

# יחידה 31: כיצד מוכיחים?

שיעור 1. לפי איזה משפט?

**יוצאים מהנתונים ומסיקים מסקנות:**

**נתונים**  
קטעים שווים צבועים באותו צבע ומסומנים באותו סימן

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$

**AD חוצה את**  
∠A ואת ∠D ...

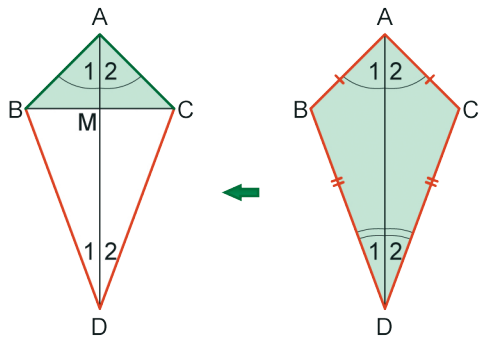
1.

רשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתוב מתמטי.

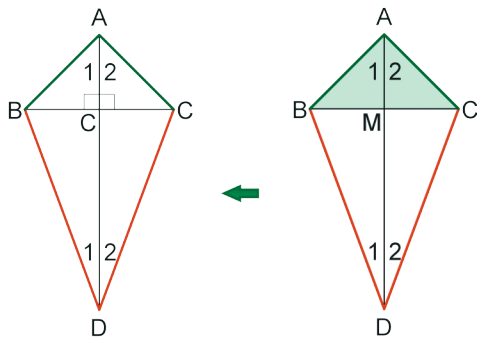
על סמך איזה משפט המשולשים חופפים?

מה מסיקים מחפפת המשולשים? רשמו בכתוב מתמטי.

2. האם שני המשולשים הצבועים בירוק חופפים?  
 רשמו את החפיפה והסבירו.



3. הראו כי AD מאונך ל-BC.  
 רשמו בכתב מתמטי והסבירו.

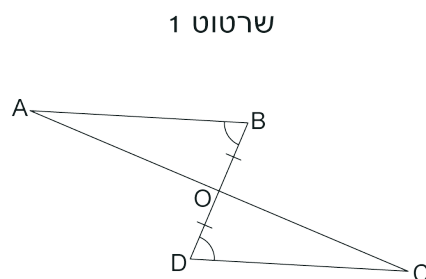
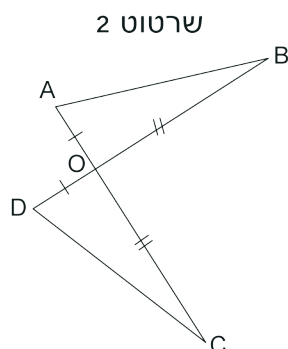


ראינו שרשרת של מסקנות הנובעות מהנתונים ומהמסקנות הקודמות:

```

    graph RL
    A[מהנתונים הסקנו  
חפיפה ראשונה] --> B[מהחפיפה הסקנו  
כי AD חוצה זוויות]
    B --> C[מכאן הסקנו  
חפיפה שנייה]
    C --> D[מהחפיפה השנייה הסקנו  
שהאלכסונים מאונכים]
    
```

4. בכל שרטוט מסומנים נתונים, וצריך להוכיח כי המשולשים חופפים.  
 א. רשמו בכתב מתמטי את הנתונים ומה צריך להוכיח.

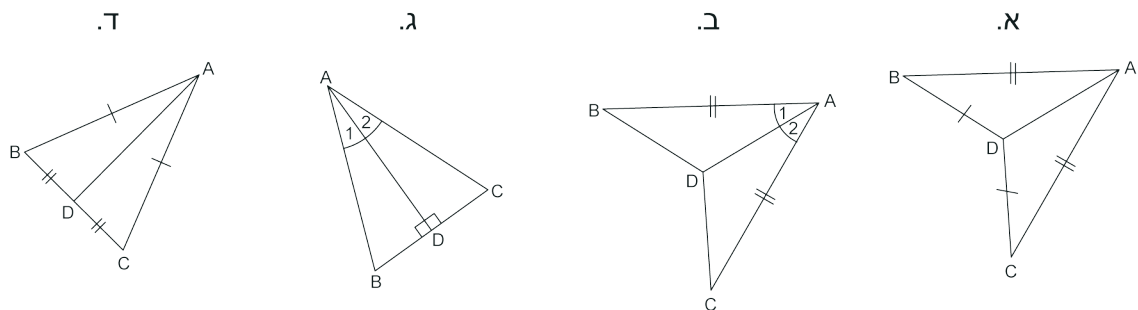


- ב. באיזה מהשרטוטים  $\angle A = \angle C$  ? מדוע?  
 ג. באיזה מהשרטוטים  $\angle B = \angle D$  ? מדוע?



