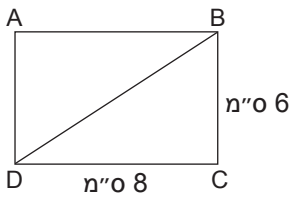
יחידה 13: שימושים למשפט פיתגורס

שיעור 1. משפט פיתגורס ומלבן

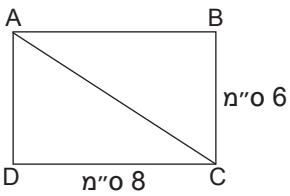
רותי ועידן מתחתנים. הם רוצים להכין הזמנה לחתונתם ולהוסיף סרט זהוב (ראו שרטוט).
הם התלבטו בין שתי ההזמנות המשורטטות.

רותי העדיפה את ההזמנה הריבועית, אורך כל צלע 14 ס״מ.
עידן העדיף את ההזמנה המלבנית שאורכי צלעותיה: 16 ס״מ, 12 ס״מ.
בהמשך נעזור לרותי ועידן לבחור את ההזמנה.
בשיעור נחקור מלבנים ונשתמש במשפט פיתגורס לחישובים.

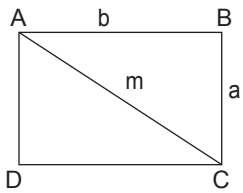
1. א. חשבו את אורך האלכסון DB.



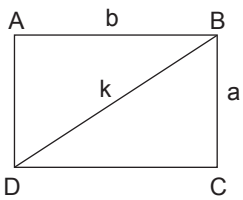
ב. חשבו את אורך אלכסון AC.



2. א. בטאו את m^2 בעזרת a, b.

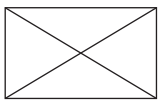


ב. בטאו את k^2 בעזרת a, b .



ג. הסבירו באמצעות סעיפים א׳ ו- ב׳ מדוע האלכסונים במלבן שווים.

בכיתה ז הוכחתם שהאלכסונים במלבן שווים, בעזרת חפיפת משולשים.
בשיעור זה הוכחתם שהאלכסונים שווים באמצעות משפט פיתגורס.



3. חיזרו למשימת הפתיחה.

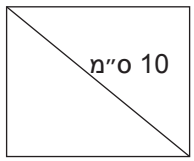
עידן ורותי החליטו שיבחרו בהזמנה הזולה מבין שתי ההזמנות.

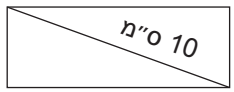
עלות הסרט הזהוב מבדילה בין המחירים של שתי ההזמנות. כל מטר סרט עולה 2 ₪

א. חשבו את עלות הסרט בכל הזמנה.

ב. באיזו הזמנה בחרו רותי ועידן?

4. נתונים מלבנים שאורך האלכסון בהם הוא 10 ס"מ .





א. השלימו את הטבלה.

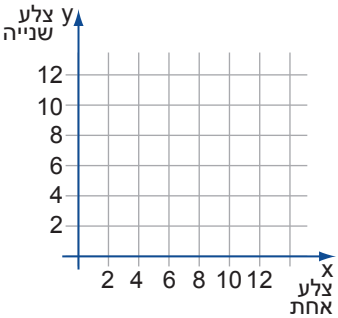
צלע אחת	1	2	2.5	3	4	5	6	7	9
צלע שנייה	9.95			9.54				7.14	4.36

ב. היעזרו בנקודות שבטבלה ושרטטו במחברתכם את גרף הפונקציה המתארת את הקשר בין צלע אחת (x) לצלע השנייה (y).

ג. מצאו באמצעות הגרף מהם בערך שיעורי הנקודות:

(0.5,) , (8,) , (9.5,).

ד. האם הנקודות : (0, 10), (10, 0) על הגרף? הסבירו.



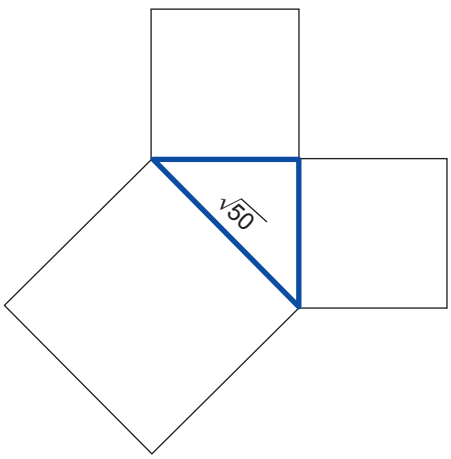
5. היעזרו בדף משבצות.

א. שרטטו ריבוע שאורך אלכסונו $\sqrt{50}$.

תוכלו להיעזר בשטחי הריבועים הבנויים על חצי הריבוע.

מה אורך צלע הריבוע ששרטטתם?

האם יש עוד ריבועים עם אותו אורך אלכסון?

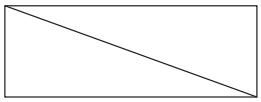


הלקחות...

ב. שרטטו מלבן (שאינו ריבוע) שאורך אלכסונו $\sqrt{50}$ ואורכי צלעותיו מספרים שלמים.

מהם אורכי צלעות המלבן ששרטטתם? האם יש עוד מלבנים עם אותו אורך אלכסון ושאורכי הצלעות הם מספרים שלמים?

6. בשרטוט מלבן. היחס בין צלע המלבן לאלכסונו הוא 5:13.



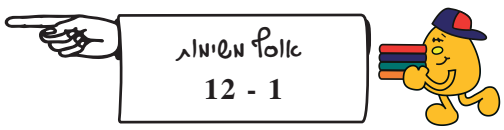
א. רשמו דוגמה לאורך צלע ואורך אלכסון עם היחס הנתון.

