



יחידה 12: שטחים של מצולעים דומים

שיעור 1. צורות הבונות את עצמן

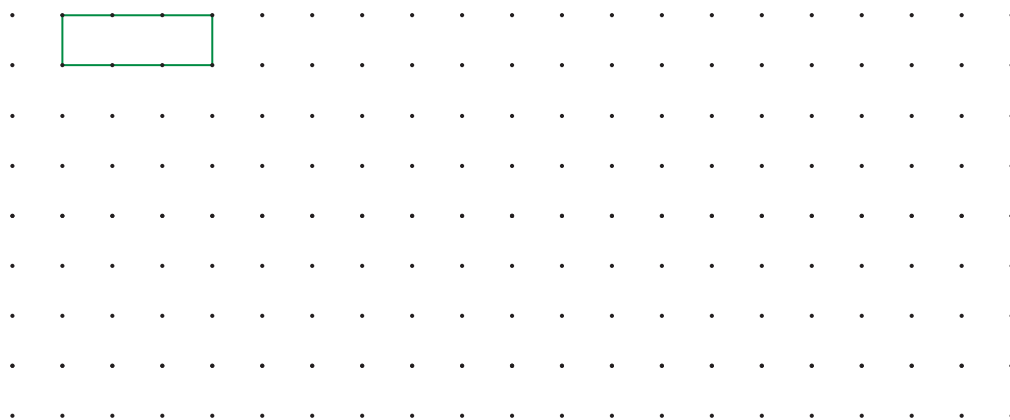


בונים ריבועים גדולים מריבועים קטנים חופפים.
כמה ריבועים קטנים דרושים לבניית הריבוע הגדול?
כמה ריבועים קטנים דרושים כדי לבנות ריבוע גדול
עוד יותר?

אומרים שהריבוע "בונה את עצמו", כי אפשר לבנות ריבוע גדול
בעזרת מספר ריבועים קטנים חופפים.

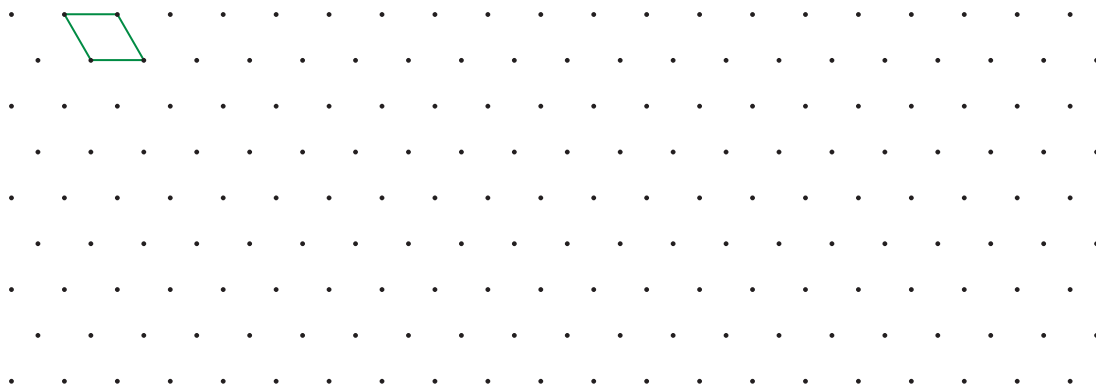
נלמד על צורות הבונות את עצמן.

1. א. ציירו על דף הנקודות שני מלבנים שהם הגדלה של המלבן הנתון.



ב. לכל מלבן שציירתם בסעיף א, רשמו בכמה מלבנים כמו המלבן הנתון השתמשתם?
האם כל מלבן שבניתם בסעיף א דומה למלבן הנתון?

2. א. ציירו על דף הנקודות שני מעוינים שהם הגדלה של המעוין הנתון.



ב. לכל מעוין שציירתם בסעיף א, רשמו בכמה מעוינים כמו המעוין הנתון השתמשתם?
האם כל מעוין שבניתם בסעיף א דומה למעוין הנתון?



3. **שרה** אמרה: אם יתנו לי 16 ריבועים חופפים אצליח לבנות מהם ריבוע גדול, הדומה לריבוע הקטן.
רבקה אמרה: אם יתנו לי 20 ריבועים חופפים אצליח לבנות מהם ריבוע גדול, הדומה לריבוע הקטן.
דבורה אמרה: אם יתנו לי 25 ריבועים חופפים אצליח לבנות מהם ריבוע גדול, הדומה לריבוע הקטן.
א. מי צודקת? הסבירו.
ב. תנו דוגמה למספר אחר של ריבועים שאפשר לבנות מהם ריבוע גדול, הדומה לריבוע הקטן.



