יחידה 33: משולשים שווי שוקיים

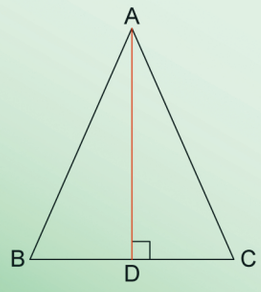
שיעור 1. גובה במשולש שווה שוקיים

בשרטוט משולש שווה שוקיים.

במשולש גובה לבסיס.

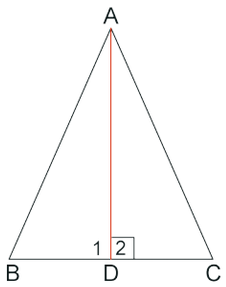
התקבלו שני משולשים.

מהו סוג המשולשים? האם הם חופפים?



1. משפט: הגובה לבסיס במשולש שווה שוקיים, מחלק אותו לשני משולשים ישרי זווית חופפים.

א. נתון במשפט שהמשולש שווה שוקיים ו- AD הוא הגובה לבסיס. בכתיב מתמטי:



נתון: AB , BC AD ____ =

ב. **צריך להוכיח** שהמשולשים חופפים: ____ = ____

ג. כדי להוכיח חפיפה נחפש גדלים שווים בשני המשולשים.

AB = ____ נתון (משולש שווה שוקיים)

____ = ____ הגובה משמש צלע משותפת

המשולשים ישרי זווית כי $AD \perp BC$ כלומר:

$\sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$ = ____°

קיבלנו משולשים ישרי זווית השווים ביתר וניצב.

לפי משפט פיתגורס גם הניצב הנוסף בשני המשולשים שווה. כלומר:

BD = ____

____ ≅ ____ לשני המשולשים שלוש צלעות שוות, לכן הם חופפים.



משולשים ישרי זווית השווים ביתר וניצב חופפים.

כי לפי משפט פיתגורס גם הניצב הנוסף שווה.





משפט:

בְּמשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים.





2. **רות** אמרה: הוכחתי את חפיפת המשולשים במשימה 1 בעזרת שתי צלעות והזווית שביניהם.

האם גם ההוכחה של רות נכונה?

אם כן, רִשמו 3 שוויונות:

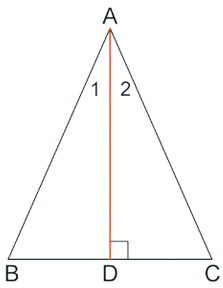
_____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

3. **במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים.**

מהחפיפה מסיקים את השוויונות הבאים, תארו אותם במילים.



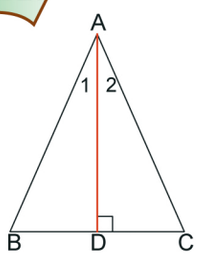
א. $\sphericalangle B = \sphericalangle C$ במשולש שווה שוקיים _____

ב. $BD = CD$ הגובה במשולש שווה שוקיים הוא גם_____

ג. $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$ הגובה במשולש שווה שוקיים הוא גם_____



במשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים.



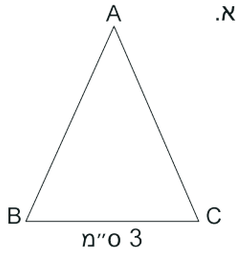
מסקנות מהמשפט:

- זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים שוות זו לזו.
- הגובה לבסיס במשולש שווה שוקיים הוא גם חוצה זווית הראש.
- הגובה לבסיס במשולש שווה שוקיים הוא גם התיכון לבסיס.

4. כל המשולשים הם שווי שוקיים: $AB = AC$

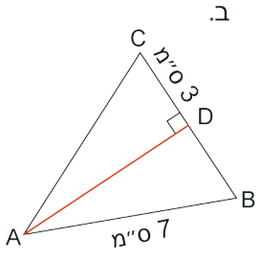
מִצאו את צלעות המשולשים, אם צריך היעזרו במשפט פיתגורס:

א.

