יחידה 24: הסתברות

שיעור 1. הוגן או לא הוגן

רונית וגילה רצו להתכונן ביחד למבחן. כל אחת רצתה שחברתה תגיע אל ביתה.
לאחר שלא הצליחו לשכנע זו את זו, החליטו להטיל שני מטבעות של שקל.
אם שני המטבעות מראים אותו צד – לומדים בבית של רונית.
אם שני המטבעות מראים צדדים שונים – לומדים בבית של גילה.

א. **האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?**

ב. שרית ביקשה להצטרף.
הן החליטו שאם שני המטבעות מראים ילמדו בבית של רונית.
אם שני המטבעות מראים ילמדו בבית של שרית.
אם המטבעות מראים צדדים שונים ילמדו בבית של גילה.
האם המשחק הוגן?

1. שירי ורונה משחקות בקוביית משחק רגילה.

- שירי תנצח – אם על הקובייה מתקבל 1, 3 או 5.
- רונה תנצח – אם על הקובייה מתקבל 2, 4 או 6.

האם המשחק הוגן?

2. חגי ודורון משחקים בקוביית משחק רגילה.
- חגי ינצח – אם המספר שעל הקובייה הוא כפולה של 3.
- רונה תנצח – אם המספר שעל הקובייה אינו כפולה של 3.

א. האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?

ב. כל תלמיד בכיתה מטיל קובייה 20 פעם.
אוספים תוצאות מהכיתה ומשלימים בטבלה:

חגי מנצח (כפולות של 3)	**דורון** מנצח (לא כפולות של 3)

ג. האם התוצאות תואמות את ההשערה שלכם?

3. אלונה והדר משחקות בסביבון.
- אלונה זוכה בנקודה – אם על הסביבון מתקבל **פ** או **ג** או **ה**.
- הדר זוכה בנקודה – אם על הסביבון מתקבל **נ**.

האם המשחק הוגן? אם לא, הַציעו שינויים כדי להפוך אותו למשחק הוגן.

4. מור וענת מטילות קוביות משחק וצוברות נקודות.

למור קובייה לבנה ולענת קובייה אדומה. שתיהן מטילות את הקוביות בו זמנית.

א. לפי כללי המשחק הראשון:

- מור זוכה בנקודה – אם על הקובייה הלבנה מתקבל 5.
- ענת זוכה בנקודה – אם על הקובייה האדומה מתקבל 5.

האם המשחק הוגן? הַסבירו.

ב. לפי כללי המשחק השני:

- מור זוכה בנקודה – אם על הקובייה הלבנה מתקבל 3.
- ענת זוכה בנקודה – אם על הקובייה האדומה מתקבל 4.

האם המשחק הוגן? הַסבירו.

ג. לפי כללי המשחק השלישי:

מור זוכה בנקודה – אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 6.

ענת זוכה בנקודה – אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 5.

האם המשחק הוגן? הַסבירו.

אם מטילים קוביית משחק רגילה,

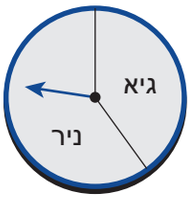
מקבלים אחת משש התוצאות הבאות: 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1.

קבוצה של תוצאות של ניסוי כמו "על הקובייה מתקבל מספר קטן מ- 5", נקראת **מאורע**.

למאורע זה יש 4 תוצאות אפשריות, שהן המספרים 1, 2, 3, 4.

למאורע כמו "על הקובייה מתקבל 2" יש תוצאה אחת לכן הוא נקרא **מאורע פשוט**.

5. מסובבים מחוג על לוח ה"שעון" שבשרטוט.



- גיא ינצח – אם המחוג ייעצר בשטח שלו.
- ניר ינצח – אם המחוג ייעצר בשטח שלו.

א. האם, לדעתכם, המשחק הוגן? אם לא, למי יש סיכוי גדול יותר לנצח?

ב. מסובבים את המחוג רק פעם אחת. האם אפשר לחזות מראש מי ינצח?

ג. מסובבים את המחוג 1000 פעמים. האם אפשר לחזות מראש מי ינצח יותר פעמים?

כמה פעמים, סביר להניח, כי המחוג יעצור בשטח של ניר: יותר מ- 500? פחות מ- 500? הַסבירו.

התחום המתמטי הנקרא **הסתברות** עוסק בחיזוי מראש של סיכויי תוצאות.

אי אפשר לחזות מראש תוצאה של ניסוי אחד או של משחק יחיד.

אם מבצעים מספר רב של ניסויים אפשר לחזות תוצאות בסבירות גבוהה.

אולם משימות

1. מטילים קוביית משחק רגילה.
   - עמית יזכה בנקודה – אם על הקובייה מתקבל מספר זוגי.
   - עידו יזכה בנקודה – אם על הקובייה מתקבל מספר אי-זוגי.

   האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?

2. איילת וחגית משחקות בהטלת קוביית משחק רגילה.
   - איילת תזכה בנקודה – אם על הקובייה מתקבל מספר קטן מ- 3.
   - חגית תזכה בנקודה – אם על הקובייה מתקבל מספר גדול מ- 3.

   האם המשחק הוגן? הַסבירו מדוע.

3. מטילים שתי קוביות משחק.
   - שחקן **א** ינצח – אם על שתי הקוביות מתקבל אותו מספר.
   - שחקן **ב** ינצח – אם על שתי הקוביות מתקבלים מספרים שונים.

   האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק? הַסבירו.

4. מטילים שתי קוביות משחק.
   - שחקן **א** ינצח – אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 8.
   - שחקן **ב** ינצח – אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 7.

   האם המשחק הוגן? הַסבירו.

5. מטילים 200 פעם מטבע של שקל.

   כמה פעמים, בערך, יתקבל "עץ" על המטבע ? הַסבירו.

6. מטילים מטבע של שקל 1,000 פעמים.

