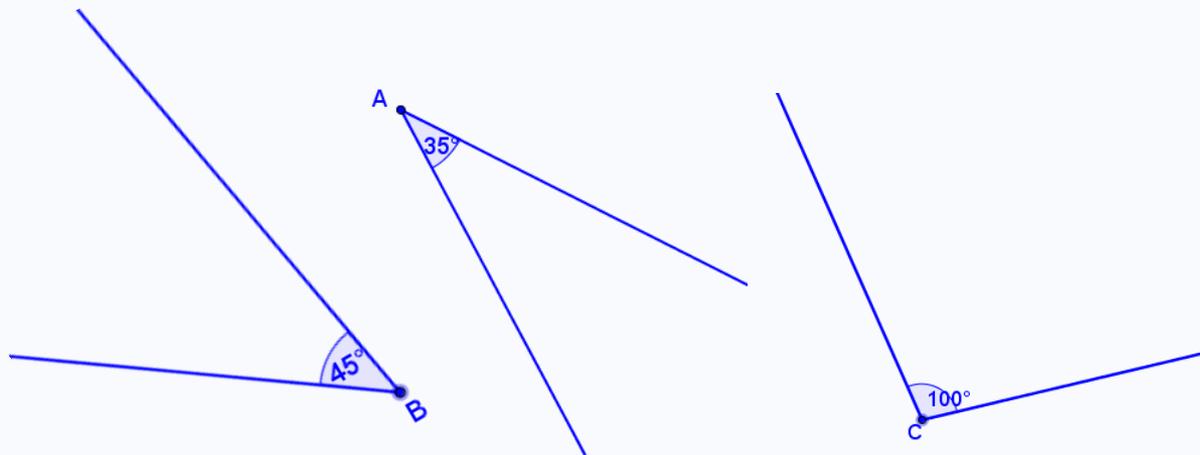


חפיפת משולשים

מה בכיתה ז

בונים משולשים

למדנו שבכל משולש סכום הזוויות הוא 180° .
שערו כמה משולשים שונים אפשר לבנות משלוש הזוויות הנתונות כאן.



נחקור תנאים לבניית משולשים.



בבניות שביצעתם ראיתם:

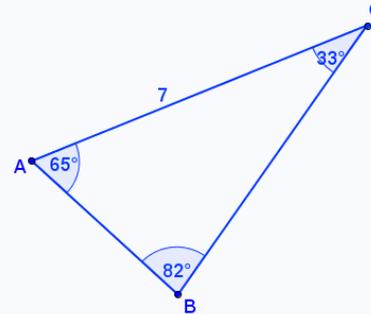
- אם שתי צלעות במשולש אחד שוות באורכן לשתי צלעות במשולש שני, והזווית בין הצלעות האלה שווה בשני המשולשים, אז המשולשים חופפים.
 - אם שתי זוויות במשולש אחד שוות בגודלן זוויות במשולש שני, והצלע בין הזוויות האלה שווה בשני המשולשים, אז המשולשים חופפים.
 - אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות באורכן לשלוש צלעות במשולש שני, אז המשולשים חופפים.
- כמו כן, ראינו שמשולשים בהם שלוש זוויות במשולש האחד שוות לשלוש זוויות במשולש השני, אינם בהכרח חופפים.

סוגי משימות



2. בכל סעיף בִּדְקוּ הַאֵם אִפְשָׁר לְהַסִּיק שֶׁהַמְשׁוֹלְשִׁים שֶׁבְּשֵׁרְטוּט חֹפְפִים.

א.



3. שֵׁרְטוּט, בִּאֲמֻצְעוֹת סְרָגֶל, שְׁנֵי מְשׁוֹלְשִׁים שׁוֹנִים, בֵּהֶם אֹרֵךְ אַחַת הַצְּלָעוֹת 5 ס"מ וְאֹרֵךְ צְלָע אַחֶרֶת 4 ס"מ.

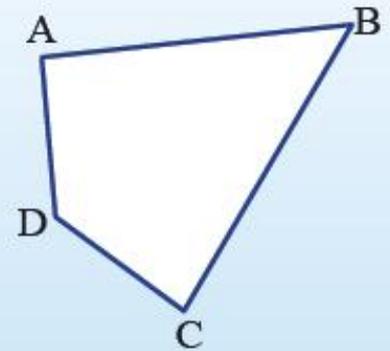
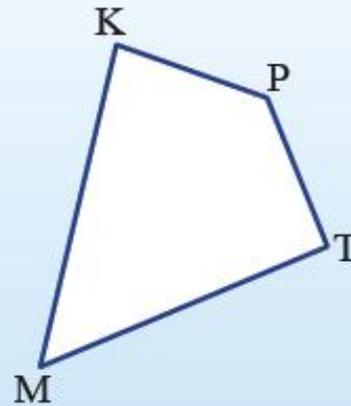
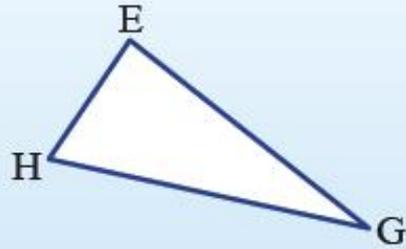
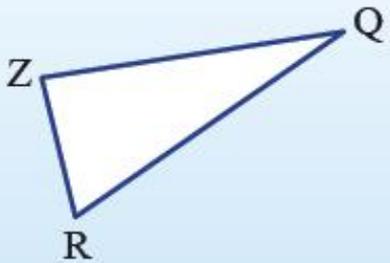


4. שֵׁרְטוּט, בִּאֲמֻצְעוֹת סְרָגֶל וּמֵד זְווִית, מְשׁוֹלֵשׁ שֶׁאֹרֵךְ אַחַת מִצְּלָעוֹתָיו 5 ס"מ, אֹרֵךְ צְלָע אַחֶרֶת 7 ס"מ וְגוֹדֵל הַזְּווִית בֵּין שְׁתֵּי הַצְּלָעוֹת הָאֵלֶּה 90° .

מה בכיתה ח

שיעור 1. חוזרים לחפיפה

לפניכם שני מרובעים חופפים ושני משולשים חופפים.



- תארו איך להניח את המרובעים זה על זה, כך שהם יכסו האחד את האחר.
 - תארו איך להניח את המשולשים זה על זה, כך שהם יכסו האחד את האחר.
- נלמד לתאר חפיפה בכתוב מתמטי, ולהסיק מסקנות מחפיפה של משולשים.



תזכורת

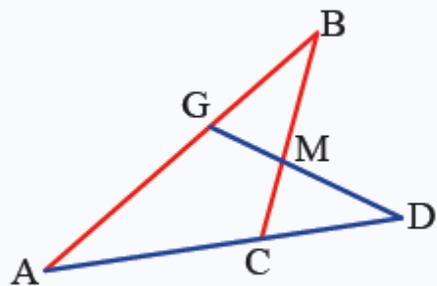
שני מצולעים נקראים **חופפים**, אם אפשר להניח את האחד על האחר, כך שיכסה אותו בדיוק.