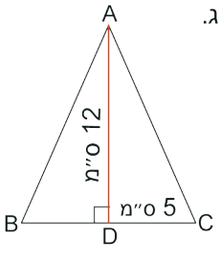


ההיקף 13 ס"מ

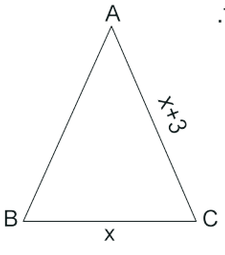
ב.



ג.



ד.

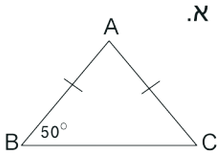


ההיקף 27 ס"מ

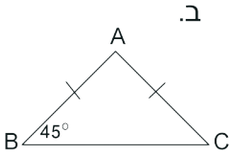
5. כל המשולשים הם שווי שוקיים: $AB = AC$

מִצאו את זוויות המשולשים.

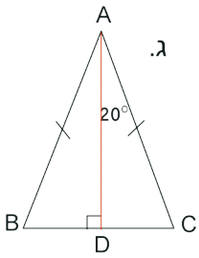
א.



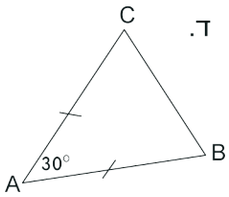
ב.



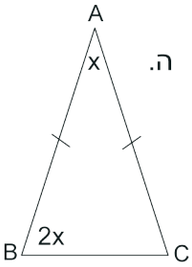
ג.



ד.



ה.

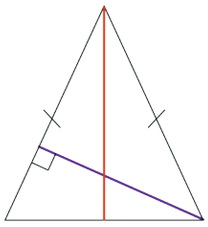




6. א. **יעל** אמרה:

שרטטתי גובה במשולש שווה שוקיים, אבל הגובה אינו חוצה זווית.

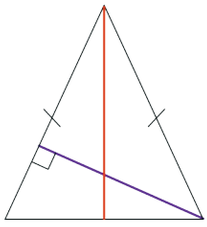
לאיזה משני הגבהים התכוונה יעל? הַסבירו.



ב. נועה אמרה:

שרטטתי גובה במשולש שווה שוקיים, אבל הגובה אינו תיכון.

לאיזה משני הגבהים התכוונה נועה? הַסבירו.

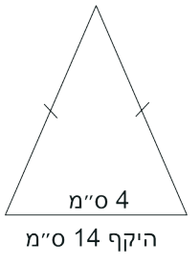




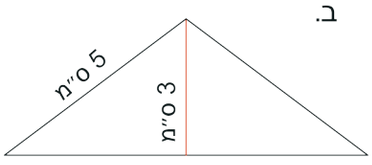


1. מִצאו את אורכי צלעות המשולשים (אם צריך היעזרו במשפט פיתגורס).

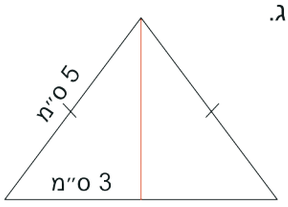
א.



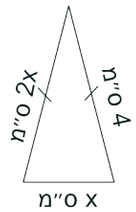
ב.



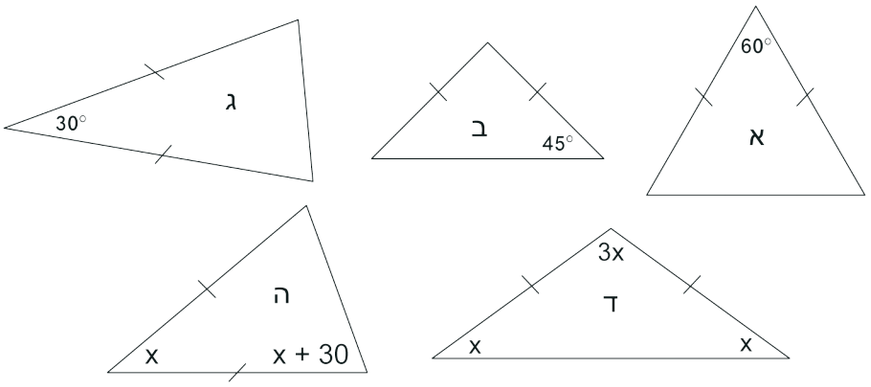
ג.



