

יחידה 23: מדדים סטטיסטיים

שיעור 1. פילים וממוצעים

ממוצע

הידעתם?



פיל אסיאתי



פיל אפריקני

יש פילים אפריקניים ויש פילים אסיאתיים. אפשר להבדיל ביניהם בקלות; הפיל האפריקני גדול מהפיל האסיאתי ויש לו אוזניים גדולות יותר, שאורכן יכול להגיע לאורך של מטר וחצי.

עורו של הפיל האפריקני מקומט יותר ולשני המינים (זכר ונקבה) יש שנהבים.

בקצה החדק (שאינו אלא אף מאורך) יש פתחי-נחיריים ושני תנוכים.

משקל הפיל האפריקני מגיע עד 7,000 ק"ג.

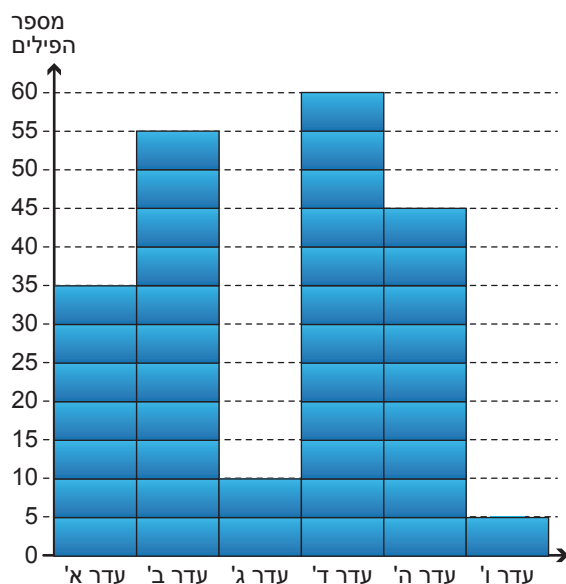
משקל הפיל האסיאתי קטן יותר, והוא יכול להגיע "רק" עד 5,000 ק"ג.

החדק של הפיל האסיאתי הוא בעל תנוך אחד בלבד ורק לזכרים יש שנהבים.

משפחה של פילים יכולה לכלול מחמישה ועד לחמישה-עשר פילים.

משפחות מתחברות לעיתים קרובות לעדרים גדולים, המונים עשרות ואף מאות פילים.

נחקור את גודלם של עדרי פילים: נשווה בין עדרי פילים אסיאתיים ואפריקניים.



1. לפניכם דיאגרמה המתארת את גודלם של שישה

עדרי פילים אסיאתיים. העדרים שונים בגודלם.

א. כמה פילים יש בעדר ב'?

ב. איזה עדר הוא הגדול ביותר? כמה פילים בו?

ג. איזה עדר הוא הקטן ביותר? כמה פילים בו?

2. בישיבת ראשי העדרים הוחלט להעביר פילים מעדר לעדר, כך שכל ששת העדרים יהיו שווים בגודלם.

כלומר, כל הפילים יהיו "מפוזרים" באופן שווה בין העדרים.

א. שער: מה יהיה גודלו של כל עדר לאחר השינוי?

ב. בדקו השערתכם: הניחו את העיפרון לרוחב הדיאגרמה, בגובה המתאים, לגודלם השווה של כל העדרים.

בדיקה: ספרו כמה מלבנים מעליו? התוכלו "להעביר" את כולם למקומות הפנויים מתחתיו?

האם צדקתם בהשערתכם?

ג. המשיכו ונסו עד למציאת הגובה המתאים לגודלם השווה של כל העדרים.

מהו גודלם של העדרים לאחר השינוי?

3. **גילה** אמרה: אפשר למצוא את גודל העדרים בעזרת חישוב:
נחבר את כל מספרי הפילים, כלומר ניצור עדר אחד גדול,
נחלק את העדר הגדול שווה בשווה - לשישה עדרים.
בדקו את הצעתה של גילה. האם צדקה?



הממוצע הוא הערך שמתקבל אם מחלקים את סכום הנתונים שווה בשווה בין כל הנתונים.
מחברים את כל הנתונים, ומחלקים את הסכום במספר הנתונים.
דוגמה: מספר הפילים המתקבל לאחר חלוקת כל הפילים לעדרים שווים בגודלם נקרא
הגודל הממוצע של העדר.

לפי החישוב של גילה במשימה 3, הגודל הממוצע של עדר פילים אסיאתי הוא 35 פילים:

$$\frac{35 + 55 + 10 + 60 + 45 + 5}{6} = 35$$



4. לפניכם תוצאות מבחן במתמטיקה בכיתה ח 1:

ציון	4	6	7	8	9	10
מספר תלמידים (שכיחות)	1	4	5	5	3	2

א. כמה תלמידים בכיתה?

ב. שרון, גילה ויפעת חישובו את הציון הממוצע בכיתה.

שרון חישובו כך: $\frac{4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10}{20}$

גילה חישובו כך: $\frac{4 + 6 + 6 + 6 + 6 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 8 + 8 + 8 + 8 + 9 + 9 + 9 + 10 + 10}{20}$

יפעת חישובו כך: $\frac{(4 \cdot 1) + (6 \cdot 4) + (7 \cdot 5) + (8 \cdot 5) + (9 \cdot 3) + (10 \cdot 2)}{20}$

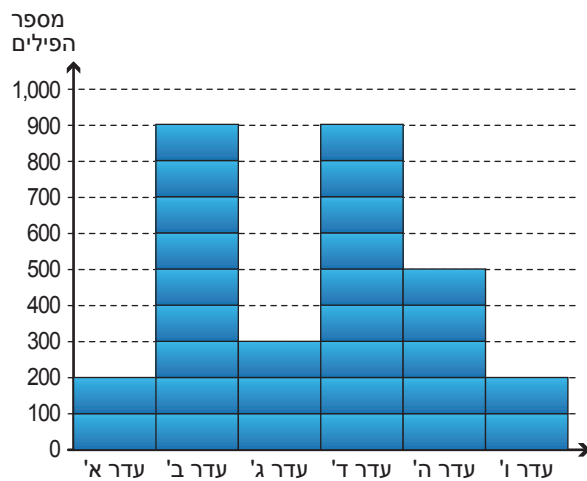
מי לדעתכם חישובו נכון? הסבירו.



