

חזקות לכיתה ט'

אדית פילוסוף
גילה אורוסו-חג'ג'
אוגוסט 2011

שרשרת אטבים

- מה אורך של שרשרת ובה מיליון אטבים?



מי מפחד ממספרים גדולים?

- נניח, כי בכל אחת מן השנים הבאות תגדל האוכלוסייה בעיר בה אתה גר בקצב גידול של 2% לשנה.



א. רשום את שם העיר בה אתה גר גן יבנה
ב. רשום את מספר התושבים בעירך 20,000

[אתר הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה](#)

ג. כמה תושבים יהיו בעירך במשך שנות חיך עד הגיעך לגיל מופלג של 120 שנה?

מי מפחד ממספרים גדולים?

- כמה שנים יעברו את שמספר התושבים בעירך יוכפל ?
- כמה שנים יעברו עד שמספר התושבים בעירך יוכפל שוב ?
- כמה הכפלות יעבור מספר התושבים עד שתגיע לגיל מופלג של 120 שנה ?



דרך פתרון באמצעות excel

תוכנית הלימודים לכיתה ט'

תחום אלגברי: 1. חזקות (8 שעות)

נושאי הלימוד	הבהרות ודוגמאות
חזקות עם מעריך שלם (גם שלילי) א. הגדרת החזקה ב. חוקי חזקה ג. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$ $a^0 = 1, a \neq 0$	בנושא החזקות אנו משלבים את התחום המספרי והאלגברי. הגדרה: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ למשל: $a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ דוגמאות: 1. מי מבין המספרים הבאים שווה ל- 2^{10} א. $2^5 \cdot 2^2$ ג. $(2^5)^2$ ה. $(\frac{10}{5})^2$ ב. $2^3 \cdot 2^7$ ד. $2^{20} : 2^2$ ו. $(2^5)^5$ הנמקה אפשרית: ירדת שלב בסולם החזקות מקטינה פי a 2. מי גדול יותר: 2^{-5} או 2^{-3} נמקו.

תוכנית הלימודים לכיתה ט'

ד. כתיב מדעי של מספרים

בכתיב מדעי המספר נכתב כמספר בין 1 ל-10 (לא כולל 10) כפול חזקה של 10.

לדוגמה: $312745812 = 3.12745812 \times 10^8$

בקירוב של שתי ספרות אחרי הנקודה, המספר הוא: $3.13 \cdot 10^8$

(במחשבוניס ובמחשבים מופיע גם הכתיב 3.12745812E8)

- כתיבת מספרים גדולים וקטנים

דוגמאות:

1. לפניכם מספר עובדות המתארות בעזרת מספרים גדולים וקטנים. כתבו מספרים אלו בכתיב מדעי.

א. - מהירות האור בחלל היא בקירוב רב 300,000,000 מטר לשנייה.

- מספר השניות בשנה (365.25 ימים)

- כמה קילומטר יעבור האור בשנה בחלל? כתבו בקירוב של שתי ספרות אחרי הנקודה של הכתיב המדעי.

ב. סנטימטר מעוקב הוא $\frac{1}{1000000}$ של מטר מעוקב.

3

חזקות ומספרים גדולים בכיתה ז'

- שימוש בכתיב חזקות והכללה
- הביטויים $2x$ ו- x^2
- חקירת ביטויים מהסוג a^n
- מספרים גדולים



המילה "מיליון" היא שם המספר 1,000,000 (10^6). המילה הופיעה לראשונה באיטליה לפני כ-600 שנים, והייתה בין המילים הראשונות שנוצרו עבור מספרים גדולים.
המילה היא צירוף המילים Mille+On ומשמעותה "אלף גדול", בדומה למילים אחרות, כמו On+Salle = סלון או Ball+On = בלון.

מתמטיקה משולבת לכיתה ט' יחידה 1 - חזקות

יחידה 1 מסלול כחול	יחידה 1 מסלול ירוק
שיעור 1 – נזכרים בחזקות	שיעור 1 – מהי חזקה?
שיעור 2 – כופלים ומחלקים $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $a^n : a^m = a^{n-m}$	שיעור 2 – כופלים חזקות $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
שיעור 3 – עוגות בצורה קובייה $a^n \cdot b^n = (ab)^n$ $a^n : b^n = (a : b)^n$	שיעור 3 – מחלקים חזקות $a^n : a^m = a^{n-m}$
שיעור 4 – מחזקים חזקות $(a^n)^m$	שיעור 4 – על קוביות ומה עוד $a^n \cdot b^n = (ab)^n$ $a^n : b^n = (a : b)^n$
שיעור 5 – מתרגלים חזקות	שיעור 5 – מתרגלים חזקות

פתיחת הנושא במסלול כחול

יחידה 1: חוקי חזקות

שיעור 1. נזכרים

הגדרת החזקה וסימן התוצאה

לפניכם מספר סדרות של מספרים:

א. $2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$

ב. $(-2), (-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, (-2)^5, (-2)^6$

ג. $\frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^3, \left(\frac{1}{2}\right)^4, \left(\frac{1}{2}\right)^5, \left(\frac{1}{2}\right)^6$

ד. $\left(-\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}\right)^2, \left(-\frac{1}{2}\right)^3, \left(-\frac{1}{2}\right)^4, \left(-\frac{1}{2}\right)^5, \left(-\frac{1}{2}\right)^6$

בכל סדרה, נבדוק אם המספרים בסדר עולה. אם לא, נסדר אותם.