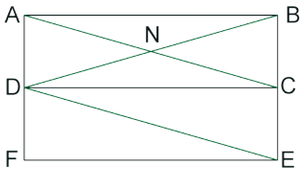
ד.



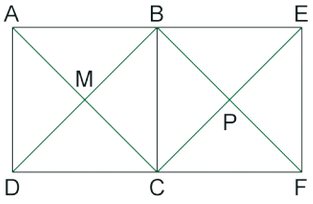
2. מְצאו את זוויות המשולשים:



3. בשרטוט שני מלבנים חופפים.
מְצאו משולשים שווי שוקיים.
סמנו זוויות שוות באותו צבע.



4. בשרטוט שני ריבועים חופפים.
א. מְצאו משולשים שווי שוקיים
ב. רִשמו בשרטוט את גודל הזוויות.



ג. כמה קבוצות של משולשים חופפים בשרטוט? כמה משולשים בכל קבוצה?

5. התייחסו לשרטוטים במשימות 3 ו- 4.
א. האם כל המשולשים שווי השוקיים במשימה 3 דומים? אם כן, נַמקו. אם לא, הָביאו דוגמה.
ב. האם כל המשולשים שווי השוקיים במשימה 4 דומים? אם כן, נַמקו. אם לא, הָביאו דוגמה.

6. הייתכן? אם כן הַביאו דוגמה, אם לא נַמקו.

א. זווית בסיס במשולש שווה שוקיים שווה ל- 45°.

ב. זווית בסיס במשולש שווה שוקיים שווה ל- 90°.

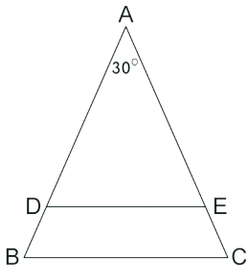
ג. זווית הראש במשולש שווה שוקיים שווה ל- 90°.

ד. זווית בסיס במשולש שווה שוקיים שווה לזווית הראש.

ה. זווית הראש במשולש שווה שוקיים גדולה פי 3 מזווית הבסיס.

משימות נוספות

7. נתון: $AB = AC$, $AD = AE$, $\sphericalangle A = 30^\circ$

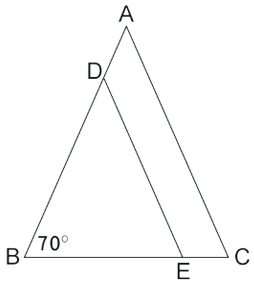


א. רְשמו שני משולשים שווי שוקיים.

ב. מְצאו את כל הזוויות בשני המשולשים.

ג. האם המשולשים דומים?

8. נתון: $AB = AC$, $DB = DE$, $\sphericalangle B = 70^\circ$



א. ציינו שני משולשים שווי שוקיים.

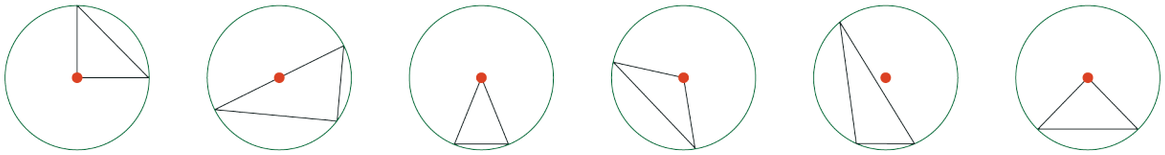
ב. מְצאו את כל הזוויות בשני המשולשים.

ג. האם המשולשים דומים? נַמקו.

9. **תזכורת:** במעגל כל הנקודות נמצאות במרחק שווה מהמרכז. לכן כל הרדיוסים שווים.