בטבלת השכיחות אנו מציגים את רשימת הנתונים הגולמית בצורה מסודרת "ומקוצרת".
לכן, כאשר מחשבים ממוצע לפי טבלת שכיחות, חשוב לחבר את כל הנתונים.

דוגמה:

- במשימה 4, יפעת כפלה כל ציון במספר התלמידים שקיבלו אותו.
- חיברה את כל המכפלות.
- חילקה את הסכום במספר התלמידים.



1. לפניכם דיאגרמה המתארת את גודלם של שישה עדרי פילים אפריקנים.

א. שער: מה יהיה גודלו של כל עדר אם יעבירו פילים מעדר לעדר כך שכל העדרים יהיו שווים בגדלם.

ב. בדקו השערתכם. מהו גודלם של העדרים לאחר השינוי?



ג. הוסיפו עדר נוסף של פילים (עדר ז) כך שהממוצע החדש יהיה שווה לממוצע המקורי. מה צריך להיות גודלו של העדר שלכם? הסבירו.



2. שרטטו דיאגרמה המתארת 5 עדרי פילים אסיאתיים, כך שהגודל הממוצע של העדרים יהיה 40.



3. ציונה של אפרת במתמטיקה, במחצית הראשונה של השנה היו: 90, 50, 86, 72.

א. חשבו את הציון הממוצע של אפרת.

ב. המורה החליטה לבחור את שלושת הציונים הטובים מבין הארבעה, ועל פי הממוצע לתת לאפרת ציון בתעודה. מהו הציון שקיבלה אפרת בתעודה?



4. הציונים של קבוצת נבדקים הם: 100, 100, 95, 85, 75, 70, 90.

מצאו טווח, שכיח וממוצע עבור הקבוצה.



5. הציונים במבחן של שתי קבוצות נבדקים הם:

קבוצה א: 80, 80, 70, 50, 100, 80, 70, 80

קבוצה ב: 70, 70, 100, 70, 100, 50, 100, 70

א. מצאו טווח, שכיח וממוצע עבור כל קבוצה.

ב. שתי הקבוצות אמורות להשתתף במחקר. החוקר מעוניין לדעת אם הן שונות זו מזו.

מה דעתכם? הסבירו.

6. בטבלה שלפניכם נתונים שנאספו מ-400 משפחות לגבי מספר מכשירי הטלפון הניידים שיש לכל משפחה.

מספר המכשירים	1	2	3	4	5
מספר המשפחות	110	160	70		20



- לכמה משפחות יש 4 טלפונים ניידים?
- לכמה משפחות יש פחות מ-3 טלפונים ניידים?
- שרטטו דיאגרמת עמודות מתאימה לטבלה.
- מהו המספר השכיח של מכשירי הטלפון הניידים במשפחה?
- חשבו את ממוצע מספר הטלפונים הניידים למשפחה.

שאלה ממבחן Timss 2007 

7. קבוצה של 10 תלמידות רצתה לגלות איזה מבין שני המקצועות מתמטיקה והיסטוריה הוא המועדף בקבוצתן. הן דירגו כל מקצוע תוך שימוש בסולם הבא:



התוצאות מוצגות בטבלה הבאה:

תלמיד	אלונה	דנה	עדה	מירי	אניה	גילה	תמר	גאולה	דפנה	יפה	סה"כ
דירוג מתמטיקה	1	4	5	2	4	3	2	1	5	3	30
דירוג היסטוריה	2	4	4	2	2	3	1	1	3	2	24

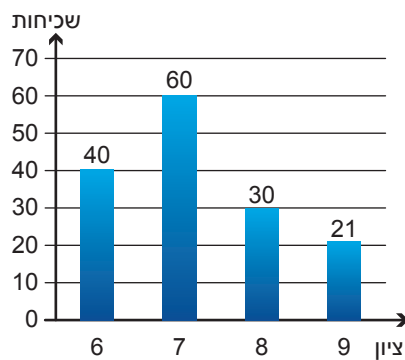
- חשבו את ממוצע הדירוג של כל מקצוע.
- מהו המקצוע המועדף בקבוצה זו של תלמידות? הסבירו.



1. אוטובוס עבר ב- 7 תחנות. בתחנה הראשונה עלו לאוטובוס 3 אנשים. בתחנה השנייה עלו 5 אנשים, בשלישית עלו 2, ברביעית 6, בחמישית ובשישית לא עלו אנשים כלל, ובשביעית עלה אדם אחד. כמה אנשים עלו בממוצע בכל תחנה?



2. לפניכם דיאגרמה המתארת את שכיחויות הציונים שהתקבלו במבחן במתמטיקה בשכבת ח.

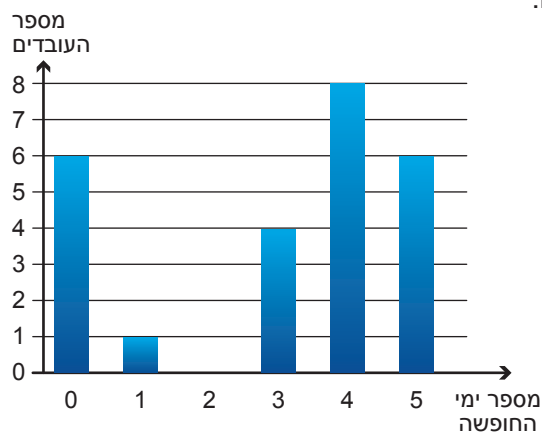


- א. בנו טבלת שכיחות מתאימה.
 ב. כמה תלמידים בשכבת ח?
 ג. מהו טווח הציונים בשכבה?
 ד. מהו הציון השכיח? מהי שכיחותו?
 ה. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שקיבלו ציון 9?
 ו. מהו הציון הממוצע של השכבה? מה משמעותו?