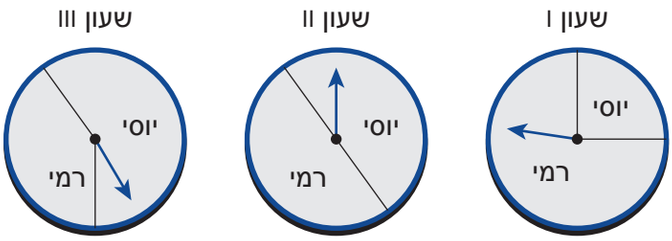
סמנו שכיחויות סבירות עבור המאורע על "המטבע מתקבל המספר 1"

543 , 152 , 850 , 696 , 496 , 310.

7. יוסי ורמי משחקים בשעונים (ראו ציור).

כל אחד בתורו בוחר שעון ומסובב את המחוג.

מנצח מי שהמחוג עוצר בשטח שלו.



א. באיזה שעון כדאי לכל אחד מהמשתתפים לבחור? הַסבירו.

ב. האם שעון II נראה לכם הוגן יותר משני האחרים? הַסבירו.

ג. יוסי ורמי סובבו את המחוג 1200 פעם.

שַערו, כמה פעמים בערך ינצח כל אחד מהם כאשר משחקים:

בשעון I? בשעון II? בשעון III?

ד. יוסי ורמי מתכוננים לשחק פעם אחת בשעון I.

האם אפשר לחזות מראש מי יזכה? מדוע?

8. דני עובד בחנות. הוא משתכר 50 שקלים ליום.

בעל החנות הציע לדני: במקום לקבל 50 שקלים ליום נטיל קוביית משחק.

- אם יצא ⚀ תקבל 200 שקלים.
- אם יצא מספר אחר של נקודות (שונה מ- 1) – תקבל 10 שקלים.

האם כדאי לדני להסכים להצעה החדשה? נַמקו.

9. ניסים נמצא בראש המגלשה, ומגיע לנקודת הסיום בגלישה אחת.

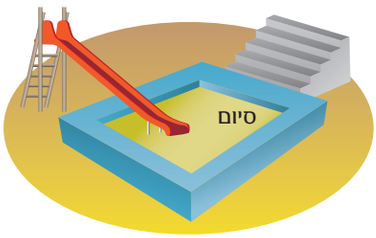
חיים נמצא בראש המדרגות, ומגיע לנקודת הסיום בירידה ב- 5 מדרגות.

ניסים וחיים מטילים קוביית משחק.

- אם יוצא 6 – ניסים יורד במגלשה ישר אל נקודת הסיום.
- אם יוצא מספר שונה מ- 6 – חיים יורד מדרגה אחת.

מנצח במשחק – מי שמגיע ראשון לסיום.

האם המשחק הוגן? אם לא, למי משניהם סיכוי גדול יותר לנצח?



שיעור 2. מהו הסיכוי?

משה מטיל קוביית משחק רגילה, ומתכנן כך:

אם על הקובייה מתקבל 6, אלך לחבר.

אם על הקובייה מתקבל מספר קטן מ- 6, אלך לקניות.

אם על הקובייה מתקבל מספר גדול מ- 6, אתחיל להכין שיעורי בית.

איזה מבין המאורעות הבאים יכול לקרות, חייב לקרות, או בלתי אפשרי:

- משה יכין שיעורי בית.
- משה ייצא מהבית.
- משה ילך לקניות.

נחקור סיכויים של מאורעות שונים.

מאורע ודאי הוא מאורע שחייב לקרות (למשל, לקבל מספר חיובי בהטלת קוביית משחק רגילה).

מאורע בלתי אפשרי הוא מאורע שלא יכול לקרות (למשל, לקבל 8 בהטלת קוביית משחק רגילה).

מאורע אפשרי מאורע שיקרה בחלק מהמקרים (למשל, לקבל מספר גדול מ- 2 בהטלת קוביית משחק).

1. מטילים קוביית משחק רגילה.

רִשמו לגבי כל מאורע אם הוא בלתי אפשרי, אפשרי, או ודאי.

א. יתקבל המספר 5.

ב. יתקבל מספר אי-זוגי.

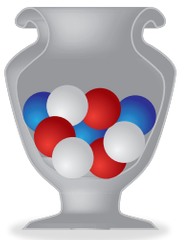
ג. יתקבל המספר 7.

ד. יתקבל מספר קטן מ- 7.

2. בכד 3 כדורים אדומים, 3 כדורים לבנים ו- 3 כדורים כחולים.

מוציאים מהכד, בלי להסתכל, 4 כדורים.

רִשמו לגבי כל מאורע אם הוא בלתי אפשרי, אפשרי, או ודאי.



א. לכל ארבעת הכדורים צבע זהה.

ב. שניים מהכדורים לבנים ושניים אדומים.

ג. לכל אחד מארבעת הכדורים צבע שונה.

ד. בין ארבעת הכדורים אין אף כדור לבן.

ה. לשניים מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.

3. מטילים קוביית משחק רגילה 3000 פעם.

א. כמה פעמים, בערך, יופיעו מספרים זוגיים?

מהו הסיכוי לקבל מספרים זוגיים? הַסבירו.

ב. כמה פעמים, בערך, יופיעו מספרים המתחלקים ב- 3?

מה הסיכוי לקבל מספרים המתחלקים ב- 3? הַסבירו.

הלקחת...

4. מטילים פעמיים קובייה רגילה.

האם אפשר להיות בטוחים כי בשתי ההטלות נקבל פעם אחת מספר זוגי ופעם אחת מספר אי-זוגי? הַסבירו.

לקוביית משחק רגילה יש שש פיאות עליהן רשומים המספרים מ- 1 עד 6.

כאשר מטילים את הקוביה, הסיכויים לקבלת כל אחד מן המספרים האלה שווים.

בדרך כלל, אי אפשר לחזות מראש את התוצאה של ניסוי אחד או של ניסויים בודדים.

אפשר, לחזות מראש בצורה די מדוייקת, את התוצאה המתקבלת כאשר מבצעים מספר רב של ניסויים.