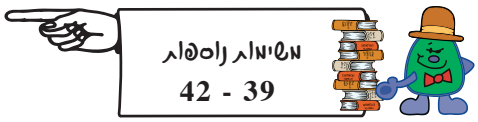
מה אורך הצלע השנייה?

ב. רשמו דוגמה אחרת לאורך צלע ואורך אלכסון עם היחס הנתון.

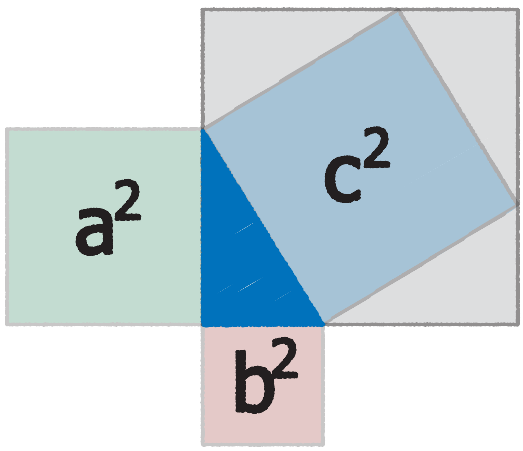
מה אורך הצלע השנייה?

ג. האם המלבנים דומים? הסבירו.





$$a^2 + b^2 = c^2$$

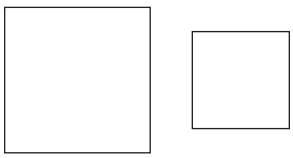


שיעור 2. משפט פיתגורס עם יחס ודמיון

משפחת עצמוני רוצה לקנות מסך מחשב בגודל 30 אינץ.
היא בדקה את המפרט הטכני של המסך.

נתוני מסך	
גודל מסך	30 אינץ'
יחס תמונה	3:4
יחס ניגודיות	25000:1
רזולוציות מסך	1366 x 768
זווית צפיה	178 מעלות
שיטות שידור	מולטי סיסטם

1. היחס בין צלעות הריבועים הוא 2:3



א. תנו דוגמה לאורכי צלעות של שני ריבועים .
חשבו את שטחי הריבועים ואת היחס בין השטחים.

ב. תנו דוגמה אחרת לאורכי צלעות של שני ריבועים.
חשבו את שטחי הריבועים ואת היחס ביניהם.

ג. האם יש קשר בין יחס הצלעות של הריבועים (בכל סעיף) ליחס השטחים שלהם? אם כן, מהו הקשר?

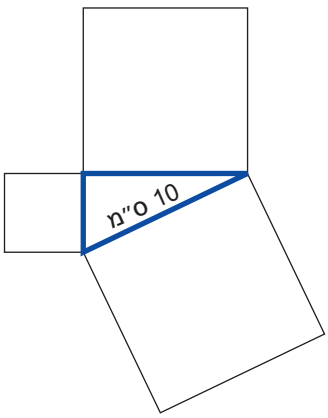
2. היחס בין אורכי הצלעות של המלבן הוא 3:4.

א. היעזרו בשרטוט הריבועים הבנויים על צלעות חצי המלבן
ומצאו את שטח הריבוע הבנוי על האלכסון.

ב. מה יחס השטחים של הריבועים הבנויים על צלעות המלבן? הסבירו.

ג. מצאו את שטחי שני הריבועים הבנויים על צלעות המלבן.

ד. מצאו את אורכי צלעות המלבן.



אינץ' (נכתב גם כאינטש) היא יחידת מידה לאורך, היא יחידה מתוך "מערכת היחידות הבריטית" המשמשת בארצות הברית ובמדינות בודדות נוספות. **אינץ' אחד שווה ל־2.54 סנטימטרים**

3. נחזור לשאלת הפתיחה.

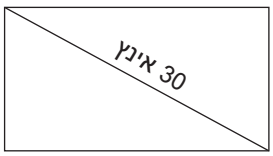
לפניכם שרטוט מדגים של מסך מחשב.

שימו לב! יחס התמונה הוא היחס בין אורכי הצלעות של המסך.

משפחת עצמוני רצתה לבדוק אם גודל המסך המחשב מתאים

למקום שיעדו לו בבית: 70 ס"מ x 50 ס"מ

עזרו להם לחשב את אורכי צלעות מסך המחשב.



א. שרטטו ריבועים על צלעות חצי המלבן (על המשולש).

ב. חשבו את שטח הריבוע הבנוי על האלכסון (באינצ'ים רבועים).

ג. מהו יחס השטחים של הריבועים הבנויים על צלעות המלבן? (היעזרו ביחס התמונה בשאלת הפתיחה)

ד. אילו מזוגות המספרים הבאים (באינצ'ים רבועים) הם שטחי שני הריבועים על צלעות המלבן:

9, 16 324, 576 54, 96

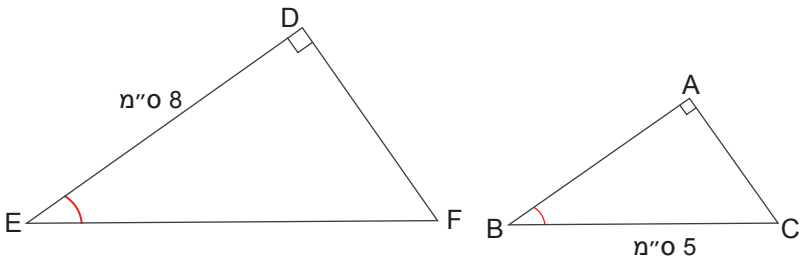
ה. מצאו את אורכי צלעות המסך (באינצ'ים).

ו. האם מסך המחשב יתאים למקום שיעדו לו אצל משפחת עצמוני?