שאלה ממיצ"ב 2005



3. בחברה בדקו כמה ימי חופשה לקח כל עובד במשך שנה. את הנתונים ריכזו בדיאגרמת העמודות שלפניכם:



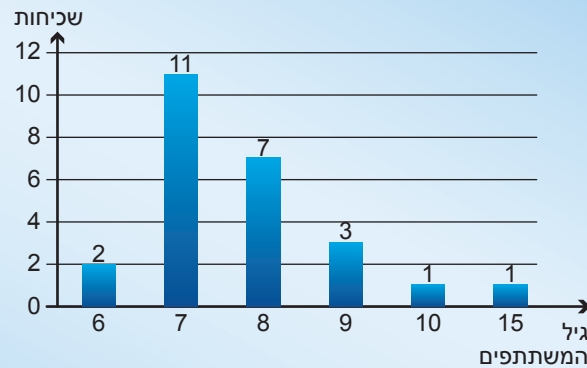
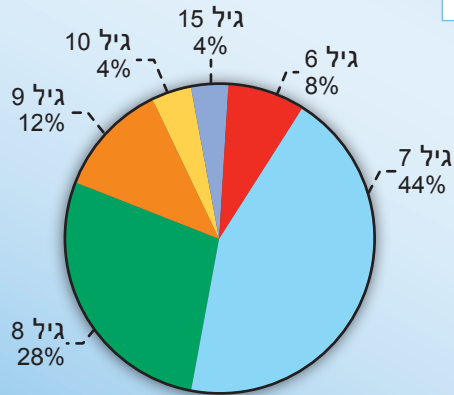
- א. בנו טבלת שכיחות מתאימה.
 ב. מהו מספר ימי החופשה השכיח בחברה?
 ג. מהו מספר העובדים בחברה?
 ד. מהו הממוצע של ימי החופשה לעובד בחברה?

שיעור 2. חוגגים יום הולדת



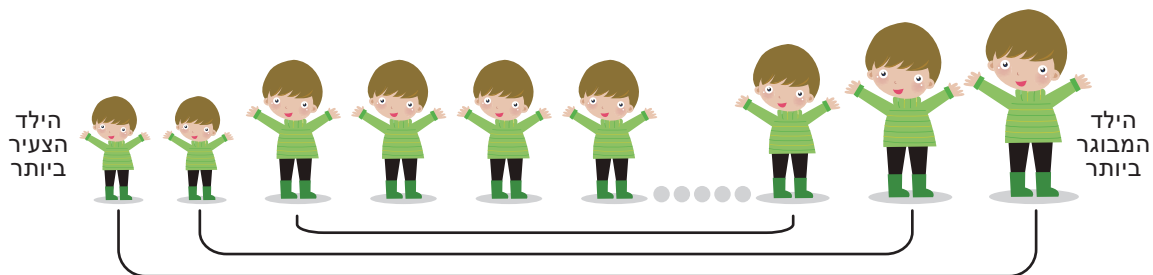
במסיבת יום ההולדת של יובל השתתפו אחיו, בני הדודים ועוד חברים מהכיתה. הגיל וכמות המשתתפים במסיבה נתונים בטבלה ובדיאגרמות שלהלן:

גיל	6	7	8	9	10	15
מספר משתתפים (שכיחות)	2	11	7	3	1	1



נחקור את הגילים של המשתתפים בעזרת ייצוגים שונים.

- בכל אחד מהסעיפים הבאים, ציינו באיזה ייצוג נעזרתם בתשובתכם:
 - כמה ילדים השתתפו במסיבת יום ההולדת של יובל? מהו טווח הגילים שלהם?
 - כמה ילדים בגיל 9 ומעלה השתתפו במסיבה? איזה אחוז הם מהווים מסך כל הילדים במסיבה?
 - מהו הגיל השכיח? מהי שכיחותו? מהי השכיחות היחסית שלו?
 - מהו ממוצע הגילים של המשתתפים במסיבה?
- במסיבת יום ההולדת, דני, אחיו הגדול של יובל, תכנן משחק תחרות זוגות, וביקש מכל המשתתפים להתחלק לזוגות, כך שבכל זוג ילד גדול עם ילד קטן כמו באיור (ילד גדול יותר מיוצג באיור על ידי ילד גבוה יותר):



- לאחר שכל הילדים הסתדרו בזוגות, התברר שיוסי נותר ללא בן זוג. ציינו, אם אפשר לדעת, אם אי אפשר, הסבירו.
- באיזה מקום עומד יוסי? כמה ילדים עומדים לפניו? כמה אחריו?
 - מהם הגילים של המשתתפים העומדים לפני יוסי? אחריו?
 - בן כמה יוסי?



חציון הוא הנתון האמצעי ברשימת נתונים מסודרים (בסדר עולה או יורד).

מחצית מהנתונים נמצאים לפני החציון ומחציתם - אחריו.

דוגמה: במשימה 2, יוסי עומד במקום האמצעי ברשימת האורחים המסודרת לפי סדר הגילים.

אלה העומדים לפניו - צעירים ממנו (או שווים לו בגילם),

ואלה העומדים אחריו - מבוגרים ממנו (או שווים לו בגילם).



3. כיצד נמצא את החציון?

יפה אמרה: רשמים את הגילים של כל הילדים שהשתפו במסיבה לפי הסדר, מהקטן לגדול. אם "מורידים" 12

נתונים מכל צד של **הרשימה המסודרת** - מגלים מיהו החציון:

6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, **7**, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 15

12 מקומות

12 מקומות

15	10	9	8	7	6	גיל
1	1	3	7	11	2	מספר אורחים (שכיחות)

12 מקומות 12 מקומות

↑ המקום ה-13

גאולה אמרה: יש 25 ילדים במסיבה,

לכן, המקום האמצעי ברשימה

המסודרת של הגילים הוא המקום

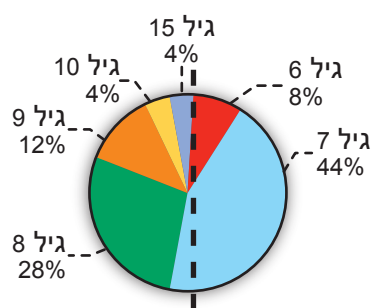
ה-13.

סופרים 13 מקומות (בשורת

השכיחות שבטבלה), מוצאים

שהחציון הוא 7.

אורלי אמרה: דיאגרמת העוגה כוללת את כל הילדים (100%) כשהם מסודרים לפי סדר הגילים.



