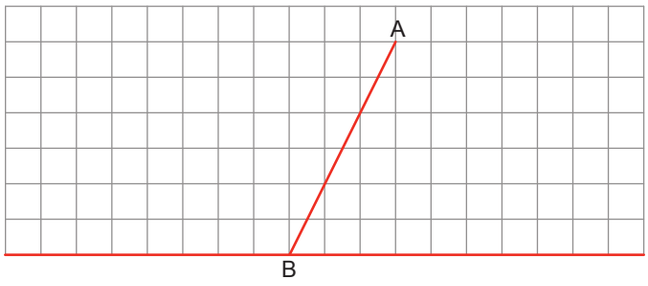


משימות נוספות

12. היעזרו בדף שקוף וסרגל, ושַרטטו את שלושת התיכונים של המשולש.

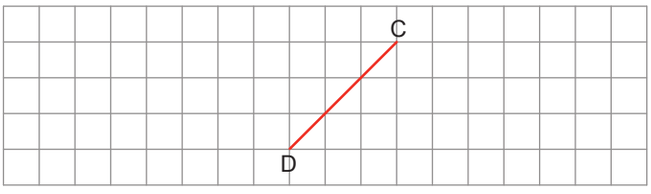


13. הַעתיקו למחברת משובצת והַשלימו שלושה משולשים שבהם AB תיכון.
קודקודי המשולשים על קודקודי המשבצות.)

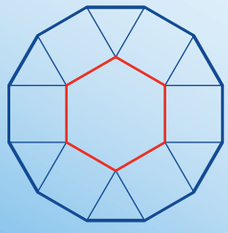


14. א. הַעתיקו למחברת משובצת ושַרטטו משולש ABC שבו CD תיכון במשולש.
(קודקודי המשולש על קודקודי המשבצות.) כמה משולשים כאלה קיימים?

ב. שַרטטו משולש נוסף בו D קודקוד של המשולש ו- DC תיכון.



שיעור 3. עוד ועוד הוכחות

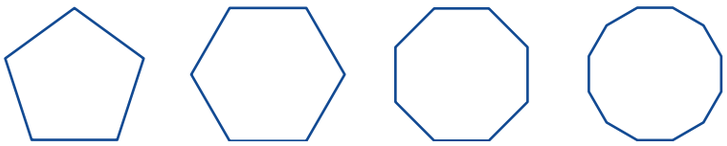


המצולע הכחול הוא מצולע משוכלל בעל 12 צלעות.
על שש מצלעותיו שַרטטו ריבועים (כמו בשרטוט).
המורה ביקשה למצוא גודל של כל זווית במצולע האדום שנוצר ולהוכיח כי הוא מצולע משוכלל.

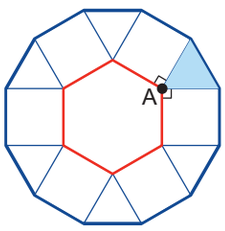
נחקור מצולעים ונמשיך להוכיח.



תזכורת: מצולע משוכלל הוא מצולע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות.



1. א. הַשלימו נימוקים בהוכחה:



- כל הצלעות של המשושה שוות.
- כל המשולשים שווי צלעות.
- כל הזוויות של המשושה שוות.

(היעזרו בשרטוט כדי לנמק את שוויון הזוויות של המשושה.)

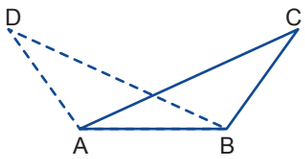
ב. מה דעתכם על ההוכחה בסעיף א?



2. נתון: $\sphericalangle DAB = \sphericalangle CBA$

$AD = BC$

צ"ל: $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

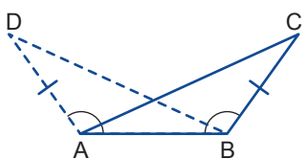


ההוכחה של רחל: לשני המשולשים צלע משותפת AB.

לכן, יחד עם שני הנתונים המשולשים חופפים, לפי משפט חפיפה צ.ז.צ.

ההוכחה של יעל:

$AD = BC$	נתון
$AB = AB$	צלע משותפת
$\sphericalangle DAB = \sphericalangle CBA$	נתון;
$\Downarrow$	
$\Delta ABC \cong \Delta BAD$	לפי צ.ז.צ.