בלקפוץ...

4. המשולשים ABC , DEF דומים. הזוויות השוות צבועות באותו צבע.

יחס הדמיון הוא 2:1 .



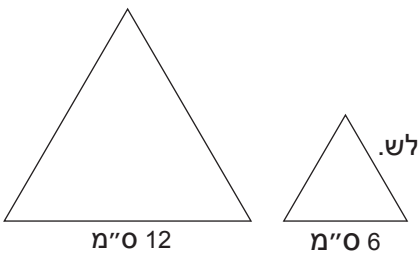
א. היעזרו ביחס הדמיון ומצאו את אורך הצלע AB.

ב. חשבו את אורך הצלע AC.

ג. השלימו את אורכי הצלעות במשולש DEF.

בלקפוץ...

5. משורטטים שני משולשים שווה צלעות.

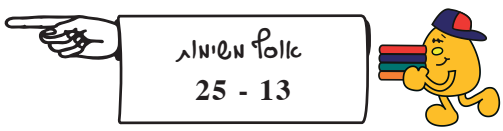


א. האם המשולשים דומים? הסבירו.

ב. שרטטו את המשולשים במחברתכם וגובה לצלע אחת בכל משולש.

ג. חשבו את הגבהים ואת שטחי המשולשים.

ד. מה יחס השטחים ?



שיעור 3. מחשבים בעזרת משפט פיתגורס

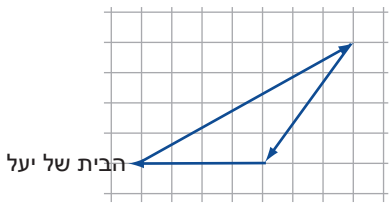
לקראת יום העצמאות קשטו את בניין הסוכנות היהודית בתל אביב, בשרשרת דגלים.

קַבעו את הקצה העליון של השרשרת בפינת הגג של החלק העליון. חזקו את השרשרת בפינת הגג של החלק התחתון. את קצה השרשרת קשרו ליתד הנעוצה באדמה. ראו תמונה.

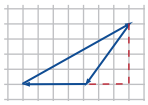
חשבו את אורך שרשרת הדגלים לפי המידות הנתונות.

בשיעור נעסוק בחישובים נוספים בעזרת משפט פיתגורס.

1. יעל מתאמנת בריצה, לפניכם שרטוט המדגים את מסלול ריצתה. כל צלע משבצת מייצגת מרחק של 1 ק"מ. חשבו את אורך המסלול.

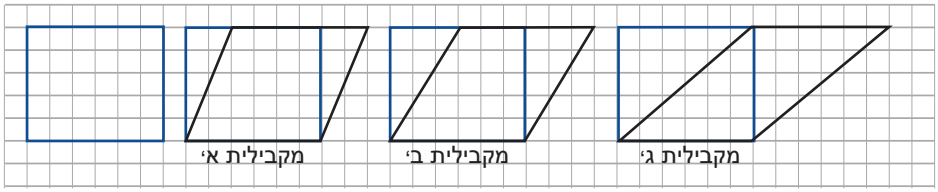


רמז: שרטטו את הקטעים הצבועים באדום והיעזרו במשולשים ישרי זווית.



מקבילית היא מרובע שצלעותיו הנגדיות מקבילות.
הצלעות הנגדיות במקבילית גם שוות.
גם מלבן הוא מקבילית. הסבירו.

2. לפניכם שרטוטים של מלבן ושלוש מקביליות אחרות.



א. חשבו את שטח המלבן **ביחידות משבצת**.

ב. במקבילית **א'**:

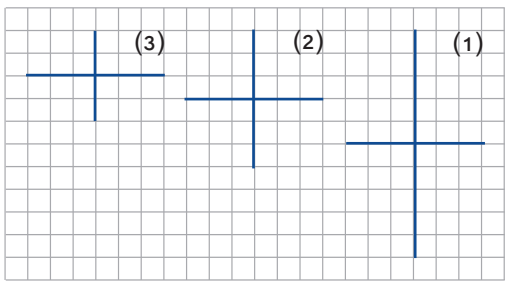
- רשמו את אורך הצלע הצבועה בכחול וחשבו את אורך הצלע הסמוכה לה.
- חשבו את היקף המקבילית.
- מצאו את שטח המקבילית והסבירו כיצד מצאתם.

ג. חזרו על כל הפעולות שביצעתם בסעיף ב לגבי מקבילית **ב'**.

ד. חזרו על כל הפעולות שביצעתם בסעיף ב לגבי מקבילית **ג'**.

ה. מה הקשר בין המקביליות השונות לבין המלבן? (התייחסו לאורכי הצלעות, ההיקף, הזוויות, השטח.)

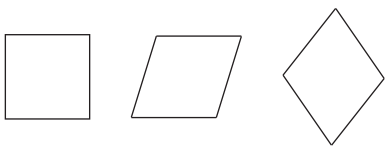
3. הקווים שבשרטוט הם אלכסונים של שלושה מרובעים.



א. העתיקו למחברת (על דף משובץ) ושרטטו את המרובעים.

ב. הסבירו מדוע בשלושת המרובעים כל הצלעות שוות.

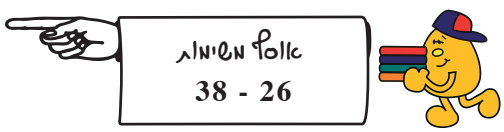
מרובע שכל צלעותיו שוות נקרא מעוין.
גם ריבוע הוא מעוין. הסבירו.



ג. חשבו את השטח של כל אחד מהמעוינים.

ד. חשבו את אורך הצלע של כל אחד מהמעוינים.