- משתמשים **בהתאמה** של קדקודי מצולעים חופפים, כדי לזהות:
צלעות מתאימות שוות וזוויות מתאימות שוות.
- במשולשים חופפים **צלעות שוות** נמצאות **מול זוויות שוות.**



חשובים על...

2. נתון: ΔBAR חופף ל- ΔNER . (B מתאים ל- N, A מתאים ל- E).
- א. שרטטו שני משולשים חופפים לפי התאמת הקדקודים הנתונה.
- ב. רשמו שלושה זוגות של צלעות שוות ושלושה זוגות של זוויות שוות.



5. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle ADG$

- א. איזו זווית **משותפת** לשני המשולשים החופפים?
- ב. רשמו שלושה זוגות של זוויות שוות.
- ג. רשמו שלושה זוגות של צלעות שוות.
- ד. בשרטוט יש זוג נוסף של משולשים חופפים. רשמו את החפיפה (לפי התאמת הקדקודים).

6. נתונים משולשים חופפים: $\triangle ABC$ ו- $\triangle EGH$ אך לא נתונה התאמת הקדקודים.

א. נתון: $CB = EG$.

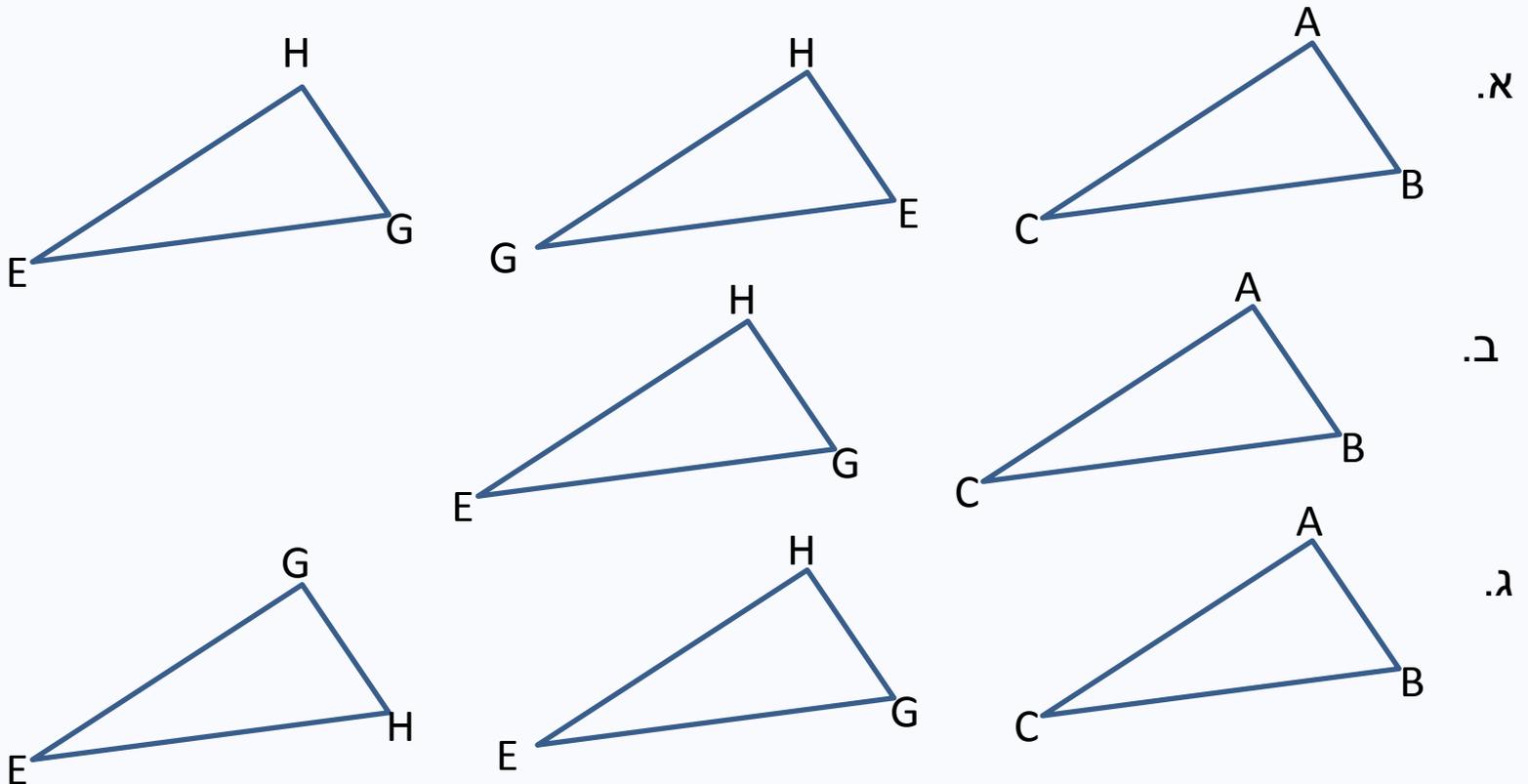
האם תוכלו לקבוע את התאמת החפיפה בין המשולשים? אם כן, רשמו את ההתאמה. אם לא, הסבירו.

ב. נתון: $\angle C = \angle E$ ו- $CB = EG$.

האם תוכלו לקבוע את התאמת החפיפה בין המשולשים? אם כן, רשמו את ההתאמה. אם לא, הסבירו.

ג. נתון: $\angle C = \angle E$ ו- $AB = HG$.

האם תוכלו לקבוע את התאמת החפיפה בין המשולשים? אם כן, רשמו את ההתאמה. אם לא, הסבירו.