לכן, אם נתחיל מגיל 6 ו"נחצה" את הדיאגרמה,

המקום האמצעי ברשימה יהיה בדיוק במחצית העוגה

(50% מהילדים), מול הנקודה ההתחלתית המתאימה

לנתון בעל הערך הנמוך ביותר (גיל 6).

לכן החציון הוא 7.

מה דעתכם? מי מהילדים צודק? הסבירו.

4. ציוניה של עדי במתמטיקה במחצית הראשונה של השנה היו 95, 90, 80, 75.

מהו לדעתכם הציון החציוני של עדי?



החציון הוא הנתון הנמצא באמצע הרשימה המסודרת.

כאשר מספר הנתונים **זוגי**, **החציון** הוא הממוצע של שני הנתונים הנמצאים באמצע

רשימת הנתונים המסודרת.

דוגמה: במשימה 4, החציון הוא הממוצע בין 80 ל-90. (כלומר, 85).



1. מצאו בכל אחת מן הסדרות את השכיח, הממוצע, והחציון.

- | | | |
|-------------------|----------------|------------------|
| ה. 4, 6, 8, 2 | ג. 10, 5, 3, 3 | א. 5, 5, 5, 5, 5 |
| ו. 1, 3, 12, 3, 1 | ד. 2, 2, 4, 2 | ב. 2, 2, 7, 2, 2 |



2. הוסיפו בכל סעיף שלושה מספרים כדי לקבל סדרה שבה השכיח 8 והחציון 7.

דוגמה: 2, 8 מוספים: -1, 7, 8
רושמים בצורה מסודרת
-1, 2, 7, 8, 8
השכיח 8, החציון 7.

- א. 0, 6 ב. 2, 1 ג. 8



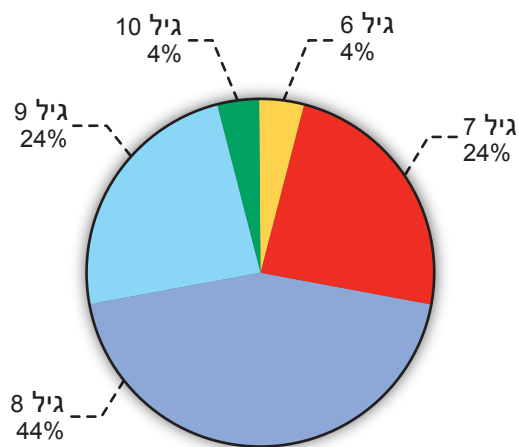
3. מצאו, אם אפשר:

- א. חמישה מספרים בעלי ממוצע 4 וחציון 5.
ב. חמישה מספרים בעלי ממוצע 4 ושכיח 5.
ג. חמישה מספרים בעלי ממוצע 4, שכיח 5 וחציון 3.



4. למסיבת יום ההולדת של נועה הגיעו 25 אורחים.

- א. בנו טבלת שכיחות לפי דיאגרמת העוגה.
ב. מצאו את הגיל השכיח, הגיל החציוני והגיל הממוצע של האורחים.

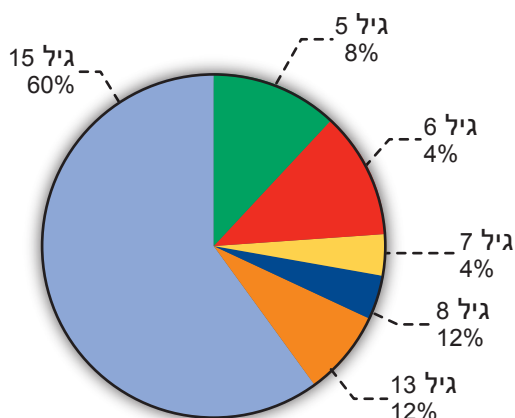


5. לכל אחת מהסדרות הבאות מוסיפים את המספר 5.

- | | | |
|--------------------|----------------|-------------------|
| ה. 7, 3, 0, 10 | ג. 10, 5, 3, 3 | א. 2, 2, 2, 2, 2 |
| ו. 15, 13, 5, 1, 1 | ד. 6, 6, 4, 4 | ב. 2, 2, 5, 8, 10 |

באיזו מהסדרות ישתנה החציון? הסבירו או הדגימו.

6. בדיאגרמת העוגה שלפניכם מתוארת התפלגות הגילים של 25 האורחים שהגיעו למסיבת יום ההולדת



של רועי. על כל גזרה רשומים שני נתונים.

הגיל והשכיחות היחסית שלו (באחוזים).

א. מהו טווח הגילים במסיבה?

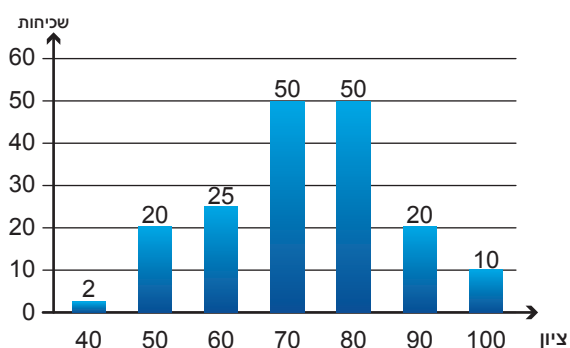
ב. בנו טבלת שכיחות על פי נתוני הדיאגרמה.

ג. מהו הגיל השכיח? מהי שכיחותו?

ד. באיזה מקום נמצא הגיל החציוני? כמה נתונים

נמצאים לפניו? אחריו? מהו הגיל החציוני?

7. להלן התפלגות ציונים של הבחינה בלשון שנערכה בשכבת כתות ח.



א. כמה תלמידות בשכבת ח?

ב. מהו הציון השכיח? מהי שכיחותו?

מהי השכיחות היחסית שלו?

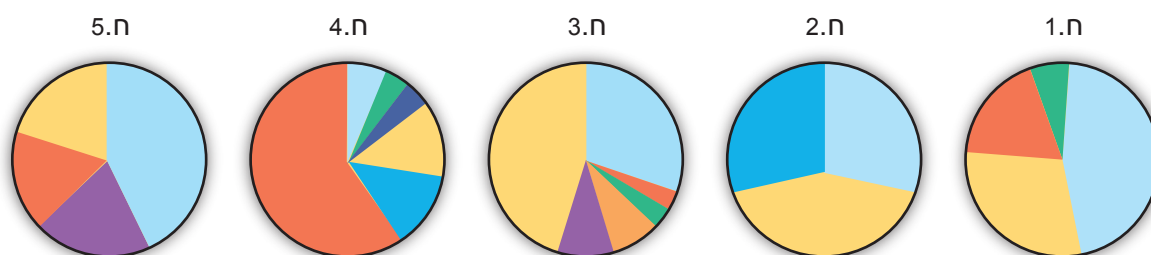
ג. מהו טווח הציונים במבחן?