נבדוק מהי תוצאת החזקה כאשר בסיס החזקה חיובי או שלילי.

פתיחת הנושא במסלול הירוק

יחידה 1: חוקי חזקות

שיעור 1. מהי חזקה?



בבריכה לגידול דגי קרפיון יש 1 ק"ג דגים.

בכל שנה כמות הדגים גדלה פי 2 (לא מוציאים דגים מהבריכה).

כיצד משתנה כמות הדגים בבריכה במהלך השנים?

ניזכר בפעולת החזקה.

1. א. כמה ק"ג דגים יהיו בבריכה כעבור שנה?

ב. כמה ק"ג דגים יהיו בבריכה כעבור שנתיים?

ג. כמה ק"ג דגים יהיו בבריכה כעבור 4 שנים?

ד. כעבור כמה שנים יהיו בבריכה 64 ק"ג דגים?

הגדרת החזקה – איתור שגיאות



שיעור 2. כופלים חזקות

תלמידי כיתה ט פתרו את התרגיל: $2^3 \cdot 2^5$
שירה אמרה: התוצאה היא 2^8 כי $3 + 5 = 8$
יעל אמרה: 2^{15} כי $3 \cdot 5 = 15$
דפנה אמרה: 4^{15} כי $2 \cdot 2 = 4$ וגם $2 \cdot 5 = 10$ ו- $4 \cdot 5 = 20$ ו- $2 \cdot 20 = 40$ ו- $4 \cdot 40 = 160$ ו- $2 \cdot 160 = 320$ ו- $4 \cdot 320 = 1280$ ו- $2 \cdot 1280 = 2560$ ו- $4 \cdot 2560 = 10240$ ו- $2 \cdot 10240 = 20480$ ו- $4 \cdot 20480 = 81920$ ו- $2 \cdot 81920 = 163840$ ו- $4 \cdot 163840 = 655360$ ו- $2 \cdot 655360 = 1310720$ ו- $4 \cdot 1310720 = 5242880$ ו- $2 \cdot 5242880 = 10485760$ ו- $4 \cdot 10485760 = 41943040$ ו- $2 \cdot 41943040 = 83886080$ ו- $4 \cdot 83886080 = 335544320$ ו- $2 \cdot 335544320 = 671088640$ ו- $4 \cdot 671088640 = 2684354560$ ו- $2 \cdot 2684354560 = 5368709120$ ו- $4 \cdot 5368709120 = 21474836480$ ו- $2 \cdot 21474836480 = 42949672960$ ו- $4 \cdot 42949672960 = 171798691840$ ו- $2 \cdot 171798691840 = 343597383680$ ו- $4 \cdot 343597383680 = 1374389534720$ ו- $2 \cdot 1374389534720 = 2748779069440$ ו- $4 \cdot 2748779069440 = 10995116277760$ ו- $2 \cdot 10995116277760 = 21990232555520$ ו- $4 \cdot 21990232555520 = 87960930222080$ ו- $2 \cdot 87960930222080 = 175921860444160$ ו- $4 \cdot 175921860444160 = 703687441776640$ ו- $2 \cdot 703687441776640 = 1407374883553280$ ו- $4 \cdot 1407374883553280 = 5629499534213120$ ו- $2 \cdot 5629499534213120 = 11258999068426240$ ו- $4 \cdot 11258999068426240 = 45035996273704960$ ו- $2 \cdot 45035996273704960 = 90071992547409920$ ו- $4 \cdot 90071992547409920 = 360287970189639680$ ו- $2 \cdot 360287970189639680 = 720575940379279360$ ו- $4 \cdot 720575940379279360 = 2882303761517117440$ ו- $2 \cdot 2882303761517117440 = 5764607523034234880$ ו- $4 \cdot 5764607523034234880 = 23058430092136939520$ ו- $2 \cdot 23058430092136939520 = 46116860184273879040$ ו- $4 \cdot 46116860184273879040 = 184467440737095516160$ ו- $2 \cdot 184467440737095516160 = 368934881474191032320$ ו- $4 \cdot 368934881474191032320 = 1475739525896764129280$ ו- $2 \cdot 1475739525896764129280 = 2951479051793528258560$ ו- $4 \cdot 2951479051793528258560 = 11805916207174113034240$ ו- $2 \cdot 11805916207174113034240 = 23611832414348226068480$ ו- $4 \cdot 23611832414348226068480 = 94447329657392904273920$ ו- $2 \cdot 94447329657392904273920 = 188894659314785808547840$ ו- $4 \cdot 188894659314785808547840 = 755578637259143234191360$ ו- $2 \cdot 755578637259143234191360 = 1511157274518286468382720$ ו- $4 \cdot 1511157274518286468382720 = 6044629098073145873530880$ ו- $2 \cdot 6044629098073145873530880 = 12089258196146291747061760$ ו- $4 \cdot 12089258196146291747061760 = 48357032784585166988247040$ ו- $2 \cdot 48357032784585166988247040 = 96714065569170333976494080$ ו- $4 \cdot 96714065569170333976494080 = 386856262276681335905976320$ ו- $2 \cdot 386856262276681335905976320 = 773712524553362671811952640$ ו- $4 \cdot 773712524553362671811952640 = 3094850098213450687247810560$ ו- $2 \cdot 3094850098213450687247810560 = 6189700196426901374495621120$ ו- $4 \cdot 6189700196426901374495621120 = 24758800785707605497982484480$ ו- $2 \cdot 24758800785707605497982484480 = 49517601571415210995964968960$ ו- $4 \cdot 49517601571415210995964968960 = 198070406285660843983859875840$ ו- $2 \cdot 198070406285660843983859875840 = 396140812571321687967719751680$ ו- $4 \cdot 396140812571321687967719751680 = 1584563250285286751870879006720$ ו- $2 \cdot 1584563250285286751870879006720 = 3169126500570573503741758013440$ ו- $4 \cdot 3169126500570573503741758013440 = 12676506002282294014967032053760$ ו- $2 \cdot 12676506002282294014967032053760 = 25353012004564588029934064107520$ ו- $4 \cdot 25353012004564588029934064107520 = 101412048018258352119736256430080$ ו- $2 \cdot 101412048018258352119736256430080 = 202824096036516704239472512860160$ ו- $4 \cdot 202824096036516704239472512860160 = 811296384146066816957890051440640$ ו- $2 \cdot 