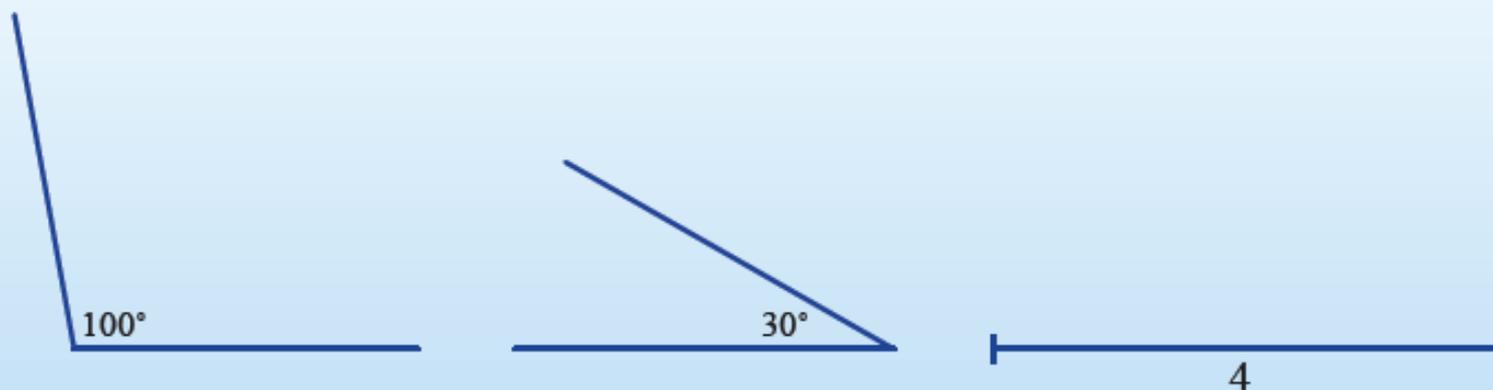


סוגי תרגול לפני המשפטים

בספר: עמודים 124 – 125 משימות 1, 3, 5 א

שיעור 2. תנאים מספיקים לחפיפה

כמה משולשים שונים, אפשר לשרטט, אם נתון:
אורך אחת הצלעות 4 ס"מ, וגודל שתיים מהזוויות 30° ו- 100° ?



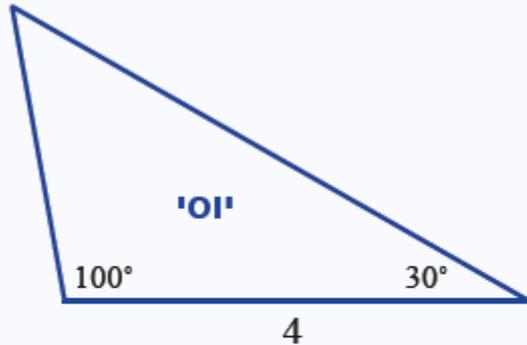
נבדוק כמה משולשים כאלה קיימים, ונמצא תנאי מספיק לחפיפה.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

1. נבדוק כמה משולשים שונים אפשר לשרטט על-פי הנתונים.

א. **יוסי** שרטט משולש.

שרטטו בעזרת סרגל ומד-זווית את המשולש של **יוסי**.



ב. **דני** אמר: גודל הזווית השלישית של המשולש הוא 50°

לפניכם שרטוט המראה את מיקום הזוויות של **דני**.

שרטטו בעזרת סרגל ומד-זווית את המשולש של **דני**, והסבירו.

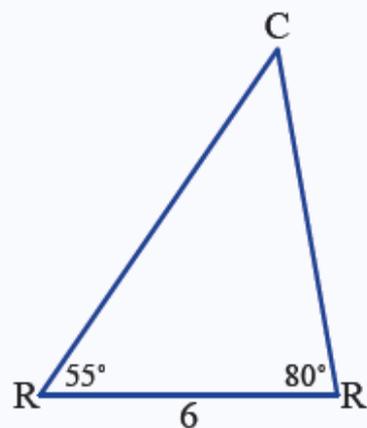


ג. שרטטו באמצעות סרגל ומד-זווית, משולש נוסף המתאים לנתונים,

ואינו חופף למשולשים של **יוסי** או של **דני**.

2. א. כמה משולשים שונים אפשר לשרטט אם נתון: אורך אחת הצלעות 4 ס"מ, וגודל שתיים מהזוויות 30° ו- 100° ?

ב. בכיתה ז ניסחנו השערה: "כל המשולשים הנבנים לפי אורך נתון של צלע, ולפי גדלים נתונים של שתי זוויות הנמצאות ליד הצלע הזו, חופפים זה לזה".
האם הבניות שביצענו במשימה 1 מחזקות או סותרות השערה זו? הסבירו.



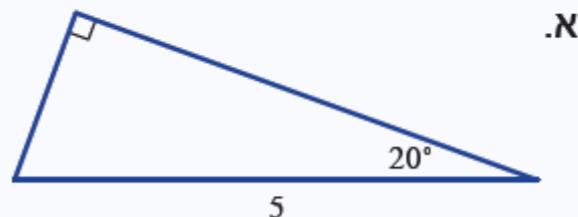
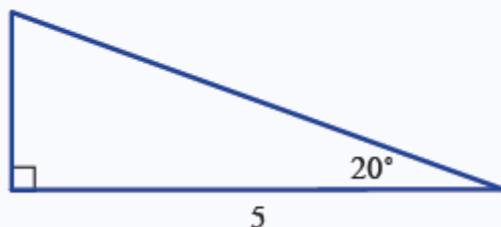
4. שרטטו, באמצעות סרגל ומד-זווית, משולש שאורך אחת מצלעותיו 6 ס"מ, וגודל הזוויות ליד הצלע הזו 55° ו- 80° (ראו שרטוט מדגים).
השוו עם תלמידים בכיתה: האם קיבלתם משולשים חופפים?

משפט חפיפה:

אם שתי זוויות במשולש אחד שוות בגודלן לשתי זוויות במשולש אחר, וגם הצלעות הנמצאות בין הזוויות האלה בשני המשולשים שוות באורכן זו לזו, אז המשולשים חופפים. (חפיפה לפי **זווית, צלע, זווית**).



7. בכל סעיף, קבעו לפי הנתונים שבשרטוט אם המשולשים חופפים. הסבירו.



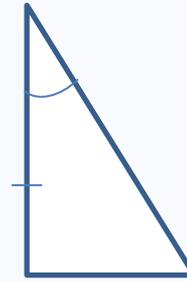
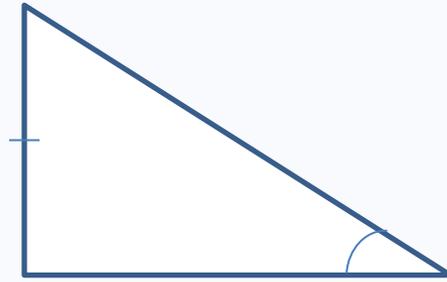
9. בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה.

אם כן, נמקו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

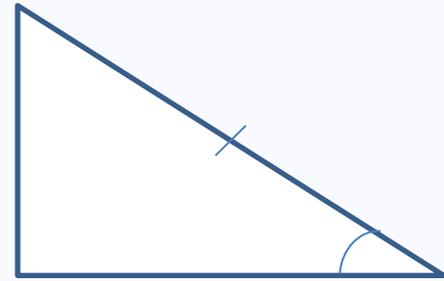
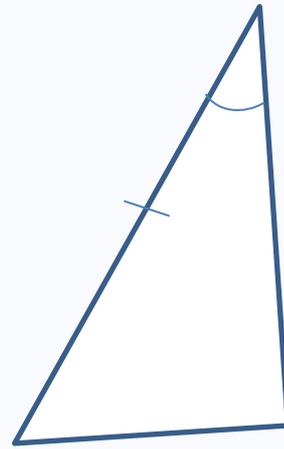
א. שני משולשים ישרי-זווית השווים בניצב ובזווית חדה שליד הניצב הזה, חופפים.

