יחידה 26 : משוואה בשני משתנים

שיעור 1. משאלה למשוואה בשני משתנים



יהודה עורך מסיבת סיום מסכת.

יהודה הזמין עוגות שמרים ועוגת שוקולד סה"כ 7 עוגות.

ננסה לגלות כמה עוגות הוזמנו מכל סוג.

1. א. האם תוכלו לקבוע כמה עוגות הוזמנו מכל סוג? הַסבירו.

   ב. הוזמנו 2 עוגות שמרים, כמה עוגות שוקולד הוזמנו?

   ג. הוזמנו 6 עוגות שמרים, כמה עוגות שוקולד הוזמנו?

   ד. הוזמנו 2 עוגות שוקולד, כמה עוגות שמרים הוזמנו?

2. רִשמו את האפשרויות השונות בטבלה:

x מספר עוגות שמרים	2		6		
y מספר עוגות שוקולד		2			

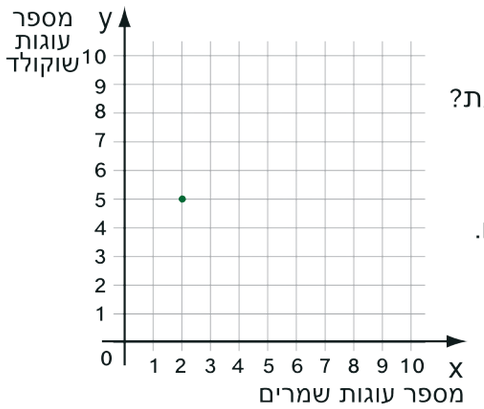
3. מיכאל הציע לשַרטט גרף.

   הנקודה (2 , 5) מסומנת במערכת הצירים. מה היא מייצגת?

   סַמנו את זוגות המספרים שמצאתם במערכת הצירים.

   הוסיפו עוד נקודות מתאימות וחַברו את כל הנקודות בקו.

   מה מתַארות הנקודות על הישר שקיבלתם?



4. א. הַשלימו את המשוואה: $x + y =$ ____

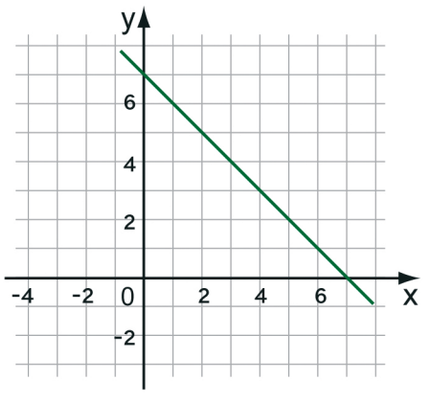
   ב. האם הנקודה (2 , 5) מקיימת את המשוואה?

   ג. האם הנקודה (3 , 6) מקיימת את המשוואה? האם היא על הישר? בִּדקו.

   ד. בַּחרו שתי נקודות על הישר והַציבו שיעורי כל נקודה במשוואה. מה קיבלתם?



ראינו כי זוגות סדורים המקיימים משוואה כמו $x + y = 7$ נמצאים על ישר אחד.
זוג סדור כזה הוא פִתרון של המשוואה.



הישר שבשרטוט נקרא **גרף הפִתרונות** של המשוואה.
כל נקודה על הישר הזה מייצגת פִתרון של המשוואה $x + y = 7$.

למשל, הנקודה $(5 , 2)$ היא פִתרון של המשוואה.
שיעורי הנקודה מקיימים את המשוואה $2 + 5 = 7$.



5. א. הַציבו את שיעורי הנקודה $(2\frac{1}{2} , 4\frac{1}{2})$ במשוואה $x + y = 7$.
האם הנקודה היא פִתרון של המשוואה?
האם הזוג הסדור $(2\frac{1}{2} , 4\frac{1}{2})$ יכול להיות פִתרון של שאלת הפיצות?

ב. הַציבו את שיעורי הנקודה $(9 , -2)$ במשוואה $x + y = 7$.
האם הנקודה היא פִתרון של המשוואה?
האם הזוג הסדור $(9 , -2)$ יכול להיות פִתרון של שאלת הפיצות?