ד. מהו הציון הממוצע בבחינה?

ה. מהו החציון?

8. הדיאגרמות הבאות מתארות את השכיחות היחסית של ציונים במתמטיקה שהתקבלו בחמש כיתות ח.

הציונים מסודרים לפי סדר עולה, הציון הנמוך ביותר מיוצג על ידי הגזרה הצבועה בתכלת.



א. באילו כיתות יותר מרבע מהתלמידות קיבלו את הציון הנמוך ביותר?

ב. האם ייתכן כי טווח הציונים בכל הכיתות זהה? הסבירו.

ג. באילו כיתות הציון השכיח הוא גם הציון החציוני? הסבירו.

שיעור 3. משכורות

עוד על מדדים סטטיסטיים

ממוצע המשכורות של חמשת העובדים במסעדת "השף" הוא 7000 ש"ח.

יפה, עדה, דפנה ומאיה ניסו לברר מהי המשכורת של כל עובד.

יפה אמרה: הממוצע הוא 7,000 מכאן שחמשת העובדים ביחד משתכרים 35,000 ש"ח.

לכן גובה משכורתו של כל עובד היא 7,000 ש"ח.

עדה אמרה: אם חמשת העובדים ביחד משתכרים 35,000 ש"ח. אפשר "לחלק" את המשכורות בין

חמשת העובדים בדרכים שונות. למשל: 2,000 ; 2,000 ; 3,000 ; 3,000 ; 25,000

דפנה אמרה: סידרתי את המשכורות כך שהפרש בינם לבין הממוצע יהיה שווה מכל צד. כלומר,

משכורת של 6,000 "מתאזנת" עם משכורת של 8,000

משכורת של 5,000 "מתאזנת" עם משכורת של 9,000

לכן, המשכורות הן: 5,000 ; 6,000 ; 7,000 ; 8,000 ; 9,000

משכורת	ההפרש בין המשכורת לממוצע
5,000	-2000
6,000	-1000
7,000	0
8,000	+1000
9,000	+2000

מאיה אמרה: סידרתי את המשכורות כך שסך כל ההפרשים בינם לבין הממוצע יהיה אפס.

לכן, המשכורות הן: 5,000 ; 5,000 ; 5,000 ; 7,000 ; 13,000

משכורת	ההפרש בין המשכורת לממוצע
5,000	-2000
5,000	-2,000
5,000	-2,000
7,000	0
13,000	+6000

1. א. איזה מההסברים מתקבל על דעתכם? הסבירו.

ב. בדקו באיזו חלוקה של משכורות, יש לממוצע אותו ערך כמו לשכיח? כמו לחציון?

באיזו חלוקה - הממוצע לא היה כלל אחד מהנתונים?

ג. מה תוכלו להסיק על תכונות הממוצע מתוך השיטות השונות?



תכונות הממוצע:

- הממוצע אינו בהכרח אחד מנתוני הסדרה. דוגמה: בשיטה של עדה.
- הממוצע חייב להיות בתוך טווח הנתונים. דוגמה: בכל השיטות שהוצעו.
- סכום ההפרשים בין כל אחד מן הנתונים לממוצע, הוא אפס. דוגמה: בכל השיטות שהוצעו.



2. האם לדעתכם תכונות ב ו- ג מתקיימות תמיד? הסבירו.

3. א. העתיקו את הטבלה למחברת והשלימו אותה לפי ההצעות שהובאו במשימה 1:

משכורות באלפי ש"ח:	יובל 7 לכל עובד	עידו 2,2,3,3,25	דפנה 5,6,7,8,9	מאיה 5,5,5,7,13
ממוצע				
שכיח				
חציון				
טווח				

ב. התייחסו לממוצע, שכיח, חציון או טווח:

- מי מהם מושפע מנתונים קיצוניים?
- איזה מידע מוסיף כל אחד מהם על אופי קבוצת המשכורות?
- איזה מהם מתאר נכון יותר לדעתכם את המשכורות שבאותה הצעה?



שכיח, ממוצע, חציון וטווח הם **מדדים סטטיסטיים** המייצגים את קבוצת הנתונים.

מדדים סטטיסטיים מייצגים ומאפיינים נתונים רבים בעזרת ערך אחד.

שכיח, ממוצע וחציון – מייצגים ערכים מרכזיים של הנתונים ולכן נקראים **מדדי מרכז**.

הטווח נותן מידע על מידת פיזור הנתונים ולכן הוא נקרא **מדד פיזור**.

דוגמה: בסדרת המשכורות שהציעה מאיה: 5,000 5,000 5,000 7,000 13,000

השכיח 5,000: מייצג את המשכורת המופיעה אצל מספר העובדים הרב ביותר.

הממוצע 7,000: מייצג את המשכורת שהייתה לכל העובדים לו היו משתכרים שכל שווה.

החציון 5,000: מייצג את המשכורת "האמצעית", מחצית מהמשכורות גבוהות ממנה, (או שוות לה) ומחציתן נמוכות (או שוות) לה.

הטווח 8,000: מייצג את ההפרש בין המשכורת הגבוהה ביותר למשכורת הנמוכה ביותר.

4. להלן ציונים של אלונה, נועם, ודנה בארבעה מבחנים. קבעו מבלי לחשב, איזה מדד כדאי לכל אחד מן הילדים לבחור כדי לייצג את ציוניו : ממוצע, חציון או שכיח:
 הציונים של אלונה: 4, 5, 9, 9
 הציונים של נועם: 6, 6, 6, 10
 הציונים של דנה: 4, 8, 9, 10
 הסבירו שיקולכם.