ב. שני משולשים ישרי-זווית השווים בניצב ובזווית חדה, חופפים.

ג. שני משולשים ישרי-זווית השווים ביתר ובזווית חדה, חופפים.

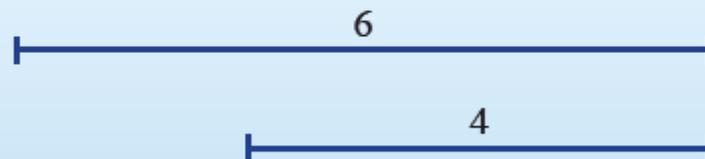
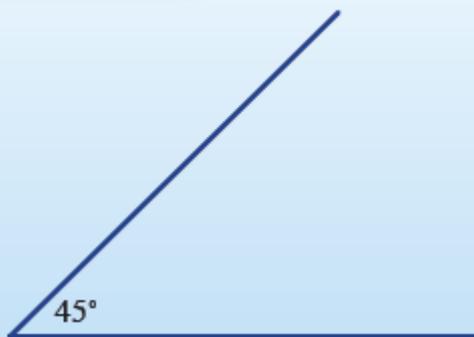


.ב



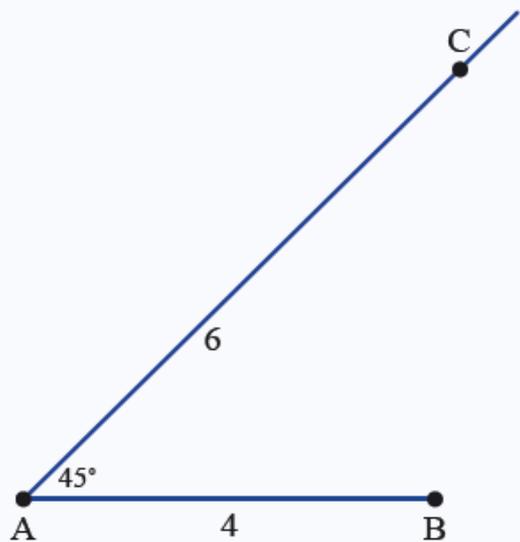
.ג

שְׁערו: האם קיימים משולשים **שונים**, שאורכי שתיים מצלעותיהם 6 ס"מ
ו- 4 ס"מ, וגודל אחת הזוויות 45° ?

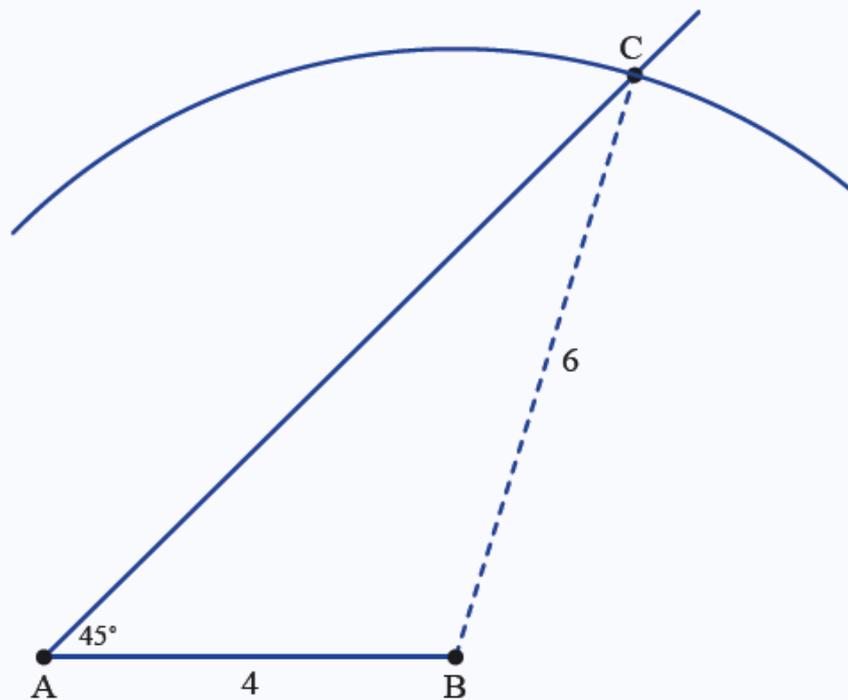


נחפש תנאי מספיק נוסף לחפיפה.

1. **יעל ונעמה** שרטטו קטע AB שאורכו 4 ס"מ וזווית A שגודלה 45° .
יעל שרטטה מעגל שמרכזו B ורדיוסו 6 ס"מ.
נעמה שרטטה על השוק השנייה של הזווית קטע שאורכו 6 ס"מ.



נעמה



יעל

סוגי משימות תרגול

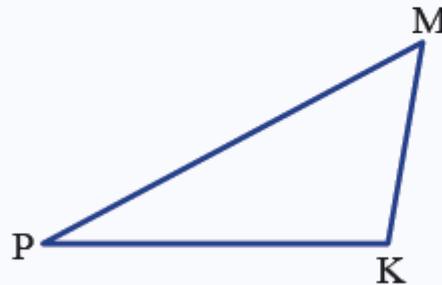
באוסף עמודים 133 – 136

- שימוש במשפטים להסקת חפיפה
- חישוב והסקת מסקנות
- שרטוט דוגמאות נגדיות להפרכת טענות
- רישום חפיפה ותנאים לחפיפה בכתיב מתמטי