האם רחל ויעל אכן הוכיחו את הטענה?



הוכחה מבוססת על הנתונים ועל משפטים קודמים שנלמדו.

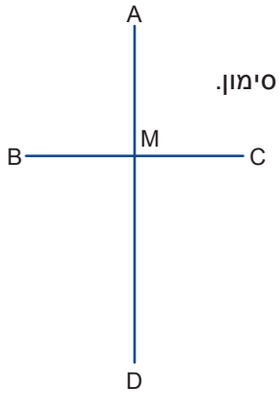
- רושמים נתונים ומה שצריך להוכיח.
- רושמים את שלבי ההוכחה ומציינים נימוקים המצדיקים כל שלב.
- רושמים את המסקנה ומנמקים.



3. א. האם ההוכחות של יעל ורחל (משימה 2) מקיימות את הדרישות של הוכחה?

ב. דונו ביתרונות ובחסרונות של כל אחת מהדרכים של יעל ורחל לרישום הוכחה.

4. קטע AD חוצה את הקטע BC ומאונך לו.



א. הַעתיקו והַשלימו את שרטוט המרובע $ABDC$.

ב. סַמנו את הנתונים בשרטוט: קטעים שווים באותו סימון, וזוויות שוות באותו סימון.

ג. רִשמו את הנתונים בכתיב מתמטי.

ד. רִשמו שלושה תנאים המוכיחים כי המשולשים AMB ו- AMC חופפים.

ה. רִשמו את החפיפה, וציינו על סמך איזה משפט המשולשים חופפים.

ו. הוכיחו כי: $\Delta BDM \cong \Delta CDM$.

ז. היעזרו בחפיפות שהוכחתם והוכיחו כי:

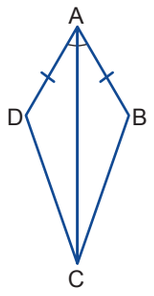
i. $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ ii. AD חוצה את $\sphericalangle A$ ואת $\sphericalangle D$ במרובע.



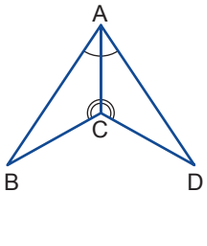
1. בכל שרטוט מסומנים נתונים מהם אפשר להסיק כי המשולשים חופפים.

רִשמו את הנתונים והמסקנה בכתיב מתמטי, והוכיחו את החפיפה.

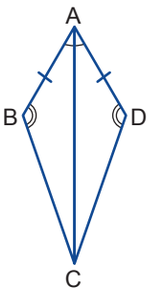
א



ב



ג



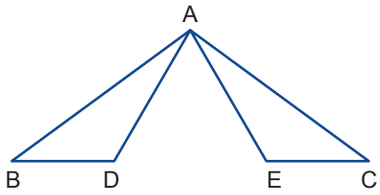
2. קִבעו אם הנתונים הרשומים מספיקים להוכחת המסקנה.

אם כן, רִשמו הוכחה. אם לא, הַראו כי הנתונים אינם מספיקים.