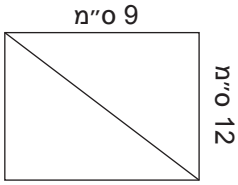
משפט פיתגורס מאפשר חישובים של קטעים וצלעות של צורות הנדסיות במישור.



אולפן משימות

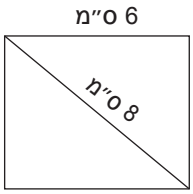
1. א. חשבו את אורך אלכסון המלבן.

ב. מה היחס בין אורך האלכסון לבין אורך הצלע הארוכה ?

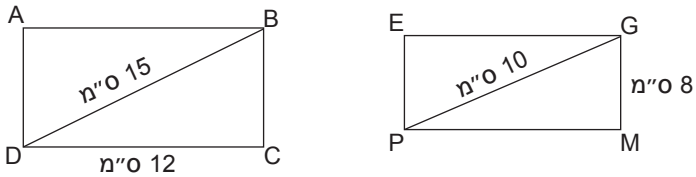


2. א. חשבו את אורך הצלע החסר במלבן.

ב. חשבו את שטח המלבן.



3. פי כמה גדול שטח מלבן ABCD משטח מלבן EGMP?



4. שטח המלבן 80 סמ"ר. צלע אחת שווה ל- 8 ס"מ.

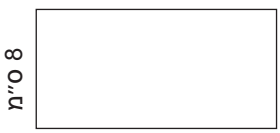
א. חשבו את אורך הצלע השנייה.

ב. חשבו את אורך האלכסון.

5. א. שטח מלבן 100 סמ"ר. צלע אחת שווה ל- 8 ס"מ.

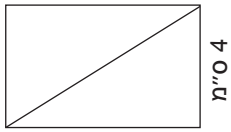
חשבו את אורך האלכסון.

ב. מה אורך אלכסון של ריבוע ששטחו 100 סמ"ר?

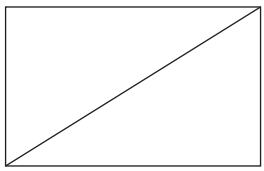


6. חשבו את היקפי המלבנים הבאים לפי הנתונים הרשומים.

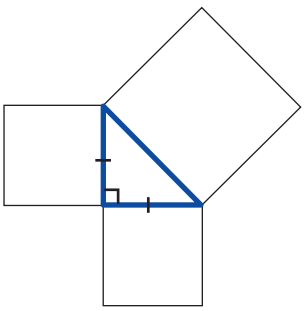
א. האלכסון גדול פי שתיים מהצלע הנתונה.



ב. היחס בין הצלע הנתונה לאלכסון הוא: $2:3$.



7. אורך היתר של משולש ישר זווית ושווה שוקיים הוא $\sqrt{32}$ ס"מ.



א. מה שטח הריבוע על היתר?

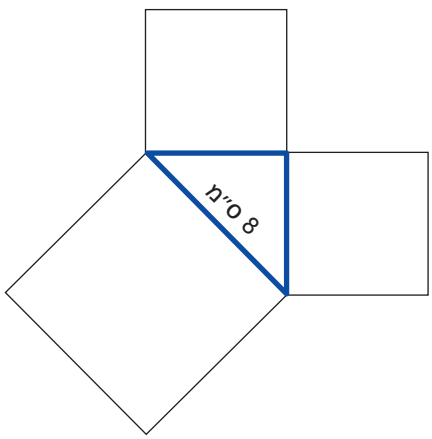
ב. מה שטח הריבוע הבנוי על כל אחד מהניצבים?

ג. מה אורך הניצב?

8. חשבו את אורך צלע הריבוע.

היעזרו בשרטוט הריבועים הבנויים על צלעות חצי הריבוע.

רשמו תחילה את שטחי הריבועים הבנויים על חצי הריבוע.



9. היעזרו בדף משבצות.

א. שרטטו ריבוע שאורך אלכסונו $\sqrt{98}$ יחידות אורך משבצת.

מה אורך צלע הריבוע ששרטטתם?

האם יש עוד ריבועים עם אותו אורך אלכסון?

ב. שרטטו מלבן (שאינו ריבוע) שאורך אלכסונו $\sqrt{85}$ יחידות אורך משבצת ואורכי צלעותיו מספרים שלמים.

מהם אורכי צלעות המלבן ששרטטתם?

האם יש עוד מלבנים עם אותו אורך אלכסון ושאורכי הצלעות הם מספרים שלמים?

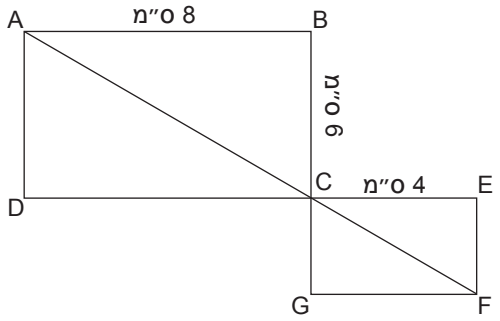
10. בשרטוט שני מלבנים להם קודקוד משותף C.

AF עובר דרך C.

א. חשבו את AC.

ב. AF= 15ס"מ, חשבו את CF.

ג. חשבו את הצלע FE.



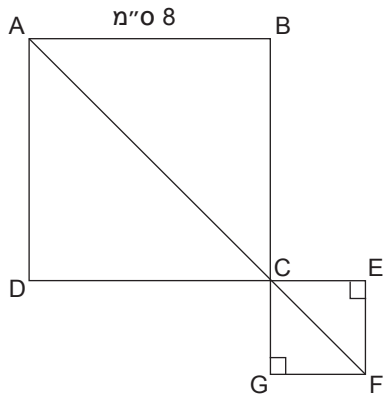
11. ABCD הוא ריבוע שצלעו 8 ס"מ.