המספר המבטא את הסיכוי לקבלת תוצאה מסויימת הוא **ההסתברות** לקבלת אותה תוצאה.

דוגמה: אם נטיל קובייה פעמים רבות, נקבל את המספר 2 בערך ב- $\frac{1}{6}$ מן ההטלות.

לכן, נוכל לומר, כי הסיכוי לקבלת המספר 2 היא $\frac{1}{6}$.

ההסתברות לקבלת כל אחד מהמספרים האחרים הוא גם $\frac{1}{6}$.

5. בסל נמצאים 3 כדורים ירוקים ו- 2 כדורים כחולים.

מוציאים מבלי להסתכל כדור אחד.

קִבעו לגבי כל מאורע אם הוא אפשרי, בלתי אפשרי או ודאי,

ומִצאו את ההסתברות שלו.

א. להוציא כדור ירוק.

ב. להוציא כדור כחול.

ג. להוציא כדור אדום.

ד. להוציא כדור שאינו אדום.

ההסתברות של מאורע בלתי אפשרי היא 0.

ההסתברות של מאורע ודאי היא 1.

בכל מקרה אחר, ההסתברות של מאורע היא מספר בין 0 ל- 1.

במשחק הוגן, סיכויי הזכייה של כל המשתתפים שווים.

למשל, בהטלת מטבע, למאורע "לקבל מספר" ולמאורע "לקבל עץ" סיכויים שווים.

לכן ההסתברות של כל אחד מהם היא $\frac{1}{2}$.

6. בישוב מסויים סָפרו את מספר הילדים בכל משפחה.

התוצאות בטבלת השכיחויות.

מספר ילדים במשפחה	1	2	3	4	5
מספר משפחות (שכיחות)	5	20	40	25	10

א. כמה משפחות בישוב?

ב. חַשבו את מספר הילדים הממוצע למשפחה.

ג. בוחרים משפחה באקראי.

מה ההסתברות שבמשפחה שנבחרה:

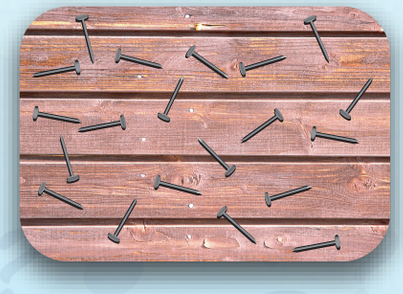
- יהיו 3 ילדים?
- יהיו פחות מ- 6 ילדים?
- מספר הילדים נמוך מהממוצע?
- יהיו בדיוק 6 ילדים?

ד. רְשמו דוגמה למאורע ודאי, דוגמה למאורע בלתי אפשרי, ודוגמה למאורע אפשרי.

7. על הפאות של קובייה רשומים המספרים 1, 2, 3 בלבד.

האם ייתכן שבהטלת הקובייה ההסתברות לקבל 1 היא $\frac{1}{2}$, לקבל 2 היא $\frac{1}{4}$ ולקבל 3 היא $\frac{1}{3}$? הַסבירו.

ניטרונים בחריצי רצפה



נדמיין לעצמנו רצפת עץ המורכבת מלוחות עץ צרים המוצמדים זה אל זה. נפזר מסמרים באופן אקראי על לוחות העץ.

כמה מסמרים יגעו בחריצים שבין לוחות העץ וכמה לא?

(בציור שלנו 8 מסמרים נוגעים בחריצים ו- 12 מסמרים לא נוגעים כלומר נמצאים על לוח עץ יחיד).

חזרה על הניסוי מספר רב של פעמים מאפשרת לנו לבחון וללמוד על התכיפות בה מסמר יפגע באחד מחריצי הרצפה.

מדעני אטום התאימו את השיטה בכדי לקבל אומדן לסיכויים שניטרון, הנוצר בביקוע גרעיני, ייבלם או יסטה ממסלולו כתוצאה מפגיעה בגרעין אחר השייך למעטה ההגנה של כור גרעיני.

לפי ההדמיה הזאת, המסמרים מקבילים בתפקידם לניטרונים הנוצרים בביקוע, והחריצים מקבילים לגרעינים שבמעטה ההגנה של הכור.

אולפן משימות

1. א. מטילים קובייה משחק רגילה. מהי ההסתברות לקבלת התוצאה 6?

ב. מטילים את הקובייה 6,000 פעם. נסו לחזות מראש, כמה פעמים, בערך, תתקבל התוצאה 6.

ג. ענת הטילה את הקובייה שלוש פעמים, ובכל ההטלות קיבלה את המספר 6.

ענת מתכוונת להטיל את הקובייה פעם נוספת. מהי ההסתברות שענת תקבל 6 גם בהטלה הזאת? מדוע?

2. מספר תלמידים רצו לקבוע פגישה לתכנון מסיבת הפתעה לחבר.

לאחר שהועלתה הצעה לתאריך הפגישה, הגיבו ההחברים, כך:

רועי אמר: הסיכויים שאגיע הם חצי-חצי.

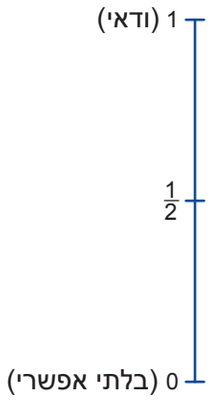
עמית אמר: רוב הסיכויים שאגיע.

דוד אמר: הסיכויים שאגיע קלושים.

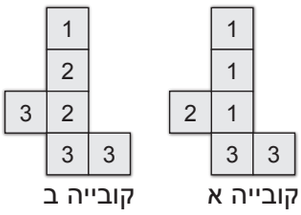
זיו אמר: מאה אחוז שאגיע.

ניר אמר: באותו יום אני מחוץ לעיר.

סַמנו על הציר היכן, בערך, מקום ההסתברות המתאימה לכל ילד.



3. לפניכם פריסה של שתי קוביות מיוחדות.