811296384146066816957890051440640 = 1622592768292133633915780102881280$ ו- $4 \cdot 1622592768292133633915780102881280 = 6490371073168534535663120411525120$ ו- $2 \cdot 6490371073168534535663120411525120 = 12980742146337069071326240823050240$ ו- $4 \cdot 12980742146337069071326240823050240 = 51922968585348276285304963292200960$ ו- $2 \cdot 51922968585348276285304963292200960 = 103845937170696552570609926584401920$ ו- $4 \cdot 103845937170696552570609926584401920 = 415383748682786210282439706337607680$ ו- $2 \cdot 415383748682786210282439706337607680 = 830767497365572420564879412675215360$ ו- $4 \cdot 830767497365572420564879412675215360 = 3323069989462289682259517650700861440$ ו- $2 \cdot 3323069989462289682259517650700861440 = 6646139978924579364519035301401722880$ ו- $4 \cdot 6646139978924579364519035301401722880 = 26584559915698317458076141205606891520$ ו- $2 \cdot 26584559915698317458076141205606891520 = 53169119831396634916152282411213783040$ ו- $4 \cdot 53169119831396634916152282411213783040 = 212676479325586539664609129644855132160$ ו- $2 \cdot 212676479325586539664609129644855132160 = 425352958651173079329218259289710264320$ ו- $4 \cdot 425352958651173079329218259289710264320 = 1701411834604692317316873037158841057280$ ו- $2 \cdot 1701411834604692317316873037158841057280 = 3402823669209384634633746074317682114560$ ו- $4 \cdot 3402823669209384634633746074317682114560 = 13611294676837538538534984297270728458240$ ו- $2 \cdot 13611294676837538538534984297270728458240 = 27222589353675077077069968594541456916480$ ו- $4 \cdot 27222589353675077077069968594541456916480 = 108890357414700308308279874378165827665920$ ו- $2 \cdot 108890357414700308308279874378165827665920 = 217780714829400616616559748756331655331840$ ו- $4 \cdot 217780714829400616616559748756331655331840 = 871122859317602466466238995025326621327360$ ו- $2 \cdot 871122859317602466466238995025326621327360 = 1742245718635204932932477990050653242654720$ ו- $4 \cdot 1742245718635204932932477990050653242654720 = 6968982874540819731729911960202612970618880$ ו- $2 \cdot 6968982874540819731729911960202612970618880 = 13937965749081639463459823920405225941237760$ ו- $4 \cdot 13937965749081639463459823920405225941237760 = 55751862996326557853839295681620903764951040$ ו- $2 \cdot 55751862996326557853839295681620903764951040 = 111503725992653115707678591363241807529902080$ ו- $4 \cdot 111503725992653115707678591363241807529902080 = 446014903970612462830714365452967230119608320$ ו- $2 \cdot 446014903970612462830714365452967230119608320 = 892029807941224925661428730905934460239216640$ ו- $4 \cdot 892029807941224925661428730905934460239216640 = 3568119231764899702645714923623737840956866560$ ו- $2 \cdot 3568119231764899702645714923623737840956866560 = 7136238463529799405291429847247475681913733120$ ו- $4 \cdot 7136238463529799405291429847247475681913733120 = 28544953854119197621165719388989902727654932480$ ו- $2 \cdot 28544953854119197621165719388989902727654932480 = 57089907708238395242331438777979805455309864960$ ו- $4 \cdot 57089907708238395242331438777979805455309864960 = 228359630832953580969325755111919221821239459840$ ו- $2 \cdot 228359630832953580969325755111919221821239459840 = 456719261665907161938651510223838443642478919680$ ו- $4 \cdot 456719261665907161938651510223838443642478919680 = 1826877046663628647754606040895353774569915678720$ ו- $2 \cdot 1826877046663628647754606040895353774569915678720 = 3653754093327257295509212081790707549139831357440$ ו- $4 \cdot 3653754093327257295509212081790707549139831357440 = 14615016373309029182036848327162830196559325429760$ ו- $2 \cdot 14615016373309029182036848327162830196559325429760 = 29230032746618058364073696654325660393118650859520$ ו- $4 \cdot 29230032746618058364073696654325660393118650859520 = 116920130986472233456294786617302641572474603438080$ ו- $2 \cdot 116920130986472233456294786617302641572474603438080 = 233840261972944466912589573234605283144949206876160$ ו- $4 \cdot 233840261972944466912589573234605283144949206876160 = 935361047891777867650358292938421132579796827504640$ ו- $2 \cdot 935361047891777867650358292938421132579796827504640 = 1870722095783555735300716585876842265159593655009280$ ו- $4 \cdot 1870722095783555735300716585876842265159593655009280 = 7482888383134222941202866343507369060638374620037120$ ו- $2 \cdot 7482888383134222941202866343507369060638374620037120 = 