1. בכיתה ח1 חקרו את מספר הנפשות בכל משפחה והתקבלו התוצאות הבאות:

6	5	4	3	2	מספר הנפשות במשפחה
3	6	10	5	3	מספר תלמידים (שכיחות)

- א. כמה תלמידים בכיתה?
 ב. לכמה תלמידים משפחה בת 5 נפשות? מהי השכיחות היחסית שלהם?
 ג. לכמה תלמידים יש משפחה גדולה מ- 4 נפשות? מהי השכיחות היחסית שלהם?
 ד. מהו גודל המשפחה (מספר הנפשות) השכיח?
 ה. מהו טווח הנפשות במשפחה בכיתה?
 ו. מהו מספר הנפשות הממוצע של תלמידי הכיתה?
 ז. מהו גודל המשפחה החציוני?



2. למסיבת יום ההולדת של יפעת הגיעו מספר אורחים. הגיל השכיח של אורחי המסיבה הוא 8. א. בנו טבלת שכיחות בהתאם לסיפור ורשמו בה כרצונכם את מספר האורחים ואת גילם.
 ב. חשבו את ממוצע הגילים ואת החציון במסיבת יום ההולדת של יפעת.



3. למסיבת יום ההולדת של יעל הגיעו מספר אורחים. א. בנו טבלת שכיחות ורשמו בה את מספר האורחים ואת גילם - כרצונכם, כך ש:
 א. הגיל השכיח הוא 8, והחציון הוא 7.
 ב. הגיל השכיח הוא 8 וממוצע הגילים הוא 7.



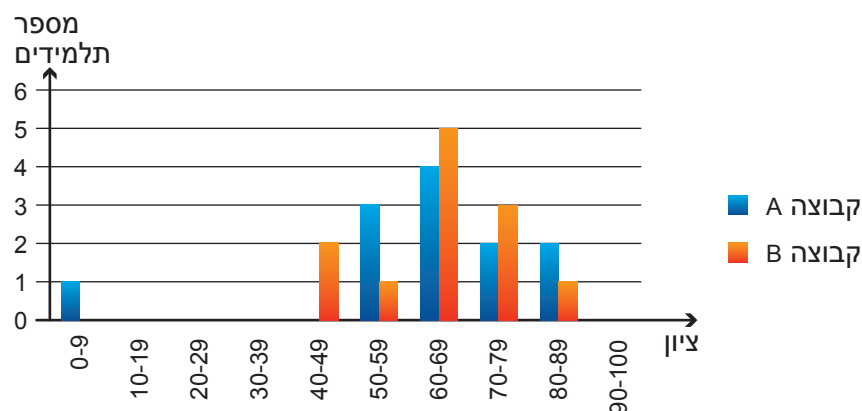
4. למסיבת יום ההולדת של גיא הגיעו מספר אורחים. א. בנו טבלת שכיחות ורשמו בה את מספר האורחים ואת גילם - כרצונכם, כך שממוצע הגילים הוא 8, החציון הוא 7, והגיל השכיח הוא 6.



5. אילו מהמשפטים הבאים נכונים? תקנו את השגויים.
- א. כדי לחשב את הממוצע הכרחי לסדר את המספרים מן הקטן עד הגדול.
- ב. השכיח מחלק את קבוצת הנתונים לשניים: 50% מהנתונים לפניו, ו- 50% מהנתונים אחריו.
- ג. החציון, השכיח והממוצע שווים זה לזה תמיד.
- ד. את השכיח קל למצוא ואין צורך לחשבו.
- ה. השכיח הוא הערך המופיע מספר פעמים הקטן ביותר.
- ו. הממוצע הוא סכום כל הנתונים בקבוצה מחולק במספר הנתונים.
- ז. החציון מושפע מנתונים קיצוניים (גדולים במיוחד או קטנים במיוחד).

שאלה ממבחן פיזה 2009

6. הדיאגרמה שלפניכם מראה תוצאות של מבחן במדעים של שתי קבוצות (קבוצה A וקבוצה B).
 הציון הממוצע של קבוצה A הוא 62. הציון הממוצע של קבוצה B הוא 64.5.
 ציון נחשב ל"עובר" מ- 50 ומעלה.



- המורה הסתכל על הדיאגרמה ואמר כי קבוצה B הצליחה טוב יותר במבחן מקבוצה A.
 תלמידי קבוצה A לא הסכימו עם קביעה זו וניסו לשכנע את המורה שקבוצה B לא בהכרח הצליחה טוב יותר.
 באילו טיעונים לדעתכם השתמשו תלמידי קבוצה A?



7. רשמו סדרה של 7 נתונים כך שהחציון הוא 3.



8. רשמו סדרה של 7 נתונים כך שהחציון הוא 3 והממוצע הוא 5.



9. רשמו סדרה של 7 נתונים כך שהחציון הוא 3, הממוצע הוא 5 והשכיח הוא 6.

שיעור 4. חוקרים את הממוצע



בשיעורים הקודמים עסקנו במדדים סטטיסטיים המייצגים קבוצת נתונים.

ראינו כי:

הממוצע הוא הערך שמתקבל אם מחלקים את סכום הנתונים שווה בשווה בין כל הנתונים.

תכונות הממוצע:

- הממוצע אינו בהכרח אחד מנתוני הסדרה.
- הממוצע חייב להיות בתוך טווח הנתונים.
- סכום ההפרשים בין כל אחד מן הנתונים לממוצע, הוא אפס.

נחקור תכונות נוספות של הממוצע.

1. לפניכם ארבע קבוצות של מספרים.

א. חשבו את הממוצע של כל אחת מהקבוצות.

סדרה א	0	3	4	9
סדרה ב	1	4	5	10
סדרה ג	2	5	6	11
סדרה ד	3	6	7	12

ב. מצאו על סמך החוקיות, אילו מספרים יהיו בקבוצה החמישית בסדרה?
מה יהיה הממוצע שלהם? בדקו.

ג. שערו מהו ממוצע הסדרה: 10 13 14 19
בדקו השערתכם.
מה תוכלו להסיק?

2. א. חשבו את הממוצע של כל אחת מקבוצות המספרים הבאות:

סדרה א	1	3	6	10
סדרה ב	2	6	12	20
סדרה ג	5	15	30	50

ב. מצאו על סמך החוקיות אילו מספרים יהיו בקבוצה הרביעית בסדרה?
מה יהיה הממוצע שלהם? בדקו.

