

יחידה 11: חוק הפילוג המורחב

נכיר את חוק הפילוג המורחב, ונפתור משוואות ובעיות בהן נשתמש בחוק זה.

שיעור 1. חוק הפילוג המורחב

נתון המלבן:

לפניכם הצעות של יעל, ריקי ודינה לחישוב שטח המלבן, מבלי להיעזר במחשבון.

הצעה של **יעל**: $25 \times 12 = 300$

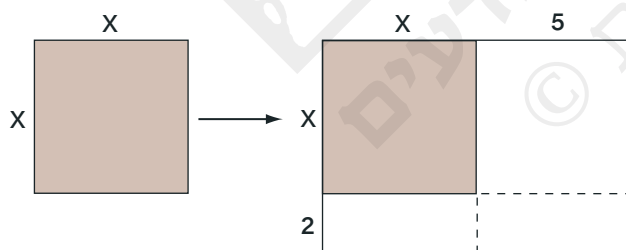
הצעה של **ריקי**: $20 \times 10 + 20 \times 2 = 240$

הצעה של **דינה**: $20 \times 10 + 5 \times 10 + 5 \times 2 = 240$

נחשב בדרכים שונות שטח מלבן, נמצא ביטויים לשטח מלבן ונלמד לפשט אותם, ונכיר את חוק הפילוג המורחב.

1. חשבו את שטח המלבן הנתון:

- לפי ההצעה של יעל _____
- לפי ההצעה של ריקי _____
- לפי ההצעה של דנה _____



2. נתון ריבוע שאורך צלעו x .

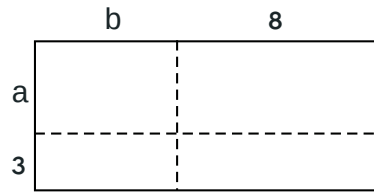
מגדילים צלע אחת של הריבוע ב- 5 ס"מ, ואת הצלע השנייה מגדילים ב- 2 ס"מ. מקבלים מלבן (ראו שרטוט).

א. סמנו ביטויים המייצגים את שטח המלבן שנוצר.

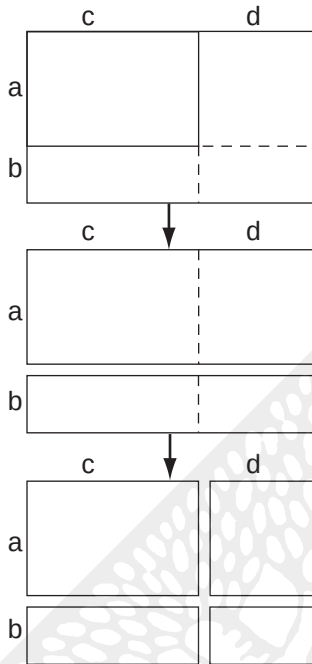
$$x^2 + 5x + 2x + 10, (x + 2)(x + 5), x^2 + 5x + 2x, (x + 5)(x + 2)$$

ב. האם גם הביטוי $x(x + 2) + 5(x + 2)$ מייצג את שטח המלבן? בדקו והסבירו.

3. רשמו ביטויים שונים לחישוב שטח המלבן.



4. מה שטח המלבן שבשרטוט?
השלימו לפי השרטוטים ביטויים מתאימים.



$$(a + b)(c + d)$$

$$\downarrow$$

$$a(\quad + \quad)$$

$$b(\quad + \quad)$$

$$\downarrow$$

$$\quad + \quad$$

$$\quad + \quad$$

$$(a + b)(c + d) = \quad + \quad + \quad + \quad$$



במשימות 1 – 4 חישבנו שטח של מלבן בדרכים שונות.

במשימה 4 הגענו למסקנה כי:

$$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

כאשר a, b, c, d מספרים חיוביים.

מסקנה זו נקראת **חוק הפילוג המורחב**.

נרחיב את המסקנה גם עבור פעולת חיסור בין המחוברים שבסוגריים.

$$\text{דוגמה: את הביטוי } (a - b)(c + d) \text{ נפשט ונרשום: } (a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$$

$$\text{את הביטוי } (a - b)(c - d) \text{ נפשט ונרשום: } (a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

5. השלימו בעזרת חוק הפילוג המורחב.