14965776766268445882405732687014738121276749240074240$ ו- $4 \cdot 14965776766268445882405732687014738121276749240074240 = 59863107065073783529622930748058952485106996960296960$ ו- $2 \cdot 59863107065073783529622930748058952485106996960296960 = 119726214130147567059245861496117904970213993920593920$ ו- $4 \cdot 119726214130147567059245861496117904970213993920593920 = 478904856520590268236983445984471619880855975682375680$ ו- $2 \cdot 478904856520590268236983445984471619880855975682375680 = 957809713041180536473966891968943239761711951364751360$ ו- $4 \cdot 957809713041180536473966891968943239761711951364751360 = 3831238852164722145895867567875772959046847805459005440$ ו- $2 \cdot 3831238852164722145895867567875772959046847805459005440 = 7662477704329444291791735135751545918093695610918010880$ ו- $4 \cdot 7662477704329444291791735135751545918093695610918010880 = 30649910817317777167166940543006183672374782443672043520$ ו- $2 \cdot 30649910817317777167166940543006183672374782443672043520 = 61299821634635554334333881086012367344749564887344087040$ ו- $4 \cdot 61299821634635554334333881086012367344749564887344087040 = 245199286538542217337335524344049469378998259549376348160$ ו- $2 \cdot 245199286538542217337335524344049469378998259549376348160 = 490398573077084434674671048688098938757996519098752696320$ ו- $4 \cdot 490398573077084434674671048688098938757996519098752696320 = 1961594292308337738698684194752395755031986076395010785280$ ו- $2 \cdot 1961594292308337738698684194752395755031986076395010785280 = 3923188584616675477397368389504791510063972152790021570560$ ו- $4 \cdot 3923188584616675477397368389504791510063972152790021570560 = 15692754338466701909589473558019166040255888611160086282240$ ו- $2 \cdot 15692754338466701909589473558019166040255888611160086282240 = 31385508676933403819178947116038332080511777222320172564480$ ו- $4 \cdot 31385508676933403819178947116038332080511777222320172564480 = 125542034707733615276715788464153328322047108889280690257920$ ו- $2 \cdot 125542034707733615276715788464153328322047108889280690257920 = 251084069415467230553431576928306656644094217778561380515840$ ו- $4 \cdot 251084069415467230553431576928306656644094217778561380515840 = 1004336277661868922213726307713226626576376871114245522063360$ ו- $2 \cdot 1004336277661868922213726307713226626576376871114245522063360 = 2008672555323737844427452615426453253152753742228491044126720$ ו- $4 \cdot 2008672555323737844427452615426453253152753742228491044126720 = 8034690221294951377709810461705813012611015068913964176506880$ ו- $2 \cdot 8034690221294951377709810461705813012611015068913964176506880 = 16069380442589902755419620923411626025222030137827928353013760$ ו- $4 \cdot 16069380442589902755419620923411626025222030137827928353013760 = 64277521770359611021678483693646504100888120551311713412055040$ ו- $2 \cdot 64277521770359611021678483693646504100888120551311713412055040 = 128555043540719222043356967387293008201776241102623426824110080$ ו- $4 \cdot 128555043540719222043356967387293008201776241102623426824110080 = 514220174162876888173427869549172032807104964410493707296440320$ ו- $2 \cdot 514220174162876888173427869549172032807104964410493707296440320 = 1028440348325753776346855739098344065614209928820987414592880640$ ו- $4 \cdot 1028440348325753776346855739098344065614209928820987414592880640 = 4113761393303015105387422956393376262456839715283949658371522560$ ו- $2 \cdot 4113761393303015105387422956393376262456839715283949658371522560 = 8227522786606030210774845912786752524913679430567899316743045120$ ו- $4 \cdot 8227522786606030210774845912786752524913679430567899316743045120 = 32910091146424120843099383651147010099654717722271597266972180480$ ו- $2 \cdot 32910091146424120843099383651147010099654717722271597266972180480 = 65820182292848241686198767302294020199309435444543194533944360960$ ו- $4 \cdot 65820182292848241686198767302294020199309435444543194533944360960 = 263280729171392966744795069209176080797237741778172778135777443840$ ו- $2 \cdot 263280729171392966744795069209176080797237741778172778135777443840 = 526561458342785933489590138418352161594475483556345556271554887680$ ו- $4 \cdot 526561458342785933489590138418352161594475483556345556271554887680 = 2106245833371143733958360553673408646377901934225382225086219550720$ ו- $2 \cdot 2106245833371143733958360553673408646377901934225382225086219550720 = 42124916667422874679167211073468$