ג. שערו מה יהיה ממוצע הסדרה: 20 60 120 200
בדקו השערתכם.
מה תוכלו להסיק?



תכונות הממוצע:

- אם מגדילים כל אחד מן הנתונים במספר קבוע, גם הממוצע גדל באותו קבוע.
- אם כופלים כל אחד מן הנתונים פי מספר קבוע, גם הממוצע גדל פי אותו קבוע.

3. ממוצע המספרים 2, 4, 6, 8 הוא 5. בדקו.

בכל אחד מהסעיפים הבאים נוסף מספר אחר לסדרה. המספר הנוסף – צבוע באדום.

א. בכל סעיף, קבעו אם ממוצע הסדרה החדשה קטן מ- 5, גדול מ- 5 או שווה ל- 5.

א.	8	6	4	2	1
ב.	8	6	4	3	2
ג.	8	6	4	4	2
ד.	8	6	5	4	2
ה.	8	7	6	4	2
ו.	12	8	6	4	2

ב. כיצד משתנה ממוצע של סדרה אם מוסיפים לה מספר נוסף?



תכונות הממוצע:

- אם מוסיפים לסדרה נתונים שערכם **שווה לממוצע** – ממוצע הסדרה החדשה **שווה** לממוצע הסדרה המקורית.
- אם מוסיפים לסדרה נתונים שערכם **נמוך מהממוצע** – ממוצע הסדרה החדשה **קטן**.
- אם מוסיפים לסדרה נתונים שערכם **גבוה מהממוצע** – ממוצע הסדרה החדשה **גדל**.



4. בשבוע הספר העברי, טלי קנתה ארבעה ספרים במחיר ממוצע של 30 ש"ח לספר.

קבעו כיצד ישתנה ממוצע המחירים, בכל מקרה:

א. טלי קנתה ספר נוסף שמחירו 30 שקלים.

ב. טלי קנתה שני ספרים נוספים: האחד במחיר 35 ש"ח והשני במחיר 25 ש"ח.

ג. טלי קיבלה הנחה של 10% על המחיר הכולל ששילמה בעבור ארבעת הספרים.





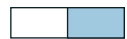
1. גיא קנה חטיפים למסיבה. המחיר הממוצע של החטיפים היה 5 ש"ח.
גיא קנה חטיפי נוסף שמחירו 5 ש"ח. האם ישתנה ממוצע המחירים?



2. ממוצע דמי החנוכה של ילדי המשפחה הוא 50 ש"ח.
בכל מקרה, מצאו מה יהיה הממוצע החדש של דמי החנוכה:
א. סבתא הוסיפה לכל ילד 10 ש"ח.
ב. סבא הכפיל פי 2 את הסכום שקיבל כל נכד.



3. ממוצע הציונים של יוסי ב- 5 מבחנים הוא 75.
א. במבחן נוסף קיבל יוסי 75. מהו הממוצע החדש?
ב. במבחן נוסף קיבל יוסי 85. הסבירו מדוע הממוצע החדש אינו יכול להיות 80.



4. יעל רשמה את שמות המשפחה של החברות שלה ומצאה כי ממוצע מספר האותיות בשם הוא 6.
האם ייתכן כי שם המשפחה של אחת החברות הוא שפירובסקי? הסבירו.



5. יעל רשמה את שמות המשפחה של החברות שלה ומצאה כי ממוצע מספר האותיות בשם הוא 6.
א. האם ייתכן כי שם המשפחה של אחת החברות הוא שפירובסקי? הסבירו.
ב. יעל הוסיפה לרשימת החברות עוד שני שמות. האחד הוא קפלינסקי.
תנו דוגמה לשם המשפחה הנוסף, כך שממוצע אורכי השמות ברשימה לא ישתנה.



6. ידוע כי ממוצע המספרים 2.3, 7.15, 13.7, 15.09 הוא 9.56.
מצאו את ממוצע הסדרות הבאות:
א. 5.3, 10.15, 16.7, 18.09
ב. 4.6, 14.3, 27.4, 30.18
ג. 2.3, 7.15, 9.56, 9.56, 13.7, 15.09



7. מצאנו כי:

- כאשר מגדילים את כל אחד מן הנתונים במספר קבוע, גם הממוצע גדל באותו קבוע.
 - כאשר כופלים את כל אחד מן הנתונים במספר קבוע, גם הממוצע משתנה פי אותו קבוע.
- האם לדעתכם תכונות אלה נשמרות גם כאשר מוסיפים לכל אחד מן הנתונים מספר שלילי?

דפנה אמרה: אפשר לבדוק באמצעות האלגברה.

$$\frac{a+b+c}{3} = x \quad \text{כלומר: } a, b, c \text{ הוא } x.$$

צריך לבדוק כיצד ישתנה הממוצע עם נוסף לכל מספר - מספר שלילי.

נניח שהוספתי לכל נתון את המספר (-6) . כלומר, $a - 6$, $b - 6$, $c - 6$.

הסכום החדש של המספרים הוא: $(a - 6) + (b - 6) + (c - 6) = a + b + c - 18$.

$$\frac{a+b+c-18}{3} = \frac{a+b+c}{3} - \frac{18}{3} = x - 6$$

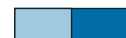
הממוצע הוא: $x - 6$

הראו בעזרת האלגברה כי תכונות הממוצע נשמרות גם כאשר כופלים כל אחד מן הנתונים במספר שלילי.



שאלה מתוך מיצ"ב תשס"ב

8. ממוצע הגילים של שלושה אחים הוא 12.
מה היה ממוצע הגילים שלהם לפני שנתיים?
מה יהיה ממוצע הגילים שלהם בעוד 3 שנים?



9. הממוצע של ארבעה מספרים הוא 100. בדקו אילו מהטענות הבאות אפשריות.

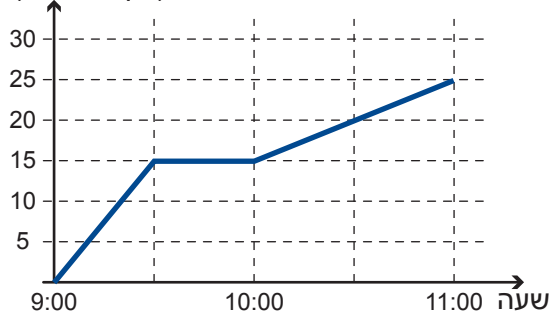
אם הטענה לא אפשרית, תנו דוגמה או הסבירו מדוע.