א. $(a + 4)(b + 5) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. $(a + 6)(b + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$

ג. $(a - 3)(b + 5) = \underline{\hspace{2cm}}$

6. כפלו ופשטו.

$(x - 5)(x + 7) =$

$x^2 + 7x - 5x - 35 =$

$x^2 + 2x - 35$

$(a + 3)(b - 5) =$

$ab - 5a + 3b - 15$

דוגמאות:

א. $(x - 1)(x + 4) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. $(a + b)(m + x) = \underline{\hspace{2cm}}$

ג. $(x - 3)(x - 8) = \underline{\hspace{2cm}}$

ד. $(a + 3)(x - b) = \underline{\hspace{2cm}}$



7. נתונים הביטויים: א. $a \cdot (a + a)$ ב. $a \cdot (a \cdot a)$ ג. $(a + a) \cdot (b + 2b)$ ד. $(2x - 3) \cdot (x + 1)$ ה. $(2 - 3) \cdot (x + 1)$ ו. $(2x - 3) \cdot x + 1$

באילו סעיפים צריך להשתמש בחוק הפילוג המורחב כדי לכפול? הסבירו.



1. התאימו ביטוי בשורה הראשונה לביטוי בשורה השנייה.

$(a - 2)(a - 6)$ $(a + 2)(a - 6)$ $(a - 2)(a + 6)$ $(a + 2)(a + 6)$



$a^2 - 8a + 12$

$a^2 + 4a - 12$

$a^2 + 8a + 12$

$a^2 - 4a - 12$

2. כפלו ופשטו.

ד. $(x + a)(y + 4) =$

א. $(a + 5)(b + 3) =$

ה. $(7 + x)(a + b) =$

ב. $(2 + a)(b + 5) =$

ו. $(7 - x)(a + b) =$

ג. $(5 + a)(2 + b) =$

3. כפלו ופשטו.

ד. $(2 - a)(b + 4) =$

א. $(a + 4)(b + 6) =$

ה. $(7 - x)(a - b) =$

ב. $(3 + a)(b - 5) =$

ו. $(a - 5)(b - 3) =$

ג. $(5 - a)(2 + b) =$



4. אילו מהשוויונות הבאים נכונים? תקנו את השוויונות שאינם נכונים.

ד. $(a - 5)(a + 2) = a^2 + 7a - 10$

א. $(a + 5)(a + 2) = a^2 + 7a + 10$

ה. $(a - 5)(a + 2) = a^2 - 3a - 10$

ב. $(a + 4)(a + 3) = a^2 + 12a + 12$

ו. $(a + 5)(a - 2) = a^2 + 3a - 10$

ג. $(a + 5)(a + 1) = a^2 + 6a + 6$

5. כפלו ופשטו.

ג. $(x + 5)(x - 2) + 3x =$

א. $(x + 7)(x + 8) - x^2 =$

ד. $(x + 1)(x + 2) - x^2 =$

ב. $(x + 1)(x + 2) - 3x + 2 =$

6. כפלו ופשטו.

ג. $(x - 5)(x - 2) + 7x =$

א. $(x + 5)(x + 6) - x^2 + 2x =$

ד. $(x - 1)(x + 4) - x^2 - 3x =$

ב. $(x + 2)(x + 5) - 7x - 2 =$

אם פתרתם נכון סכום הביטויים בסעיפים א ו-ד הוא $13(x + 2)$.

וסכום הביטויים בסעיפים ב ו-ג הוא $2(x^2 + 9)$



7. בכל סעיף חסר מספר. נחשו מהו המספר, השלימו ובדקו.

א. $(x + 5)(x + \underline{\hspace{1cm}}) = x^2 + 8x + 15$ ג. $(x + 5)(x + \underline{\hspace{1cm}}) = x^2 + 6x + 5$

ב. $(x - 2)(x + \underline{\hspace{1cm}}) = x^2 + 5x - 14$ ד. $(x - 4)(x - \underline{\hspace{1cm}}) = x^2 - 6x + 8$

משיאל נאספאל



8. כפלו.