שילוב תחומי דעת

2. במעבדה גידלו חיידק אחד מסוג E.coli, בכלי סגור.
כמות החיידקים גדלה בכל שעה פי 8.
א. השלימו.

כמות החיידקים בכתיב חזקות	כמות החיידקים כמכפלה	כעבור מספר שעות
	8	1
		2
		4
		10
		x



- ב. כמה חיידקים יהיו בכלי לאחר שעתיים?
- ג. כעבור כמה שעות יהיו בכלי 512 חיידקים?
- ד. כמה חיידקים יהיו בכלי לאחר 6 שעות?
- ה. כמה חיידקים יהיו בכלי לאחר 13 שעות?
- ו. שערך, האם כמות החיידקים בכלי תמשיך ותגדל ככל שיעברו השעות?

שילוב תחומי דעת

חיידקים בשירות האדם

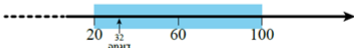


יש חיידקים החיים בגופנו שמייצרים ומספקים לנו ויטמינים שונים כמו ויטמין B.
נעשה שימוש בחיידקים גם בהכנת ירקות ופירות כבושים ("חמוצים"), מוצרי חלב ויין.
חפשו ברשת האינטרנט דוגמאות נוספות לחיידקים בשירות האדם.

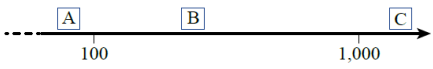
כישורי חשיבה - אומדן

10. אָמדו את התוצאות וקבעו איזו מהתוצאות היא מספר הנמצא בתחום המודגש על ישר המספרים.

א. $2 \cdot 3 \cdot 2^2$ ב. $2 \cdot 6 \cdot 3^2$ ג. $2 \cdot 10 \cdot 4^2$



12. בכל סעיף, אָמדו את התוצאה וקבעו מהו המיקום המתאים A, B או C.



א. $6 \cdot 3^4$
ב. $3 \cdot 2^5$
ג. $8 \cdot 7^2$

כישורי חשיבה – חשיבה הפוכה

6. א. מצאו מספר מתאים כך ש: $\square^2 = 16$. כמה מספרים כאלה יש?
ב. האם אפשר למצוא מספר מתאים כך ש: $\square^2 = -16$? הסבירו.
ג. מצאו מספר מתאים כך ש: $\square^3 = 8$. כמה מספרים כאלה יש?
ד. האם אפשר למצוא מספר מתאים כך ש: $\square^3 = -8$?
ה. הסבירו את ההבדל בתשובותיכם בסעיפים ב ו- ד.

6. הציגו את המספר 64 כחזקה, בארבע דרכים שונות.

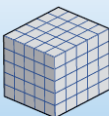
א.  = 64 ב.  = 64
ג.  = 64 ד.  = 64

כישורי חשיבה – שילוב גיאומטרי

שיעור 3. עוגות בצורת קובייה

חוקי חזקות: חזקה של מכפלה וחזקה של מנה בעלות בסיסים שונים.

מר שמיל אופה עוגות גדולות בצורת קובייה, וטובל אותן בשוקולד מכל הצדדים. הוא פורס את העוגות לעוגות קטנות ליחיד, לפי הסימנים שהוא מסמן על העוגה הגדולה.



נחקור כיצד משתנה נפח הקובייה כאשר משנים את אורך הצלע שלה.

כישורי חשיבה – שילוב גיאומטרי

מספר עוגות קטנות ליחיד	גודל העוגה
1	$1 \times 1 \times 1$
8	$2 \times 2 \times 2$
	$3 \times 3 \times 3$
	$4 \times 4 \times 4$
	$5 \times 5 \times 5$
	$a \times a \times a$

2. מנדילים את צלע הקובייה פי 2

- א. מצאו בטבלה (ממשימה 1) שתי קוביות: שצלע הקובייה האחת, גדולה פי 2 מצלע הקובייה השנייה. פי כמה גדול נפח הקובייה הגדולה מנפח הקובייה הקטנה?
 - ב. מהו נפח קובייה שצלעה a ? מהו נפח קובייה שצלעה $2a$? פי כמה גדול נפח הקובייה הגדולה יותר, מנפח הקובייה הקטנה?
 - ג. **אילנה** אמרה: נפח הקובייה שצלעה 10 גדול פי 8 מנפח הקובייה שצלעה 5. האם אילנה צודקת? אם כן, הדגימו וקסבירו. אם לא, הראו בעזרת דוגמה גדית.
 - ד. **צופית** אמרה: אורך צלע הקובייה הוא $2a$ לכן נפחה $(2a)^3$.
- מעין** אמרה: אם אורך צלע הקובייה $2a$, נפחה הוא $2a \cdot 2a \cdot 2a$.
- שולמית** אמרה: נפחה הקובייה הקטנה הוא a^3 , ולכן נפח הקובייה שהצלע שלה גדולה פי 2, הוא $2^3 \cdot a^3$.
- דון בתעשת השמות.

כישורי חשיבה – שילוב גאומטרי

שיעור 4. על קוביות ומה עוד

חוקי חזקות: כפל וחילוק של חזקות עם בסיסים שונים



- אורך צלע של קובייה הוא 5 ס"מ.
- מגדילים את צלע הקובייה פי 2.
- מתן אמר: נפח הקובייה יגדל פי 2.
- עידן אמר: נפח הקובייה יגדל פי 6.
- שון אמר: נפח הקובייה יגדל פי 8.
- מי צודק?
- נכפול ונחלק חזקות עם בסיסים שונים.

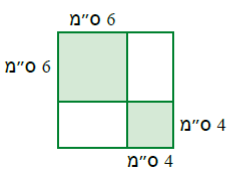
2. א. נתונה קובייה שאורך צלעה a ס"מ.

ב. הגדילו את אורך צלעה פי 2. מה אורך צלע הקובייה?