שלוש צלעות ושלוש זוויות



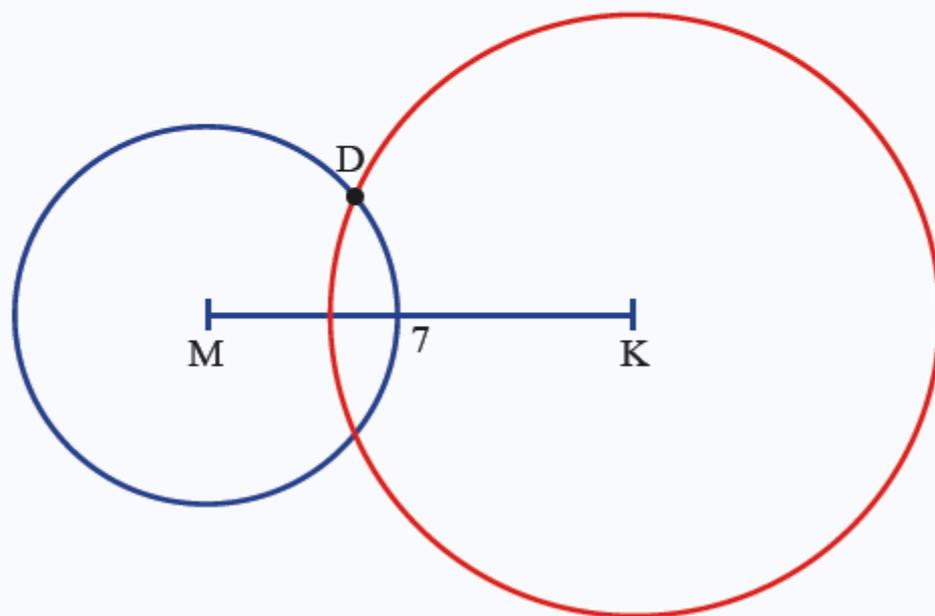
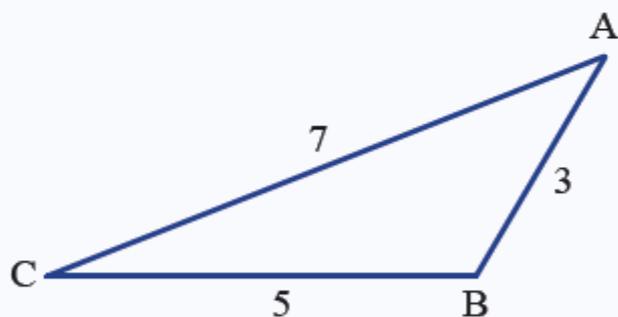
2. א. מדדו במד-זווית את הזוויות של שני המשולשים.
האם הזוויות שוות בגודלן?



ב. האם משולשים השווים בזוויותיהם, חייבים להיות משולשים חופפים?



4. א. אורכי הצלעות של משולש ABC רשומים בשרטוט. (המידות ביחידות אורך). אורך הקטע MK 7 יחידות. אורך רדיוס המעגל הכחול שמרכזו M הוא 3 יחידות. אורך רדיוס המעגל האדום שמרכזו K הוא 5 יחידות.



מה הם אורכי הקטעים MD ו-KD? נמקו.
האם משולש MKD חופף למשולש ABC? תוכלו לבדוק בעזרת דף שקוף.

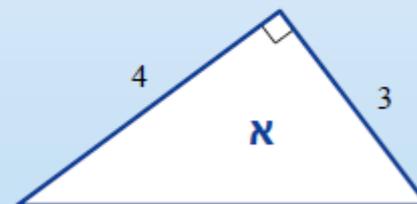
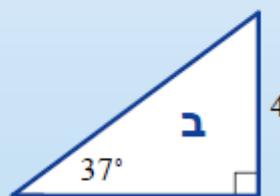
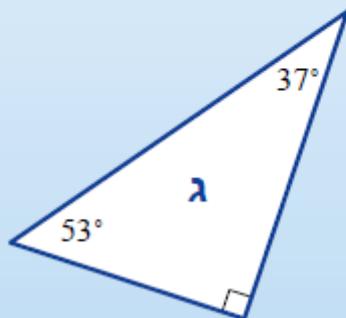
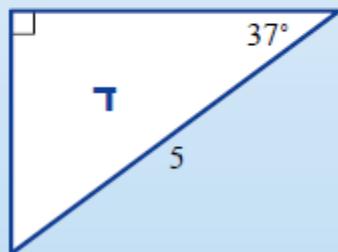
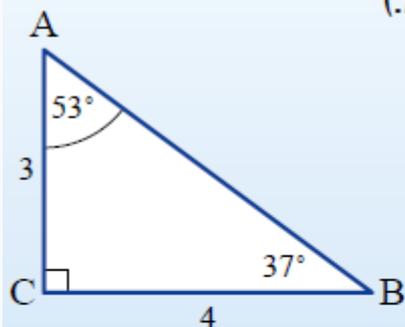
סוגי משימות תרגול

- שימוש במשפטים להסקת חפיפה
- חישוב והסקת מסקנות
- שרטוט דוגמאות נגדיות להפרכת טענות
- רישום חפיפה ותנאים לחפיפה בכתיב מתמטי

משולשים ישרי זווית

נתון $\triangle ABC$

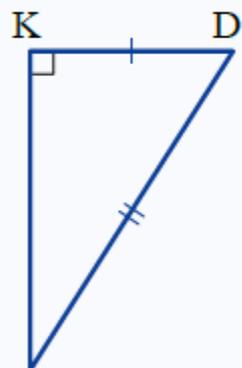
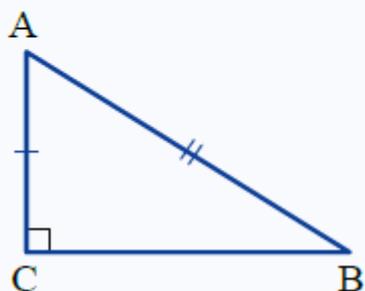
לפניכם 4 משולשים נוספים שבהם רשומים נתונים. (מידות האורך נתונות בס"מ).
קבעו לגבי כל אחד מארבעת המשולשים אם ניתן להסיק שהוא חופף ל- $\triangle ABC$.
נמקו.



נעסוק בחפיפת משולשים ישרי-זווית ונלמד משפט חפיפה נוסף.

2. יש לשרטט באמצעות סרגל וזווית ישרה משולש ישר-זווית בו אורך אחד הניצבים הוא 5 ס"מ ואורך היתר 6.5 ס"מ.

יעל אמרה: חישבתי את אורך הניצב השני. כך אוכל לשרטט לפי שני הניצבים והזווית הישרה שביניהם. שרטטו את המשולש לפי הצעתה של יעל.



3. לפניכם שני משולשים ישרי-זווית השווים בניצב וביתר.

א. רשמו את הנתונים בכתב מתמטי.

ב. הסבירו, באמצעות משפט פיתגורס, מדוע $BC = EK$.

ג. הסבירו מדוע מתקיים: $\triangle ABC \cong \triangle DEK$.