האריכו את האלכסון AC ואת הצלעות כמו בשרטוט.

א. במרובע CEFG מסומנות שתי זוויות ישרות.

הוכיחו שהמרובע הוא ריבוע.

ב. AF= 16ס"מ. חשבו את צלע הריבוע CEFG.



12. מלבן חולק על ידי שני קטעים לשלושה חלקים שווי שטח.

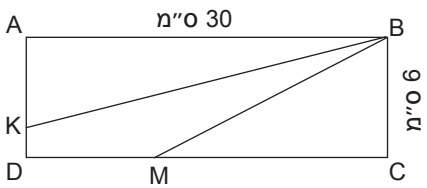
א. מה שטח המלבן?

ב. מצאו שטח של כל אחד משלושת החלקים.

ג. היעזרו בסעיף ב וחשבו את AK, MC.

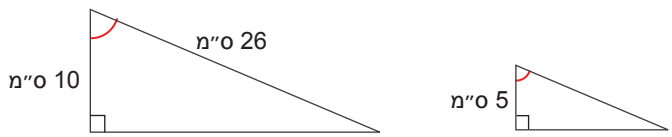
ד. חשבו את BM, BK.

ה. מצאו את היקף המרובע KBMD.

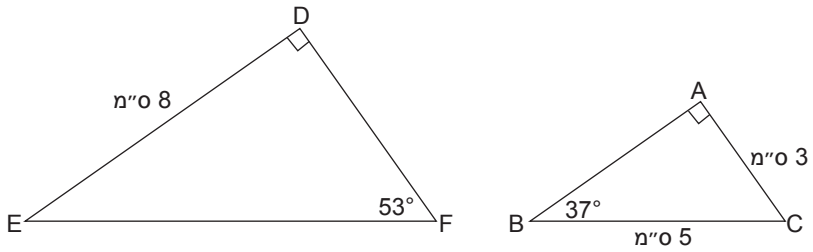


13. המשולשים המשורטטים דומים. הזוויות השוות צבועות באותו צבע.

חשבו את אורכי הצלעות החסרים.



14. א. חשבו אורך הצלע AB.

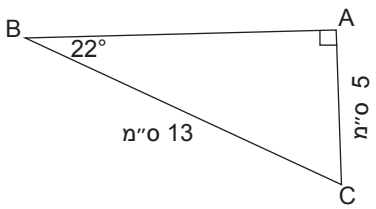


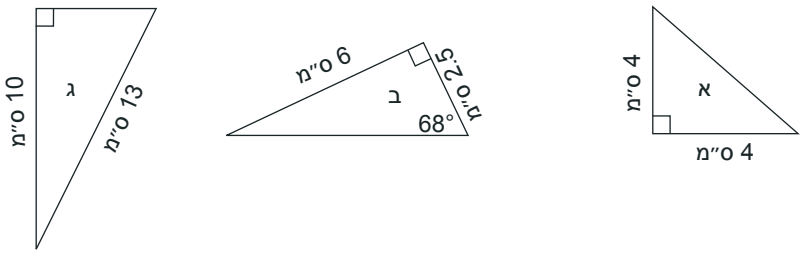
ב. האם המשולשים דומים? הסבירו . אם כן, רשמו את יחס הדמיון.

ג. מצאו את אורכי שאר הצלעות של משולש EDF.

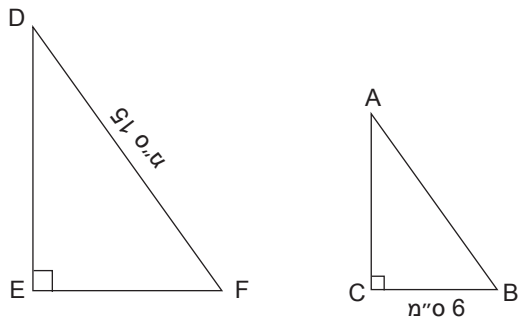
15. א איזה משלושת המשולשים (א, ב, ג) דומה למשולש ABC ? הסבירו.

ב. השלימו את אורכי צלעות המשולש הדומה ורשמו את יחס הדמיון.





16. משולש DEF הוא הגדלה פי 1.5 של משולש ABC.

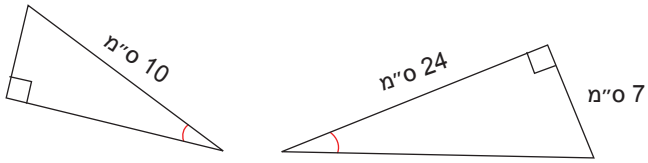


א. מצאו את אורך הצלע AB.

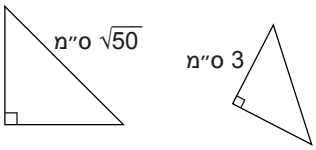
ב. חשבו את שאר הצלעות במשולשים ABC, DEF.

17. בשרטוט המשולשים דומים. הזוויות השוות צבועות באותו צבע.

חשבו את אורכי הצלעות החסרים.



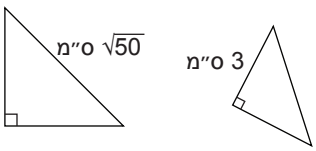
18. בשרטוט שני משולשים ישרי זווית ושווה שוקיים.



א. חשבו את אורכי צלעות שני המשולשים.

ב. האם המשולשים דומים? הסבירו. אם כן, חשבו את יחס הדמיון.

19. בשרטוט שני משולשים ישרי זווית ושווה שוקיים.



א. האם המשולשים דומים? הסבירו. אם כן, חשבו את יחס הדמיון.