א. $AB = AC$

$BD = CE$

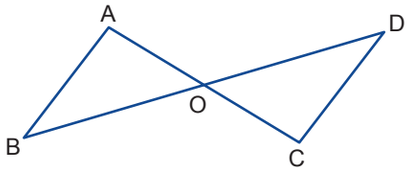
$\Delta ABD \cong \Delta ACE$



ב. $AB = CD$

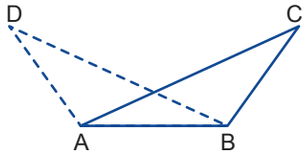
$AB \parallel CD$

$\Delta AOB \cong \Delta COD$



ג. $AD = BC$

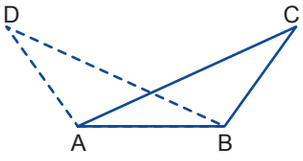
$\Delta ADB \cong \Delta BCA$



ד. $AD = BC$

$DB = CA$

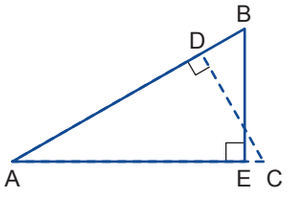
$\Delta ADB \cong \Delta BCA$



ה. $CD \perp AB$

$BE \perp AC$

$\Delta AEB \cong \Delta ADC$



3. AB ו- CD חוצים זה את זה. (ראו סימון בשרטוט.)

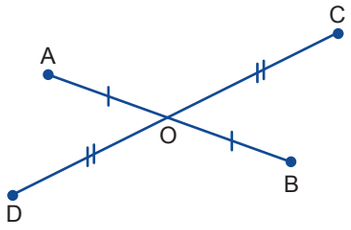
מסקנה: $\Delta AOD \cong \Delta BOC$

א. הַעתיקו והַשלימו את השרטוט.

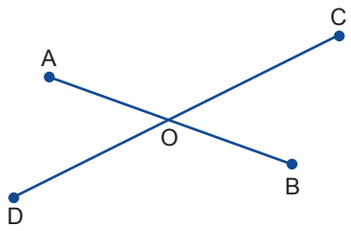
רִשמו את הנתונים ומה צריך להוכיח בכתיב מתמטי.

ב. הוכיחו את החפיפה.

ג. האם $AD = BC$? מדוע?



4. AB ו- CD חוצים זה את זה.



מסקנה: $\Delta AOD \cong \Delta BOC$

א. הַעתיקו והַשלימו את השרטוט.

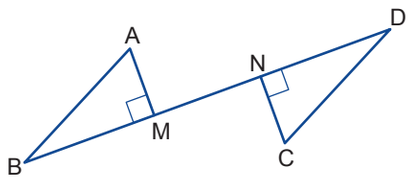
רִשמו את הנתונים ומה צריך להוכיח בכתיב מתמטי.

ב. הוכיחו את החפיפה.

ג. הַסבירו מדוע $AD = BC$.

ד. הוכיחו $AC = BD$.

5. נתון: $AB = CD$



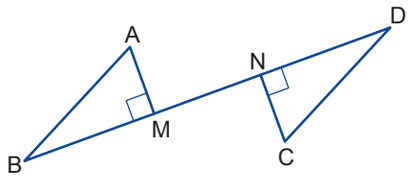
$AB \parallel CD$

$AM \perp BD$

$CN \perp BD$

הוכיחו: $AM = CN$

6. נתון: $AB = CD$



$AB \parallel CD$

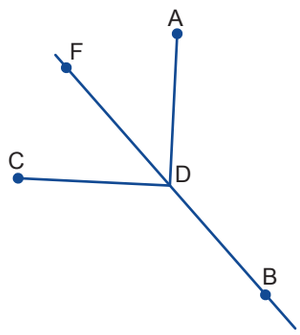
$AM \perp BD$

$CN \perp BD$

א. הוכיחו: $AM = CN$

ב. שַרטטו את הקטעים AD ו- CB, והוכיחו כי: שטח ΔBAD שווה לשטח ΔDCB.

7. נתון: הישר BF חוצה את זווית ADC.



$AD = CD$

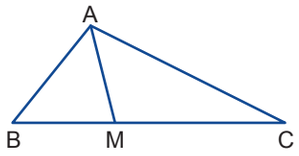
א. הַעתיקו והַשלימו את השרטוט, וסַמנו בו את הנתונים.

ב. הוכיחו: $\Delta FAD \cong \Delta FCD$

ג. הוכיחו: $\Delta BAD \cong \Delta BCD$

ד. הוכיחו: $\Delta FAB \cong \Delta FCB$

8. משפט: חוצי זוויות מתאימות במשולשים חופפים, שווים זה לזה.



- הַעתיקו את השרטוט.
- רִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.
- הוכיחו.

9. א. הַעתיקו את השרטוט, והַשלימו ל- ΔABC

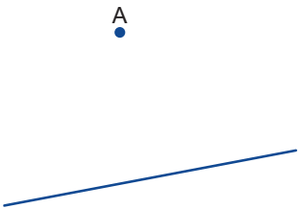
כך ש- AD יהיה **גובה** מהקודקוד A במשולש.

האם $\Delta ADB \cong \Delta ADC$?

אם כן, הוכיחו.

אם לא, שַרטטו דוגמה נגדית.