א. $2a(3 + b) =$ ג. $3(2a - b) =$ ה. $(a + 3)(b + 1) =$

ב. $3(2a - 4) =$ ד. $3a(2a - b) =$ ו. $(a + 4)(b - 3) =$

9. כפלו.

א. $3a(b + c) =$ ג. $(2a - 3)(b + 5) =$ ה. $(a + 1)(b - 3) =$

ב. $3a(b - c) =$ ד. $(2a + 3)(b - 5) =$ ו. $(b + 3)(a - 1) =$



10. פעלו לפי ההוראות שעל החיצים ורשמו במשבצות השונות את הביטויים המתאימים.

פשטו אם יש צורך.

א. $x \xrightarrow{+2} \boxed{} \xrightarrow{\cdot(x+1)} \boxed{} \xrightarrow{-2} \boxed{} \xrightarrow{-3x} \triangle$

ב. $x \xrightarrow{-5} \boxed{} \xrightarrow{\cdot(x+5)} \boxed{} \xrightarrow{+7x+25} \boxed{} \xrightarrow{-7x} \triangle$

ג. $x \xrightarrow{\cdot(x+3)} \boxed{} \xrightarrow{+2(x+3)} \boxed{} \xrightarrow{-5x} \boxed{} \xrightarrow{-6} \triangle$



אם פתרם נכון קבלתם אותו ביטוי ב- בכל אחד מהסעיפים.

שיעור 2. משווים שטחים

נשווה שטחים של מלבנים וביטויים אלגבריים, בעזרת חוק הפילוג המורחב.

לפניכם ארבעה זוגות של מלבנים.

א. $x+3$ $x+3$ $x-1$	ב. $x+2$ $x+2$ x
ג. $x+6$ $x+1$	ד. $x+5$ $x+3$ x

שערו, שטחו של איזה מלבן, בכל זוג מלבנים, גדול יותר? בכמה?
ניעזר בחוק הפילוג המורחב על מנת להשוות שטחים של מצולעים.

1. קשמו ביטוי לשטח כל מלבן. פשטו וקבעו למי שטח גדול יותר.

2. **תמר** אמרה: בסעיפים א ו- ב נוכל לקבוע למי שטח גדול יותר מבלי לפשט.

האם תמר צודקת? הסבירו.



לפעמים אפשר לקבוע, מבלי לחשב, מתוך התבוננות בביטויים איזה ביטוי גדול יותר ובכמה.

דוגמה: במלבנים שבסעיף א:

שטח המלבן הימני: $(x-1)(x+3)$

שטח המלבן השמאלי: $x(x+3)$

לכל ערך של x מתקיים: $x-1 < x$

ולכן מתקיים תמיד: $(x-1)(x+3) < x(x+3)$

אם קשה לעשות זאת על סמך שיקולים כמותיים האלגברה עוזרת לנו להחליט או לנמק.

דוגמה: במלבנים שבסעיף ד:

נפלים בעזרת חוק הפילוג המורחב על מנת לקבוע מי גדול יותר.

שטח המלבן הימני: $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$

שטח המלבן השמאלי: $x(x+5) = x^2 + 5x$

כלומר לכל ערך של x , שטח המלבן הימני גדול ב- 6 משטח המלבן השמאלי.

לכן מתקיים: $(x+2)(x+3) > x(x+5)$

3. פשטו את הביטויים שמשני צידי העיגולים. רשמו $>$, $<$, או $=$ כך שיהיה נכון.