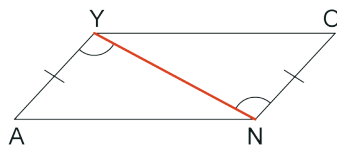


1. לפי הנתונים המסומנים בשרטוט המשולשים חופפים.  
 רשמו את הנתונים והמסקנה בכתוב מתמטי.  
 ציינו על סמך איזה משפט חפיפה מבוססת המסקנה.



2. במרובע YONA מסומנים נתונים.

**מסקנה:** המשולשים חופפים.

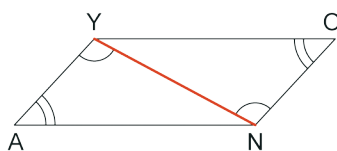


- א. רשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתוב מתמטי.  
 ב. על סמך איזה משפט המשולשים חופפים?



3. במרובע YONA מסומנים נתונים.

**מסקנה:** המשולשים חופפים.

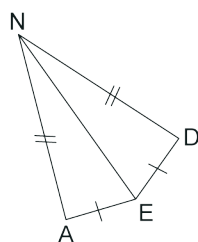


- א. רשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתוב מתמטי.  
 ב. על סמך איזה משפט המשולשים חופפים?

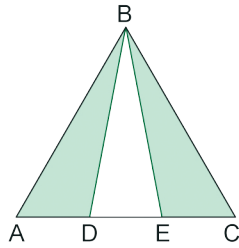


4. במרובע EDNA שני זוגות של צלעות שוות כמסומן בשרטוט.

**מסקנה:** המשולשים חופפים.



- א. רשמו את הנתונים והמסקנה בכתוב מתמטי.  
 ב. על סמך איזה משפט המשולשים חופפים?  
 ג. הסבירו מדוע NE חוצה שתי זוויות במרובע.

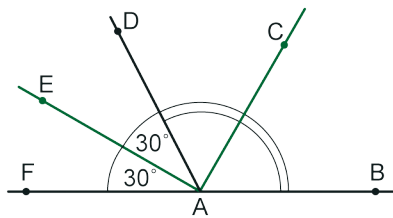


5. **נתון:** משולש ABC שווה צלעות.

$$AD = EC$$

**מסקנה:**  $\triangle ABD \cong \triangle CBE$

סמנו לפי הנתונים קטעים וזוויות שוות.  
הסבירו מדוע המשולשים חופפים.



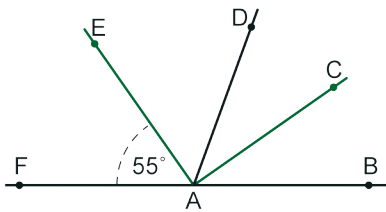
6. **נתון:** AE חוצה זווית.

AC חוצה זווית.

הנתונים מסומנים בשרטוט.

א. חשבו את כל הזוויות בשרטוט.

ב. מה גודל הזווית בין שני חוצי הזוויות?  $^\circ$  \_\_\_\_\_



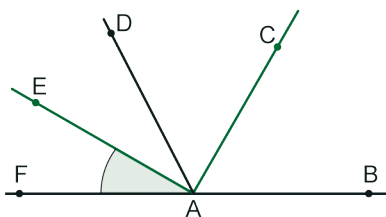
7. **נתון:** AE חוצה את זווית FAD.

AC חוצה את זווית DAB.

$$\angle FAE = 55^\circ$$

א. חשבו את כל הזוויות בשרטוט.

ב. השלימו:  $\angle EAC = \text{_____}^\circ$



8. **נתון:** AE חוצה את זווית FAD.

AC חוצה את זווית DAB.

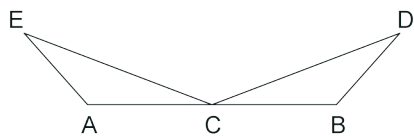
א. הציעו זווית (חדה) והשלימו בשרטוט.

$$\angle FAE = \text{_____}^\circ$$

ב. חשבו את כל הזוויות בשרטוט.