ב. תנו דוגמה למשולש שווה שוקיים וישר זווית. האם משולש זה דומה למשולשים שבשרטוט? הסבירו.

20. א. רוצים לתלות תמונה על קיר בגלריה בגובה של 3 מ' מהקרקע . נעזרו בסולם באורך של 4 מ' .

באיזה מרחק יש להניח את הסולם מהקיר? שרטטו משולש מדגים.

ב החליטו להוריד את התמונה בחצי מטר . באיזה מרחק עתה יש להניח את הסולם.

שרטטו משולש מדגים.

ג. האם שני המשולשים ששרטטתם דומים? הסבירו.

21. א. $AC = 10$ ס"מ, $AD = 8$ ס"מ, חשבו את CD.

ב. המשולשים ACD, CDB דומים, הסבירו.

ג. השלימו את רישום את שוויון היחסים בין הצלעות המתאימות:

היעזרו בקשתות המתאימות, $\overset{\frown}{ACD} \sim \overset{\frown}{CDB}$

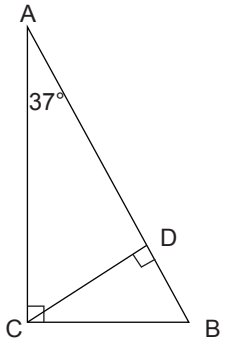
$\frac{AC}{\quad} = \frac{CD}{\quad} = \frac{AD}{\quad}$

ד. חשבו את DB. הסבירו

ה. חשבו את CB.

ו. האם יש זוגות נוספים של משולשים דומים?

אם כן, רשמו אותם.



22. משולש DEF שווה שוקיים ($DE = DF$).

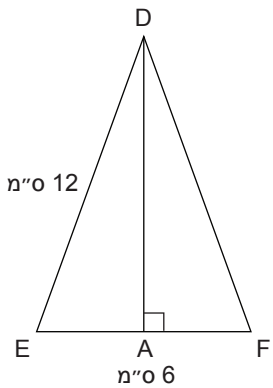
DA גובה.

א. הוכיחו כי $AF = AE$. (היעזרו בחפיפת משולשים).

ב. חשבו את AD. הסבירו

ג. חשבו את שטח משולש DEF.

ד. חשבו את הגובה לשוק (היעזרו בסעיף ג).



23. משולש ABC שווה שוקיים ($AB= AC$).

AD גובה לבסיס, BE גובה לשוק.

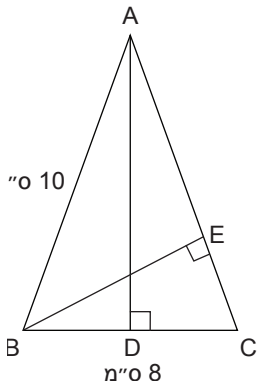
א. מצאו משולש דומה למשולש BEC (רשמו בעזרת הסימן $\sim$.)

ב. האם יש בשרטוט זוג משולשים חופפים? הסבירו.

ג. חשבו את AD.

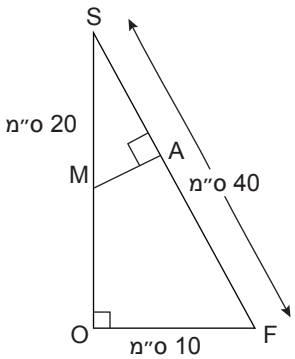
ד. העתיקו את השרטוט למחברתכם ורשמו את אורכי הקטעים הבאים:

AD, BD, DC



ה. היעזרו בשוויון היחסים בין אורכי הצלעות של המשולשים הדומים שהתקבלו בסעיף א וחשבו את יתר צלעות BEC.

24. נתון SOF משולש ישר זווית , $AM \perp SF$



א. האם משולשים SMA, SFO דומים? הסבירו. אם כן, רשמו את שוויון יחס הצלעות המתאימות.

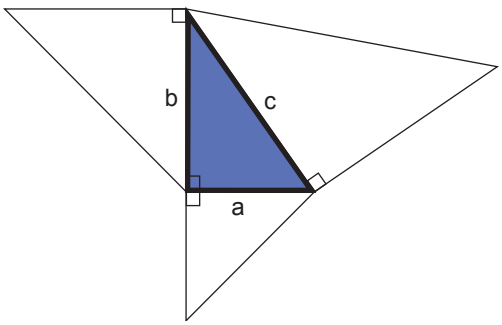
ב. חשבו את AM.

ג. חשבו את הצלע SA במשולש SMA

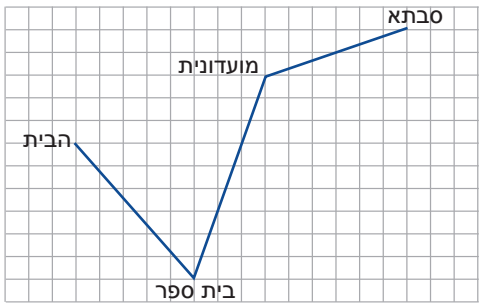
חשבו את הצלע SO במשולש SFO.

25. על כל אחת מצלעותיו של משולש ישר זווית בנו משולש ישר זווית ושווה שוקיים - ראו שרטוט.

האם מתקיים "משפט פיתגורס" כלומר: האם סכום שטחי המשולשים הבנויים על הניצבים שווה לשטח המשולש הבנוי על היתר? הסבירו.