כאשר פותרים שאלה קובעים אילו מספרים מתאימים להיות פִתרון של השאלה.
דוגמה: בשאלת העוגות רק זוגות של מספרים טבעיים (שלמים וחיוביים) יכולים להיות פִתרונות. מדוע?





1. בחוג מחשבים 11 ילדים חלקם צעירים וחלקם בוגרים יותר.



א. האם תוכלו לקבוע כמה ילדים צעירים וכמה ילדים בוגרים משתתפים בחוג? הַסבירו.

בחוג 4 ילדים צעירים, כמה ילדים בוגרים בחוג?

בחוג 7 ילדים צעירים, כמה ילדים בוגרים בחוג?

בחוג 8 ילדים בוגרים, כמה ילדים צעירים בחוג?

האם ייתכן שבחוג רק ילדים צעירים? אם כן, כמה ילדים צעירים בחוג?

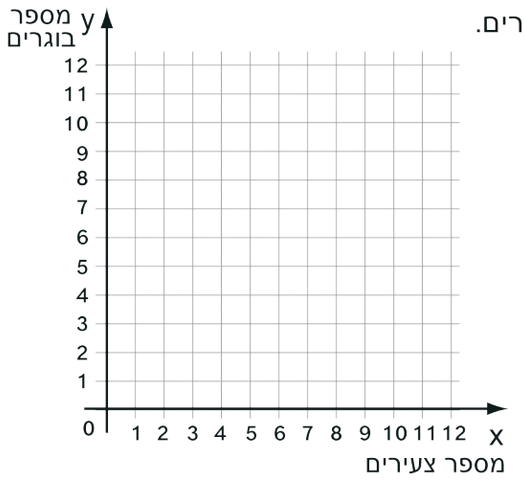
ב. רִשמו בטבלה אפשרויות שונות למספר הילדים הצעירים והבוגרים בחוג.

x מספר הצעירים				
y מספר הבוגרים				

ג. כִּתבו משוואה ____ = ____ + ____

מספר צעירים מספר בוגרים

ד. סַמנו את זוגות המספרים שמצאתם במערכת הצירים.



הוסיפו עוד נקודות מתאימות,

וחַברו את כל הנקודות בקו.

מה מתַארות הנקודות על הישר שקיבלתם?

ה. האם הנקודה $(9\ ,\ 2)$ מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בִּדקו.

האם הנקודה $(7\ ,\ 5)$ מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בִּדקו.

האם הנקודה $(11\ ,\ 0)$ מקיימת את המשוואה? האם היא על הישר? בִּדקו.

ו. הַציבו את שיעורי הנקודה $(4\frac{1}{2}\ ,\ 6\frac{1}{2})$ במשוואה. האם הנקודה היא פִּתרון של המשוואה?

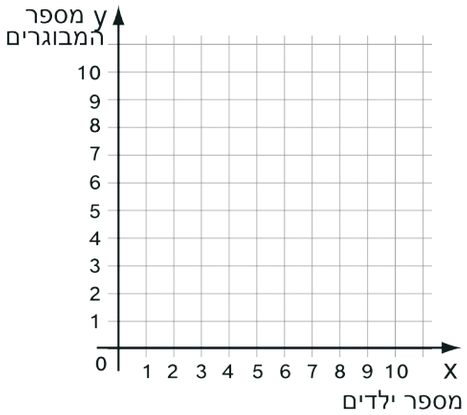
האם הזוג הסדור $(4\frac{1}{2}\ ,\ 6\frac{1}{2})$ יכול להיות פִּתרון של השאלה? הַסבירו.

2. במסיבה משפחתית מספר הילדים גדול פי 2 ממספר המבוגרים.

א. סַמנו: x - מספר הילדים, y - מספר המבוגרים.

הַשלימו את הטבלה.

x מספר הילדים	1	2	3	4
y מספר המבוגרים				



ב. סַמנו את הנקודות במערכת הצירים וחַברו בקו.

ג. כִּתבו משוואה מתאימה _____ = y

ד. האם הנקודה (8 , 4) מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בִּדקו.

האם הנקודה (4 , 8) מקיימת את המשוואה?

האם היא על הישר? בִּדקו.

3. בבניין מגורים מספר המבוגרים גדול ב- 2 ממספר הילדים.