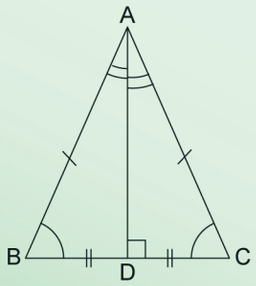
זַהו משולשים שווי שוקיים, סַמנו את השוקיים.

א. ב. ג. ד. ה. ו.



שיעור 2. מזהים משולשים שווי שוקיים

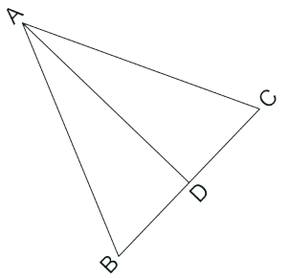
בשיעור הקודם ראינו כי במשולש שווה שוקיים:



- זוויות הבסיס שוות
- הגובה לבסיס הוא גם תיכון
- הגובה לבסיס הוא גם חוצה זווית

בשיעור נזהה משולשים שווי שוקיים.

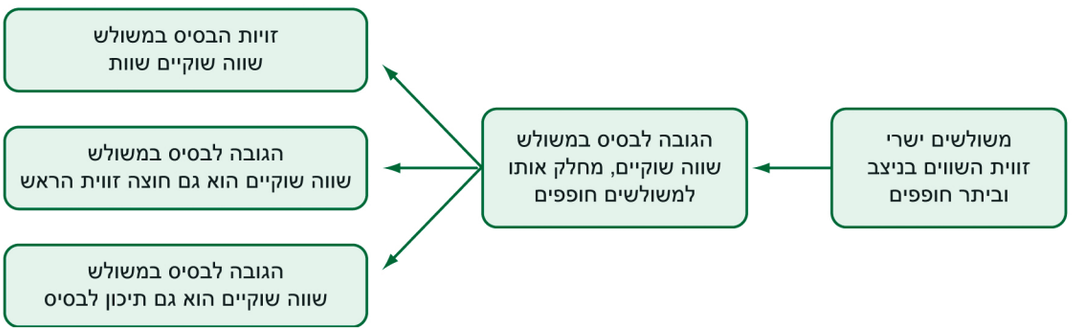
1. קל לזהות משולש שווה שוקיים על פי ההגדרה.
משולש שיש לו שתי צלעות שוות הוא שווה שוקיים.



פתרון: $AB = AC = 20$ ס"מ ולכן ΔABC הוא שווה שוקיים.
נתון גם: $AD = 16$ ס"מ , $AD \perp BC$, $\sphericalangle B = 50^\circ$
מְצאו ורְשמו בשרטוט את הגדלים של כל הצלעות והזוויות במשולש שווה השוקיים.



בשיעור הקודם ראינו:



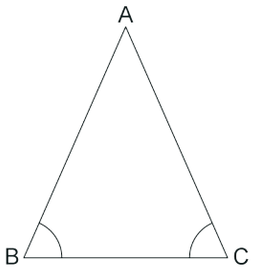
נבדוק אם כאשר:

- במשולש שתי זוויות שוות
- במשולש הגובה הוא גם תיכון
- במשולש גובה הוא גם חוצה זווית

מתקבל **משולש שווה שוקיים**.

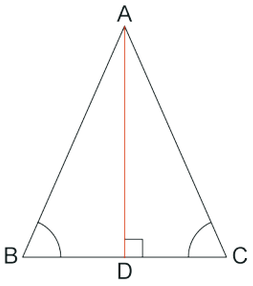
2. נתון משולש שיש בו זוויות שוות: $\sphericalangle B = \sphericalangle C$

צריך להוכיח שהמשולש שווה שוקיים: $AB = AC$



בונים גובה $AD \perp BC$, מתקבלים שני משולשים ישרי זווית.

נבדוק אם הם חופפים.



א. האם יש זוויות שוות במשולשים? ציינו את כל הזוגות וסַמנו בשרטוט.

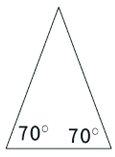
ב. הצלע AD משותפת לשני המשולשים.