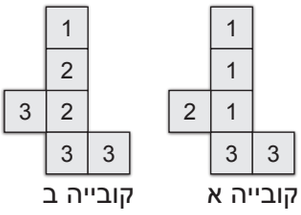
א. מטילים קובייה **א**. לקבלת איזה מספר יש ההסתברות הקטנה ביותר?

ב. מטילים קובייה **ב**. לקבלת איזה מספר יש ההסתברות הקטנה ביותר?

ג. באיזו משתי הקוביות ההסתברות לקבלת המספר 3 גדולה יותר?

ד. מִצאו שני מספרים, הרשומים על קוביות שונות, כך שלקבלתם אותו סיכוי.

4. לפניכם פריסה של שתי קוביות מיוחדות.



א. מִצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים:

- קבלת 4 בקובייה **א**. - קבלת 4 בקובייה **ב**.
- קבלת 2 בקובייה **א**. - קבלת 2 בקובייה **ב**.

ב. בכל מקרה מִצאו מאורע מתאים:

- הסתברות המאורע היא $\frac{1}{3}$.
- המאורע שייך לקובייה **ב**, וההסתברות שלו שווה להסתברות המאורע של קבלת 1 בקובייה **א**.
- המאורע שייך לקובייה **א**, וההסתברות שלו שווה להסתברות המאורע של קבלת 1 בקובייה **ב**.

5. מטילים קוביית משחק רגילה.

רִשמו דוגמה למאורע:

א. בלתי אפשרי (הסתברות 0) ב. ודאי (הסתברות 1) ג. ההסתברות $\frac{1}{2}$

6. מטילים קוביית משחק רגילה.

רִשמו שני מאורעות מתאימים להסתברויות הבאות:

א. ההסתברות $\frac{1}{2}$ ב. ההסתברות $\frac{1}{3}$ ג. ההסתברות 1 ד. ההסתברות 0

7. מטילים קובייה אחת פעמיים וכותבים מספר דו-ספרתי מהמספרים שהתקבלו.

המספר שיתקבל בהטלה הראשונה יהיה ספרת העשרות והמספר השני יהיה ספרת האחדות.

א. רִשמו שני מאורעות ודאיים.

ב. רִשמו שני מאורעות אפשריים.

ג. רִשמו שני מאורעות בלתי אפשריים.

8. בטבלה מוצגת שכיחות המשכורות של עובדים במפעל.

משכורת חודשית (ש"ח)	2,500	2,700	3,100	3,500	4,200	7,500	9,000	15,500
מספר עובדים (שכיחות)	2	4	2	8	5	1	2	1

א. כמה עובדים במפעל?

ב. כמה עובדים משתכרים מעל 4,000 ש"ח?

ג. חַשבו את המשכורת הממוצעת במפעל.

ד. עובד נבחר באקראי. חַשבו את ההסתברות.

- שכרו 4,200 ש"ח
- שכרו גבוה מ- 2,000 ש"ח.
- שכרו מתחת לממוצע
- שכרו גבוה מ- 20,000 ש"ח.

ה. רִשמו דוגמה למאורע ודאי, דוגמה למאורע אפשרי ודוגמה למאורע בלתי אפשרי.

9. בהמשך למשימה 8.

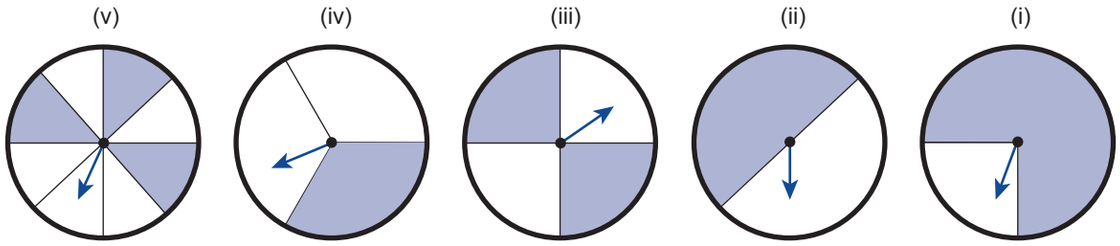
עובד נבחר באקראי.

א. מה ההסתברות ששכרו בין 3,000 ש"ח לבין 8,000 ש"ח?

ב. רִשמו דוגמה לשני מאורעות שונים שההסתברות שלהם שווה.

משימות נוספות

10. סובבו את המחוג בכל אחד מהשעונים הבאים.



לגבי כל שעון, צַיינו איזו מבין שלוש הטענות הבאות נכונה. הַסבירו.

א. הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הצבעוני, גדול יותר.

ב. הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הלבן, גדול יותר.

ג. הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הצבעוני והסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הלבן, שווים.

11. מטילים קוביית משחק רגילה.

בכל מקרה, קִבעו את סוג המאורע (אפשרי, ודאי או בלתי אפשרי) ורִשמו את ההסתברות שלו.

א. יתקבל המספר 10.

ב. יתקבל מספר שמתחלק ב- 5.

ג. יתקבל מספר קטן מ- 3.

ד. יתקבל מספר ראשוני (זכרו, 1 אינו ראשוני).

ה. יתקבל מספר שונה מ- 4.

ו. יתקבל מספר קטן מ- 10.

ז. יתקבל מספר דו ספרתי.

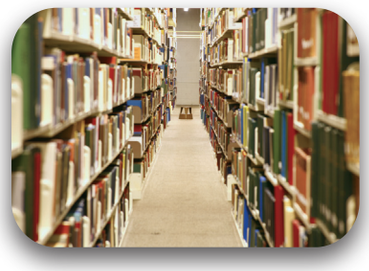
ח. יתקבל מספר זוגי גדול מ- 4.

ט. יתקבל מספר שלילי.

י. יתקבל מספר זוגי, או מספר שמתחלק ב- 3.

12. על מדף בספריה 90 ספרים.

$\frac{2}{3}$ מהם ספרים בעברית, והיתר ספרים באנגלית.