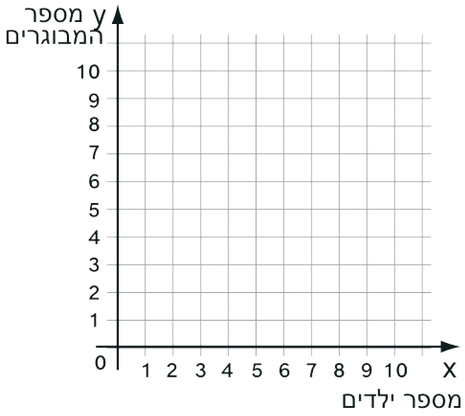


א. איזו טענה מבין הטענות הבאות נכונה?

- מספר הילדים 7 מספר המבוגרים 5.
- מספר הילדים 5 מספר המבוגרים 7.
- מספר הילדים 3 מספר המבוגרים 6.

ב. בַּחרו זוגות מספרים מתאימים ורִשמו בטבלה:

x מספר הילדים				
y מספר המבוגרים				



ג. סַמנו את הנקודות במערכת הצירים וחַברו בקו.

ד. כִּתבו משוואה מתאימה _____ = y

ה. תנו דוגמה לזוג מספרים הנמצא על הישר,
אך אינו מתאים להיות פִּתרון של השאלה.

ו. האם הנקודה (12 , 10) מקיימת את המשוואה?
האם היא על הישר? בִּדקו.

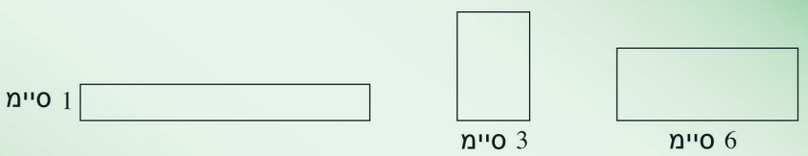
ז. האם יכולה להיות רק בת אחת בבניין? הַסבירו.

שיעור 2. היקף מלבנים



גרף של משוואה בשני משתנים במערכת צירים שלמה

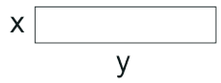
ההיקף של כל אחד מהמלבנים בשרטוט הוא 16 ס״מ.



נחקור מלבנים שהיקפם 16 ס״מ בעזרת משוואה, גרף ומספרים.

1. א. חַשבו את אורך הצלע החסרה בכל מלבן.

ב. בַּחרו משוואה המתאימה להיקף המלבן.



$x + y = 16$ $\quad 2x + 2y = 16$ $\quad x \cdot y = 16$

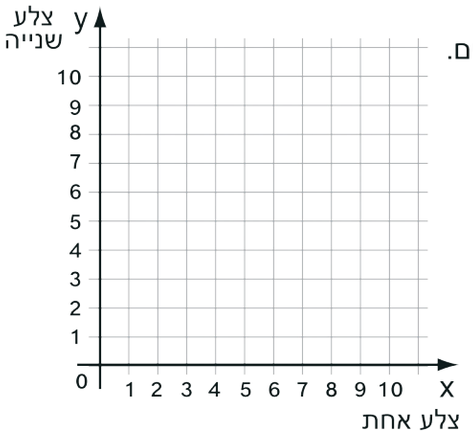
ג. הַציבו במשוואה שבחרתם את אורך הצלעות של כל מלבן ובִּדקו אם הם פִּתרון של המשוואה.

ד. הַקיפו את זוגות המספרים המקיימים את המשוואה:

(2 , 6) (3 , 7) (1 , 9) (7 , 1) (6 , 10) (4 , 4)

(3 , 5) (5 , 3) $(\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$ $(2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2})$ (2 , 8)

ה. סַמנו את זוגות המספרים שהקפתם במערכת הצירים.
חַברו את הנקודות בקו.



ו. היעזרו בגרף ומִצאו מלבן נוסף שהיקפו 16 ס״מ.
הַציבו את המספרים במשוואה.
האם זוג המספרים הוא פִּתרון של המשוואה?



ז. האם הישר שבשרטוט הוא גרף יורד?
הַסבירו מדוע.

2. נתונה המשוואה $2x + 3y = 12$.

א. הַציבו $x = 0$ ומִצאו את y.