ב. הַעתיקו את השרטוט, והַשלימו ל- ΔABC



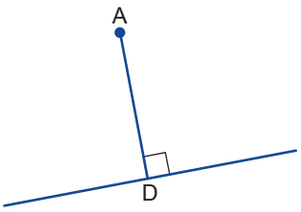
שַרטטו **תיכון** AD ב- ΔABC.

האם $\Delta ADB \cong \Delta ADC$?

אם כן, הוכיחו.

אם לא, שַרטטו דוגמה נגדית.

ג. הַעתיקו את השרטוט, והַשלימו ל- ΔABC



כך ש- AD יהיה **גובה** וגם **תיכון** ב- ΔABC.

האם $\Delta ADB \cong \Delta ADC$?

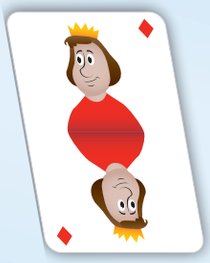
אם כן, הוכיחו.

אם לא, שַרטטו דוגמה נגדית.



שיעור 4. מחליפים נתונים ומסקנות

בספר "עליזה בארץ הפלאות" מסופר על שיחה, שהתקיימה במסיבת התה של הכובען המטורף:



"אם כן, **צריכה את לומר מה את חושבת**", המשיך ארנב האביב.

"הרי אני אומרת זאת" נחפזה עליזה לענות. "בכל אופן – **חושבת אני מה שאני אומרת** – וזה הרי אותו דבר".

"כלל לא אותו דבר" אמר הכובען, "אם כך תוכלי לומר גם, **שעיני רואות מה שאני אוכלת זה כמו אני אוכלת מה שעיני רואות!**"

"אם כן הרי תוכלי לומר גם" הוסיף הארנב, "**אני רוצה מה שנותנים לי** זה כמו **נותנים לי מה שאני רוצה**".



"אם כן הרי תוכלי לומר גם" הוסיפה המרמיטה, שדומה היה כי דוברת היא מתוך שינה, "**אני נושמת כשאני ישנה** זה כמו **אני ישנה כשאני נושמת**".

מה ניסו האורחים במסיבת התה להסביר לעליזה?

נבדוק אם כאשר מחליפים נתונים ומסקנות המשפט תמיד נכון.

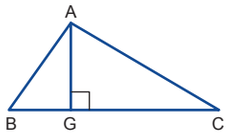
1. נַסחו כל זוג משפטים מודגשים (מהמסגרת שלמעלה) בעזרת "אם" ו"אז".
   רֶמֶז: הארנב: "**אם** את חושבת **אז** את אומרת" עליזה: "**אם** אני אומרת **אז** אני חושבת".

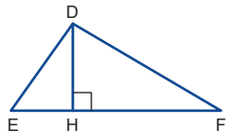
2. לפניכם מספר משפטים נכונים. הַחליפו את הנתון והמסקנה זה בזה ובִּדקו אם הוא נכון.
   א. **אם** אדם גר בתל-אביב, **אז** הוא גר במדינת ישראל.
   ב. **אם** היום פורים **אז** החודש הוא חודש אדר.
   ג. **אם** היום יום ראשון **אז** אתמול היה יום שבת.
   ד. **אם** ספרת היחידות של מספר היא 5, **אז** המספר מתחלק ב- 5.
   ה. **אם** ספרת היחידות של מספר היא 0, **אז** המספר מתחלק ב- 10.
   ו. **אם** זוויות הן זוויות קודקודיות, **אז** הן שוות זו לזו.



כשמחליפים נתונים ומסקנות של משפט נכון, המשפט שמתקבל אינו בהכרח משפט נכון.

3. **משפט:** אם משולשים חופפים אז הגבהים לצלעות מתאימות שווים זה לזה.





א. רְשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט.

ב. הוכיחו את המשפט על ידי חפיפת משולשים.

ג. נַמקו מדוע הגבהים שווים זה לזה.

ד. הַחליפו את הנתון והמסקנה זה בזה. הַשלימו את המשפט החדש:

אם בשני משולשים הגבהים....

ה. האם המשפט שהתקבל הוא משפט נכון?

אם כן, הוכיחו. אם לא, שַרטטו דוגמה המראה כי המשפט אינו נכון.