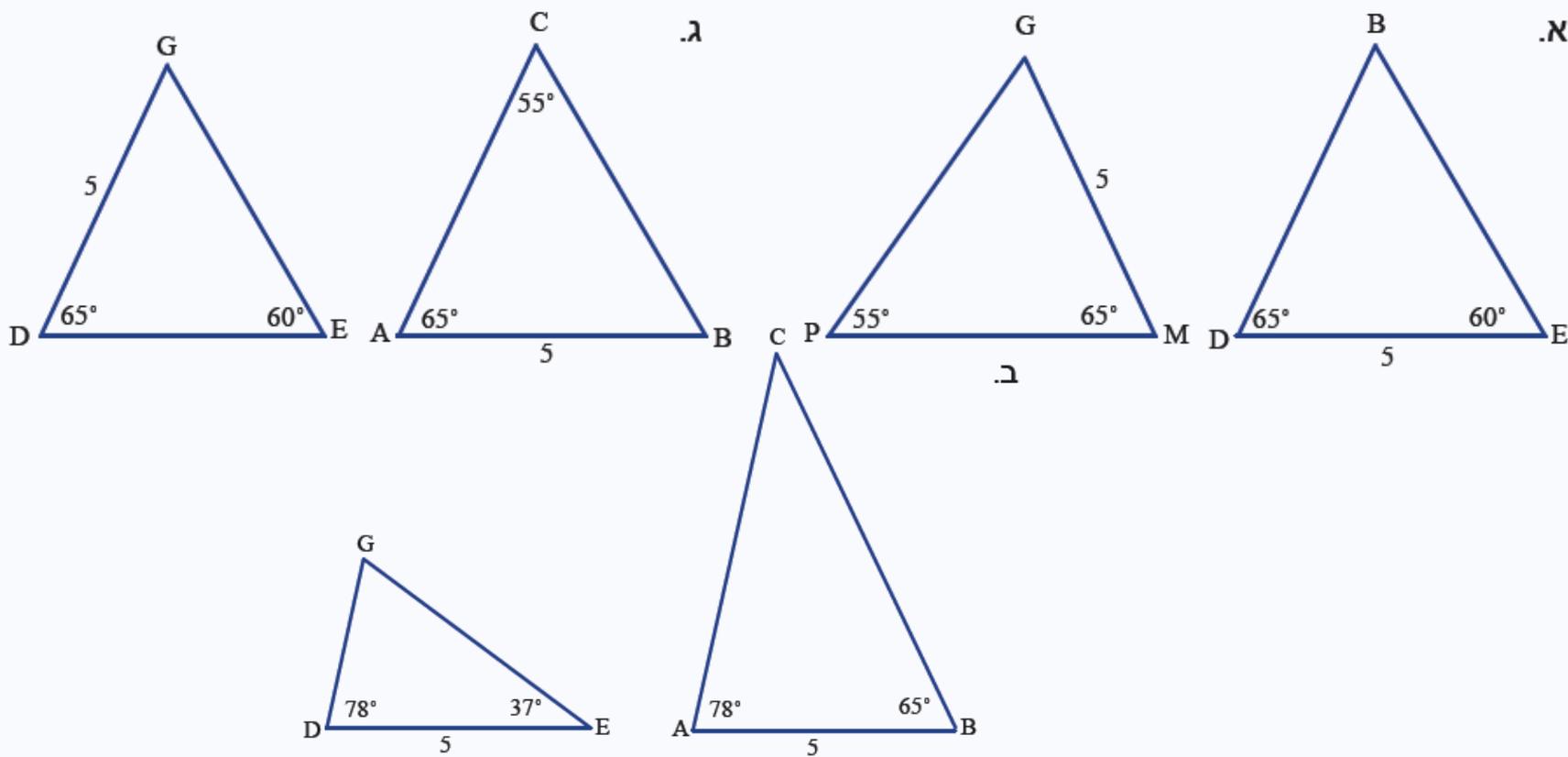


משפט: אם שני משולשים ישרי-זווית, שווים באורך היתר ובאורך אחד הניצבים, אז המשולשים חופפים.

מה בכיתה ט

האם ייתכן שארבעה גדלים (אורכי צלעות וגדלים של זוויות) במשולש אחד, יהיו שווים לארבעה גדלים (אורכי צלעות וגדלים של זוויות) במשולש אחר, ולמרות זאת המשולשים לא יהיו חופפים?

1. בכל סעיף חשבו את גודל הזווית השלישית בכל משולש וקבעו אם ניתן להסיק שהמשולשים חופפים. אם ניתן להסיק, רשמו על סמך איזה משפט אם לא, הסבירו. (השרטוטים להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



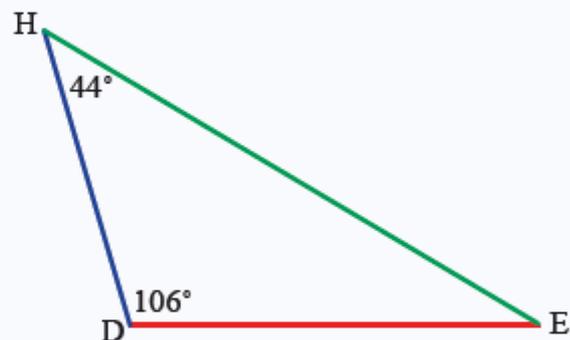
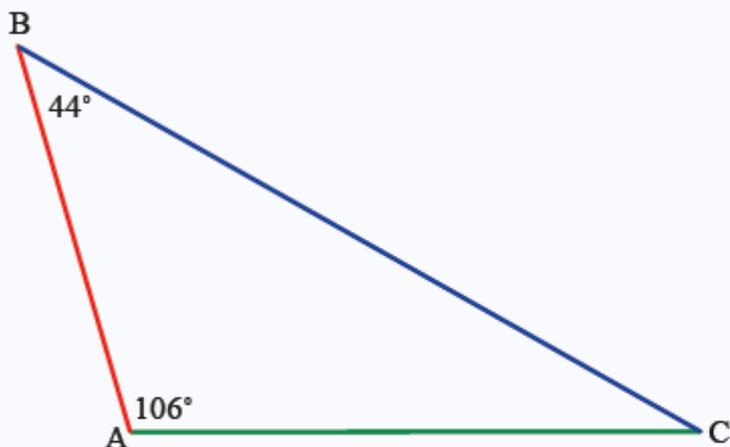
2. כמה נתונים שווים יש בכל זוג משולשים במשימה 1?
האם ייתכן שארבעה גדלים במשולש אחד (אורך צלע וגדלים של 3 זוויות), יהיו שווים לארבעה גדלים במשולש אחר (אורך צלע וגדלים של 3 זוויות), ולמרות זאת משולשים לא יהיו חופפים? הסבירו.



3. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב - גאומטריה לכיתה ט", תמצאו פעילות הנקראת "חמישה גדלים שווים". בפעילות תחקרו את השאלה: האם ייתכן שחמישה גדלים במשולש אחד יהיו שווים לחמישה גדלים במשולש אחר, והמשולשים לא יהיו חופפים? בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



4. א. מדדו ובדקו אם הזוויות בשני המשולשים שוות זו לזו בגודלן.