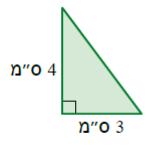
ג. איזה מבין האפשרויות מתאים לנפח הקובייה המוגדלת?

- 2^3
- a^3
- $2^3 \cdot a^3$
- $2^3 \cdot a$
- $2a \cdot 2a \cdot 2a$
- $2 \cdot a^3$
- $(2 \cdot a)^3$

כישורי חשיבה – שילוב גאומטרי



- 5. אדית אמרה: $4^2 + 6^2 = 10^2 = 100$.
- טלי אמרה: $4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$.
- מי, לדעתכם, צודקת?
- הסבירו תשובתכם, היעזרו בשרטוט.



- 8. שני אמרה: $3^2 + 4^2 = 7^2$.
- רוי אמר: $3^2 + 4^2 = 5^2$.
- מי, צודק?
- הסבירו תשובתכם, היעזרו בשרטוט.

בכפל חזקות של בסיסים שונים מותר לכפול ולכן בחיבור מותר לחבר ???

תרגול מגוון

7. ניסו להגיע למטמון. מותר לעבור רק דרך פתח המוביל למשבצת שיש בה תרגיל נכון.

מתחיל!	$3^2 \cdot 3^4 = 3^6$	$7^6 \cdot 7^2 = 7^{36}$	$x^8 \cdot x^2 = x^{64}$	$4^2 \cdot 4^7 = 4^{14}$
$3^2 \cdot 3^4 = 3^8$	$9^2 = 81$	$1^4 \cdot 1^3 = 1^7$	$a^8 \cdot a^4 = a^{12}$	$6^2 = 12$
$9^2 = 18$	$x^2 \cdot x^2 = x^{16}$	$x^5 \cdot x^2 = x^{25}$	$2^4 = 16$	$4^2 \cdot 4^7 = 4^9$
$1^4 \cdot 1^3 = 1^{12}$	$2^4 = 8$		$9^2 \cdot 9^3 = 9^{32}$	$x^8 \cdot x^2 = x^{10}$
$7^5 \cdot 7^8 = 7^{40}$	$2^5 \cdot 2^6 = 2^{30}$	$7^5 \cdot 7^8 = 7^{13}$	$1^{24} = 24$	$6^2 = 36$
$2^3 = 6$	$8^2 \cdot 8^5 = 8^{10}$	$1^{24} = 1$	$5^9 \cdot 5^6 = 5^{15}$	$6^3 \cdot 6^5 = 6^8$

תרגול מגוון

7. הקיפו את האות בטור המתאים.

לא נכון	נכון		
ס	ה	$\frac{2^8}{3^8}$ שווה	א. $\left(\frac{2}{3}\right)^8$
ק	ה	10^3 שווה	ב. $\frac{10^{15}}{10^5}$
ש	ז	2^0 שווה	ג. $\frac{2^5}{2^2 \cdot 2^3}$
ב	ח	$4^3 \cdot 2^3$ שווה	ד. $(4 \cdot 2)^3$
ב	ש	$3 \cdot 7$ שווה	ה. 7^3
ט	נ	5^{12} שווה	ו. $5^3 \cdot 5^4$
י	ל	1 שווה	ז. $\frac{6^8}{6^8}$

קראו מלמטה למעלה. מה קיבלתם?

רמות שונות של שאלות

a^3		ab
	$(ab)^2$	
		ab^4

11. קבעו מה חסר בתאים של ריבוע הקסם, כך שתתקבל אותה מכפלה, בכל שורה, בכל טור, ובכל אלכסון.

$\frac{a^5}{b^7}$		$\frac{a}{b}$
	$(\frac{a}{b})^2$	
		$\frac{b^3}{a}$

12. קבעו מה חסר בתאים של ריבוע הקסם, כך שתתקבל אותה מכפלה, בכל שורה, בכל טור, ובכל אלכסון. (שימו לב: בכל המקרים $b \neq 0$.)

	$-2xy^2z^3$	
$-xy$		$2yz^3$

13. קבעו מה חסר בתאים של ריבוע הקסם, כך שבכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון, יתקבל ביטוי שווה ערך ל- $-8x^3y^6z^9$.

סיום יחידה 1: תרגול חוקי חזקות שימוש בהגדרת החזקה

בכתיב חזקות	כמכפלות
a^n	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ n פעמים
$a^k \cdot a^n = a^{n+k}$, k, n טבעיים	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_k$ n פעמים k פעמים
$n > k, a \neq 0, \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_k}$ n פעמים
$\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$	$a \neq 0, \frac{a^n}{a^n} = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n}$ n פעמים
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$\underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_n =$ n פעמים $= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_n$ n פעמים n פעמים

**מתמטיקה משולבת לכיתה ט'
יחידה 2 – הרחבת המושג חזקה**

יחידה 2 מסלול כחול	יחידה 2 מסלול ירוק
שיעור 1 – מי מפחד ממספרים גדולים?	שיעור 1 – חזקות של 10
שיעור 2 – חזקות ושלוויות	שיעור 2 – מכפלות עם חזקות של 10
שיעור 3 – מי מפחד ממספרים קטנים?	שיעור 3 – מי מפחד ממספרים גדולים?
שיעור 4 – מתרגלים חזקות	

כישורי חשיבה – מעבר בין ייצוגים

ביום גשם נוצרה שלולית ששטחה 8 מ"ר.
למחרת יצאה השמש והשלולית החלה להתייבש.
בכל יום, השטח של השלולית קטן פי 2.
נתאר את תהליך ההצטמצמות של שטח השלולית בדרכים שונות.