א. בוחרים ספר באקראי. מה ההסתברות שהוא ספר בעברית?

ב. רִשמו דוגמה למאורע ודאי, דוגמה למאורע אפשרי,

ודוגמה למאורע בלתי אפשרי.

שיעור 3. השערות ותחזיות

אייל השתתף בחידון בתנ"ך.

בחידון שני שלבים.

בשלב הראשון 10 שאלות, ואייל ענה 10 תשובות נכונות.

בשלב השני 20 שאלות, ואייל ענה 10 תשובות נכונות.

האם אייל הצליח בשני השלבים באותה מידה?

באיזה שלב הצליח אייל יותר? מדוע?

1. א. בבחינה במתמטיקה, בכיתה ח1, הצליחו 12 תלמידים, ובכיתה ח2 הצליחו 15 תלמידים.
   האם תוכלו לקבוע באיזו כיתה ההצלחה גדולה יותר? נַמקו.

   ב. בכיתה ח3 לומדים 28 תלמידים. במבחן באנגלית הצליחו 12 תלמידים.
   בכיתה ח4 לומדים 40 תלמידים. במבחן באנגלית הצליחו 15 תלמידים.
   האם תוכלו לקבוע איזו כיתה הצליחה יותר במבחן זה? הַסבירו.

2. במדינת "הפילנד" נערכו בחירות לראשות הערים. מועמד נבחר לראש עיר, אם התמיכה בו היא מעל 50% מהקולות (כלומר, אם בוחרים בו יותר ממחצית הבוחרים).
   בעיר **א**, מר לוי קיבל 40,000 מקולות המצביעים לראשות העיר.
   בעיר **ב**, מר כהן קיבל 30,000 מקולות המצביעים לראשות העיר.

   א. מי משני המועמדים נבחר, לדעתכם, לראשות עירו? הַסבירו.

   ב. האם ייתכן שמר כהן נבחר ומר לוי לא נבחר?
   אם כן, הַדגימו. אם לא, הַסבירו.

שכיחות יחסית היא החלק שמהווה נתון מסוים מתוך סך כל הנתונים.

דוגמה: במשימה 1ב בכיתה ח3 הצליחו בבחינה 12 תלמידים מתוך 28. השכיחות של התוצאה 12, מספר התלמידים בסה"כ 28, לכן השכיחות היחסית של ההצלחה היא $\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$.

השכיחות היחסית של ההצלחה בכיתה ח4 היא $\frac{15}{40}=\frac{3}{8}$

מתקיים $\frac{3}{7}>\frac{3}{8}$ כלומר, כיתה ח3 הצליחה יותר.

בניסוי, בנוסף למספר הפעמים של קבלת תוצאה מסויימת (כלומר, **שכיחות** התוצאה), חשוב גם לדעת כמה פעמים נערך הניסוי, ולהתייחס לחלק שמהווה שכיחות התוצאה מתוך מספר הפעמים של ביצוע הניסוי.

כלומר חשוב להתייחס למנה:

$$\frac{\text{השכיחות של התוצאה}}{\text{מספר הניסויים בסה"כ}} = \textbf{השכיחות היחסית}$$

3. א. יואב, ניר וגיא התאמנו לקראת משחק כדורסל. כל אחד מהם זרק את הכדור לסל 40 פעם.
יואב הצליח לקלוע לתוך הסל 22 פעם, ניר 14 פעם, וגיא 30 פעם.
מהי השכיחות היחסית של הקליעות לתוך הסל של כל אחד מהם?

ב. בכיתה ח1 לומדים 30 תלמידים. במבחן במתמטיקה הצליחו 25 תלמידים.
בכיתה ח2 לומדים 40 תלמידים. במבחן במתמטיקה הצליחו 30 תלמידים.
מהי השכיחות היחסית של ההצלחה בכל כיתה?

4. דויד ויהונתן ירו למטרה. כל אחד מהם ירה 20 פעם.
א. השכיחות היחסית של הפגיעות של דויד במטרה הייתה 0.7. כמה פעמים פגע דויד במטרה?
ב. השכיחות היחסית של הפגיעות של יהונתן במטרה הייתה 0.4. כמה פעמים פגע יהונתן במטרה?
ג. מה השכיחות היחסית הגדולה ביותר של פגיעות שאפשר להשיג?
מה השכיחות היחסית הקטנה ביותר?

5. רותי ואיילת משחקות ביחד בהטלת קובייה.
- רותי זוכה בנקודה – אם הקובייה מראה את המספר 5 או 6.
- איילת זוכה בנקודה – אם הקובייה מראה את המספר 1 או 2 או 3 או 4.

א. מה ההסתברות שרותי תזכה? שאיילת תזכה?
ב. הַטילו קוביית משחק רגילה.
אם הקובייה תראה את המספר 5 או 6, סמנו | בשורה של **רותי**.
אם הקובייה תראה את המספר 1 או 2 או 3 או 4, סמנו | בשורה של **איילת**.
כל תלמיד חוזר על הניסוי 10 פעמים, מסכם את התוצאות ומחשב שכיחות יחסית.

	השכיחות	שכיחות יחסית
רותי (מספר 5 או 6)		
איילת (מספר 1 או 2 או 3 או 4)		

ג. כל תלמיד מצרף את התוצאות שלו יחד עם התוצאות של שכנו ומחשב שכיחות יחסית.

ד. אִספו, בטבלה דומה לזו שבסעיף ב, את התוצאות מהכיתה כולה, וחַשבו שכיחות יחסית. מה קיבלתם?

ההסתברות של מאורע הוא מספר אליו **מתקרבת השכיחות היחסית** כשמספר הניסויים גדֵל.

דוגמה: במשימה 5, כשאספנו תוצאות מכל התלמידים בכיתה, ראינו כי השכיחות היחסית שרותי תזכה בנקודה היא מספר קרוב ל- $\frac{1}{3}$. כלומר, ההסתברות שרותי תזכה בנקודה היא $\frac{1}{3}$.