לפי איזה משפט חפיפה המשולשים חופפים?

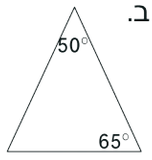
ג. הַסבירו מדוע $AB = AC$ (המשולש שווה שוקיים)

3. קִבעו אם המשולשים הבאים שווי שוקיים. אם כן, סמנו את השוקיים.

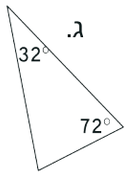
א.



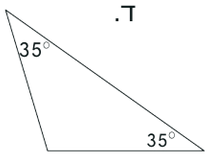
ב.



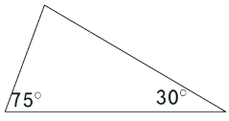
ג.



ד.

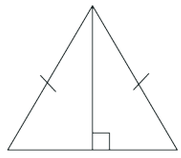


ה.

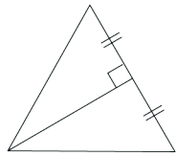


4. בִּדקו על סמך הנתונים המסומנים אם הקו מחלק כל אחד מהמשולשים לשני משולשים חופפים.

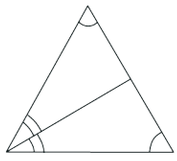
א.



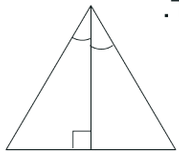
ב.



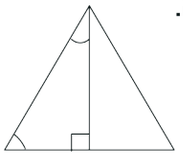
ג.



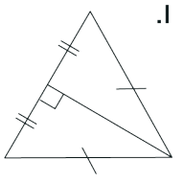
ד.



ה.

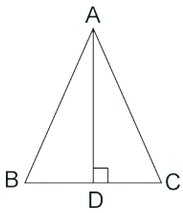


ו.

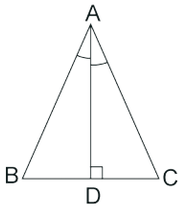




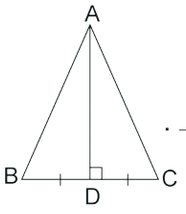
5. המשולש מחולק על ידי הגובה.
מה צריך להוסיף כדי שהמשולשים שנוצרו יהיו חופפים?



א. **נעמה** אמרה: אם הזוויות המסומנות שוות, נקבל משולשים חופפים לפי צלע והזוויות שלידה (ז.צ.ז.).
הַשלימו: במשולש של מעין AD הוא גם _____ וגם _____ .
המשולשים חופפים לכן $AB = AC$.



ב. **תמר** אמרה: אם הקטעים המסומנים שווים, נקבל משולשים חופפים לפי שתי צלעות והזוויות שביניהם (צ.ז.צ.).
הַשלימו: במשולש של תמר AD הוא גם _____ וגם _____ .
המשולשים חופפים לכן $AB = AC$.



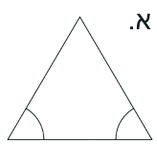
ג. האם נעמה ותמר צדקו? אם כן, מה המשפטים שהוכיחו?

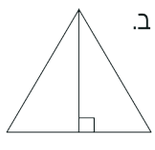


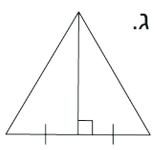
ראינו כי יש עוד דרכים לזהות משולשים שווי שוקיים:

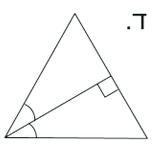
- אם במשולש **שתי זוויות שוות**, המשולש **שווה שוקיים.**
- אם במשולש **גובה** הוא גם **חוצה זווית**, המשולש **שווה שוקיים.**
- אם במשולש **גובה** הוא גם **תיכון**, המשולש **שווה שוקיים.**

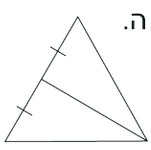
6. קִבעו אם המשולשים הבאים שווי שוקיים.
אם כן, סַמנו את השוקיים. אם לא, מִחקו את המשולש.