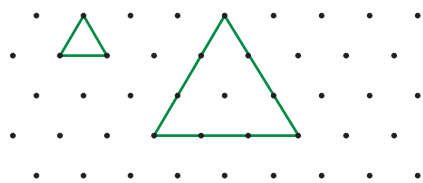
במשימות הקודמות בנינו ממרובעים חופפים קטנים, מרובע גדול **הדומה** למרובע הקטן.
ראינו כי אפשר לבנות מרובע גדול **הדומה** למרובע קטן מ-4 מרובעים קטנים חופפים.
אפשר לבנות מרובע גדול גם מ-9 מרובעים חופפים קטנים מ-16, מ-25 ועוד.
צורה ה"בונה את עצמה" ממספר עותקים זהים של צורה נתונה, יוצרת הגדלה שהיא צורה דומה לצורה נתונה.
אפשר ליצור "צורה הבונה את עצמה" ממספר ריבועי של הצורה הנתונה.

תזכורת

המספרים 1, 4, 9, 16, 25, ... הם מספרים ריבועיים. (מתקבלים כך: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$)

4. א. חלקו את המשולש הגדול למשולשים קטנים חופפים למשולש הנתון.

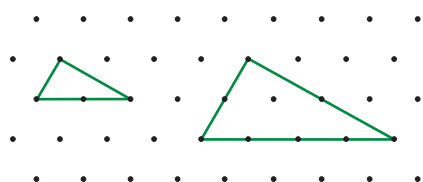
כמה משולשים קטנים בונים את המשולש הגדול?



ב. שיערו: כמה משולשים קטנים בונים את המשולש בשרטוט?

חלקו את המשולש הגדול למשולשים קטנים חופפים למשולש הנתון.

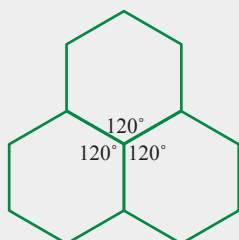
ובדקו את השערתכם.





בתמונה שעל כריכת הספר (וגם כאן בהמשך) הכיפה הגיאודזית של האקו-ספרה שבגן המדע על-שם קלור, במכון ויצמן למדע.

- **אקו-ספרה** (קיצור של כדור אקולוגי) היא חממה שבה נשמרים תנאי אקלים (מידות חום ולחות) מבוקרים, המאפשרים חקירה של השפעת הבדלי אקלים על צמחים.
- **כיפה גיאודזית** היא כיפה דמוית כדור הבנויה ממשולשים. בכיפות גיאודזיות שואפים להתקרב לצורה של כיפה כדורית תוך שימוש במשטחים מישוריים. היעילות והחוזק המקסימליים מושגים באמצעות משטחים בצורת משולש. בדומה לטלאים היוצרים את המעטפת של הכדור (ראו תמונה), המשולשים בכיפה הגיאודזית יוצרים צורות של משושים ושל מחומשים.



יצירת כיפה גיאודזית ממשושים בלבד אינה אפשרית, כיוון שגודלה של כל זווית במשושה משוכלל הוא 120° . כלומר, אם סביב כל קודקוד של הכיפה ייפגשו שלושה משושים, סכום הזוויות בקודקוד יהיה $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$ (ראו שרטוט) וכך, סביב הקודקוד יהיה מישור ולא גוף קעור.

על-מנת לקבל גוף קעור, סכום הזוויות בחלק מן הקודקודים חייב להיות קטן מ- 360° בכיפה הגיאודזית סכום הזוויות במפגש בין שני משושים ומחומש משוכלל הוא $120^\circ \cdot 2 + 108^\circ = 348^\circ$

זהו משושים ומחומשים בתמונת הכיפה של האקו-ספרה. האם לדעתכם כל המשולשים הבונים את הכיפה הגיאודזית הם שווי-צלעות (כלומר, משוכללים)?

מתוך עבודת הגמר לבגרות במתמטיקה של יאיר הרכבי,



אוסף משימות



1. א. ציירו על דף הנקודות מקבילית גדולה יותר, שהיא הגדלה של המקבילית בשרטוט.

ב. ציירו על דף הנקודות מקבילית נוספת, שהיא הגדלה של המקבילית בשרטוט.



2. א. האם אפשר לבנות ריבוע גדול מ- 16 ריבועים קטנים חופפים? הסבירו.

ב. האם אפשר לבנות ריבוע גדול מ- 10 ריבועים קטנים חופפים? הסבירו.