ג. השלימו:  $\angle EAC = \text{_____}^\circ$

ד. **השלימו:** ראינו בכל דוגמה שבחרנו, כי הזווית בין חוצי זוויות צמודות שווה תמיד ל-  $^\circ$  \_\_\_\_\_.



9. א. נתון:  $EA = DB$

$$\angle A = \angle B$$

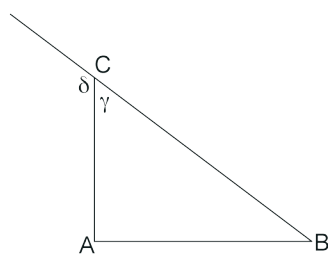
סמנו את הנתונים בשרטוט. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?  
אם כן, על סמך איזה משפט? אם לא, שרטטו דוגמה נגדית, המראה שהנתונים אינם מספיקים.

ב. נתון:  $EA = DB$

$$\angle A = \angle B$$

C אמצע AB

סמנו את הנתונים בשרטוט. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?  
אם כן, על סמך איזה משפט? אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



10. א. נתון:  $\angle B = 40^\circ$ ,  $\angle A = 95^\circ$

חשבו את הזוויות  $\gamma$  ו- $\delta$ .

חשבו:  $\angle A + \angle B = \text{_____}^\circ$

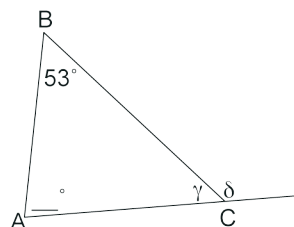
האם  $\angle A + \angle B = \delta$  ?

ב. נתון:  $\angle B = 37^\circ$ ,  $\angle A = 90^\circ$

חשבו את הזוויות  $\gamma$  ו- $\delta$ .

חשבו:  $\angle A + \angle B = \text{_____}^\circ$

האם  $\angle A + \angle B = \delta$  ?



11. נתון:  $\angle B = 53^\circ$

א. הציעו גודל לזווית A:  $\angle A = \text{_____}^\circ$

ב. חשבו את הזוויות  $\gamma$  ו- $\delta$ .

ג. חשבו:  $\angle A + \angle B = \text{_____}^\circ$

ד. האם  $\angle A + \angle B = \delta$  ?

**השלימו את ההכללה:** ראינו בכל דוגמה שבחרנו, כי זווית חיצונית במשולש שווה לסכום שתי הזוויות שאינן \_\_\_\_\_ .



## שיעור 2. קווים מיוחדים במשולש

שתי משפחות גרות בבית דו משפחתי עם חצר משותפת בצורת משולש.

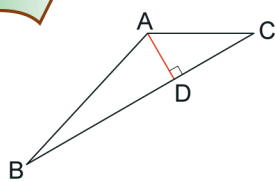
לפני תכנון הגינה המשפחות החליטו להקים מחיצה שתחלק את החצר לשני חלקים **שווי שטח**.



הציעו להם כיצד לעשות זאת.



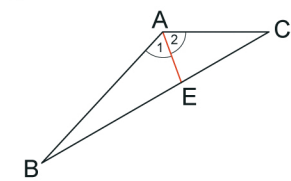
### תזכורת:



- אנך מקודקוד של משולש לצלע שמולו נקרא **גובה במשולש**.

AD גובה במשולש ABC.

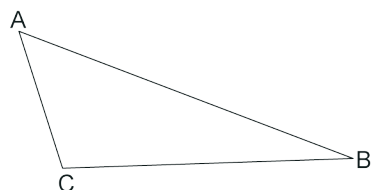
בכתיב מתמטי:  $AD \perp BC$



- קטע החוצה זווית במשולש נקרא **חוצה זווית במשולש**.

AE חוצה A במשולש ABC.

בכתיב מתמטי:  $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$

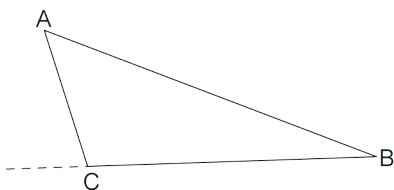


1. א. במשולש ABC, שרטטו גובה לצלע AB.

רשמו את הנתון בכתיב מתמטי.

- ב. במשולש ABC, שרטטו את חוצה הזווית C.

רשמו את הנתון בכתיב מתמטי.