א. 

ב. 

ג. 

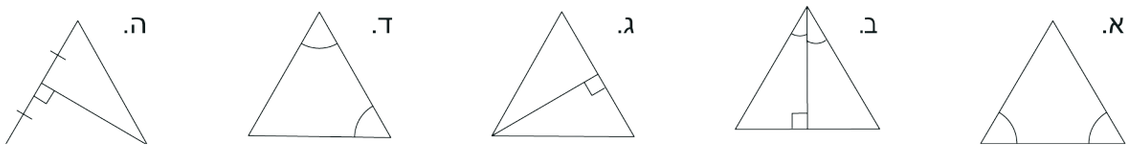
ד. 

ה. 

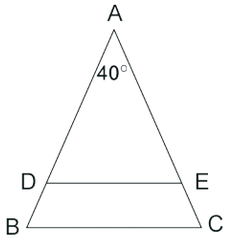
שלומי משימות



1. מְצאו, **על סמך הנתונים**, משולשים שווי שוקיים. סַמנו את הצלעות השוות.



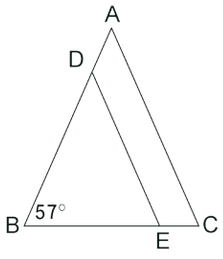
2. נתון: $\triangle A = 40^\circ \quad , DE \parallel BC \quad , AB = AC$



א. מְצאו את כל הזוויות בשני המשולשים.

ב. כמה משולשים שווי שוקיים התקבלו?

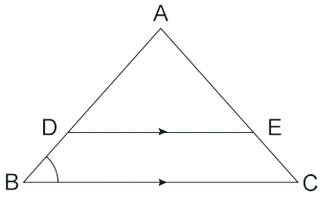
3. נתון: $\triangle B = 57^\circ \quad , DE \parallel AC \quad , AB = AC$



א. מְצאו את כל הזוויות בשני המשולשים.

ב. כמה משולשים שווי שוקיים התקבלו? נַמקו.

4. טענה: אם ΔABC משולש שווה שוקיים ו- $DE \parallel BC$ אז ΔDEC משולש שווה שוקיים.



א. מה נתון? מה צריך להוכיח?

ב. סַמנו את כל הזוויות השוות ל- $\triangle B$.

הַשלימו: $\triangle B =$ _____ זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים.

$\triangle B =$ _____ זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים.

$\triangle C = \triangle E$ _____

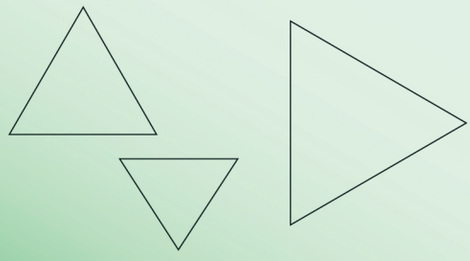
לכן: $\triangle C = \triangle E$

ג. האם קיבלתם זוויות שוות במשולש ΔADE? מיהן?

ד. מה תסיקו משוויון הזוויות שקִבלתם?

שיעור 3. משולש שווה צלעות

משולש שווה צלעות הוא משולש שכל צלעותיו שוות.

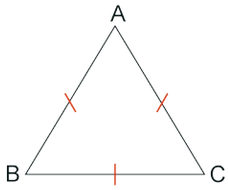


האם משולש שכל זוויותיו שוות הוא שווה צלעות?

האם יש דרכים נוספות לזהות משולש שווה צלעות?

נכיר עוד תכונות של משולש שווה צלעות ונלמד לזהות.

תכונות

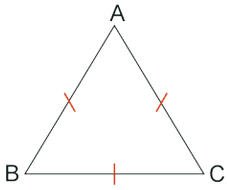


1. לפניכם משולש שווה צלעות. המשולש הוא גם שווה שוקיים. השלימו:

   אם BC בסיס, השוקיים $AB = AC$

   אם AB בסיס, השוקיים _____ = _____

   אם AC בסיס, השוקיים _____ = _____



2. א. הסבירו מדוע במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות.