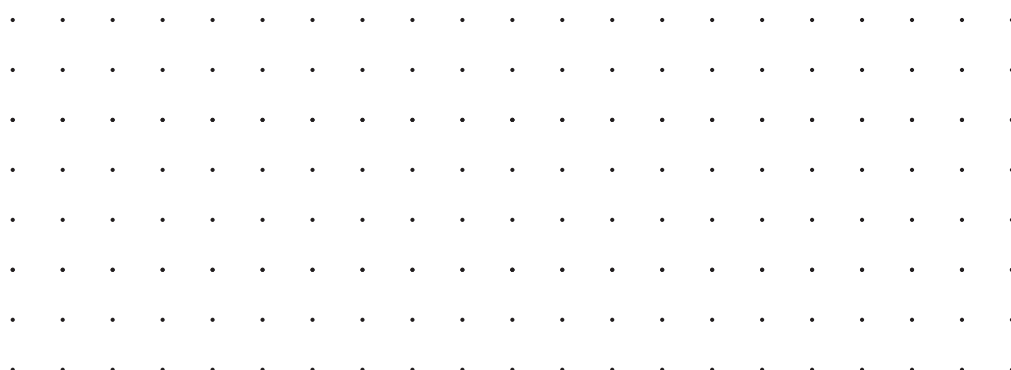


3. א. האם אפשר לבנות מלבן גדול מ- 16 מלבנים קטנים חופפים, כך שיהיה דומה למלבן הקטן? הסבירו.

ב. האם אפשר לבנות מלבן גדול מ- 10 מלבנים קטנים חופפים, כך שיהיה דומה למלבן הקטן? הסבירו.

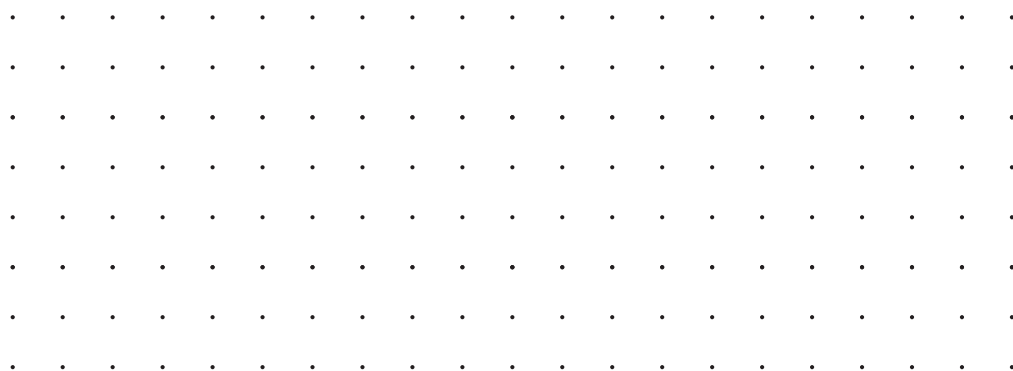


4. ציירו על לוח הנקודות שתי צורות שאחת בונה את האחרת.

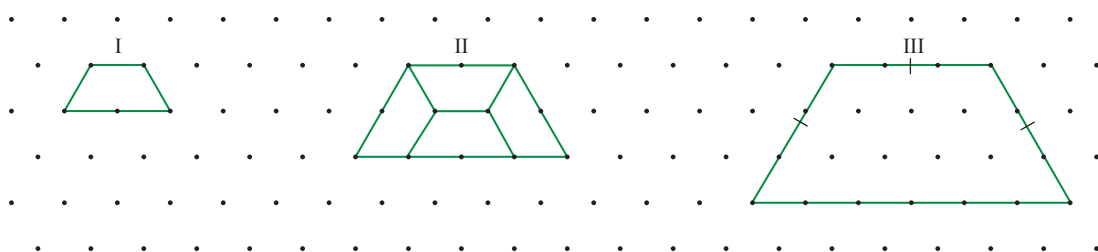




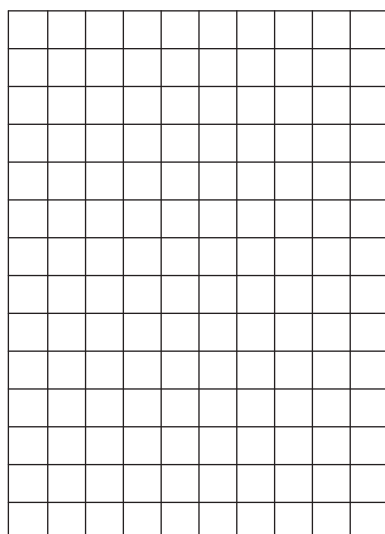
5. א. ציירו משולש גדול על דף הנקודות.
הראו שהמשולש שציירתם **"בונה את עצמו"**. (אפשר לחלק אותו למשולשים קטנים חופפים).
ב. כמה משולשים **בונים** את המשולש שציירתם בסעיף א?



6. טרפז II בנוי מארבעה עותקים של טרפז I.
כמה עותקים של טרפז I בונים את טרפז III?