2. א. במשולש ABC, שרטטו גובה לצלע BC.

רשמו את הנתון בכתיב מתמטי.

- ב. במשולש ABC, שרטטו את חוצה הזווית A.

רשמו את הנתון בכתיב מתמטי.

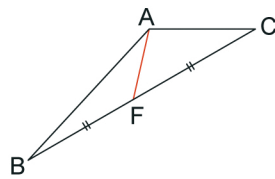


**הגדרה:** קטע המחבר קודקוד של משולש עם אמצע הצלע

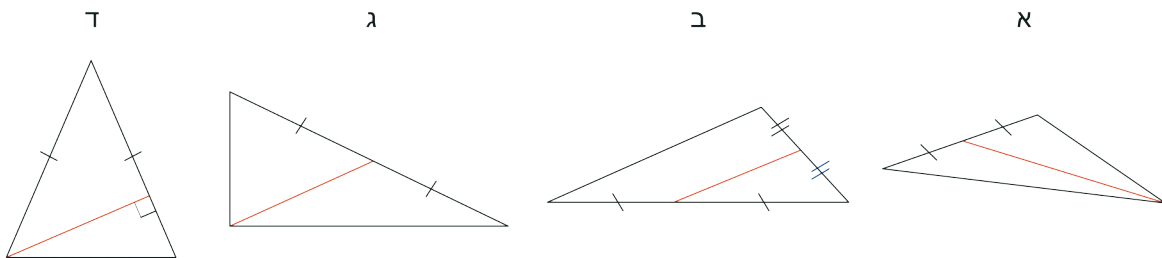
שממול נקרא **תיכון במשולש**.

AF תיכון לצלע BC במשולש ABC.

בכתיב מתמטי נרשום:  $BF = FC$



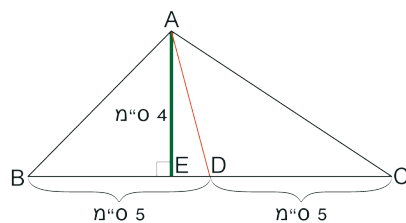
3. באילו מהמשולשים המשורטטים הקטע האדום הוא תיכון במשולש? (קטעים שווים מסומנים באותו סימון).



4. א. AD תיכון במשולש ABC.

AE גובה המשולש.

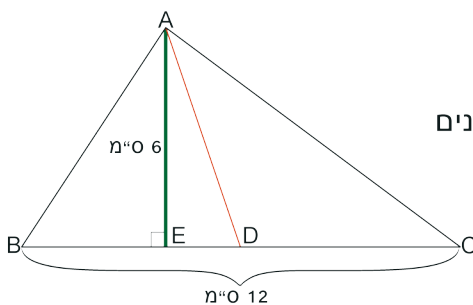
חשבו את שטחי המשולשים ABD ו-ADC לפי הנתונים הרשומים בשרטוט.



5. א. AD תיכון במשולש ABC.

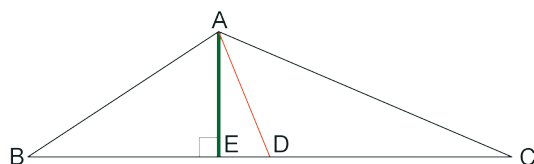
AE גובה המשולש.

חשבו את שטחי המשולשים ABD ו-ADC לפי הנתונים הרשומים בשרטוט.



6. ראינו כי:

במשולש, התיכון לצלע מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח. הסבירו מדוע.



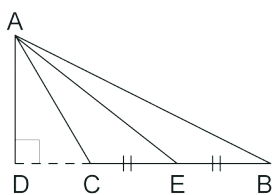


7. נחזור לחצר של הבית הדו משפחתי.  
לפי המסקנה במשימה 6 קל לחלק  
את החצר לשתי חצרות ששטחן שווה.  
הסבירו כיצד.

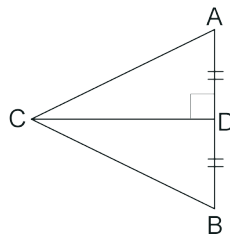


1. בכל אחד מהמשולשים משורטט תיכון וגובה.  
רשמו מיהו התיכון בכל משולש.  
באיזה משולש התיכון והגובה הם אותו קטע?

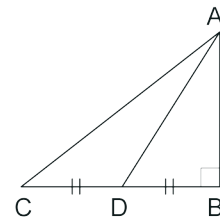
ג.