המשמעות היא שאם נטיל את הקובייה 600 פעם, נצפה:

הקוביה תראה את המספר 5 ב- $\frac{1}{6}$ מהמקרים. כלומר, בערך כ- 100 פעמים.

ואת המספר 5 או 6 הקוביה תראה ב- $\frac{1}{3}$ מהמקרים, כלומר בערך כ- 200 פעמים.

6. נתונות שכיחויות יחסיות למאורע "מתקבל המספר 4" בהטלת קובייה אחת רגילה.
בכל מקרה, כִּתבו את מידת הַסבירות: "נדיר מאוד", "נדיר", "ייתכן", "סביר", "סביר מאוד".

פעם אחת מתוך 8 הטלות	40 פעם מתוך 80 הטלות	130 פעם מתוך 800 הטלות
2 פעמים מתוך 8 הטלות	400 פעם מתוך 800 הטלות	40 פעם מתוך 800 הטלות
4 פעמים מתוך 8 הטלות	200 פעם מתוך 800 הטלות	180 פעם מתוך 1000 הטלות

אולפן משימות

1. א. בכיתה ח1 הצליחו בבחינה 12 תלמידים מתוך 20.
בכיתה ח2 הצליחו באותה בחינה 18 תלמידים מתוך 20.
האם אפשר לקבוע איזו כיתה הצליחה יותר בבחינה? הַסבירו.
ב. בכיתה ח3 הצליחו בבחינה 18 תלמידים והשאר נכשלו.
בכיתה ח4 הצליחו באותה בחינה 21 תלמידים והשאר נכשלו.
האם אפשר לקבוע איזו כיתה הצליחה יותר בבחינה? הַסבירו.
ג. בכיתה ח5 הצליחו בבחינה 12 תלמידים מתוך 20.
בכיתה ח6 הצליחו בבחינה 18 תלמידים מתוך 40.
האם אפשר לקבוע איזו כיתה הצליחה יותר בבחינה? הַסבירו.

2. אורי ויואב ירו חיצים למטרה. אורי פגע במטרה 6 פעמים.
יואב פגע במטרה 10 פעמים.
א. האם אפשר להסיק שיואב הוא קלע יותר טוב? נַמקו.
ב. אורי ירה 12 פעמים ופגע במטרה 6 פעמים.
יואב ירה 30 פעם ופגע במטרה 10 פעמים.
מי משניהם קלע טוב יותר? נַמקו.

3. עודד ויוחאי התחרו בהשחלת טבעות על מוט.
עודד הצליח להשחיל את הטבעות ב- $\frac{1}{4}$ מן ההטלות.
יוחאי הצליח להשחיל את הטבעות 10 פעמים.
צַיינו בסעיפים הבאים, האם אפשר לקבוע מי הצליח יותר בתחרות.
אם כן, צַיינו מי המנצח. אם לא, הַסבירו מדוע אי-אפשר לדעת.
א. אם יוחאי השליך 50 טבעות.
ב. אם עודד השליך 20 טבעות.
ג. אם יוחאי השליך 40 טבעות.
ד. אם עודד השליך 56 טבעות.

4. בכיתה ח1 בדקו את הציון במתמטיקה בתעודות והתקבלו התוצאות הבאות.

ציון	4	5	6	7	8	9	10
מספר התלמידים	1	2	4	10	7	4	2

א. כמה תלמידים בכיתה?

ב. כמה תלמידים קיבלו ציון 6?

מה השכיחות היחסית של תלמידים שקיבלו ציון 6?

ג. כמה תלמידים קיבלו ציון מעל 8?

מה השכיחות היחסית של תלמידים שקיבלו ציון גבוה מ- 8?

ד. מה ההסתברות שאם נבחר תלמיד באקראי הוא יקבל: ציון 7? ציון "חיובי" (6 ומעלה)?

5. על פיאות של קובייה רשומים המספרים 1 ו- 2 בלבד.

הֵטילו את הקובייה 100 פעמים.

63 פעמים התקבל המספר 1, 37 פעמים התקבל המספר 2.

על כמה פיאות מופיע המספר 1? על כמה פיאות מופיע המספר 2?

6. על פיאות של קובייה רשומים המספרים 1, 2 ו- 3 בלבד. לא ידוע על כמה פיאות רשום כל מספר.

הֵטילו את הקובייה 600 פעמים, והמספר 3 התקבל 204 פעמים.

א. על כמה פיאות של הקובייה מופיע המספר 3? הַסבירו.

ב. על כמה פיאות של הקובייה מופיע המספר 1 אם הוא התקבל 107 פעמים?

7. ילדים הֵטילו קובייה מספר רב של פעמים.

על כל פיאה היה רשום אחד מהמספרים 1, 2, 3 או 4, אך לא ידוע על כמה פיאות היה רשום כל מספר.

הטבלה שלפניכם מציגה את אחוז הפעמים שהתקבל כל מספר על הקובייה.

המספר	1	2	3	4
שכיחות יחסית באחוזים	32%	18%	35%	15%

על כמה פיאות מופיע כל אחד מארבעת המספרים? הַסבירו.

8. יוסי וזאב התחרו ביריית חיצים למטרה.

הם ירו יחד 56 חיצים (לאו דווקא מספר שווה לכל אחד).

יוסי הצליח לקלוע למטרה ב- $\frac{1}{4}$ מהיריות.

זאב הצליח לקלוע למטרה 10 פעמים. והוא ניצח בתחרות.

כמה חיצים ירה כל אחד מהם? מִצאו מספר פתרונות אפשריים.

שיעור 4. מספרים על פתקים

מחשבים הסתברויות

בשיעור מתמטיקה, המורה חילקה לכל זוג תלמידים קופסה ובה עשרה פתקים.

4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

כל אחד מבני הזוג מוציא בתורו פתק אחד, מסתכל על המספר הרשום עליו ומחזיר אותו לקופסה.

הכיתה שיחקה שני משחקים.

משחק ראשון

תלמיד **א** זוכה בנקודה – אם הוא מוציא מספר קטן מ- 6.