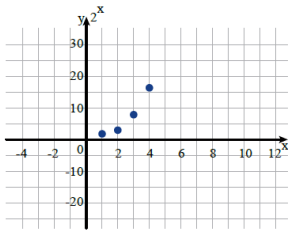
לאן מקדמת אותנו השאלה?

1. קבעו איזו סדרה מתארת את שטח השלולית, הסבירו.
- סדרה א: 8, 6, 4, 2, 0, -2, -4, ...
- סדרה ב: 8, 4, 2, 1, -2, -4, -8, ...
- סדרה ג: 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, ...

כישורי חשיבה – מעבר בין ייצוגים

4. עומרי הכין טבלה כזאת:

x	...	3	2	1	0	- 1	- 2	- 3	...	x
y	...	8	4	2	1				...	2 ^x



א. העתיקו את הטבלה של עומרי והשלימו אותה.

ב. עומרי סימן במערכת צירים ארבע נקודות/

הכינו מערכת צירים כמו של עומרי.

הוסיפו נקודות בעזרת הטבלה.

ג. מהו 2^x כאשר x = (-3)?

מהו 2^x כאשר x = 0?

הסבירו כיצד מצאתם.

ד. קבעו מהו x כאשר $2^x = \frac{1}{16}$. הסבירו כיצד מצאתם.

שילוב ידע כללי



ישראל סובלת ממחסור כבד במים. בישראל, כמו במדינות רבות בעולם, המחסור מחמיר

עם השנים. גידול האוכלוסייה והעלייה ברמת החיים מביאים לחלחול

מי-שפכים למקורות המים ולשאיבת יתר, אשר גורמים להמלחת הקרקע ומי התהום,

ומחמירים את מצב משק המים של ישראל. גורמים נוספים הם: מיקומה הגיאוגרפי של ישראל על גבול

המדבר, רצף של שנים שחונות שבהן חלה ירידה בכמות המשקעים, ושינוי משמעותי בפיזור הגשם

ועוצמתו. בעקבות כל זאת, מפלסי מקורות המים של ישראל ירדו לשפל מדאיג ביותר.

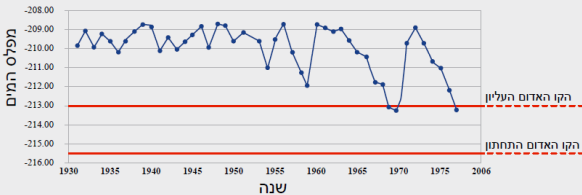
אתם יכולים לסייע בבלימת התדרדרות מצב המים. למשל, אפשר לבקש מההורים להתקין "חסכמים"

על הברזים בבית. אפשר לסגור את הברזים בזמן שימוש. למשל, סגרו את הברז בזמן צחצוח

השיניים והסיבון במקלחת, וצמצמו את זמן פתיחת הברז במהלך שטיפת כלים. השתמשו בחצי הדחה

בשירותים. בדקו שאין דליפה בברזים ובאסלות. נצלו את המים המטפטפים מצנרת הניקוז של המזגנים

מפלס המים בכנרת בחודש מאי בשנים 1930-2006



משימה

ערכו השוואה בין שיעור 1 ביחידה 2 מסלול
כחול לבין יחידה 2 במסלול הירוק.

מי מפחד ממספרים גדולים?
קריטריונים להשוואה

מסלול ירוק יחידה 2 עמ' 28-38	מסלול כחול יחידה 2 שיעור 1	
3	1	כמות שיעורים נושא
✓	✓	שילוב תחומי דעת
✓	✓	טקסט אורייני
מעט עשרוניים	✓	שימוש בכתיב עשרוני
מעט	✓	שיקולים: אומדן, תובנה
✓	✓	שילוב חוקי חזקות
✓	✓	מעבר בין כתיב רגיל לעשרוני ולהיפך
✓	מעט	שימוש בדוגמאות ואי דוגמאות
✓	✓	נימוק לפתרון

מסלול כחול

פתיחה – מי מפחד ממספרים גדולים?

יחידה 2: הרחבת מושג החזקה

שיעור 1. מי מפחד ממספרים גדולים?

כתיב מדעי של מספרים גדולים



בשיעור מדעים, חקרו את נושא החלל.
התלמידים גילו את העובדות הבאות:
המעבורת, נעה במסלול מעגלי סביב כדור הארץ במהירות של 29,000,000 מטרים בשעה.
אורכה של טיסה רגילה הוא בין 5 ל- 16 יממות.
האם תוכלו לתאר, בעזרת מחשבון, את הטיסה של מעבורת חלל?
נכיר דרך לרשום מספרים גדולים.

1. א. היעזרו בנתונים שבמסגרת והסבירו כיצד אפשר לחשב את הדרך שעוברת המעבורת בטיסה של 16 יממות.

ב. חשבו את הדרך במחשבון. מה קיבלתם?

$384 \cdot 29,000,000 =$

1.11×10^{10}

מסלול ירוק

פתיחה – מי מפחד ממספרים גדולים?

- שיעור 1: חזקות של 10
- שיעור 2: מכפלות עם חזקות של 10
- שיעור 3: מי מפחד ממספרים גדולים

שיעור 3 – מי מפחד ממספרים גדולים?