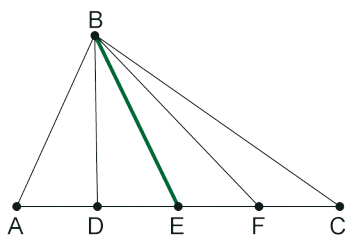
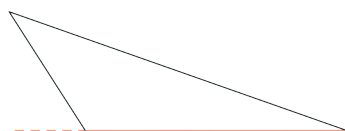
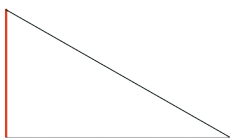
ב.



א.

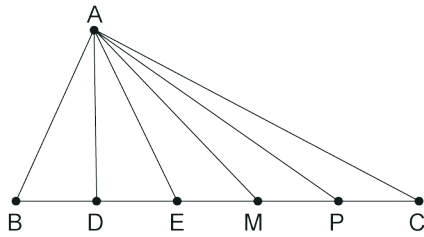


2. היעזרו בסרגל, ושרטטו תיכון, וגובה לצלע הצבועה באדום.



3. נתון:  $AD = DE = EF = FC$

רשמו באילו משולשים BE הוא תיכון.

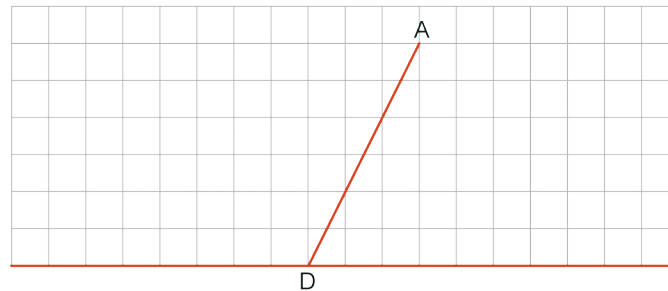


4. במשולש ABC נתון:  $BD = DE = EM = MP = PC$

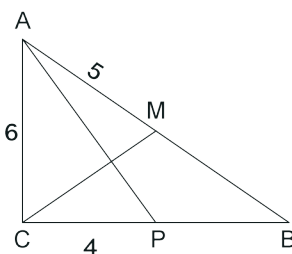
- א. AE תיכון בשני משולשים. באילו משולשים?
- ב. AM תיכון בשני משולשים. באילו משולשים?
- ג. AD תיכון במשולש אחד. באיזה משולש?
- ד. AP תיכון במשולש אחד. באיזה משולש?



5. א. השלימו למשולש ABC בו AD תיכון והצלע BC על הישר המשורטט. (קודקודי המשולשים על קודקודי המשבצות).

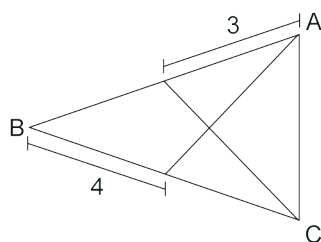


6. בשרטוט במשימה 5, שרטטו שני משולשים נוספים בהם AD תיכון.



7. AP ו-CM הם תיכונים במשולש. (המידות בס"מ).

- א. מצאו את אורכי הצלעות AB ו-CB.
- ב. מצאו את היקף המשולש.

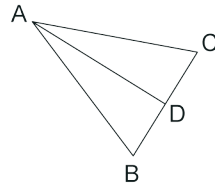


8. במשולש משורטטים שני תיכונים. (המידות בס"מ).

- א. מצאו את אורכי הצלעות BA ו-BC.
- ב. היקף המשולש 21 ס"מ. מצאו את אורך AC.

9. בכל סעיף רשומים נתונים ומסקנה.

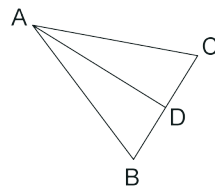
סמנו את הנתונים בשרטוט, ורשמו על סמך איזה משפט המשולשים חופפים.



א. נתון:  $AB = AC$

AD תיכון לצלע BC.

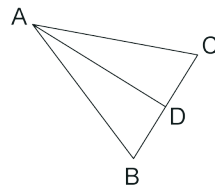
מסקנה:  $\triangle ADC \cong \triangle ADB$



ב. נתון:  $AD \perp BC$

AD תיכון לצלע BC.