4. **משפט:** אם זוג משולשים חופפים, אז הם שווים בשטחם.

א. שַרטטו ורְשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט.

ב. הוכיחו את המשפט. (היעזרו במשימה 3.)

ג. נַסחו משפט חדש, בו הוחלפו הנתון והמסקנה של המשפט הקודם.

ד. האם המשפט שהתקבל הוא משפט נכון?

אם כן, הוכיחו. אם לא, שַרטטו דוגמה המראה כי המשפט אינו נכון.

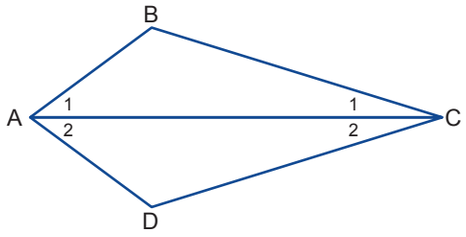
5. **משפט:** במרובע $ABCD$

נתון: $AB = AD$

$BC = DC$

מסקנה: $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$

$\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$



א. הוכיחו את המשפט.

ב. הַחליפו את הנתונים והמסקנות אלה באלה.

האם המשפט שהתקבל הוא משפט נכון?

אם כן, הוכיחו. אם לא, שַרטטו דוגמה המראה כי המשפט אינו נכון.



1. לפניכם מספר משפטים נכונים. נַסחו לכל אחד משפט חדש בו הוחלפו התנאי והמסקנה זה בזה, בְּדקו אם המשפט שניסחתם הוא משפט נכון והַסבירו.

א. **אם** יורד גשם **אז** יש עננים בשמים.

ב. **אם** אתה גר בירושלים **אז** אתה גר בעיר הבירה של ישראל.

ג. **אם** שתי זוויות הן זוויות צמודות, **אז** סכומן $180°$.

ד. **אם** סכום הספרות של מספר הוא 3, **אז** המספר מתחלק ב- 3.

ה. **אם** נתונה משוואה $2x + 3 = 11$, **אז** הפתרון של המשוואה הוא $x = 4$.

2. לפניכם מספר משפטים נכונים. נַסחו לכל אחד משפט חדש בו הוחלפו הנתון והמסקנה זה בזה.
בִּדקו אם המשפט שניסחתם הוא משפט נכון והַסבירו.

א. **אם** שני משולשים חופפים זה לזה, **אז** הזוויות המתאימות שוות זו לזו.

ב. **אם** שני משולשים חופפים זה לזה, **אז** הצלעות המתאימות שוות זו לזו.

ג. **אם** המרובע הוא ריבוע, **אז** כל זוויותיו ישרות.

ד. **אם** המרובע הוא מלבן, **אז** כל זוויותיו ישרות.

ה. **אם** משולש הוא שווה צלעות, **אז** הוא שווה שוקיים.

3. לפניכם משפטים נכונים.

- נַסחו כל אחד מהמשפטים הבאים בעזרת "אם" ו"אז".
- נַסחו לכל אחד מהמשפטים, משפט חדש בו הוחלפו הנתון והמסקנה זה בזה.
- בִּדקו אם המשפט החדש שניסחתם הוא משפט נכון והַסבירו.

א. במשולשים חופפים, כל זוג של זוויות מתאימות שוות זו לזו.

ב. במשולשים חופפים, כל זוג של צלעות מתאימות שוות זו לזו.

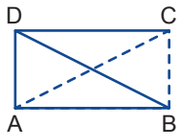
ג. במשולשים חופפים, ההיקפים שווים זה לזה.

ד. בריבוע, כל הצלעות שוות זו לזו.

ה. בריבוע, כל הזוויות שוות זו לזו.

ו. במלבן, כל הזוויות שוות זו לזו.

4. **משפט:** אם המרובע הוא מלבן, אז אלכסוניו שווים זה לזה.



א. רִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח, והוכיחו את המשפט.

ב. נַסחו משפט חדש בו הוחלפו הנתון והמסקנה זה בזה.

ג. האם המשפט נכון? אם כן, הוכיחו. אם לא, שַרטטו דוגמה המראה כי המשפט אינו נכון.