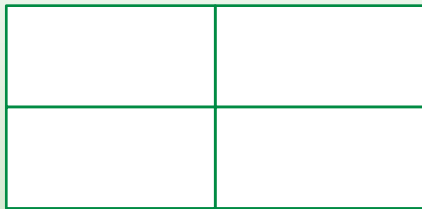


7. המורה אמרה: צורה זו "בונה את עצמה".
(כלומר, מספר עותקים של הצורה הקטנה יוצרים צורה דומה גדולה יותר).
א. גזרו 4 צורות כאלו. נסו לבנות צורה דומה.
ב. הראו על ידי שרטוט על דף המשבצות איך הצורה **בונה את עצמה**.





שיעור 2. שטחים של צורות הבונות את עצמן



אפשר לבנות מלבן מ-4 מלבנים חופפים, כמו בשרטוט. המלבן הגדול **דומה** למלבנים הקטנים.

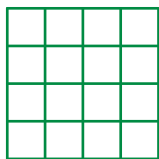
פי כמה ארוכה צלע המלבן החדש מצלע המלבן הקטן?
פי כמה גדול שטח המלבן החדש משטח המלבן הקטן?

נלמד על הקשר בין השינוי באורך צלע הצורה, לשינוי בשטח הצורה "הבונה את עצמה".

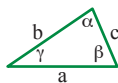
1. נתון ריבוע. ☐

בנו ריבוע מ-16 ריבועים כאלה.

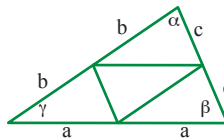
- א. פי כמה ארוכה צלע הריבוע הגדול מצלע הריבוע הנתון?
ב. פי כמה גדול שטח הריבוע הגדול משטח הריבוע הנתון?



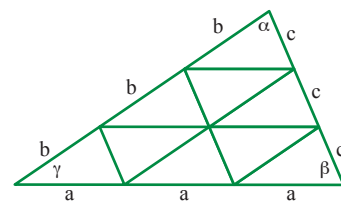
2. נתונה סדרה של משולשים.



משולש מקורי



משולש בינוני



משולש גדול

א. האם המשולשים דומים? הסבירו.

ב. השלימו.

משולשים	יחס בין אורכי צלעות המשולשים	יחס בין שטחי המשולשים
מקורי ביחס לבינוני		
מקורי ביחס לגדול		



3. מה הקשר בין יחס הדמיון של מצולעים דומים, ליחס השטחים שלהם?



ראינו כי **השטחים של מצולעים דומים** מתייחסים זה לזה **כריבוע יחס הדמיון**.

מ/מ: במשימה 2,

יחס הדמיון של המשולש המקורי והמשולש הגדול הוא 1:3

יחס השטחים שלהם הוא 1:9

4. א. האריכו צלעות של משולש פי 5 והתקבל משולש דומה. פי כמה גדל השטח?
 ב. האריכו צלעות של מלבן פי 3 והתקבל מלבן דומה. פי כמה גדל השטח?
 ג. הקטינו את אורכי צלעות הריבוע פי 8 והתקבל ריבוע דומה. פי כמה קטן השטח?



5. בחנות שטיח בצורת ריבוע שאורך צלעו מטר אחד. מחיר השטיח 300 שקלים.

דינה רצתה לקנות שטיח ריבועי שאורך צלעו 2 מ'.

דינה חשבה לשלם עבור השטיח 600 שקלים.

המוכרת ביקשה 1,000 שקלים, ואף טענה שהמחיר לאחר הנחה.

האם המוכרת צודקת? הסבירו.



אוסף משימות



1. נתון ריבוע קטן. ☐

בנו ריבוע גדול מ- 25 ריבועים קטנים חופפים.

א. פי כמה ארוכה צלע הריבוע הגדול מצלע הריבוע הקטן?

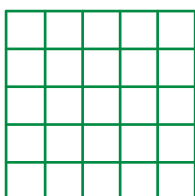
ב. פי כמה גדול שטח הריבוע הגדול משטח הריבוע הקטן?



2. בנו ריבוע גדול מ- 100 ריבועים חופפים.

א. פי כמה ארוכה צלע הריבוע הגדול מצלע הריבוע הקטן?

ב. פי כמה גדול שטח הריבוע הגדול משטח הריבוע הקטן?



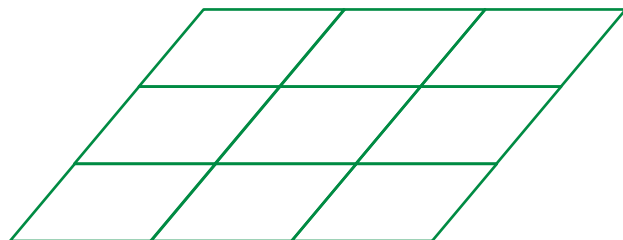


3. נתונה מקבילית.



בנו מקבילית גדולה מ- 9 מקביליות כאלה.

- פי כמה ארוכה צלע המקבילית הגדולה מצלע המקבילית הנתונה?
- פי כמה גדול שטח המקבילית הגדולה משטח המקבילית הנתונה?