לפניכם נתונים על טמפרטורות גבוהות.
הטמפרטורה במרכז כדור הארץ היא $3 \cdot 10^3$ מעלות צלזיוס.
הטמפרטורה במרכז התפוצצות אטומית היא $1.2 \cdot 10^8$ מעלות צלזיוס.
הטמפרטורה במרכז השמש היא $3 \cdot 10^7$ מעלות צלזיוס.
הטמפרטורה של לבה בהר געש היא $1.1 \cdot 10^3$ מעלות צלזיוס.
באיזה מהמקומות הטמפרטורה היא הגבוהה ביותר?

נלמד לכתוב מספרים גדולים בכתוב מדעי.

1. א. השלימו.

מיקום	טמפרטורה בכתוב מדעי (במעלות צלזיוס)	טמפרטורה במספר (במעלות צלזיוס)
לבה בהר געש	$1.1 \cdot 10^3$	$1.1 \cdot 1,000 = 1,100$
מרכז כדור הארץ	$3 \cdot 10^3$	
מרכז התפוצצות אטומית	$1.2 \cdot 10^8$	
מרכז השמש	$3 \cdot 10^7$	

מסלול ירוק

ב. סדרו את הטמפרטורות לפי הסדר.

טמפרטורה גבוהה ביותר:

טמפרטורה נמוכה ביותר:

מספרים גדולים באינטרנט

- מאגר מידע של נתונים מספריים בביולוגיה
<http://openwetware.org/wiki/BioNumbers>
- מאגר מידע על החלל
<http://www.galaxyzoo.org/>

מי מפחד ממספרים גדולים/קטנים?

- מעריך החזקה נקבע לפי מספר האפסים בכתוב
רגיל. לדוגמה: $1,000,000 = 10^6$

הגודל 10^{-6} נקרא במדעים: מיקרומטר ($\frac{1}{1,000,000}$ מיליונית המטר, 0.000001) או מיקרון. נהוג לסמן גודל זה באות μ .

- בכתוב מדעי רושמים:
מספרים גדולים כ- $a \cdot 10^n$
מספרים קטנים כ- $a \cdot 10^{-n}$
 a הוא מספר בין 1 ל 10.

מי כתבה את המספר בכתוב מדעי?

- טל כתבה את המספר 24,000,000 בעזרת חזקות של 10 כך: $2.4 \cdot 10^7$
- דורין כתבה כך: $24 \cdot 10^6$
- עמית כתבה כך: $240 \cdot 10^5$
- מי צודקת?

נוהגים לכתוב מספרים גדולים כך: $a \cdot 10^n$, $1 < a < 10$.

מעבר בין כתיב רגיל לכתיב מדעי

כתיב מדעי	כתיב רגיל	
10^{-1} מ"מ	כ- $1/10$ מ"מ	עובי שיערה
$1.1 \cdot 10^{-6}$ מטר	0.0000011 מטר	קוטר של חיידק e-coli
$3 \cdot 10^3$ מעלות צלזיוס	3,000 מעלות צלזיוס	טמפרטורה במרכז כדור הארץ
$2.5 \cdot 10^4$ ק"מ לשעה	25,000 ק"מ לשעה	מהירות לווין

שילוב ידע עולם

מה מקור שם מנוע החיפוש הידוע google ?

המספר 10^{100} נקרא גוגול. השם ניתן על-ידי אחיינו בן ה- 9 של מתמטיקאי אמריקאי בשנת 1938.



10^{100} , נקרא גוגולפלקס (הספרה אחד ואחריה גוגול אפסים).

המספר הזה נוצר כדי להמחיש את ההבדל בין מספר מאוד גדול לבין אינסוף.

ממציאי מנוע החיפוש google התכוונו לקרוא למנוע שלהם בשל גוגול (googol)



אך טעו באיות והוא נרשם, בתאריך 15.8.97 באיות המוכר: google.

יתרונות וחסרונות של כתיב מדעי

יתרונות	חסרונות
כתיב אחיד	איבוד המשמעות של המספר
עוזר לקריאת מספרים, עריכת חישובים וזיהוי מידת הדיוק	
הצגת מספרים גדולים במספר ספרות קטן	

המחשה של מספרים גדולים וקטנים

<http://www.youtube.com/watch?v=0fKBhvDjuy0>

<http://microcosm.web.cern.ch/microcosm/P10/english/P-6.html>

<http://translate.google.co.il/translate?hl=iw&langpair=en%7Ciw&u=http://learn.genetics.utah.edu/content/begin/cells/scale/>

פרדוקס

טענה: סכום החזקות של 2 שווה למספר שלילי

• הוכחה:

נניח: $2^0+2^1+2^2+2^3+2^4+\dots = x$

$2(2^0+2^1+2^2+2^3+2^4+\dots)=2x$ נכפול פי 2

$2+4+8+16+\dots=2x$

$1+2+4+8+16+\dots=2x+1$ נחבר 1

• לפי ההנחה $2^0+2^1+2^2+2^3+2^4+\dots = x$

כלומר: $x=2x+1$
 $x= -1$

הייתכן ?

פרדוקס

מתן ויובל התווכחו על ערכו של הביטוי $(-8)^{1/3}$

מתן אמר: ערכו 2- כי פירוש הביטוי "שורש שלישי של -8".

ויובל אמר: ערכו 2

$(-8)^{1/3}=(-8)^{2/6}=[(-8)^2]^{1/6}=64^{1/6}=2$

$(a^m)^n=a^{mn}$

מי צודק ?