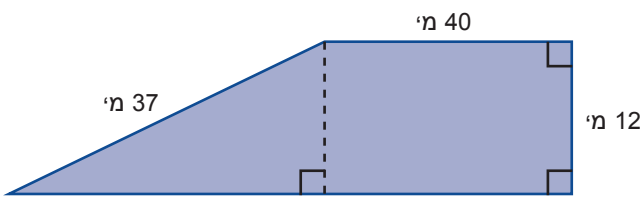


26. ניר הולך כל יום לבית הספר, לאחר הלימודים הוא הולך למועדונית ומשם לסבתא שלו. מסלול ההליכה שלו מתואר בשרטוט. חשבו את אורך מסלול ההליכה היומי של ניר ביחידות אורך של צלע משבצת.



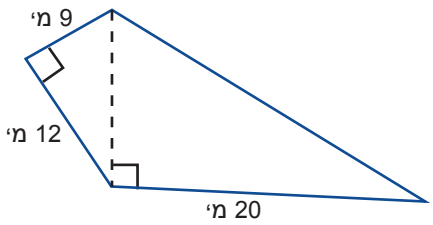
27. מצאו את שטח המגרש על פי הנתונים בשרטוט.

הסבירו את חישוביכם.



28. א. מצאו את היקף המגרש על פי הנתונים בשרטוט.
(מצאו תחילה את אורך הקטע המקווקו.)

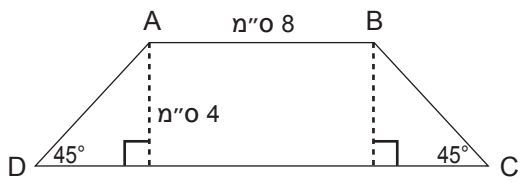
ב. מצאו גם את שטח המגרש.



29. לפניכם מרובע שבו $BC = AD$, $CD \parallel AB$
(מרובע כזה נקרא טרפז שווה שוקיים).

א. חשבו את צלעות המרובע ואת היקפו.
הסבירו את חישוביכם.

ב. חשבו את שטח המרובע.

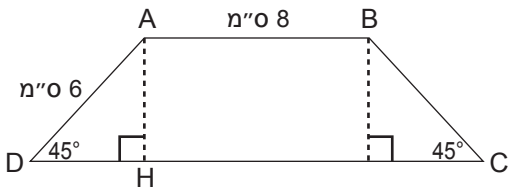


30. לפניכם מרובע שבו $BC = AD, CD \parallel AB$
(מרובע כזה נקרא טרפז שווה שוקיים)

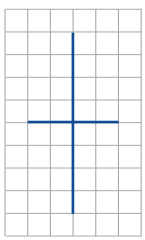
א. חשבו את AH. הסבירו את מהלך החישוב.

ב. חשבו את שטח הטרפז.

ג. חשבו את אורך הבסיס התחתון ואת היקף הטרפז.



31. הקטעים המשורטטים, הם אלכסונים של מרובע שכל צלעותיו שוות.
מרובע כזה נקרא **מעוין**.



א. העתיקו את הקטעים למחברת על דף משובץ (יחידת האורך היא צלע משבצת).
שרטטו את המעוין וסמנו אותו **מעוין א'**.
חשבו את אורך הצלע של המעוין ואת שטחו.

ב. שרטטו במחברתכם אלכסונים של **מעוין ב'** שאורכם גדול פי 2 מהאורכים של אלכסוני **מעוין א'**.
שרטטו את המעוין וחשבו את אורך הצלע שלו ואת שטחו.

ג. שרטטו אלכסונים של **מעוין ג'** שאורכם קטן פי 2 מהאורכים של אלכסוני **מעוין א'**.
שרטטו את המעוין וחשבו את אורך הצלע שלו ואת שטחו.

32. התייחסו למעוינים ששרטטתם במשימה 31 וענו על השאלות הבאות:

א. חשבו את היחס: בין אורך הצלע של מעוין **ב'** לאורך הצלע של מעוין **א'**.

בין אורך הצלע של מעוין **ג'** לאורך הצלע ושל מעוין **א'**.

בין אורך הצלע של מעוין **ב'** לאורך הצלע של מעוין **ג'**.

ב. האם המעוינים דומים זה לזה? הסבירו.

ג. חשבו את היחס: בין שטח מעוין ב' ושטח מעוין א'.

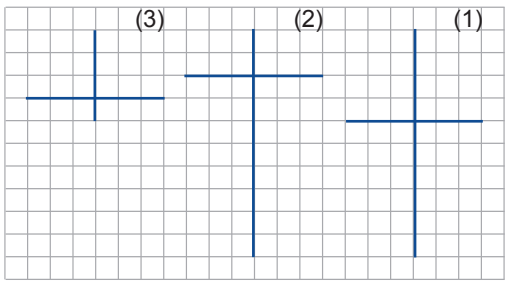
בין שטח מעוין ג' ושטח מעוין א'.

בין שטח מעוין ב' ושטח מעוין ג'.

האם יש קשר בין יחס השטחים בהשוואה ליחס צלעות המעוינים? הסבירו.

33. הקטעים שבשרטוט הם אלכסונים של שלושה מרובעים.

א. העתיקו למשבצות שבמחברתכם ושרטטו את המרובעים.



בכל אחד מהמרובעים שני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף.

(מרובעים כאלה נקראים דלתונים).

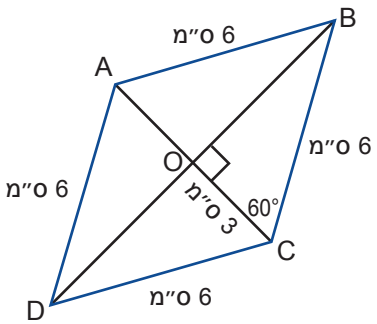
ב. חשבו את השטח של כל מרובע.

ג. חשבו את אורכי הצלעות של כל מרובע.

34. א. מהו אורך הקטע AO? הסבירו.

ב חשבו את אורך BO ו- DO.