4. א. ציירו על לוח הנקודות מקבילית הבנויה מ- 4 מקביליות כמו המקבילית הנתונה.

האם המקבילית הגדולה דומה למקבילית הנתונה?

ב. ציירו על לוח הנקודות מקבילית אחרת הבנויה מ- 4 מקביליות כמו המקבילית הנתונה.

האם המקבילית הגדולה דומה למקבילית הנתונה?

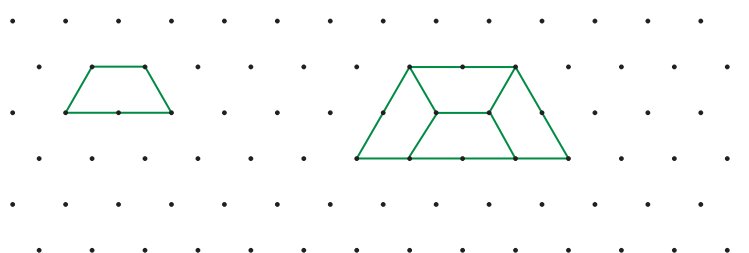
ג. פי כמה גדול שטח כל מקבילית ששרטטתם משטח המקבילית הנתונה?



5. בנו טרפז גדול מארבעה טרפזים קטנים (כמו בשרטוט).

א. פי כמה ארוכה צלע של הטרפז הגדול מצלע מתאימה של הטרפז המקורי?

ב. פי כמה גדול שטח הטרפז הגדול משטח הטרפז המקורי?





6. נתונים שני טרפזים דומים.

צלעות טרפז אחד ארוכות פי 5 מהצלעות המתאימות של הטרפז האחר.
פי כמה גדול שטח הטרפז הגדול משטח הטרפז הקטן?



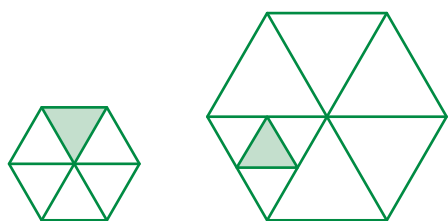
7. א. האריכו צלעות של משולש פי 6 והתקבל משולש דומה. פי כמה גדל השטח?
ב. האריכו צלעות של מלבן פי 11 והתקבל מלבן דומה. פי כמה גדל השטח?
ג. הקטינו את אורכי צלעות הריבוע פי 4 והתקבל ריבוע דומה. פי כמה קטן השטח?
ד. היחס בין אורכי צלעות של שני משולשים דומים הוא 1:3
מה היחס בין השטחים של שני המשולשים?



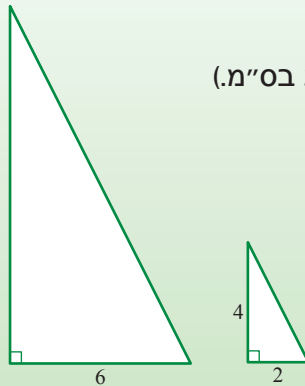
8. בשרטוט שני משושים משוכללים.

א. מהו יחס הדמיון של שני המשושים?

ב. פי כמה גדול שטח המשושה הגדול משטח המשושה הקטן?
הסבירו בשתי דרכים שונות.



שיעור 3. חישוב שטחים של מצולעים דומים



לפניכם שני משולשים ישרי-זווית דומים.
(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

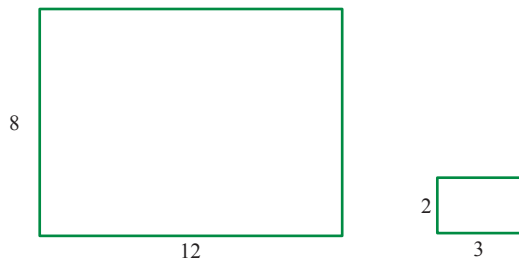
מהו יחס הדמיון?

מהו היחס בין שטחי המשולשים?
מצאו את השטח של המשולש הגדול.

נחשב שטחים של משולשים דומים.

במשימות בשיעור ובאוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

1. בשרטוט שני מלבנים.



א. האם המלבנים דומים?

אם כן, מצאו את יחס הדמיון של המלבנים.

ב. מהו היחס בין השטחים של המלבנים?

ג. חשבו את שטחו של כל מלבן,
ובדקו את תשובתכם לסעיף ב.

2. $\triangle BEN$ ו- $\triangle DAR$ הם משולשים דומים.

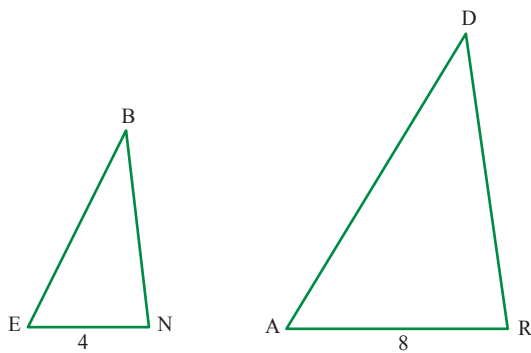
א. סמנו זוויות מתאימות באותו צבע.