מסקנה:  $\triangle ADC \cong \triangle ADB$



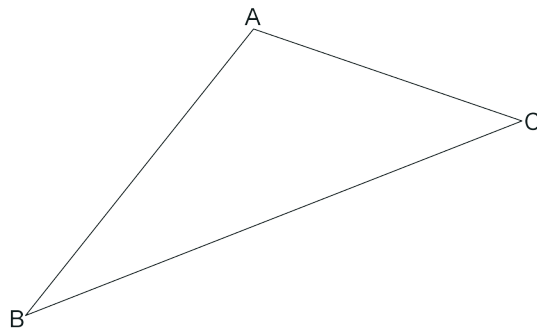
ג. נתון:  $AC = AB$

AD חוצה את זווית A.

מסקנה:  $\triangle ADC \cong \triangle ADB$



10. היעזרו בסרגל, ושרטטו את שלושת התיכונים של המשולש.





### שיעור 3. האם הישרים מקבילים?

במסיבת סיום שנת הלימודים התקיימה השיחה הבאה:  
**רבקה** אמרה: עליזה, את צריכה לומר מה את חושבת.  
**עליזה** אמרה: אני חושבת מה שאני אומרת וזה הרי אותו דבר.  
**לאה** אמרה: זה כלל לא אותו דבר. כי אם כן, תוכלי לומר גם "עיני רואות את מה שאני אוכלת זה כמו - אני אוכלת מה שעיני רואות".  
**רבקה** אמרה: תוכלי לומר גם "אני רוצה מה שנותנים לי זה כמו - נותנים לי מה שאני רוצה".

מה ניסו רבקה ולאה להסביר לעליזה?

**נכיר משפטים בהם הופכים את המסקנות לנתונים ואת הנתונים למסקנות.**

1. ננסח את זוג המשפטים של לאה בעזרת "אם" ו"אז", כך:

**אם** אני אוכלת **אז** אני רואה (את האוכל).

**אם** אני רואה (משהו) **אז** אני אוכלת אותו.

האם שני המשפטים אומרים אותו דבר? הסבירו.

נסחו את שני המשפטים של רבקה בעזרת "אם" ו"אז", וקבעו אם הם אומרים אותו דבר.



כאשר מחליפים את הנתון והמסקנה של משפט נכון מתקבל משפט חדש.  
המשפט החדש אינו בהכרח משפט נכון.

2. לפניכם משפטים נכונים. החליפו את הנתון והמסקנה ובדקו אם המשפט המתקבל הוא משפט נכון.

א. **אם** אדם גר בתל-אביב, **אז** הוא גר במדינת ישראל.

ב. **אם** היום פורים **אז** החודש הוא חודש אדר.

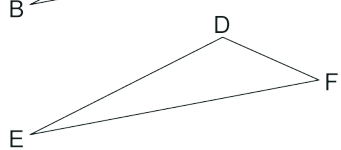
ג. **אם** היום יום ראשון **אז** אתמול היה שבת.

ד. **אם** ספרת היחידות של מספר היא 5, **אז** המספר מתחלק ב- 5.

ה. **אם** ספרת היחידות של מספר היא 0, **אז** המספר מתחלק ב- 10.

ו. **אם** הזוויות הן זוויות קודקודיות, **אז** הן שוות זו לזו.

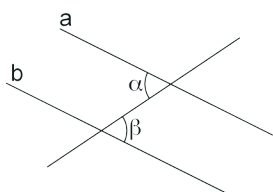
3. **לפניכם משפט נכון: אם** זוג משולשים חופפים, **אז** הם שווים בשטחם.  
א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט.



ב. החליפו את הנתון והמסקנה ורשמו את המשפט המתקבל.

4. לפניכם משפט שהכרתם בעבר:

נתונים שני ישרים וישר החותך אותם: **אם הישרים מקבילים אז הזוויות המתחלפות, הנוצרות בין הישרים והישר החותך, שוות זו לזו** (ראו שרטוט).



א. השלימו:

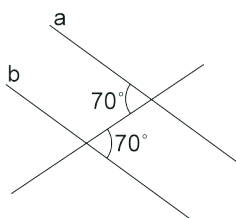
**נתון:** \_\_\_\_\_ || \_\_\_\_\_

**מסקנה:** \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

ב. החליפו את הנתון והמסקנה.

**נתון:**

**מסקנה:**



ג. האם המשפט שהתקבל הוא משפט נכון?