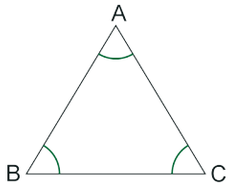
   ב. מה גודל כל זווית?



במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.

במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות זו לזו. גודל כל זווית $60°$

איך מזהים?



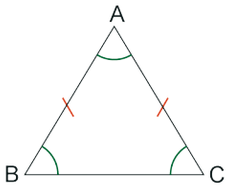
3. נוכיח כי משולש שכל הזוויות שלו שוות הוא שווה צלעות.

   השלימו:

   נתון: $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C$

   צריך להוכיח: $AB =$ _____ $=$ _____

   מהשוויון $\sphericalangle A = \sphericalangle B$ מקבלים שתי צלעות שוות. הן מסומנות במשולש.



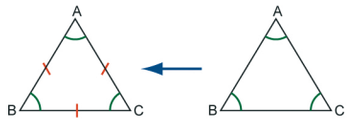
   כמו כן, נתון:

   א. $\sphericalangle B = \sphericalangle C$ אלו צלעות שוות על סמך הזוויות האלה? הוסיפו סימון.

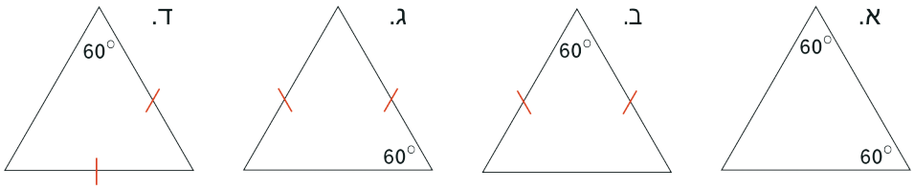
   ב. מכאן נסיק כי: **כל הצלעות שוות.**

   הַשלימו: $AB =$ _____ $=$ _____

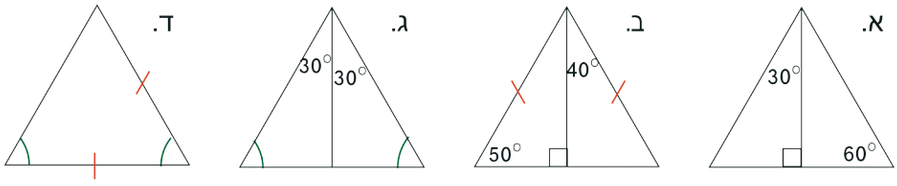
משפט: אם במשולש כל **הזוויות שוות** אז המשלש הוא **שווה צלעות**.



4. הַשלימו זוויות על סמך הנתונים, וקִבעו אם כל המשולשים שווי צלעות.



5. מִצאו את זוויות המשולש, סַמנו צלעות שוות, קִבעו אם המשולש שווה צלעות.



6. קִבעו אם המשולש שווה צלעות.

א. משולש שווה שוקיים בו זווית הראש בת 60°.

ב. משולש שווה שוקיים בו זווית הבסיס בת 60°.

ג. משולש בו אחת הזוויות בת 60°.

ד. משולש בו שתי זוויות בנות 60°.

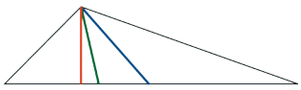
אפשר לזהות משולשים שווי צלעות בעזרת גודל הזוויות:

אם במשולש כלשהו, **שתי זוויות בנות 60°**, המשולש שווה צלעות.

אם במשולש **שווה שוקיים, אחת הזוויות בת 60°**, המשולש שווה צלעות.



7. גובה, תיכון וחצה זווית. מתי הם מתלכדים?



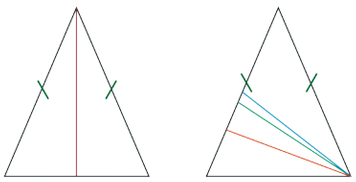
א. בשרטוט משולש שונה צלעות.