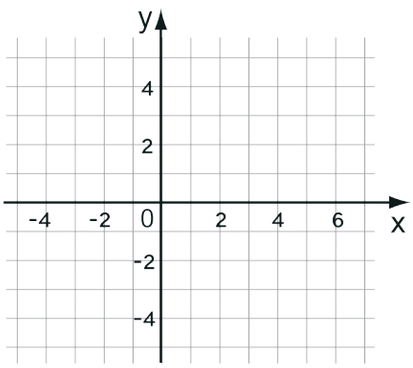
הַציבו $x = 3$ ומִצאו את y.

הַציבו $y = 0$ ומִצאו את x.

הַציבו $y = 2$ ומִצאו את x.

ב. הַשלימו את זוגות המספרים שמצאתם בטבלה.

		3	0	**x**
2	0			**y**



ג. סַמנו את הנקודות במערכת הצירים וחַברו בקו.

ד. האם הנקודה $(4\ ,\ 2)$ מקיימת את המשוואה?
האם היא על הישר? בִּדקו.

ה. האם הנקודה $(6\ ,\ -3)$ מקיימת את המשוואה?
האם היא על הישר? בִּדקו.



כאשר משרטטים ישר מתאים למשוואה נתונה, בוחרים זוגות של מספרים המקיימים את המשוואה. את זוגות המספרים נוח לרשום בטבלה.

כדאי לבחור ערך אחד של x להציב במשוואה ולמצוא את ערך ה- y המתאים.

בדרך כלל, כדי שהחישובים יהיו קלים, כדאי לבחור בנקודה אחת ששיעור ה- x שלה הוא 0, ובנקודה שנייה ששיעור ה- y שלה הוא אפס.

דוגמה: במשימה 2 במשוואה $2x + 3y = 12$

אם מציבים $x = 3$ החישוב יהיה קשה יותר.

אם מציבים $x = 0$ או $y = 0$ החישוב קל יותר.

$x = 3$

$2 \cdot 3 + 3y = 12$

$6 + 3y = 12$

$3y = 6$

$y = 2$

$x = 0$

$2 \cdot 0 + 3y = 12$

$3y = 12$

$y = 4$

$y = 0$

$2x + 3 \cdot 0 = 12$

$2x = 12$

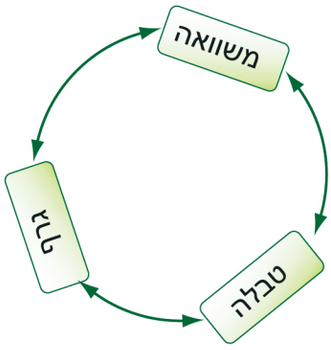
$x = 6$



בשיעור ראינו קשרים בין שלושה ייצוגים שונים.

משוואה, טבלה (זוגות מספרים), וגרף.

אם נתון ייצוג אחד אפשר למצוא בעזרתו את שני הייצוגים האחרים.



אוסף משימות





1. מאיר קנה שתי קופסאות צבע ומברשת אחת ושילם 18 ש״ח.

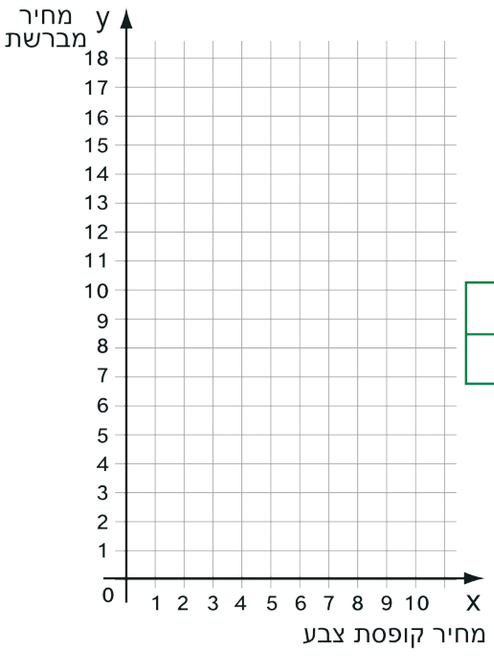
א. האם מחיר קופסת צבע יכול להיות 5 ש״ח? 8 ש״ח? 9 ש״ח? 11 ש״ח?