דעמה: $(a - 1)(a + 7) \bigcirc a(a + 6)$

נפשט ונקבל: $a^2 + 6a - 7 \bigcirc a^2 + 6a$

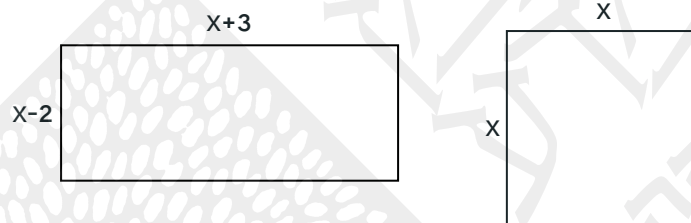
הביטוי משמאל קטן ב- 7 מהביטוי מימין. לכן: $a^2 + 6a - 7 < a^2 + 6a$

א. $(a + 3)(a + 2) \bigcirc a(a + 5)$ ד. $(a - 3)(a + 2) \bigcirc a(a - 1) - 6$

ב. $(a - 1)(a + 2) \bigcirc a(a + 1)$ ה. $(a - 2)(a + 3) \bigcirc a^2 - (6 - a)$

ג. $a^2 \bigcirc (a - 2)(a + 2)$ ו. $(a - 1)(a + 2) \bigcirc (a - 2)(a + 3)$

4. בשרטוט ריבוע ומלבן.



א. הייתכן שאורך צלע הריבוע הוא 3 ס"מ?

הייתכן שאורך צלע הריבוע הוא 1 ס"מ?

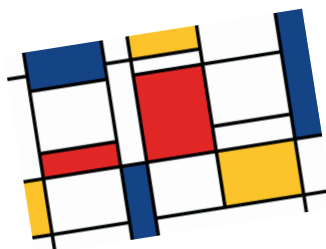
הייתכן שאורך צלע הריבוע הוא $6\frac{1}{2}$ ס"מ? הסבירו.

ב. שטח הריבוע שווה לשטח המלבן. מהם אורכי הצלעות של כל צורה?



ג. אם שטח הריבוע קטן משטח המלבן.

מה תוכלו לומר על מידות הריבוע?



$$\frac{a(a-1)}{(a+2)(a-3)} \cdot \frac{a(a+1)}{(a+3)(a-2)}$$

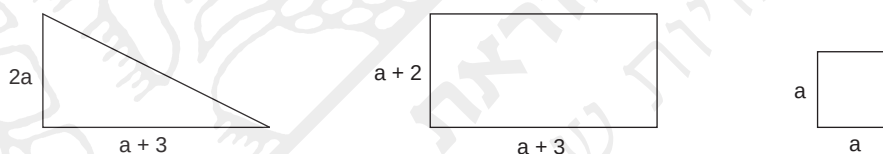
10

א. ב.

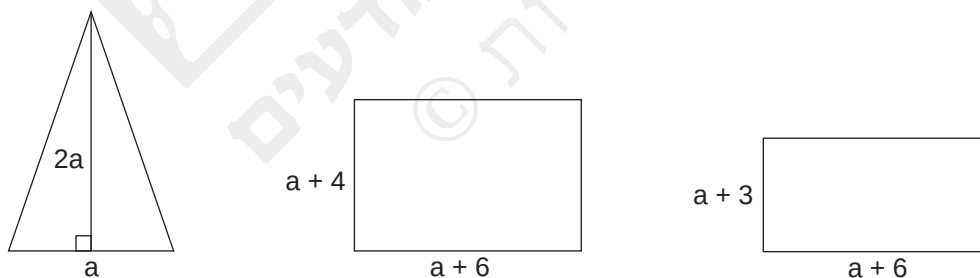


10

.X

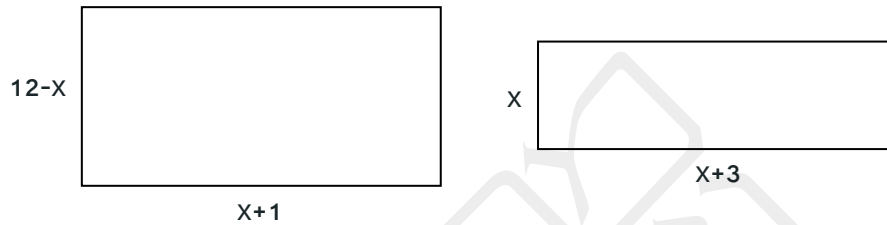


ב.