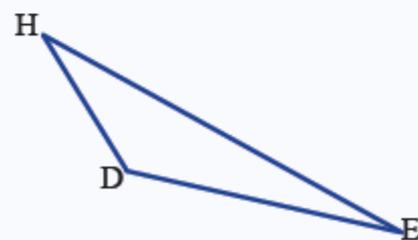
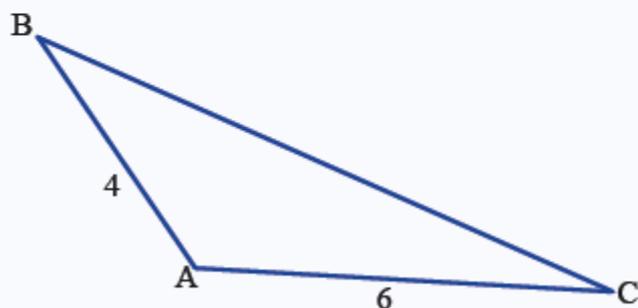
ב. מדדו את אורכי הצלעות הצבועות באדום ואת אורכי הצלעות הצבועות בירוק בשני המשולשים. מה מצאתם? כמה גדלים שווים (אורכי צלעות וגדלים של זוויות) יש בשני המשולשים? האם המשולשים חופפים? האם המשולשים דומים? נמקו.

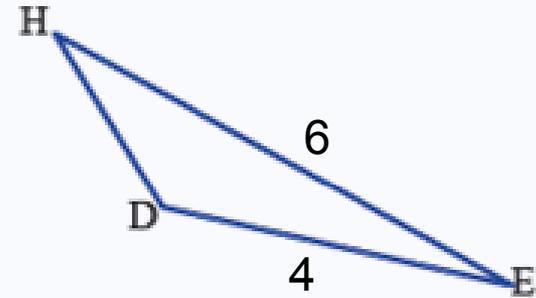
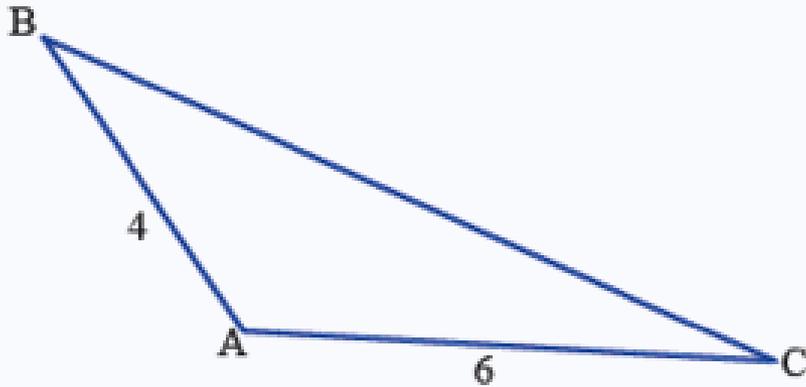
ג. האם ייתכן שחמישה גדלים במשולש אחד (אורכי צלעות וגדלים של זוויות), יהיו שווים לחמישה גדלים במשולש אחר (אורכי צלעות וגדלים של זוויות), ושהמשולשים לא יהיו חופפים? הסבירו.

5. האם ייתכן ששישה גדלים במשולש אחד, (אורכי צלעות וגדלים של זוויות) יהיו שווים לשישה גדלים במשולש אחר (אורכי צלעות וגדלים של זוויות), ולמרות זאת המשולשים לא יהיו חופפים? הסבירו.



8. נתונים שני משולשים דומים שאינם חופפים. אורכי שתיים מצלעות $\triangle ABC$ בס"מ רשומים בשרטוט. א. גם במשולש DEH יש צלעות שאורכן 4 ס"מ ו-6 ס"מ. איזו צלע היא באורך 6 ס"מ ואיזו צלע היא באורך 4 ס"מ? הסבירו. (השרטוטים להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).
ב. חשבו באמצעות דמיון משולשים את אורך הצלע השלישית בכל משולש.





$$\frac{AC}{DE} = \frac{AB}{HD} = \frac{BC}{HE}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{BC}{6}$$



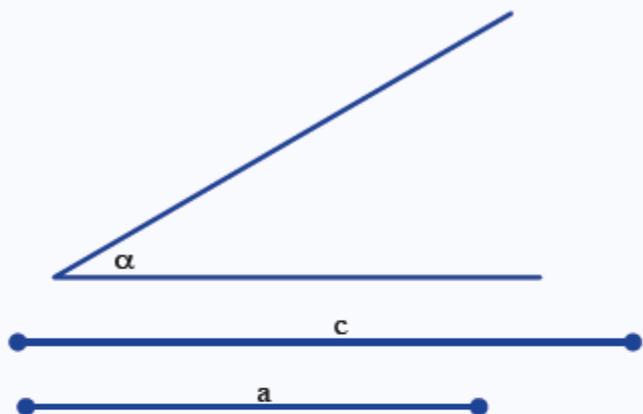
$$BC = \frac{36}{4} = 9$$

$$\frac{6}{4} = \frac{4}{HD}$$



$$AD = \frac{16}{6} = 2\frac{2}{3}$$

משפט חפיפה רביעי



1. בְּנוּ לְפִי הַהוֹרָאוֹת, מְשׁוֹלֵשׁ ABC בּוֹ:

- אורך הצלע AB כאורך הקטע הנתון c ,
 - אורך הצלע CB כאורך הקטע הנתון a ,
 - גודל הזווית A שמול CB כגודל הזווית α .
(השרטוט להדגמת הנתונים נמצא במסגרת.)
- בצעו את הבנייה לפי התיאור.

תיאור בנייה

- מעתיקים את הקטע הנתון c על ישר, ומסמנים את קצותיו ב- A ו- B.
 - מעתיקים את הזווית α בנקודה A על הקטע AB.
 - משרטטים קשת ברדיוס אורך הקטע a מהנקודה B.
- בכמה נקודות חותכת הקשת את השוק השנייה של הזווית α ?
- מחברים את נקודת/ות החיתוך עם B.
- כמה משולשים קבלתם?



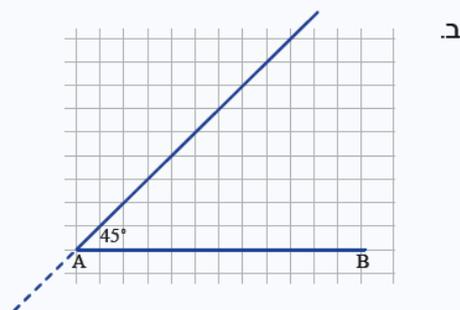
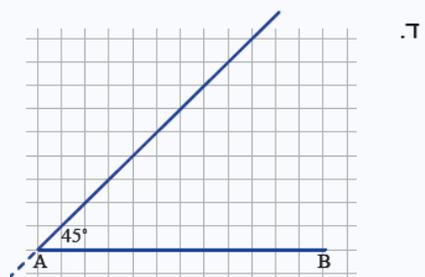
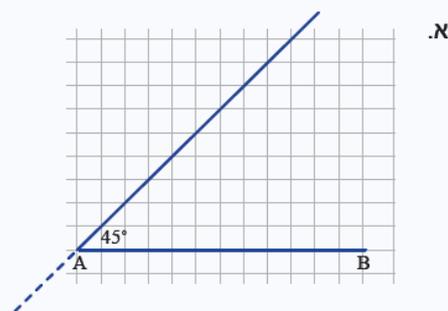
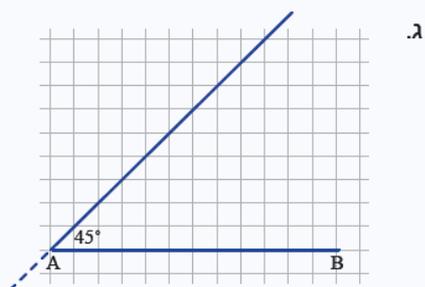
3. בכל סעיף משורטט קטע AB שאורכו 10 יחידות אורך משבצת, ו- $\sphericalangle A$ שגודלה 45° .