ב. אם מחיר מברשת 10 ש״ח. מה מחיר קופסת צבע?
אם מחיר מברשת 8 ש״ח. מה מחיר קופסת צבע?

ג. סַמנו: x - מחיר קופסת צבע, y - מחיר מברשת.
בַּחרו משוואה מתאימה לסיפור.

$2x + 2y = 18$ $\quad x + y = 18$

$2x + y = 18$ $\quad x + 2y = 18$



ד. הַשלימו את הטבלה.

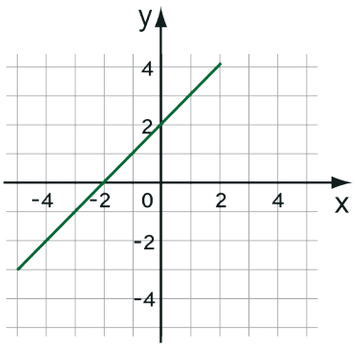
x מחיר קופסת צבע						
y מחיר מברשת						

ה. סַמנו את הנקודות במערכת הצירים וחַברו בקו.

ו. האם הנקודה (3 , 12) נמצאת על הישר?
מה משמעותה לפי תוכן הבעיה?



2. א. הַשלימו את הטבלה על-פי הגרף.



x				
y				

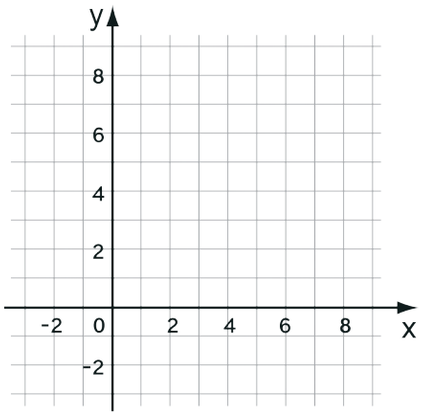
ב. בַּחרו משוואה מתאימה לגרף.

$x + y = 0$ $\quad y = x + 2$ $\quad 2y - 2x = 0$

3. נתונה המשוואה $x + 2y = 8$.

א. הַשלימו את הטבלה.

x	0			-2
y		0	1	



ב. סַמנו את הנקודות במערכת הצירים וחַברו בקו.

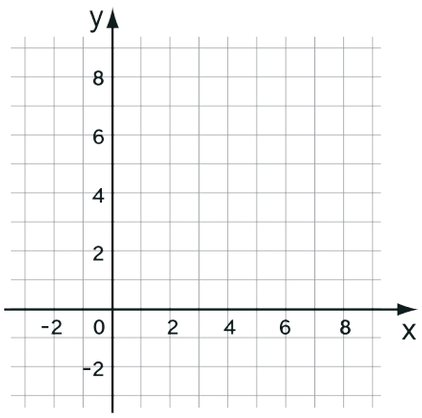
ג. האם הנקודה $(3\ ,\ 2)$ מקיימת את המשוואה.
האם היא על הישר? בִּדקו.

האם הנקודה $(2 - \ ,\ 5)$ מקיימת את המשוואה.
האם היא על הישר? בִּדקו.

4. נתונה המשוואה $5x + 3y = 15$.

א. הַשלימו את הטבלה.

x	0		-3	
y		0		-5



ב. סַמנו את הנקודות במערכת הצירים וחַברו בקו.

ג. האם הנקודה $(3\ ,\ 2)$ מקיימת את המשוואה.
האם היא על הישר? בִּדקו.

האם הנקודה $(-1\ ,\ 6\frac{2}{3})$ מקיימת את המשוואה.
האם היא על הישר? בִּדקו.

5. לפניכם משוואה $4x + y = 8$.

איזו טבלה מתאימה למשוואה?

א.

x	0	8	4
y	2	0	4

ב.

x	0	2	1
y	8	0	4

6. לפניכם משוואה $5x - y = 10$.

איזו טבלה מתאימה למשוואה?