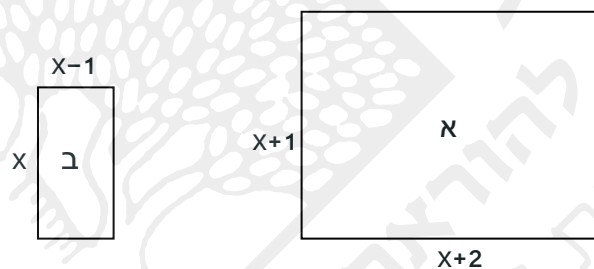
4. בשרטוט שני מלבנים.



- רשמו ביטוי לשטח כל מלבן.
- סכום שטחי המלבנים הוא 54 סמ"ר. רשמו משוואה, פתרו ומצאו את אורכי הצלעות המלבנים.



5. בשרטוט שני מלבנים.



- רשמו ביטוי לשטח כל מלבן.
- שטח מלבן א גדול ב- 18 סמ"ר משטח מלבן ב. מצאו את אורכי הצלעות של כל מלבן.

שיעור 3. פותרים משוואות ואי-שוויונות

בשרטוט שני מלבנים.



שערו: לאיזה מלבן שטח גדול יותר כאשר $x > 6$?

1. א. רשמו ביטוי לשטח כל מלבן.

ב. שטחי שני המלבנים שווים.

רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
 מה הם אורכי הצלעות של כל מלבן?

למי היקף גדול יותר? בכמה?

ג. שטח מלבן ב גדול ב- 6 סמ"ר משטח מלבן א.

רשמו משוואה, פתרו ומצאו אורכי הצלעות של כל מלבן.
 למי היקף גדול יותר? בכמה?

2. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 + 6 = x(x + 2)$

ד. $(x + 2)(x + 4) = x^2 + 20$

ב. $x(x + 5) = 7 + x^2 + 3$

ה. $(x + 1)(x - 2) = x^2 - 2$

ג. $(x - 3)(x + 7) = x^2 - 21$

ו. $(x - 1)(x + 2) = x^2 - 3$

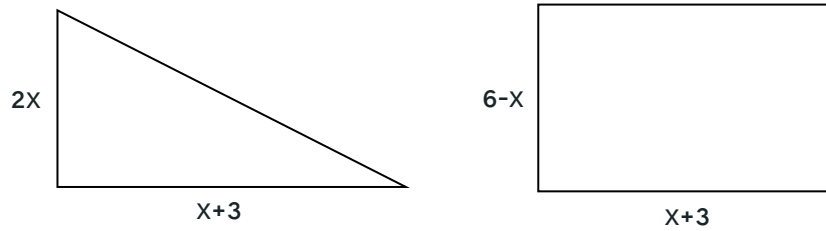


3. נתונה המשוואה $(x + 2x)(3 + 4) = 20x + 3$

שרה אמרה: אני יכולה לפתור את המשוואה בלי חוק הפילוג המורחב.

האם שרה צודקת?

4. בשרטוט משולש ישר זווית ומלבן.



א. סכום השטחים של המשולש והמלבן הוא 30 סמ"ר.
רשמו משוואה, פתרו ומצאו אורכי צלעות המלבן והמשולש.



ב. למי היקף גדול יותר למלבן או למשולש? הסבירו.

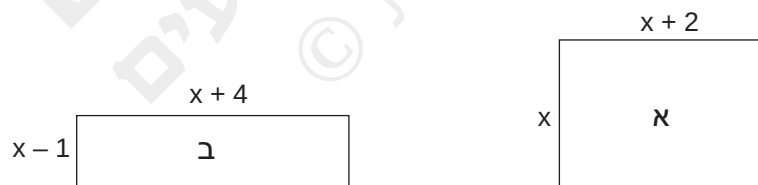


1. פתרו את המשוואות.

א. $x(x + 5) = x^2 + 20$	ד. $(x - 4)(x + 5) = x^2$
ב. $x(x - 5) = x^2 + 20$	ה. $(x + 4)(x + 5) = x^2 + 38$
ג. $x(x - 5) = x^2 - 20$	ו. $(x - 4)(x - 5) = x^2 - 10x$



2. בשרטוט שני מלבנים.