ב. מהו יחס הדמיון? (כתבו יחס מצומצם.)

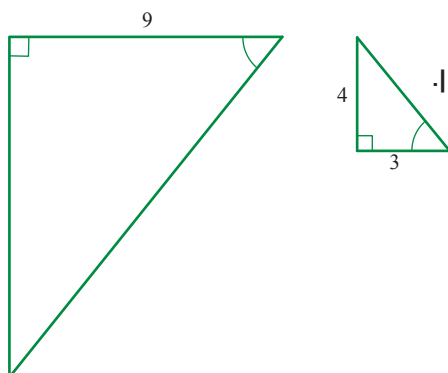
ג. מהו היחס בין שטחי המשולשים?

ד. שטח משולש $\triangle BEN$ הוא 10 סמ"ר.

מהו שטח משולש $\triangle DAR$?



3. בשרטוט שני משולשים. הזוויות השוות מסומנות באותו סימון.

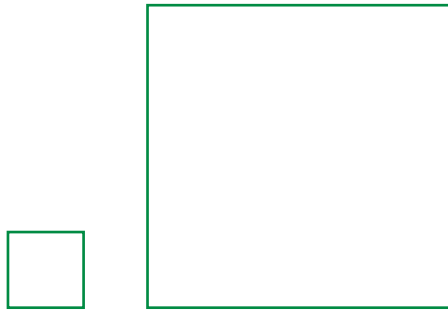


א. האם המשולשים דומים? הסבירו.

ב. מהו יחס הדמיון? (כתבו יחס מצומצם.)

ג. כתבו בתוך כל משולש את שטחו.

ד. מהו יחס השטחים של שני המשולשים?

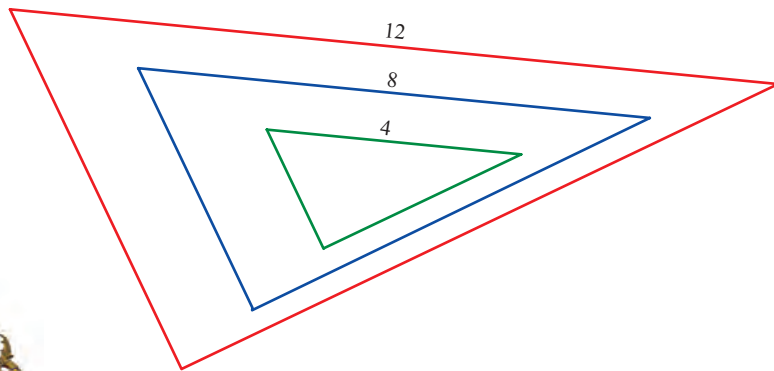


4. לפניכם שני ריבועים.

היחס בין אורכי צלעות הריבועים הוא 1:4
שטח הריבוע הקטן 9 סמ"ר.
חשבו את שטח הריבוע הגדול.

5. בשרטוט שלפניכם שלושה משולשים דומים.

שטח המשולש הירוק (הקטן ביותר) 6 סמ"ר.
מצאו את שטחי המשולשים האחרים.



אוסף משימות

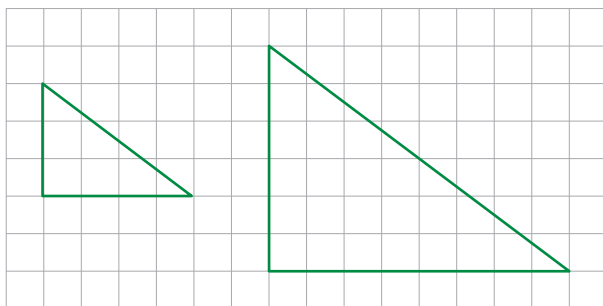


1. לפניכם משולשים ישרי-זווית דומים.

א. מהו יחס הדמיון?

ב. כתבו בתוך כל משולש את שטחו.

ג. מהו היחס בין השטחים?