א.

x	0	-2	1
y	10	0	5

ב.

x	0	2	1
y	-10	0	-5

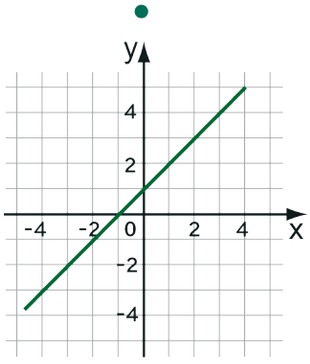
ג.

x	0	2	5
y	10	0	5



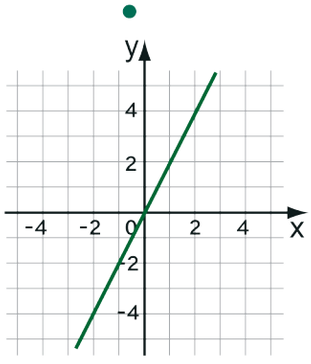
7. הַתאימו לכל גרף משוואה וטבלה.

$x + y = 3$



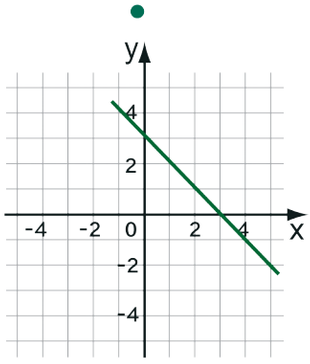
x	0	-1	1
y	1	0	2

$y = 2x$



x	0	3	1
y	3	0	2

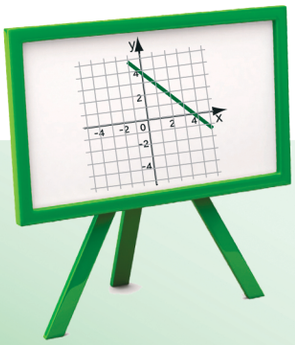
$y = x + 1$



x	0	-1	1
y	0	-2	2

שיעור 3. פישוטים והתאמות

קשר בין משוואה טבלה וגרף



נתונות המשוואות:

$3(x+2)+y=18$ $\qquad$ $2(x+y)-3=5$

$4x+5+y=3x+11$ $\qquad$ $3(x+y)=2x+y$

המורה ביקש מהתלמידים לשרטט גרף מתאים לכל משוואה.

מה כדאי, לדעתכם, לעשות כדי למצוא זוגות של מספרים מתאימים לכל משוואה?

1. פַּשטו את המשוואות (כך ששני המשתנים יהיו באגף אחד והמספרים באגף שני) והַשלימו את הטבלה.

א. $3(x+2)+y=18$

x			
y			

ב. $4x+5+y=3x+11$

x			
y			

ג. $2(x+y)-3=5$

x			
y			

ד. $3(x+y)=2x+y$

x			
y			



כאשר נתונה משוואה בשני משתנים, כדאי לכתוב אותה בצורה הפשוטה ביותר האפשרית, בעזרת פעולות מותרות.

משוואה נקראת **משוואה פשוטה** כאשר היא כתובה בצורות הבאות:

- $\square\cdot y=\square\cdot x+\square$ שני המשתנים יהיו באגף אחד והמספרים באגף שני.

  דוגמה: $3x+5y=15$.

או

- $y=mx+b$ כפי שלמדנו בפרק פונקציה קווית.

  דוגמה: $y=2x-5$

במשימה 1 פישטנו את המשוואה $3(x+2)+y=18$

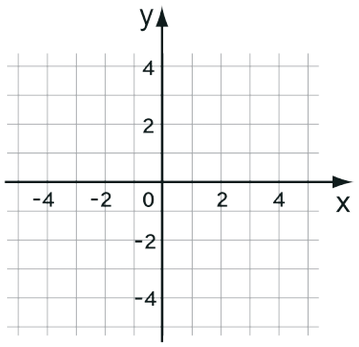
אפשר לכתוב את המשוואה בצורה הפשוטה, כך: $3x+y=12$ או כך: $y=12-3x$

2. א. פַּשטו את המשוואה $2(x+4)+y=2x+11$.

ב. הַשלימו את הטבלה.

x			
y			

ג. סַמנו את הנקודות במערכת הצירים וחַברו בקו.