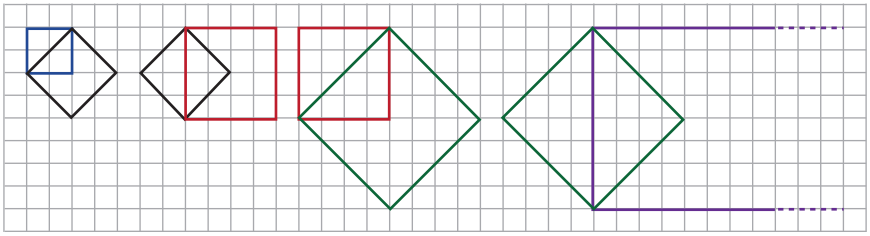
ג. חשבו את שטח המעוין. הסבירו את מהלך החישוב.



35. לפניכם סדרה של 5 ריבועים כשכל ריבוע בנוי על אלכסון הריבוע הקודם.

א. חשבו את הצלעות של כל אחד מהריבועים (יחידת האורך צלע משבצת).

(כאשר אורך צלע אינו מספר שלם תוכלו לבטא את אורך הצלע בכתיב שורשים למשל: $\sqrt{8}$)

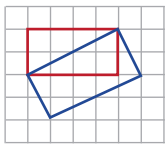


ב. האם הריבועים דומים? הסבירו.

ג. חשבו את השטחים של כל אחד מהריבועים.

ד. מה יהיה אורך צלע הריבוע הבא בסדרה ומה יהיה שטחו?

36. א. רשמו את אורכי הצלעות של המלבן האדום וחשבו את אורך צלעות המלבן הכחול.



(כאשר אורך צלע אינו מספר שלם תוכלו לבטא את אורך הצלע בכתיב שורשים למשל: $\sqrt{8}$)

האם המלבנים דומים?

אם כן, מה היחס בין אורכי הצלעות המתאימות?

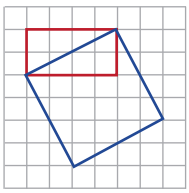
מה היחס בין שטחי המלבנים?

האם הוא שווה לריבוע היחס בין אורכי הצלעות?

ב. רשמו את אורכי הצלעות של המלבן האדום וחשבו את אורך צלעות המלבן הכחול.

האם המלבנים דומים?

אם כן, מה היחס בין אורכי הצלעות המתאימות?



37. א. שרטטו מערכת צירים, כל יחידה משבצת אחת. ציר x מ- 10- עד 10. ציר y מ- 6- עד 6.

ב. סמנו במערכת צירים את הנקודות ששיעוריהן: $A(1,2)$ $B(6,2)$ $D(3,5)$.

חשבו את שטח המשולש ABC.

ג. שלוש הנקודות שסימנתם הם שלושה קודקודים של מקבילית. סמנו קודקוד רביעי C הנמצא ברביע הראשון ושרטטו את המקבילית ABCD.

(מקבילית היא מרובע שצליעותיו הנגדיות מקבילות וגם שוות.)

ד. חשבו את אורכי צלעות המקבילית ואת היקפה.

ה. הסבירו מדוע שטח המקבילית כפול משטח המשולש ששרטטתם בסעיף ב׳.

38. א. היעזרו במערכת הצירים משאלה 37 וסמנו נקודה E הנמצא ברביע השני כך שתתקבל מקבילית ABDE.

ב. חשבו את אורכי צלעות המקבילית ואת היקפה.

ג. הסבירו מדוע גם שטח מקבילית זו כפול משטח המשולש ששרטטתם בסעיף ב'.

ד. סמנו נקודה F הנמצאת ברביע הרביעי כך שתתקבל מקבילית ADBF.

ה. חשבו את אורכי צלעות המקבילית ואת היקפה.

ו. הסבירו מדוע גם שטח מקבילית זו כפול משטח המשולש ששרטטתם בסעיף ב'.

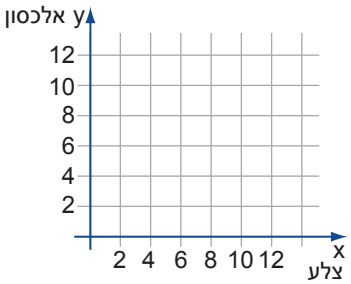
משימות נוספות

39. נתונים מלבנים שאורך צלע אחת בהם הוא 3 ס"מ .

א. השלימו את הטבלה.

צלע שנייה	1	2	2.5	3	4	5	6	6.5	9	10
אלכסון										

ב. היעזרו בנקודות שבטבלה ושרטטו את הגרף המתאר את הקשר בין אורך הצלע השנייה (x) לאורך האלכסון (y)



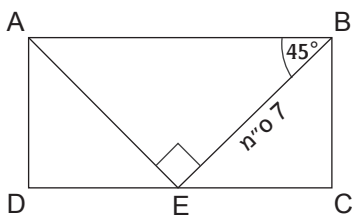
ג. מצאו באמצעות הגרף מהן בערך שיערי הנקודות:

(0.5,) , (8,) , (9.5,).

40. התאימו לאורך צלע הריבוע את אורך אלכסונו, ושרטטו את הריבועים במחברתכם (על דף משובץ).

אורך צלע הריבוע: 8 ס"מ , 4 ס"מ , 11 ס"מ. אורך האלכסון: $\sqrt{32}$, $\sqrt{242}$, $\sqrt{162}$, $\sqrt{128}$, $\sqrt{72}$

41. חשבו את שטח המלבן, לפי הנתונים.



42. א. אורך צלעו של ריבוע הוא 8 ס"מ. חשבו את אורך אלכסונו.

ב. האם תוכלו למצוא ריבוע, שאורך צלעו ואורך אלכסונו מספרים שלמים? הסבירו.