א. העתיקו ושרטטו קשת ברדיוס הנתון בסעיף.

בדקו אם הקשת חותכת את שוק הזווית A, ואם כן, בכמה נקודות.

(ii) קשת ברדיוס שאורכו 12 יחידות אורך משבצת

(i) קשת ברדיוס שאורכו 6 יחידות אורך משבצת



(iv) קשת ברדיוס שאורכו 12 יחידות אורך משבצת

(iii) קשת ברדיוס שאורכו 10 יחידות אורך משבצת

ב. בסעיפים בהם יש נקודות חיתוך השלימו למשולשים וקבעו כמה משולשים מתאימים לנתונים. הסבירו.

4. במשימות הקודמות, בדקתם מקרים שונים של בניית משולש לפי אורכים נתונים של שתי צלעות וגודל זווית מול אחת מהן.

היעזרו בבניות שבצעתם ובשרטוטים כאן, בדקו והסבירו:

א. כמה משולשים מתקבלים כשאורך הצלע מול הזווית גדול מאורך הצלע ליד הזווית?

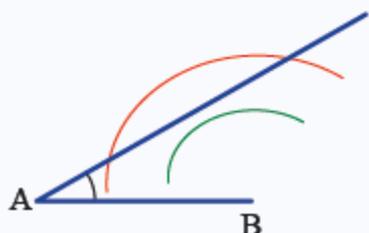
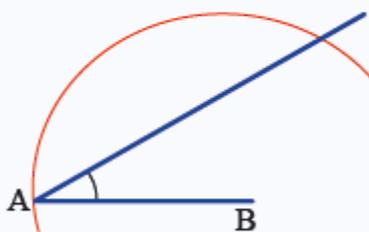
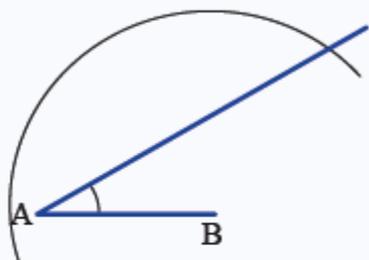
- האם כל המשולשים הנבנים לפי נתונים אלה חופפים זה לזה?

ב. כמה משולשים מתקבלים כשאורך הצלע מול הזווית שווה לאורך הצלע ליד הזווית?

- האם כל המשולשים הנבנים לפי נתונים אלה חופפים זה לזה?

ג. כמה משולשים יכולים להתקבל כשאורך הצלע מול הזווית קטן מאורך הצלע ליד הזווית?

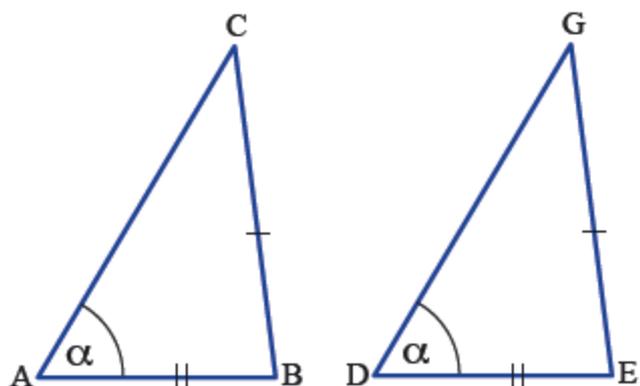
- האם כשמתקבלים משולשים הם חופפים זה לזה?



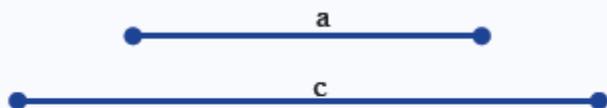


משפט חפיפה רביעי:

אם שתי צלעות במשולש אחד שוות באורכן לשתי צלעות במשולש אחר, והזווית שמול הצלע הגדולה מהשתיים במשולש האחד שווה בגודלה לזווית המתאימה לה במשולש האחר, אז שני המשולשים חופפים זה לזה.



שימו לב! ראינו שאם הזווית השווה בשני המשולשים, נמצאת מול הצלע הקטנה מהשתיים, יכולים להיווצר שני משולשים שונים ולכן, במקרה זה, אין בהכרח חפיפה.

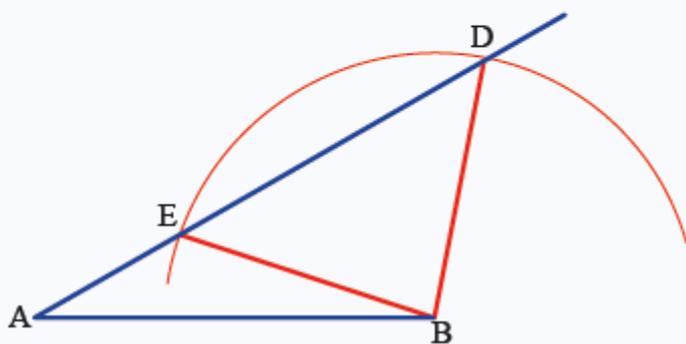


5. א. נתונים אורכי שני קטעים: a ו- c .

בנו באמצעות סרגל ומחוגה משולש ישר-זווית שאורך אחד הניצבים שלו a , ואורך היתר c .

ב. בכיתה ח' הכרתם משפט חפיפה מיוחד למשולשים ישרי-זווית:

“אם שני משולשים ישרי-זווית, שווים באורך אחד הניצבים ובאורך היתר, אז המשולשים חופפים.”
הסבירו מדוע משפט זה הוא מקרה פרטי של משפט החפיפה הרביעי.



6. במשימה 4 ראינו שכאשר אורך הצלע שמול הזווית קטן מאורך הצלע ליד הזווית יכולים להיווצר שני משולשים ($\triangle ADB$ ו- $\triangle AEB$ בשרטוט).
מה הקשר בין גודל הזוויות מול הצלע AB בשני המשולשים?
($\angle AEB$ ו- $\angle ADB$)? הוכיחו.