5. לפי ההגדרה של מצולע משוכלל, **אם** מרובע הוא מרובע משוכלל **אז** זוויותיו שוות זו לזו.

א. הַשלימו טענה חדשה, בה הוחלפו הנתון והמסקנה. אם במרובע הזוויות ...

ב. האם הטענה שניסחתם נכונה?
אם כן, הַסבירו. אם לא, שַרטטו דוגמה נגדית.

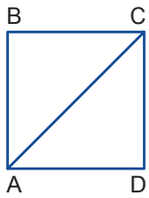
6. לפי ההגדרה של מצולע משוכלל, **אם** משולש הוא משולש משוכלל **אז** זוויותיו שוות זו לזו.

נַסחו טענה חדשה בה הוחלפו הנתון והמסקנה.

האם הטענה שניסחתם נכונה?

אם כן, הַסבירו. אם לא, שַׁרטטו דוגמה נגדית.

7. **טענה: אם** המרובע $ABCD$ הוא ריבוע, **אז** האלכסון AC חוצה את הזוויות A ו- C.



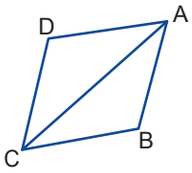
א. רִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. נַסחו טענה חדשה בה הוחלפו הנתון והמסקנה.

ג. האם הטענה שניסחתם היא טענה נכונה?

אם כן, הַסבירו. אם לא, שַׁרטטו דוגמה נגדית.

8. א. הוכיחו את הטענה: **אם** במרובע $ABCD$, כל הצלעות שוות, **אז** האלכסון AC חוצה את הזוויות A ו- C.



ב. נַסחו טענה חדשה, בה הוחלפו הנתון והמסקנה.

ג. האם הטענה שניסחתם היא טענה נכונה?

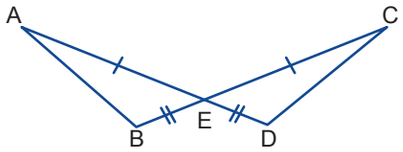
אם כן, הַסבירו. אם לא, שַׁרטטו דוגמה נגדית.

9. נתון: $AE = CE$

$BE = DE$

מסקנה: $\sphericalangle A = \sphericalangle C$

$\sphericalangle B = \sphericalangle D$



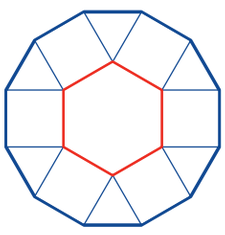
א. הוכיחו את המסקנה.

ב. הַחליפו את הנתונים והמסקנות אלה באלה ורִשמו אותם: נתון... , מסקנה ... .

ג. האם המסקנה שרשמתם נובעת מהנתונים שרשמתם?

אם כן, הוכיחו. אם לא, הַסבירו או שַׁרטטו דוגמה נגדית.

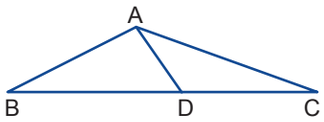
10. בשיעור 3 הוכחתם: אם המצולע הכחול הוא מצולע משוכלל בעל 12 צלעות ועל שש מצלעותיו שַׁרטטו ריבועים, כבשרטוט, אז המשושה האדום שנוצר הוא מצולע משוכלל.



הוכיחו: אם המצולע האדום הוא מצולע משוכלל בעל 6 צלעות ועל כל אחת מצלעותיו שַׁרטטו ריבועים, כבשרטוט, אז המצולע הכחול שנוצר (בעל 12 צלעות) הוא מצולע משוכלל.

11. בשיעור 3 הוכחנו את המשפט:

אם AD תיכון במשולש ABC, אז שטח ΔABD שווה לשטח ΔACD



א. נַסחו משפט חדש בו הוחלפו הנתון והמסקנה.

ב. האם המשפט החדש שניסחתם נכון?

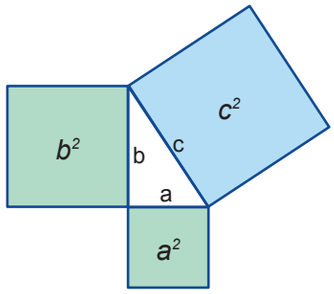
אם כן, הוכיחו. אם לא, שַרטטו דוגמה נגדית.