תלמיד **ב** זוכה בנקודה – אם הוא מוציא מספר המתחלק ב- 5.

האם המשחק הוגן?

משחק שני

תלמיד **א** זוכה בנקודה – אם הוא מוציא מספר המתחלק ב- 3 או מספר המתחלק ב- 5.

תלמיד **ב** זוכה בנקודה – אם הוא מוציא מספר דו-ספרתי או מספר קטן מ- 6.

האם המשחק הוגן?

פתקים בשיעור מתמטיקה

1. מוציאים פתק מהקופסה.

בכל מקרה קִבעו את סוג המאורע (אפשרי, ודאי או בלתי אפשרי), ומִצאו את ההסתברות שלו.

א. המספר חד ספרתי.

ב. המספר דו ספרתי.

ג. המספר תלת ספרתי.

ד. המספר מתחלק ב- 4.

ה. המספר קטן מ- 8.

ו. המספר קטן מ- 15.

2. רִשמו "נכון" או "לא נכון".

א. ההסתברות להוציא מספר חד ספרתי המתחלק ב- 5 שווה להסתברות להוציא מספר דו ספרתי המתחלק ב- 5.

ב. ההסתברות להוציא מספר קטן מ- 9, שווה להסתברות להוציא מספר גדול מ- 9.

ג. ההסתברות להוציא מספר ראשוני היא $\frac{3}{10}$.

ד. ההסתברות להוציא מספר אי-זוגי היא $\frac{1}{2}$.

ה. ההסתברות להוציא מספר גדול מ- 2 היא 1.

ו. ההסתברות להוציא את המספר 13 היא 1.

ז. הסתברות להוציא מספר ראשוני קטן מ- 10, גדולה מההסתברות להוציא מספר ראשוני גדול מ- 10.

3. רִשמו לכל הסתברות מאורע מתאים.

א. $\frac{2}{5}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\frac{1}{5}$ ד. 1 ה. 0

ועוד פתקים

4. רושמים על כל פתק מספר תלת-ספרתי שאפשר לרשום על-ידי הצמדת הספרות 1 , 2 , 5 (כל סִפרה פעם אחת). מניחים את הפתקים בקופסה.

א. רִשמו את כל המספרים האפשריים. כמה מספרים קיבלתם?

ב. מהי ההסתברות להוציא את המספר 125?

ג. - כמה מבין המספרים הרשומים מתחלקים ב- 5?

- מהי ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב- 5?

ד. מהי ההסתברות להוציא מספר שסכום ספרותיו 8?

ה. מהי ההסתברות להוציא מספר זוגי? להוציא מספר אי-זוגי?

ו. רִשמו מאורע שההסתברות שלו 0, מאורע שההסתברות שלו 1, ומאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$.

אולפן משימות

1. על שמונה פתקים רשומים המספרים מ- 1 עד 8.

מקפלים אותם היטב, שמים בקופסה ומוציאים פתק אחד.

לאיזה מאורע סיכוי גדול יותר:

א. להוציא פתק עליו רשום מספר זוגי **או** להוציא פתק עליו רשום מספר אי-זוגי?

ב. להוציא פתק עליו רשום 1 **או** להוציא פתק עליו רשום מספר שונה מ- 1?

ג. להוציא פתק עליו רשום מספר זוגי **או** להוציא פתק עליו רשום מספר המתחלק ב- 3?

ד. להוציא פתק עליו רשום מספר קטן מ- 9 **או** להוציא פתק עליו רשום מספר גדול מ- 1?

ה. להוציא פתק עליו רשום מספר גדול מ- 1 **או** להוציא פתק עליו רשום מספר קטן מ- 8 ?

2. רושמים על פתקים את כל המספרים מ- 1 עד 100 ומניחים בקופסה. מוציאים פתק אחד.

(i) חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

א. להוציא פתק עם מספר זוגי.

ב. להוציא פתק עם מספר עם מספר אי-זוגי.

ג. להוציא פתק שספרת היחידות שלו 7.

ד. להוציא פתק עם מספר חד-ספרתי.

ה. להוציא פתק עם מספר דו-ספרתי.

ו. להוציא פתק עם המספר 110.

(ii) רִשמו מאורע: שההסתברות שלו 0, ומאורע שההסתברות שלו 1.

3. רושמים על פתקים את כל המספרים התלת-ספרתי שאפשר לרשום מהספרות: 1 , 3 , 5 (כל ספרה פעם אחת). מניחים בקופסה ומוציאים פתק אחד.

א. רִשמו את כל המספרים האפשריים (יש 6 מספרים).

ב. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא מספר המתחלק ב- 5.
- להוציא מספר המתחלק ב- 3.
- להוציא מספר גדול מ- 300.
- להוציא מספר קטן מ- 500.
- להוציא מספר גדול מ- 100.
- להוציא מספר גדול מ- 530.
- להוציא מספר גדול מ- 540.
- להוציא מספר גדול מ- 100 אך קטן מ- 500.

ג. רִשמו מאורע: שההסתברות שלו 0, מאורע שההסתברות שלו 1, ומאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$.

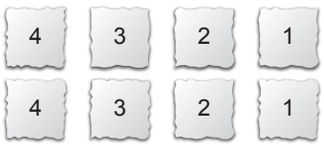
4. רושמים על פתקים את כל המספרים מ- 1 עד 40 ומניחים בקופסה. מוציאים פתק אחד.

א. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא מספר גדול מ- 21.
- להוציא מספר קטן מ- 30.
- להוציא מספר גדול מ- 21 אך קטן מ- 30.
- להוציא מספר קטן מ- 100.
- להוציא מספר זוגי קטן מ- 100.
- להוציא מספר גדול מ- 20 ומתחלק ב- 3.
- להוציא מספר שמתחלק גם ב- 2 וגם ב- 3.
- להוציא מספר שמתחלק ב- 67.

ב. רִשמו מאורע: שההסתברות שלו 0, מאורע שההסתברות שלו 1, ומאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$.