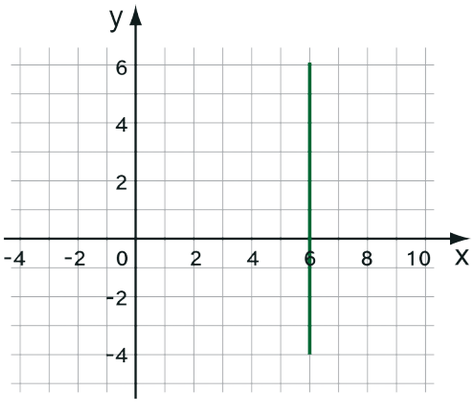


3. א. מִצאו שיעורי ארבע נקודות על הישר וכִּתבו בטבלה.

x				
y				

ב. הַקיפו את המשוואה המתאימה לגרף.

$x=6$ $\quad x+y=6$ $\quad y=6$

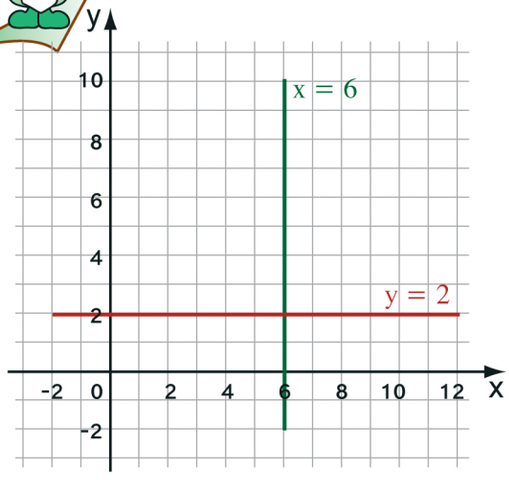




בשרטוט גרפים מקבילים לציר.

הגרף של המשוואה $x=6$ מקביל לציר y.

הגרף של המשוואה $y=2$ מקביל לציר x.





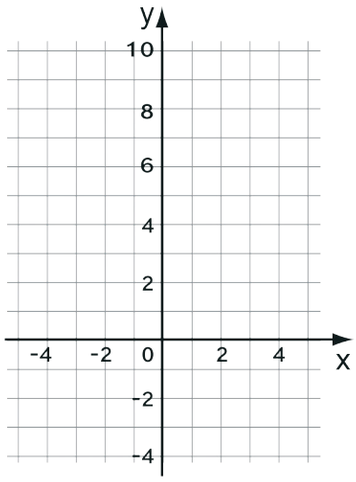


1. א. פַּשטו את המשוואה $3(x+y)-2y=9$.

ב. הַשלימו את הטבלה.

x	0		2
y		0	

ג. סַמנו את הנקודות במערכת הצירים, וחַברו אותן בקו.



2. פַּשטו את המשוואות הבאות.

א. $5x+7=18-y$

ב. $3x-4y=2x+6$

ג. $3(x-1)-2y=2$

ד. $4(x+3)=16$

3. פַּשטו את המשוואות הבאות.

א. $3x-4y-4=2x+6$

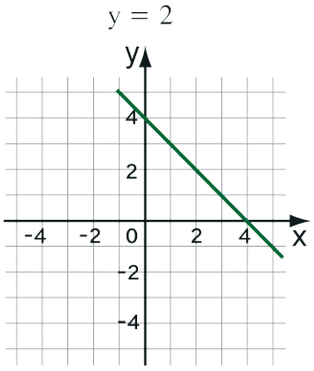
ב. $4(x+1)-x=2y+5$

ג. $2(3x-1)=8-3y$

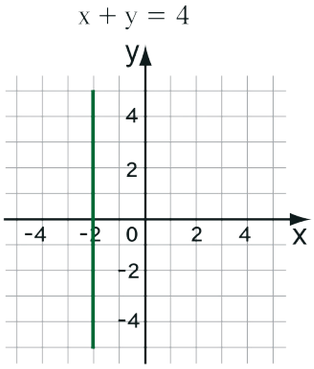
ד. $4(x+3)=2x+14$

4. הַתאימו משוואה לגרף.