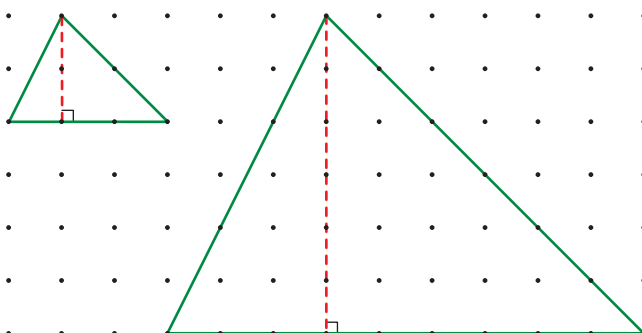


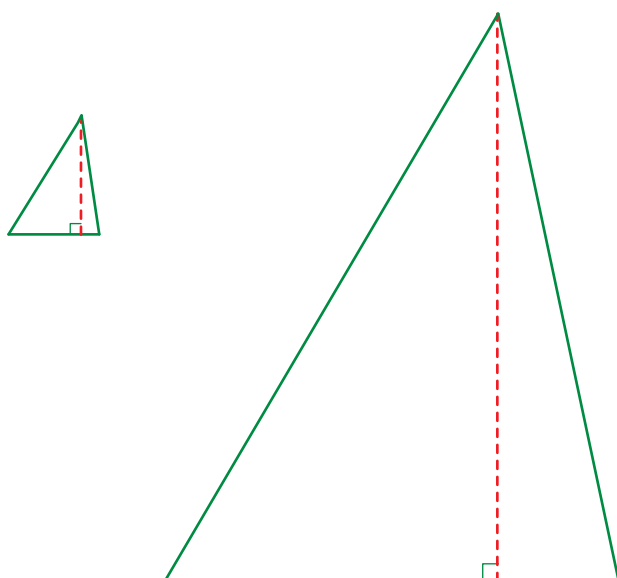
2. בשרטוט שני משולשים דומים.

א. מהו יחס הדמיון?

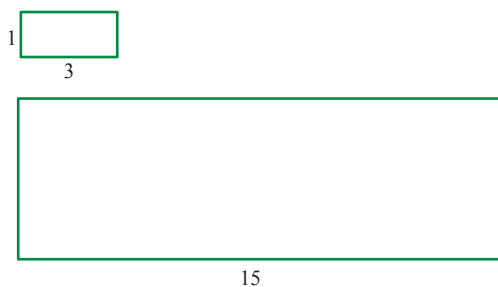
ב. כתבו בתוך כל משולש את שטחו.

ג. מהו היחס בין השטחים?





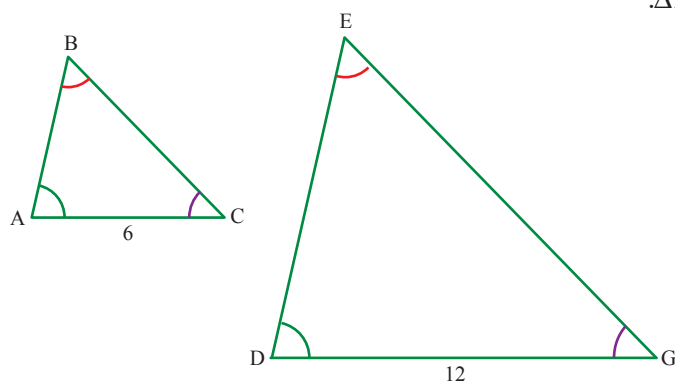
3. בשרטוט שני משולשים דומים.
יחס הדמיון של שני המשולשים הוא 1:5
שטח המשולש הקטן 3 סמ"ר.
חשבו את שטח המשולש הגדול.



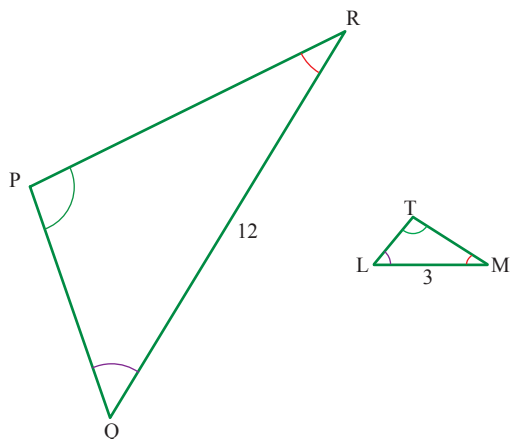
4. בשרטוט שני מלבנים דומים.
א. מהו יחס הדמיון של המלבנים?
ב. חשבו את שטחו של כל מלבן.
מהו יחס השטחים של המלבנים?



5. יחס הדמיון בין שני מלבנים דומים הוא 1:10
שטח המלבן הקטן 8 סמ"ר.
חשבו את שטח המלבן הגדול.



6. לפניכם משולשים דומים $\triangle ABC \sim \triangle DEG$
א. מהו יחס הדמיון?
ב. מהו היחס בין שטחי המשולשים?
ג. שטח משולש $\triangle ABC$ הוא 15 סמ"ר.
מהו שטח המשולש $\triangle DEG$?

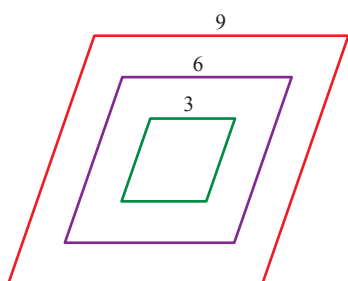


7. לפניכם משולשים דומים $\triangle TLM \sim \triangle PQR$

- מהו יחס הדמיון?
- מהו היחס בין שטחי המשולשים?
- שטח משולש $\triangle PQR$ הוא 48 סמ"ר. מהו שטח משולש $\triangle TLM$?

8. פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 15 ס"מ עולה 5 שקלים.

- כמה תעלה פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 30 ס"מ?
- כמה תעלה פיצה ריבועית שאורך הצלע שלה 45 ס"מ?

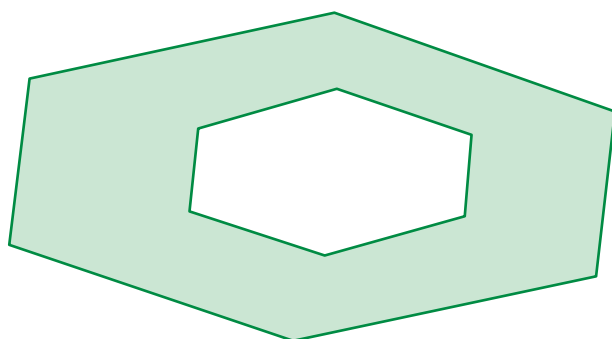


9. בשרטוט שלפניכם שלושה מעוינים דומים.

- שטח המעוין הירוק (הקטן ביותר) 8 סמ"ר. חשבו את שטחי המעוינים האחרים.

10. בשרטוט שלפניכם שני משושים דומים.

כל אחת מצלעות המשושה הפנימי קצרה פי 2 מהצלע המתאימה של המשושה החיצוני.



- שטח המשושה הפנימי 9 סמ"ר. חשבו את שטח המשושה החיצוני.
- חשבו את השטח הצבוע.

11. אולם אירועים מלבני מתאים לאירוח של 250 אורחים.

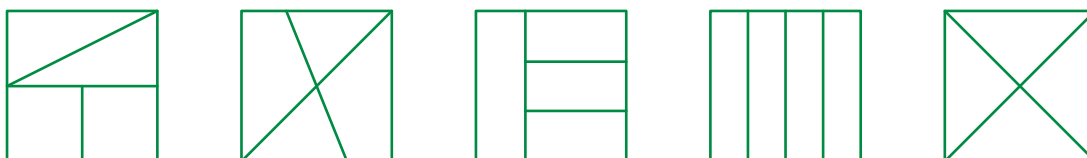
- בעלי האולם רוצים לבנות אולם המתאים ל-1,000 אורחים. פי כמה הם צריכים להגדיל את מידות האורך של קירות האולם?



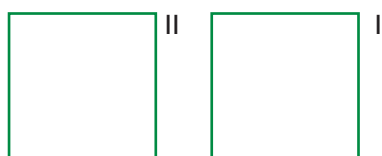
שומרים על כושר

חלק משלם

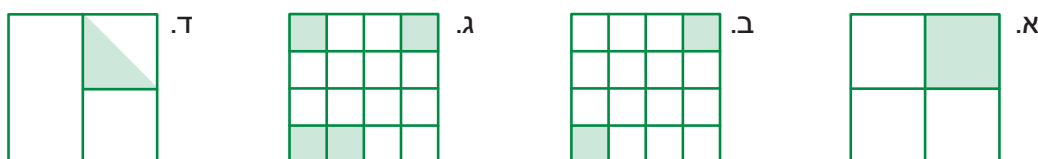
1. א. סמנו את הריבועים שמחולקים לארבעה חלקים שווים בשטחם.



ב. חלקו את ריבוע I לארבעה חלקים שווים בשטחם בדרך אחרת.
חלקו את ריבוע II לשני חלקים שווים בשטחם, וצבעו חלק אחד.
איזה חלק של הריבוע צבעתם?



2. בכל סעיף, קבעו: איזה חלק מכל ריבוע צבוע בירוק? איזה חלק אינו צבוע?



3. בכל סעיף סדרו את השברים מהקטן לגדול.

א. $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{6}$ ב. $\frac{5}{9}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{10}{9}$

4. קבעו בכל סעיף, אם כל השברים שווים זה לזה.

א. $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{14}$, $\frac{6}{21}$ ג. $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{10}$
ב. $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{2}{4}$ ד. $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{10}{15}$

5. במבחן 20 תרגילים. דן פתר $\frac{4}{5}$ מהם. כמה תרגילים פתר דן?

6. תלמידים יצאו לטיול בן 3 ימים.

ביום הראשון עברו $\frac{2}{5}$ מהדרך, וביום השני עברו $\frac{1}{4}$ מהדרך.

א. איזה חלק מהדרך עברו בשני הימים הראשונים?

ב. איזה חלק מהדרך עברו ביום השלישי?

ג. ביום השלישי עברו 21 ק"מ. מה אורך המסלול?