א. רשמו ביטוי לשטח מלבן א _____

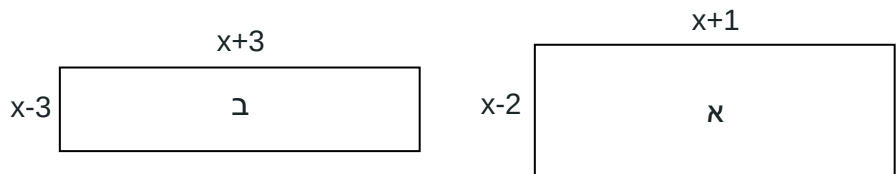
ב. שטח מלבן א שווה לשטח מלבן ב.

רשמו משוואה מתאימה.

פתרו את המשוואה ומצאו את אורכי צלעות המלבנים.



3. בשרטוט שני מלבנים.

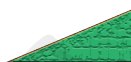


א. רשמו ביטוי לשטח מלבן א. רשמו ביטוי לשטח מלבן ב.

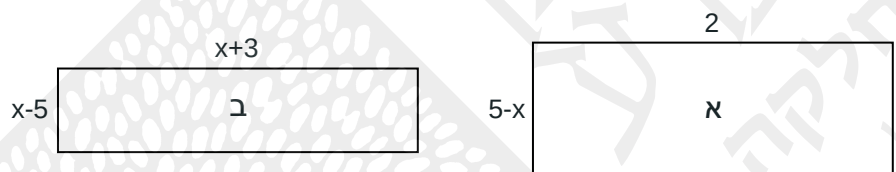
ב. שטח מלבן א שווה לשטח מלבן ב.

רשמו משוואה מתאימה.

פתרו את המשוואה ומצאו את אורכי צלעות המלבנים.



4. בשרטוט שני מלבנים.



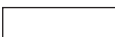
שטח מלבן ב גדול משטח מלבן א.

יעל אמרה: משהו שגוי בנתון או בשרטוט.

האם יעל צודקת? הסבירו.



משיאל ואספאל



5. פתרו את המשוואות.

ד. $(x + 5)(x - 3) - x^2 = 5$

א. $(x + 2)(x + 3) - x^2 = 16$

ה. $(x + 3)(x - 1) - x^2 = 7$

ב. $(x + 4)(x + 3) - x^2 = 12$

ו. $(x - 5)(x + 7) - x^2 = 1$

ג. $(x + 5)(x + 2) - x^2 = 31$

6. פתרו את המשוואות.

א. $(x + 2)(x + 3) - x^2 = 16$ ד. $(x + 6)(x - 5) = x^2 + 6$

ב. $(x + 10)(x + 8) - x^2 = 62$ ה. $4x + (x - 1)(x + 2) = x^2 + 18$

ג. $(x + 5)(x + 6) - x^2 + 3 = 0$ ו. $(x + 5)(x - 2) = 8 + x^2$

7. בשרטוט מלבן.

מלבן נתון

x

$x + 6$

מלבן חדש

קיצרו את הצלע הארוכה של המלבן הנתון ב- 2 ס"מ.
האריכו את הצלע הקצרה ב- 1 ס"מ. התקבל מלבן חדש.

א. רשמו ביטויים לאורכי צלעות המלבן החדש.

ב. רשמו ביטוי לשטח המלבן הנתון _____
רשמו ביטוי לשטח המלבן החדש _____

ג. שטחי שני המלבנים שווים.
רשמו משוואה, פתרו ומצאו אורכי צלעות כל מלבן.

ד. למי שטח גדול יותר אם $x = 2$?
למי שטח גדול יותר אם $x = 5$? הסבירו.

8. א. היקפו של ריבוע $8x$ ס"מ.

רשמו ביטוי לאורך צלע הריבוע.

רשמו ביטוי לשטח הריבוע.

ב. מאריכים צלע אחת של הריבוע ב- 5 ס"מ.

מקצרים את הצלע האחרת ב- 5 ס"מ.

מתקבל מלבן.

- האם היקף המלבן שנוצר גדל? קטן? לא משתנה? הסבירו.

- האם שטח המלבן שנוצר גדל? קטן? לא משתנה? הסבירו.