**רוני אמר:** נניח שגודלן של הזוויות השוות  $70^\circ$

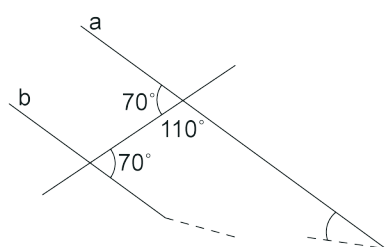
אז גודל הזווית הצמודה  $110^\circ$ .

**אם** a ו-b נפגשים יהיה משולש עם יותר

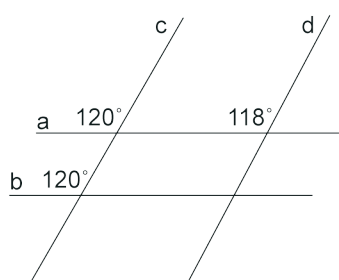
מ-  $180^\circ$  וזה לא יכול להיות.

לכן a ו-b חייבים להיות מקבילים.

מה דעתכם?



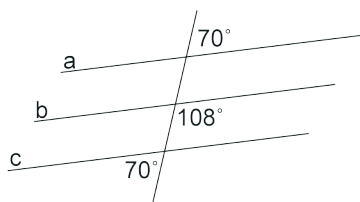
אפשר לזהות ישרים מקבילים בעזרת שוויון זוויות מתחלפות (כמו שטען עופר):  
נתונים שני ישרים וישר החותך אותם, אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות, אז הישרים מקבילים.  
בדומה לכך: אם זוג זוויות מתאימות שוות, אז הישרים מקבילים.



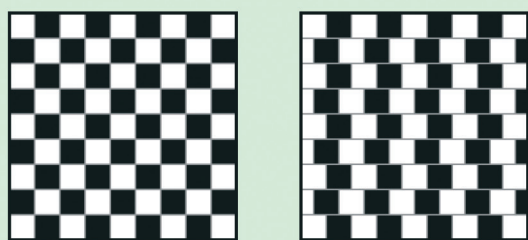
5. רשמו בין כל זוג ישרים:  $\parallel$  או  $\nparallel$  (מקבילים או לא מקבילים):

א.  $a \_\_\_\_\_\_ b$   $c \_\_\_\_\_\_ d$

ב.  $a \_\_\_\_\_\_ b$   $b \_\_\_\_\_\_ c$   $a \_\_\_\_\_\_ c$



### פינת התעתועים

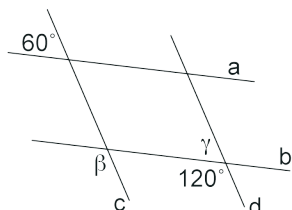


התעתוע נוצר על-ידי הזזת השורות של רשת משבצות ריבועיות. כתוצאה מהזזה זאת, הישרים נראים לא מקבילים. תוכלו להעתיק את הישרים לדף שקוף, וכך לוודא כי במציאות, הישרים נשארו מקבילים.



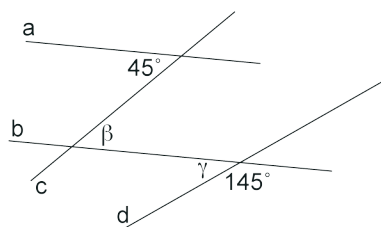
1. א. **נתון:**  $a \parallel b$

חשבו את הזוויות  $\beta$  ו-  $\gamma$ .  
האם  $c \parallel d$ ? נמקו.



ב. **נתון:**  $a \parallel b$

חשבו את הזוויות  $\beta$  ו-  $\gamma$ .  
האם  $c \parallel d$ ? נמקו.



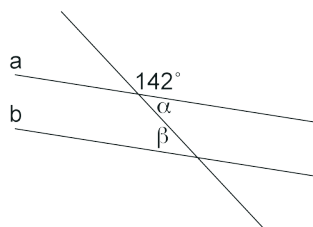


2. נתון:  $a \parallel b$

חשבו ונמקו.