השתמשו במכשירים למדידת קטעים וזוויות וקבעו מיהו הגובה מי התיכון ומי חוצה הזווית.

ב. בשרטוטים משולש שווה שוקיים. השוקיים מסומנים.

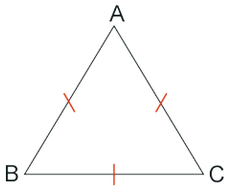
שִׂרטטנו גובה תיכון וחוצה זווית פעם לזווית הראש ופעם לזווית הבסיס. האם כל הקטעים התלכדו?

הסבירו מדוע משמאל הם מתלכדים ומימין לא.



ג. בִּדקו אם הגובה, התיכון וחוצה הזווית במשולש שווה צלעות מתלכדים.

בכמה קודקודים הם התלכדו?



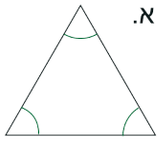


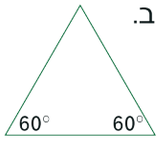
במשולש שווה צלעות, הגובה, התיכון וחוצה הזווית,
היוצאים מאותו קודקוד מתלכדים.

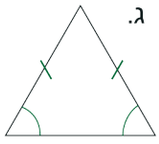


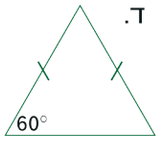


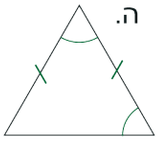
1. קִבעו, על סמך הסימונים בירוק, אלו מהמשולשים הבאים שווי צלעות.

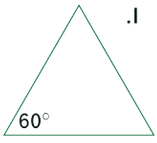
א.


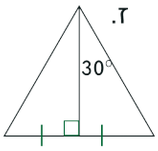
ב.


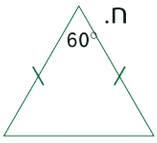
ג.


ד.


ה.


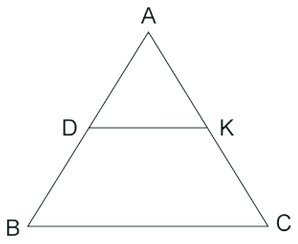
ו.


ז.


ח.


2. ΔABC משולש שווה צלעות.

D אמצע הצלע AB, K אמצע הצלע AC.

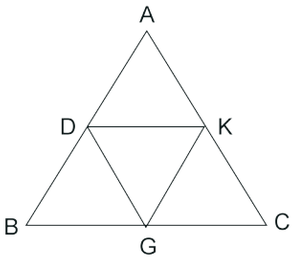


א. האם משולש ADK שווה שוקיים? סמנו לצלעות שוות.

ב. חַשבו את זוויות המשולש ΔADK.

ג. מדוע משולש ΔADK שווה צלעות?

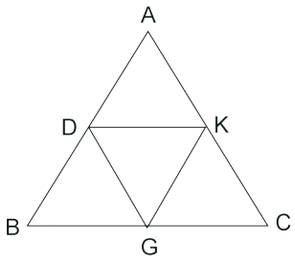
3. ΔABC משולש שווה צלעות. G , K, D, אמצעי הצלעות.



א. חַשבו את כל הזוויות שבשרטוט.

ב. הַסבירו מדוע ΔGDK שווה צלעות.

4. טענה: אם מחברים את אמצעי הצלעות במשולש שווה צלעות, מתקבל משולש שווה צלעות.



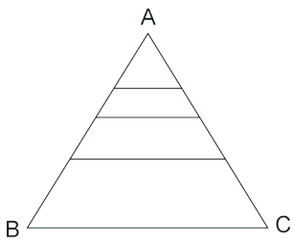
א. מה נתון? מה צריך להוכיח?

ב. מִצאו מה גודל כל אחת מהזוויות.

ג. הוכיחו את הטענה.

ד. מִצאו קווים מקבילים, נַמקו.

5. שִרטטו במשולש שוה צלעות קווים מקבילים לצלע BC.



א. כמה משולשים התקבלו? כמה מהם דומים?

ב. מדעו כל המשולשים שווי צלעות?