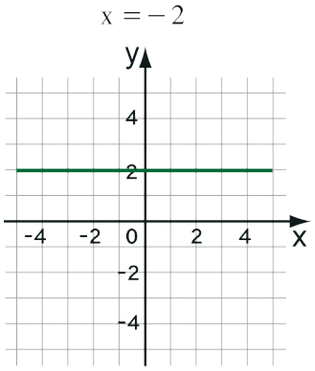
$y=2$



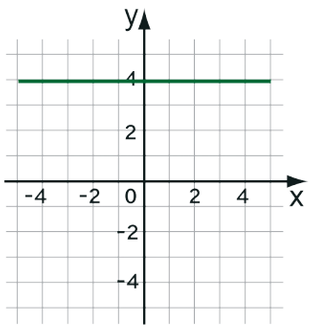
$x+y=4$



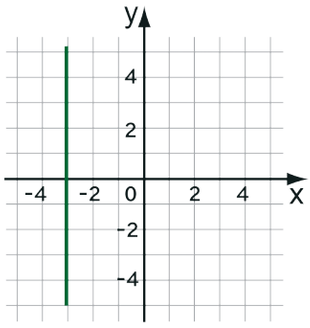
$x=-2$



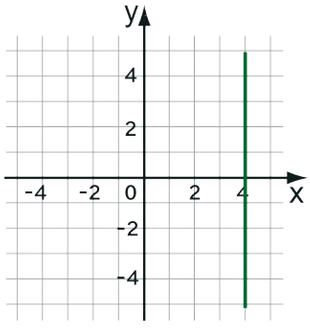
5. הַתאימו משוואה לגרף.



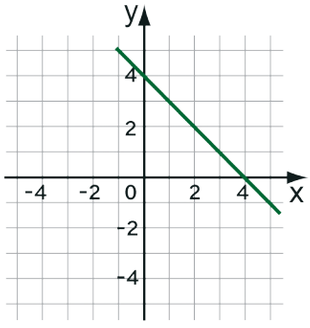
- $x + y = 4$



- $y + 3 = 7$



- $2x = 8$



- $x = -3$



6. לפניכם שתי טבלאות.

x	0	8	4
y	4	4	4

x	6	6	6
y	8	0	4

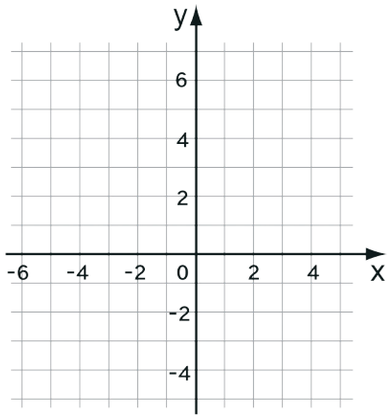
א. רִשמו משוואה מתאימה לכל טבלה.

ב. איך ייראה הגרף המתאים לכל טבלה? שַרטטו.

משימות נוספות

7. א. פַּשטו את המשוואה $2(x+y)-x=2y+5$

ושַרטטו גרף מתאים.



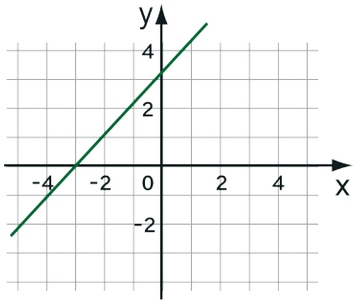
ב. פַּשטו את המשוואה $4(x+y)-4x=3y-5$

ושַרטטו גרף מתאים.

8. בַּחרו את המשוואה המתאימה לגרף.

א. $y=x+3$

ב. $x+y=0$

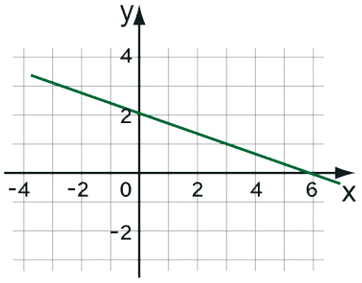


9. בִּחרו את המשוואה המתאימה לגרף.

א. $3y+2x=6$

ב. $x+y=3$

ג. $x+3y=6$



מתוך מבחן מיצ"ב תשס"ט

10. נתונה המשוואה: $2x+3y=52$

א. האם הזוג הסדור $(2,16)$ הוא פִּתרון של המשוואה הנתונה?

נַמקו את תשובתכם בתרגיל או במילים: _____

ב. האם הזוג הסדור $(16,2)$ הוא פִּתרון של המשוואה הנתונה?

נַמקו את תשובתכם בתרגיל או במילים: _____

ג. כִּתְבו זוג סדור **אחר** שהוא פִּתרון של המשוואה הנתונה. _____