א.  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ נימוק: \_\_\_\_\_

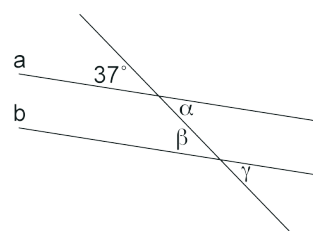
\_\_\_\_\_  $\beta =$  \_\_\_\_\_ נימוק: \_\_\_\_\_



ב.  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ נימוק: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  $\beta =$  \_\_\_\_\_ נימוק: \_\_\_\_\_

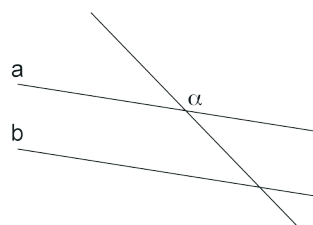
\_\_\_\_\_  $\gamma =$  \_\_\_\_\_ נימוק: \_\_\_\_\_



3. א. נתון:  $a \parallel b$

סמנו בשרטוט זווית  $\beta$  מתחלפת עם  $\alpha$ .

סמנו בשרטוט זווית  $\gamma$  מתאימה ל-  $\alpha$ .

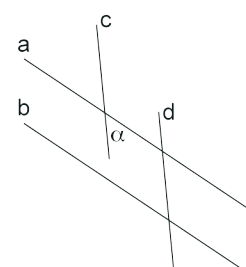


ב. נתון:  $a \parallel b$

$c \parallel d$

סמנו בשרטוט זווית  $\beta$  מתחלפת עם  $\alpha$ .

סמנו בשרטוט זווית נוספת  $\gamma$  מתחלפת עם  $\alpha$ .



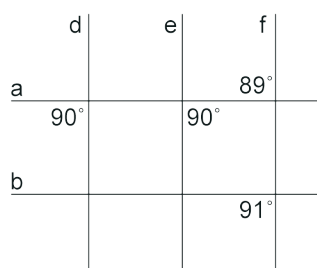
4. לפי הנתונים שבשרטוט, רשמו בין כל זוג ישרים:  $\parallel$  או  $\nparallel$  (מקבילים או לא מקבילים):

$d \_\_\_\_\_\_ f$

$d \_\_\_\_\_\_ e$

$a \_\_\_\_\_\_ b$

$e \_\_\_\_\_\_ f$



Page 10

b

b

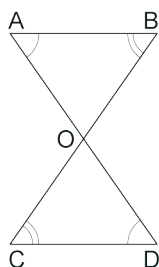
$$c \perp b$$

b

$$c \perp b$$

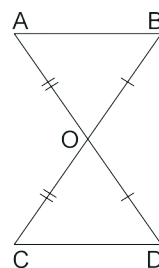
מגילת אסתר

\_\_\_\_\_

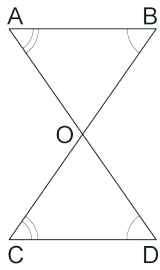


ג. האם אפשר להסיק  $AB \parallel CD$ ? אם כן, נמקו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

\_\_\_\_\_



ג. האם אפשר להסיק  $AB \parallel CD$ ? אם כן, נמקו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

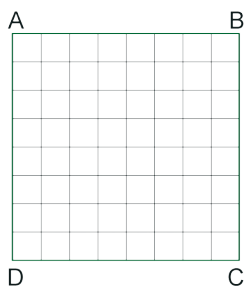


8. א. רשמו את הנתונים המסומנים בכתוב מתמטי.

ב. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

אם כן, ציינו על סמך איזה משפט? אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

ג. האם אפשר להסיק  $AB \parallel CD$ ? אם כן, נמקו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

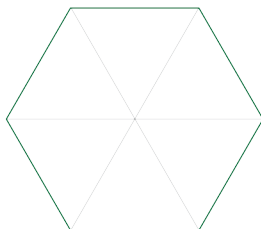


9. א. סמנו את אמצעי הצלעות של הריבוע ABCD וחברו אותם לפי הסדר.

ב. לפי איזה משפט חפיפה חופפים ארבעת המשולשים שהתקבלו?

ג. הסבירו מדוע זוויות המרובע הפנימי הן זוויות ישרות.

ד. איזה מרובע התקבל?



10. המשושה בשרטוט הוא משושה משוכלל. גודל כל זווית במשושה משוכלל היא  $120^\circ$ .

א. סמנו את אמצעי הצלעות של המשושה וחברו אותם לפי הסדר.

ב. הסבירו מדוע הצלעות של המשושה הפנימי שוות זו לזו.

ג. חשבו זוויות והסבירו מדוע כל זווית במשושה הפנימי היא בת  $120^\circ$ .

ד. איזה משושה התקבל?