12. במחצית הראשונה של השנה הוכחתם את משפט פיתגורס:

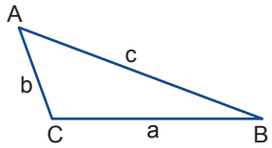
סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים של משולש ישר זווית, שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר:

$a^2 + b^2 = c^2$

a ו- b אורכי הניצבים ו- c אורך היתר של המשולש.



א. הַשלימו ניסוח של משפט חדש בו הוחלפו הנתון והמסקנה: אם במשולש מתקיים ...

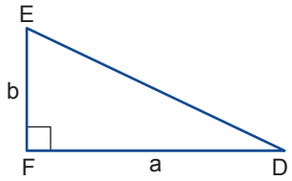


ב. הַשלימו את ההוכחה של המשפט שניסחתם:

ΔABC שאורכי צלעותיו מקיימים את התנאי: $a^2 + b^2 = c^2$

(לא נתון דבר על זווּיותיו.)

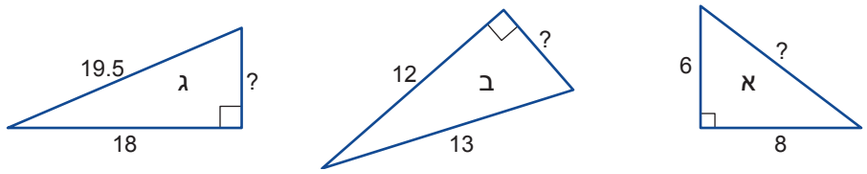
נשרטט משולש ישר זווית EDF שניצביו $DF = a$ ו- $EF = b$



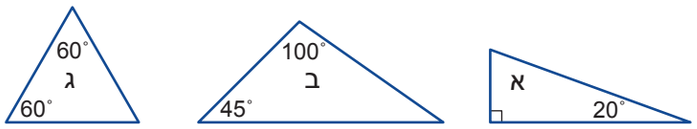
- בַּטאו את היתר DE של המשולש בעזרת a ו- b.
- הַסבירו מדוע אורך DE שווה ל- c.
- הַסבירו מדוע $\Delta ABC \cong \Delta EDF$ ומדוע $\sphericalangle C = \sphericalangle F = 90°$

שואלים על כושר

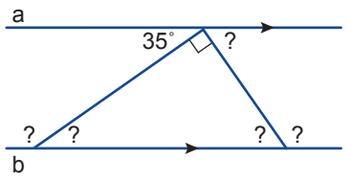
1. מִצאו בעזרת משפט פיתגורס את אורכי הצלעות החסרות. הנתונים ביחידות אורך.



2. הַשלימו זוויות.

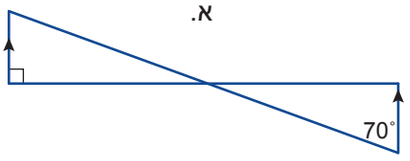


3. מִצאו את כל הזוויות המסומנות ב- "?".
(החיצים הזהים מסמנים ישרים מקבילים)

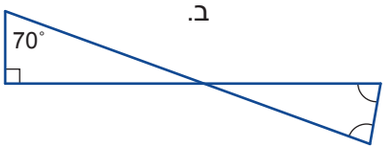


4. חַשבו את כל הזוויות (חיצים זהים מסמנים ישרים מקבילים, קשתות זהות - זוויות שוות).

א.



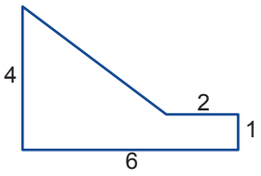
ב.



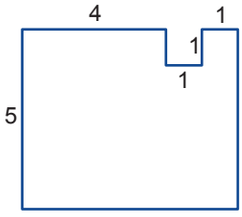
באיזה מהשרטוטים המשולשים דומים? נַמקו.

5. מִצאו את השטח של כל צורה
בשתי דרכים שונות (המידות בס"מ).

א.



ב.



6. בטרפז חיברו, את אמצע הבסיס הגדול עם הקודקודים של הבסיס הקטן (המידות בס"מ).

א. מִצאו את השטחים של משולשים I, II, III.

ב. מהו שטח הטרפז?