5. על שמונה פתקים רשומים המספרים 1 , 2 , 3 , 4 (כל מספר פעמים). מקפלים אותם היטב ושמים בתוך קופסה. מוציאים בכל פעם שני פתקים.



א. לאיזה מאורע סיכוי גדול יותר:

- מכפלת המספרים הרשומים בהם זוגית **או** המכפלה אי-זוגית?
- המספרים על שני הפתקים שווים **או** המספרים על שני הפתקים שונים?
- מכפלת המספרים גדולה מ- 15 **או** מכפלת המספרים קטנה מ- 1?

ב. האם תשובתכם לסעיף א תשתנה אם היו בקופסה רק 6 פתקים כך:

משימות נוספות

6. רושמים על פתקים את כל המספרים החיוביים הקטנים מ- 58 ומתחלקים ב- 5, ומניחים בקופסה. לכל מספר פתק אחד בלבד. מוציאים מהקופסה פתק אחד מבלי להסתכל.

א. רִשמו את כל התוצאות האפשריות.

ב. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא את המספר 5.
- להוציא מספר המתחלק ב- 11.
- להוציא מספר המתחלק ב- 5.
- להוציא מספר המתחלק ב- 30.
- להוציא מספר המתחלק ב- 10.
- להוציא מספר קטן מ- 60.

7. בקופסה פתקים עליהם רשומים המספרים מ- 1 ועד 35 (כולל). לכל מספר פתק אחד בלבד. מוציאים מהקופסה פתק מבלי להסתכל. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

א. להוציא את המספר 4.
ב. להוציא מספר המתחלק ב- 5.
ג. להוציא מספר זוגי.
ד. להוציא מספר אי-זוגי.
ה. להוציא מספר קטן מ- 8.
ו. להוציא מספר דו-ספרתי.
ז. להוציא את המספר 40.
ח. להוציא מספר קטן מ- 40.

8. בקופסה פתקים עליהם רשומים המספרים מ- 1 ועד 60 (כולל). לכל מספר פתק אחד בלבד. מוציאים מהקופסה פתק מבלי להסתכל. חַשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים:

א. להוציא מספר קטן מ- 31.
ב. להוציא מספר גדול מ- 40.
ג. להוציא מספר זוגי.
ד. להוציא מספר המתחלק ב- 3.
ה. להוציא מספר גדול מ- 0.
ו. להוציא מספר קטן מ- 100.
ז. להוציא מספר גדול מ- 60.
ח. להוציא מספר דו-ספרתי.
ט. להוציא את המספר 80.
י. להוציא מספר קטן מ- 20.

9. רושמים על פתקים את כל המספרים בני 4 ספרות, שאפשר ליצור מהספרות 5, 2, 1, 0. (הספרות שונות זו מזו, ו- 0 אינו יכול להיות ספרת אלפים). מניחים בקופסה ומוציאים בכל פעם פתק אחד מבלי להסתכל.

א. רִשמו את כל המספרים האפשריים. כמה מספרים קיבלתם?

ב. מה ההסתברות להוציא מספר:

- זוגי.
- אי-זוגי.
- שמתחלק ב- 5.
- שמתחלק ב- 10.
- שספרת האחדות שלו 1.
- שמתחלק ב- 3.

שומרים על כושר

1. היחס בין מספר הבנים למספר הבנות בין ילדי הישוב הצעיר "דניאל" הוא 4:5 (כלומר על כל 4 בנים יש 5 בנות).

א. האם ייתכן שבישוב יש 20 בנים ו- 25 בנות? הַסבירו.

ב. האם ייתכן שבישוב יש 22 בנים ו- 27 בנות? הַסבירו.

ג. אם מספר הבנים בישוב הוא 16, מהו מספר הבנות?

ד. אם מספר הבנות בישוב הוא 15, מהו מספר הבנים?

ה. אם בישוב יש 18 ילדים, כמה מהם בנים וכמה מהם בנות?

2. בנמל התעופה בן גוריון היחס בין מספר הטיסות הנכנסות למספר הטיסות היוצאות בחודש הוא 2:3.

א. האם יש יותר טיסות נכנסות מטיסות יוצאות? הַסבירו.

ב. בחודש אב נכנסו לארץ 800 טיסות. כמה טיסות יצאו בחודש זה?

ג. בחודש טבת יצאו מן הארץ 300 טיסות. כמה טיסות נכנסות הגיעו בחודש זה?

3. מְצאו בין היחסים הבאים, זוגות שבהם היחס שווה ל- 5:7?

א. 50:70 ב. 5x:7x ג. 7:5 ד. 14:10 ה. 15:14 ו. 20:28

4. סכום שני מספרים 120. האם אפשר לחלק אותם לפי היחס 5:7? כיצד?

5. פִּתרו את המשוואות.

א. $\frac{x}{5}=\frac{4}{10}$	ד. $\frac{x}{8}=\frac{1}{4}$	ז. $\frac{x}{9}=\frac{1}{3}$
ב. $\frac{x}{10}=\frac{4}{10}$	ה. $\frac{x+1}{8}=\frac{1}{4}$	ח. $\frac{x+1}{9}=\frac{1}{3}$
ג. $\frac{x}{20}=\frac{4}{10}$	ו. $\frac{x-4}{8}=\frac{1}{4}$	ט. $\frac{x-4}{9}=\frac{1}{3}$

6. היחס בין הגילים של שני אחים הוא 2:7. סכום הגילים הוא 18.
מְצאו את גילי האחים.

7. רוצים לחלק חבל שאורכו 28 מטר לשני חלקים ביחס של 2:5. מה יהיה אורך כל חלק?

8. נתון קטע שאורכו 24 ס"מ.

א. יואב חילק אותו ביחס של 1:2. מה אורכי החלקים של יואב?

ב. חגי חילק אותו ביחס 1:5. מה אורכי החלקים של חגי?

ג. אסף חילק אותו ביחס 5:7. מה אורכי החלקים של אסף?