- כל המספרים חיוביים.
- כל המספרים שליליים.
- כל המספרים שווים ביניהם.
- שלושה מבין המספרים - הם מספרים שליליים.
- שלושה מבין המספרים גדולים מ-100.
- כל המספרים קטנים מ-100.
- שניים מבין המספרים הם אפס.
- אף אחד מן המספרים איננו 100.

10. באחד הימים מדדו את גובה תלמידות שכבת כיתות ח. הגובה הממוצע של התלמידות בכיתה ח1 היה 160 ס"מ, והגובה הממוצע של התלמידות בכיתה ח2 היה 150 ס"מ. יעל הייתה הילדה הגבוהה ביותר בכיתה ח2, גובהה 180 ס"מ. יפה היה הנמוכה בכיתה ח1, גובהה 130 ס"מ. שתי תלמידות נעדרו באותו היום מבית הספר, אך כשהגיעו לכיתה למחרת, מדדו את גובהן וחישבו מחדש את ממוצע הגבהים. למרבה ההפתעה, הגובה הממוצע של התלמידות בכיתה ח1 והגובה הממוצע של התלמידות בכיתה ח2 לא השתנה. מה תוכלו להסיק מהמידע שבסיפור לגבי שתי התלמידות שנעדרו במדידה הראשונה?
- שתייהן מכיתה ח2?
 - אחת מכיתה ח1 ואחת מכיתה ח2?
 - לשתייהן אותו הגובה?
 - אף אחת מהן לא נמוכה מיפה?

שוארים על כושר

מרחק הנסיעה
(בקילומטרים)



1. שאלה מעובדת מתוך מיצב תשס"ג

הגרף שלפניכם מתאר את המרחק בק"מ שדני עבר ברכיבה על אופנים ואת משך הנסיעה שלו.

- כמה זמן ארכה הנסיעה?
- כמה ק"מ עבר דני בסה"כ?
- כמה ק"מ עבר דני בממוצע לשעה? (כלומר, אם דני היה רוכב במשך כל הזמן באותה מהירות).

2. מדדו את מידות חומו של יוסי מספר פעמים במשך 3 שעות.



שעה	10.00	10.30	11.00	11.30	12.00	12.30	13.00
טמפרטורה	39.3°C	38.7°C	38°C	38°C	37.5°C	37.4°C	37.3°C

- מה תוכלו לומר על קצב ירידת הטמפרטורה? בשעה הראשונה? בשעה השנייה? בשעה השלישית?
- בכמה ירד חומו של יוסי (הטמפרטורה שנמדדה) בממוצע לשעה?

3. חימום נזול במעבדה. הטמפרטורה של הנזול עלתה במשך 8 שניות מ- 20°C ל- 45°C . בכמה מעלות עלתה הטמפרטורה של הנזול בממוצע בשנייה?

4. איילת נולדה בגובה 40 ס"מ. בגיל 4 היה גובהה מטר אחד. בגיל 10 הגיעה לגובה של 1.40 מטרים (140 ס"מ) ובגיל 15 היה גובהה 1.70 מטרים (170 ס"מ).

בכמה ס"מ גבהה איילת בשנה בממוצע (כלומר, אם הייתה גדלה באותו הקצב לאורך כל הזמן):

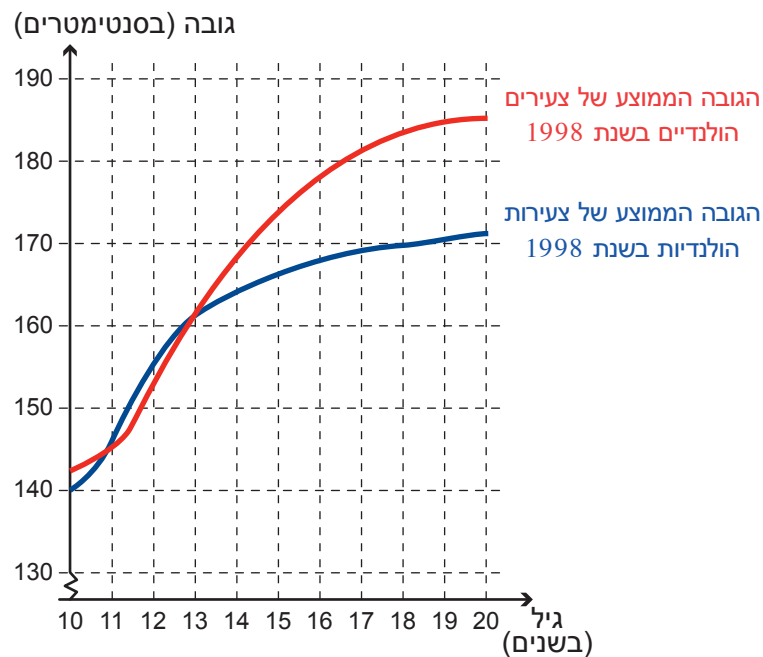
א. מאז שנולדה עד גיל 4? ג. מגיל 10 עד גיל 15?

ב. מגיל 4 עד גיל 10? ד. מאז שנולדה עד גיל 15?

כיצד אפשר להסביר את השינוי בקצב הגדילה הממוצע של איילת?

5. שאלה מתוך פיזה 2009

גובהם הממוצע של צעירים הולנדיים וצעירות הולנדיות בשנת 1998 מתואר בגרף הבא.



א. מאז שנת 1980, עלה הגובה הממוצע של צעירות הולנדיות בנות 20 ב- 2.3 ס"מ, והגיע

ל- 170.6 ס"מ. מה היה הגובה הממוצע של צעירה הולנדית בת 20 בשנת 1980?

ב. הסבירו כיצד אפשר ללמוד מן הגרף שקצב הצמיחה לגובה הממוצע של נערות קטן לאחר גיל 12?

ג. באילו גילאים גבוהות הצעירות, בממוצע, מצעירים בני גילן, לפי המתואר בגרף?